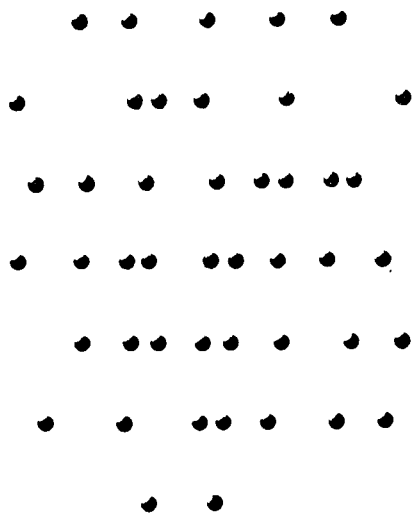


複合材料の破壊と力学

大阪市立大学教授 工学博士 藤井太一 共著
石川島播磨重工業 工学博士 座古 勝



実教出版株式会社

Т. Фудзии, М. Дзако

539.3/16

Ф 94

МЕХАНИКА РАЗРУШЕНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Перевод с японского С. Л. Масленникова
под редакцией В. И. Бурлаева

56-75

„ТатНИПинетфть“
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

МОСКВА «МИР» 1982

ОТ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Фудзии Т., Дзако М.

Механика разрушения композиционных материалов: Пер. с японск. — М.: Мир, 1982. — 232 с., ил.

Монография учебного характера, дополняющая имеющуюся на русском языке литературу по механике композиционных материалов. Основное внимание в ней уделено механике разрушения композиционных материалов при различных видах нагружения. Авторы — известные японские ученые.

Для специалистов по механике композитов. Полезна студентам вузов как учебное пособие.

Редакция литературы по математическим наукам

Фудзии Т., Дзако М.

МЕХАНИКА РАЗРУШЕНИЯ
КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Научный редактор П. Я. Корсоюцкая. Младший научный редактор Т. А. Денисова.
Художник Н. Н. Дроньва. Художественный редактор В. И. Шаповалов.
Технический редактор И. М. Кренделева. Корректор В. И. Киселева.

ИБ № 2733

Сдано в набор 23.11.81. Подписано к печати 9.07.82. Формат 60 × 90^{1/16}. Бумага типографская № 1. Гарнитура латинская. Печать высокая. Бум. л. 7,25. Усл. печ. л. 14,50.
Усл. кр. отт. 14,86. Уч.-изд. л. 12,34. Изд. № 1/1363. Тираж 6000 экз. Зак 1371.
Цена 1 р. 40 к.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР» 129820, Москва, И-110, ГСП, 1-й Рижский пер., 2.

Ленинградская типография № 2 головное предприятие ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгения Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 198052, г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29.

Ф 1703040000-171 38-82, ч. 1
041(01)-82

© Т. Fujii, M. Zako 1978
© Перевод на русский язык,
«Мир», 1982

Быстрое развитие науки о композиционных материалах, возникшей на стыке различных областей знаний, тесно связано с запросами современной техники. В короткие сроки были получены совершенно новые материалы с заранее заданными свойствами, разработаны технология их производства и методы расчета. Современная наука о таких материалах представляется чрезвычайно разветвленной и далекой от своего завершения. Первой попыткой подвести итоги достигнутого в этой науке было издание восьмитомной серии монографий «Композиционные материалы» под редакцией Л. Браутмана и Р. Крока. Эти монографии вскоре были переведены на русский язык. Однако опубликование указанной серии не снижает потребности в компактных изданиях учебного характера, освещающих последние достижения науки о композитах по наиболее важным направлениям.

Одним из таких руководств является предлагаемая книга Т. Фудзии и М. Дзако — учебное пособие, содержащее изложение ряда современных проблем механики композиционных материалов. Основное внимание уделено механике разрушения композитов при различных видах нагружения, подробно обсуждаются особенности разрушения при ударных нагрузках. Содержание книги достаточно полно отражено в предисловии авторов, и нет необходимости останавливаться на нем еще раз. Отметим только, что подготовительная часть книги — первые три главы — сокращена до минимума, а основной материал книги посвящен разнообразным аспектам механики разрушения композитов. Завершается книга небольшой главой, в которой затрагиваются вопросы проектирования элементов конструкций из композитов.

Один из авторов, проф. Осацкого университета Т. Фудзии, известный японский ученый, активно работающий в данной области, автор нескольких книг по сопротивлению материалов. Другой автор, д-р М. Дзако — сотрудник научно-исследовательского института одной из фирм, занимающихся

созданием и производством композитов; он является также автором книги по методу конечных элементов.

Авторы дают краткий обзор результатов, ставших классическими, рассматривают новейшие достижения в изучении механики разрушения композитов, намечают пути дальнейших исследований. Книга содержит большое количество экспериментальных результатов (в основном из источников, малодоступных советскому читателю), широко представляющих все многообразие существующих композиций и условий их испытаний.

Не следует забывать, что в самой науке о разрушении композитов еще много неясного, поэтому создать исчерпывающий и безупречный учебник невозможно. На наш взгляд, попытка авторов дать краткое и по возможности систематическое изложение ряда проблем механики разрушения композитов, отражающее современный этап развития этой науки, вполне удалась. В качестве замечания можно лишь отметить, что в книге некоторые сравнительно несложные вопросы излишне детализированы, в ряде же других мест изложение слишком сжато. Конечно, выбор и освещение материала в какой-то мере определялись научными интересами авторов.

Основное достоинство книги — подробный и основательный обзор экспериментальных достижений в механике разрушения композиционных материалов. В этом отношении она вне конкуренции среди других книг на русском языке.

В заключение хочется выразить благодарность проф. Н. А. Алфутову за научные консультации и активное сотрудничество в процессе нашей работы над переводом книги.

В. И. Бурлаев

ПРЕДИСЛОВИЕ

Значительный прогресс последних лет привел к революции в технологии материалов с высокими удельной прочностью и удельным модулем упругости, получаемых путем составления соответствующих композиций из мягкого, относительно низкопрочного материала и высокопрочных волокон или частиц. Вполне естественно, что для улучшения физико-механических свойств композиционных материалов необходимо в достаточной степени изучить их механическое поведение.

Если композиционный материал определить как материал, образованный в результате смешения двух и более разнородных фаз и обладающий характеристиками, которых не имели исходные компоненты, то в таком случае к числу композиционных можно отнести большое число материалов. Всестороннее освещение различных характеристик всех этих материалов оказывается довольно затруднительным. Изучение только лишь механических свойств таких материалов требует многосторонних исследований, которые и ведутся сейчас в самом широком плане многими исследователями.

В данной книге предпринята попытка на основе последних научных достижений рассмотреть композиты в основном с точки зрения механики, обращая внимание на особенности их деформирования и разрушения. Эти сведения необходимы при проектировании и изготовлении деталей и конструкций.

Книга может быть использована исследователями, занимающимися композитами, а также студентами третьего и четвертого курсов, знакомыми с курсом сопротивления материалов, и аспирантами соответствующих специальностей.

В гл. 1 изложены основные сведения о композитах. Глава 2 посвящена рассмотрению упругого поведения этих материалов, а гл. 3 — методу конечных элементов, который может быть эффективно использован при анализе механического поведения указанных материалов. Глава 4 представляет собой введение в механику разрушения композитов. В гл. 5 и 6 рассмотрены соответственно характеристики статической и динамической прочности. В последней главе (гл. 7)

изложены основные аспекты прочностного проектирования конструкций.

Исследования, проводимые в данной области, в настоящее время находятся в стадии развития. Можно считать, что книга отражает один из этапов такого развития и попытку авторов в какой-то степени внести ясность в понимание механики композиционных материалов. Авторы отдают себе отчет в том, что их знания по композиционным материалам не являются идеальными и что не все в книге изложено в лучшей форме. Поэтому они были бы благодарны читателям за все ценные замечания, направленные на улучшение книги.

В заключение авторы хотели бы выразить глубокую признательность своему учителю Миёси Тосиро из Токийского университета за поддержку при издании книги и г-ну Сакуруи Мидзуо из издательства «Дзиккё сюппан кабусики кайся» за проделанную работу.

Т. Фудзии, М. Дзако

Август 1978 г.

Глава 1. КОМПОЗИЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

1.1. ПОЯВЛЕНИЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Исследования и разработка материалов продолжают непрерывно, что приводит к появлению все новых и новых материалов и к постоянному прогрессу в материаловедении. В настоящее время существует большое число разнообразных материалов, которые идут на изготовление конструкций, станков, приборов. Среди них наиболее интенсивно разрабатываются материалы, получившие название композиционных, или композитов.

Если рассматривать развитие материалов с исторической точки зрения, можно прийти к выводу, что таким материалам, как камень, дерево, медь, медные сплавы, железо, сталь, легкие металлы и т. д., в разные периоды деятельности человечества уделялось различное внимание. Следует отметить, что среди этих материалов были и такие, которые можно отнести к композиционным. Человек использовал композиционные материалы еще в древние времена. Так, в древнем Египте строили глинобитные жилища, упрочненные соломой, а израильтяне использовали солому для упрочнения кирпича. Известно, что в Японии в период Нара в VIII в. изготавливали статуэтки Будды из сухого лака пропитыванием полотна лаком. Помимо этого изготавливали также скульптурные изображения из глины, в которую подмешивали слюду. Во всех указанных случаях удавалось получить материалы с более высокими, чем у взятых в отдельности исходных материалов, характеристиками.

В настоящее время требования, предъявляемые к свойствам материалов, стали крайне разнообразными ввиду того, что условия эксплуатации материалов стали более жесткими и сложными. В качестве примера можно указать следующие свойства, которые могут потребоваться от материала: прочность, жесткость, коррозионная стойкость, износостойкость, легкий вес, долговечность, термостойкость, теплопроводность, звуконепроницаемость, красивый внешний вид и т. д. Вполне естественно, что, используя простые материалы, очень трудно удовлетворить в достаточной степени указанным выше

требованиям. Именно поэтому возникли идеи использования соответствующих сочетаний материалов, позволяющих получить заданные свойства.

1.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Какие же материалы являются композиционными, или композитами? Для ответа на этот вопрос можно воспользоваться следующим определением.

Под композитами следует понимать материалы, состоящие из двух и более разнородных материалов и обладающие свойствами, которых не имели исходные материалы. Более конкретно можно считать, что композит является сочетанием по крайней мере двух различных химических веществ, в котором можно установить отчетливые границы, отделяющие исходные материалы.

В строении композита обычно выделяют наполнитель (дисперсную фазу) и связующее (матрицу). Определяющее влияние на свойства композита оказывает наполнитель, распределенный в связующем. В зависимости от наполнителя можно выделить два вида композитов (см. рис. 1.1):

- 1) композиты с дисперсными частицами;
- 2) волокнистые композиты.

Для волокнистых композитов можно провести более мелкую классификацию в зависимости от того, дискретны или непрерывны волокна, а также от их ориентации. Тогда можно выделить

- 1) однонаправленные композиты с непрерывными волокнами;
- 2) композиты с дискретными волокнами;

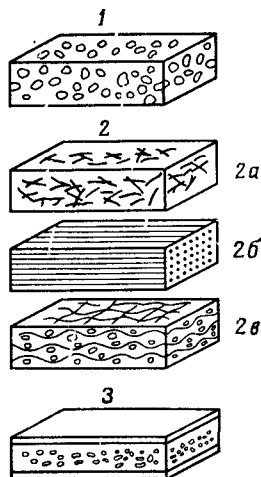


Рис. 1.1. Различные композиты: 1 — композит с дисперсными частицами; 2 — волокнистые композиты: 2а — композит, армированный короткими волокнами, 2б — композит, армированный непрерывными волокнами, 2в — композит, армированный волокнами во многих направлениях; 3 — слоистый композит.

- 3) композиты с непрерывными волокнами, ориентированными во многих направлениях.

На практике часто используются слоистые композиты, которые представляют собой набор соединенных между собой слоев из однонаправленных композитов. В табл. 1.1 приведены сочетания исходных материалов, из которых образуются композиты, и даны наименования для соответствующих композитов. В данной книге предпринята попытка описать свойства ряда композитов.

Таблица 1.1

Сочетания материалов в композитах

Дисперсная фаза (наполнитель)	Матричная фаза (связующее)	Наименование композита
Частицы, порошок	Каучук	Каучук, армированный частицами (PRR)
Волокна	Пластмасса	Каучук, армированный волокном (FRR)
Непрерывные	Металл	Пластмасса, армированная волокном (FRP)
Дискретные	Металл	Металл, армированный волокном (FRM)
Чешуйки	Керамика	Металл, армированный частицами (PRM)
	Керамика	Керамика, армированная волокном (FRC)

Обозначим некоторую физическую величину композита через y и положим, что существуют переменные x_1, x_2, \dots . В общем случае можно записать

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots). \quad (1.1)$$

Если ввести допущения о линейной аддитивности, указанную физическую величину можно представить в виде

$$y = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots, \quad (1.2)$$

где x_1, x_2, \dots представляют собой объемные содержания исходных материалов, c_1, c_2, \dots — физические величины этих материалов. Часто при определении веса, модуля упругости, предела прочности и других параметров пользуются свойством линейной аддитивности. Однако следует иметь в виду, что в действительности все оказывается не так просто, поскольку могут возникать сложные взаимодействия исходных материалов.

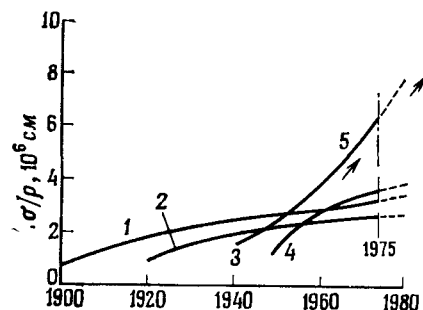


Рис. 1.2. Изменения удельной прочности σ/ρ материалов, происшедшие с 1900 г.: 1 — сталь; 2 — алюминий; 3 — стекло — смола; 4 — титан; 5 — композиты, армированные волокнами: бор — смола, углерод — смола.

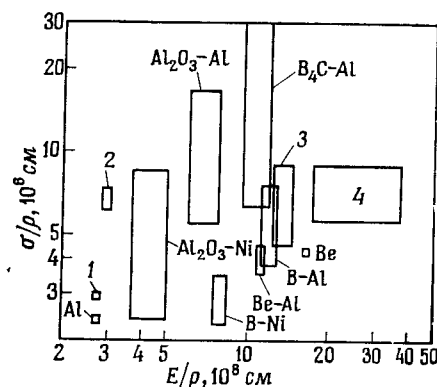


Рис. 1.3. Сопоставление удельных прочностей σ/ρ и удельных модулей упругости E/ρ различных материалов: 1 — сталь, титан; 2 — стекло S — смола; 3 — бор — смола; 4 — углерод — смола.

На рис. 1.2 приведены для нескольких материалов кривые изменения за последние 75 лет удельной прочности, представляющей собой отношение предела прочности к удельному весу [1.1]. Можно считать, что в настоящее время у таких материалов, как сталь, алюминий, титан и др., повышение удельной прочности находится в стадии насыщения. Создание композитов, основанных на использовании стекловолокна, борволокна, углеродного волокна и т. д., позволяет получить такие удельные прочности, которые в значительной степени превосходят удельные прочности указанных выше материалов.

Следует отметить, что для композитов характерна тенденция к дальнейшему повышению удельной прочности. На рис. 1.3 показаны соотношения между удельной прочностью и удельным модулем упругости для различных материалов. Из приведенных данных можно видеть, что область расположения композитов значительно удалена от начала координат в сравнении с обычными материалами. Это свидетельствует о лучших механических характеристиках композитов.

1.3. ТИПЫ КОМПОЗИТОВ

Уже говорилось, что композиты можно разделить на волокнистые и материалы с дисперсными частицами. В табл. 1.2 приведено сопоставление этих материалов по различным показателям [1.2].

1.3.1. Композиты, армированные волокном

Среди волокнистых композитов широкое распространение получили пластмассы, армированные стекловолокном. С уменьшением диаметра стекловолокна уменьшается вероятность появления внутренних дефектов. При этом размеры дефектов также уменьшаются. В результате повышается прочность волокна. Например, стеклянная пластина имеет предел прочности при растяжении, составляющий примерно 7 кгс/мм^2 . У тонкого же стекловолокна предел прочности при растяжении может составлять $280\text{—}500 \text{ кгс/мм}^2$.

В табл. 1.3 приводятся различные типы стекловолокна и сопоставляются их свойства. Стекло Е представляет собой бесщелочное алюминиоборосиликатное стекло, которое обладает хорошими электроизоляционными свойствами и теплоустойчивостью. Это стекло широко используется в различных конструкциях. Стекло С — стекло с повышенной химической стойкостью. Стекло S — теплоустойчивое высокопрочное стекло. Известковонатриевым, или щелочным, стеклом является стекло А, которое хорошо противостоит действию реактивов. На рис. 1.4 показана зависимость предела прочности от диаметра при растяжении стекловолокна. Сплошные линии, приведенные на рисунке, соответствуют результатам Томаса [1.3] и Гриффитса [1.4]. Результаты Томаса свидетельствуют о том, что, если в процессе изготовления и испытаний не

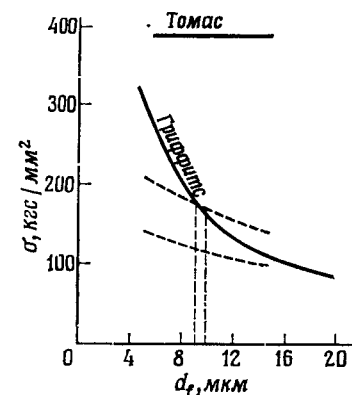


Рис. 1.4. Зависимость предела прочности на растяжение от диаметра стекловолокна. Штриховые линии — для промышленного стекловолокна; вертикальные линии указывают толщину волокна.

Таблица 1.2
Сопоставление волокнистых композитов с композитами с дисперсными частицами

Характеристика	Вид	Композиты с дисперсными частицами		Волокнистые композиты
		Микроскопические частицы, $d_p = 0,01 - 0,1$ мкм	Мелкие частицы, $d_p = 1 - 50$ мкм	
Роль матричной фазы		В основном воспринимает нагрузку	В средней степени воспринимает нагрузку	Передает нагрузку волокну
Роль дисперсной фазы		Препятствует дислокационным движениям	У вязких композитов сдерживает деформацию матрицы, может сама деформироваться У хрупких композитов придает твердость	В основном воспринимает нагрузку; может оказывать препятствие дислокационным движениям, которое в целом обычно не является значительным
Армирующие факторы		D_p, d_p, V_p	D_p, d_p, V_p В случае хрупких частиц σ_{cr} является функцией $1/D_p$ или $\log(1/D_p)$ В случае вязких частиц σ_{cr} является функцией пластических напряжений	L_c, L, d, V Направленные волокна
Прочность		Возрастает пропорционально V_p $0,0005 < V_p < 0,2$	Возрастает пропорционально уменьшению V_m У хрупких композитов падает с уменьшением mfr У вязких композитов не зависит от V_p	Возрастает пропорционально V_f $0,01 < V_f < 0,9$

Высокотемпературная характеристика	Зависит от степени препятствия дислокационным движениям частиц и степени образования комков частиц	Зависит от эластического поведения матрицы и пластичности частиц	Зависит от степени прочного удержания волокна и пластических характеристик матрицы и границ
Зависимость между напряжением и деформацией	Обладают текучестью, деформация при разрушении 0,1—15 %	Обладает текучестью и пластичностью, деформация при разрушении 0—30 %	Могут быть материалы, обладающие текучестью, а также материалы, у которых разрушение происходит в другом состоянии. В основном зависит от характеристик волокна V_f и его ориентации
Вид материала	Изотропный	Изотропный	Анизотропный
Характеристика графита	Является важной, но оказывает слабое влияние на прочность	Является важной	В случае прерывных волокон является важной
Способы получения композитов	Порошковая металлургия Окисление Электрохимические способы Выпадение частиц и т. д.	Порошковая металлургия Пропитка Литье и т. д.	Порошковая металлургия Пропитка в вакууме Направленное отверждение Электрохимические способы Намотка волокна Формовка при высоком давлении

Примечание. Здесь использованы следующие условные обозначения: d_p — диаметр частицы; mfr — расстояние между частями (среднее свободное расстояние матрицы); V_p — объемное содержание частиц; V_m — объемное содержание матрицы; L — длина волокна; L_c — предельная длина волокна; d_f — диаметр волокна; V_f — объемное содержание волокон.

Таблица 1.3

Физические характеристики и химический состав стекловолокна

Тип стекловолокна	Стекло Е	Стекло С	Стекло А	Стекло С
Химический состав (весовое содержание, %)				
SiO ₂	55,2	65	72,0	65,0
Al ₂ O ₃	14,8	4	2,5	25,0
B ₂ O ₃	7,3	5	0,5	—
MgO	3,3	3	0,9	10,0
CaO	18,7	14	9,0	—
Na ₂ O	0,3	8,5	12,5	—
K ₂ O	0,2	—	1,5	—
Fe ₂ O ₃	0,3	0,5	0,5	—
F	0,3	—	—	—
Прочность одиночного волокна при растяжении, кгс/мм ²	370	310	310	430
Модуль упругости при 25 °С, кгс/мм ²	7700	7400	7400	8800
Плотность, г/мм ³	2,53	2,46	2,46	2,45
Электрическое сопротивление, Ом/см	10 ¹⁵	—	10 ¹⁰	—

появляются повреждения, обусловленные внешними причинами, прочность стекла остается без изменения. Согласно Гриффитсу, с уменьшением диаметра уменьшаются дефекты и возрастает прочность [1.5]. Гриффитс указывал на то, что в действительности с уменьшением диаметра происходит увеличение прочности стекловолокна. На рассматриваемом рисунке пунктирными линиями показаны результаты, полученные для выпускаемого промышленностью волокна, диаметр которого составляет примерно 9 мкм. Результаты получены как для волокна, поперечное сечение которого представляет круг, так и для пустотелого волокна, имеющего поперечное сечение в виде кольца. Помимо стекловолокон в композитах используются волокна других материалов, примеры которых приведены в табл. 1.4.

Особое внимание в последнее время уделяется армирующим волокнам, представляющим собой нитевидные кристаллы, или усы. Внутри таких кристаллов дислокации являются немногочисленными, что позволяет обеспечить очень высокую прочность.

В 1960 г. американская фирма «Джэнерал Электрик» добилась успехов в опытной разработке усов из окиси алюминия, которые имеют вид игольчатых кристаллов. Нитевидные кристаллы могут быть получены из таких керамических ма-

Таблица 1.4

Характеристики волокон

Тип волокна	Плотность, кг/см ³	Прочность при растяжении, 10 ³ кгс/см ²	Удельная прочность σ/ρ , 10 ⁶ см	Модуль упругости при растяжении E , 10 ³ кгс/см ²	Удельный модуль упругости E/ρ , 10 ⁸ см
Металлы					
Алюминий	0,00269	63,3	2,36	7 452	2,733
Титан	0,00471	196,8	4,18	11 740	2,493
Сталь	0,00781	421,8	5,40	21 000	2,689
Бериллий	0,00186	175,8	9,47	30 930	16,666
Неорганические вещества					
Стекло Е	0,00255	351,5	13,80	7 382	2,897
Стекло S	0,00249	492,0	19,74	8 789	3,525
Углерод высокопрочный)	0,00175	250—350	14,3—20	20 000—25 000	11,4—14,3
Углерод	0,00195	200—250	10,3—13	35 000—38 000	17,9—19,5
Бор	0,00258	351,5	13,65	42 180	16,374
Органические вещества					
Квебра (PRD49)	0,0020	170—225	8,5—11,3	13 300	6,65

териалов, как BeO, B₄C, SiC, Si₃N₄, углерод и др. Помимо этого такие кристаллы могут быть изготовлены и из металлов: меди, никеля, железа и т. д. Эти кристаллы имеют диаметр 0,2—3 мкм и длину 2—25 мм. В последнее время удалось опытным путем получать непрерывные нитевидные кристаллы. В табл. 1.5 в качестве примера приведены некоторые свойства нитевидных кристаллов.

В качестве матриц композитов, армированных волокном, могут быть использованы материалы, указанные в табл. 1.6. По сравнению с наполнителем эти материалы являются мягкими и хорошо формуются.

1.3.2. Композиты с дисперсными частицами

Обычно наполнитель представляет собой частицы. В специальных случаях наполнитель может иметь вид чешуек. Композиты таких типов носят название композитов с дисперсными частицами.

Когда размеры частиц являются небольшими и составляют примерно 0,1—0,01 мкм, рассматриваемые материалы

Таблица 1.5

Характеристики нитевидных кристаллов

Материал	Плотность ρ , кг/см ³	Теоретическая прочность σ_T , 10 ⁸ кгс/см ²	Действительная прочность σ_E , 10 ⁸ кгс/см ²	σ_E/ρ , 10 ⁶ см	Модуль упругости при растяжении E , 10 ⁵ кгс/см ²	Удельный модуль упругости E/ρ , 10 ⁶ см
Сталь	0,0089	1 265	302,3	3,396	12 654	1,422
Никель	0,0089	2 179	393,7	4,423	21 793	2,449
Железо	0,0078	2 039	1335,7	17,124	20 387	2,614
B ₄ C	0,0025	4 570	681,9	27,276	45 695	18,278
SiC	0,0032	8 436	1124,8	35,15	85 766	26,802
Al ₂ O ₃	0,0039	4 218	1968,4	50,47	42 180	10,815
C	0,0016	9 982	2109,0	131,8	99 826	62,391

Таблица 1.6

Характеристики матриц

Материал	Плотность ρ , г/см ³	Прочность при растяжении σ , кгс/см ²	Удельная прочность σ/ρ , 10 ⁸ см	Модуль упругости при растяжении E , 10 ⁵ кгс/см ²	Удельный модуль упругости E/ρ , 10 ⁶ см
Термопластические ма- териалы					
Нейлон (66)	1,14	703	616,7	280	245,3
Поликарбонат	1,20	668	556,7	225	187,5
Полистирол	1,05	457	435,2	280	266,7
Хлорвинил	1,4	600	428,6	300	214,3
Метакрилат	1,4	720	514,3	280	200,0
Термореактивные ма- териалы					
Сложный полиэфир	1,1	410	372,7	380	345,5
Металлы					
Алюминий	2,7	700	259,3	7 200	2667,0
Медь	8,65	2 500	289,0	12 500	1445,0

называются дисперсно-упрочненными. При диаметре частиц порядка 1—50 мкм композит уже можно рассматривать как материал, упрочненный частицами.

При создании композитов с указанными частицами могут быть использованы различные матрицы. Ниже в качестве примера рассмотрены сочетания частиц и матриц.

1. Неметаллические частицы — неметаллические матрицы

В рассматриваемых сочетаниях частицы и матрицы могут представлять собой как органические, так и неорганические вещества. Примером сочетания неорганической матрицы и неорганических частиц может служить бетон, который получается из смеси песка или щебня с цементом и водой. Затвердевание смеси происходит в результате химической реакции, которая протекает между цементом и водой. Примером, в котором матрица является органическим веществом, являются полимерный раствор и полимерный бетон. В полимерном растворе дисперсной фазой служит песок, а в полимерном бетоне — песок и щебень. В обоих случаях матрицей является смола.

В рассматриваемых композициях частицы имеют нерегулярное распределение. В последнее время в качестве частиц используют сплошные и полые шары, которые могут быть изготовлены из стекла, полимеров, углерода и других материалов.

2. Металлические частицы — неметаллическая матрица

Композиты могут быть получены из полимерной матрицы и металлических частиц или чешуек, заключенных в этой матрице. Обычно такие композиты обладают хорошей теплопроводностью и небольшим тепловым расширением, а также малым износом. Часто в качестве матрицы используют эпоксидную смолу, в которой рассеяно серебро или медь, что позволяет получить материал с хорошей тепло- и электропроводностью. Полиуретан с рассеянными в нем алюминиевыми частицами используется в качестве ракетного топлива.

3. Металлические частицы — металлическая матрица

В рассматриваемых композициях могут быть использованы самые различные металлы. Классификации композиций можно провести, исходя из характера наполнителя. При этом можно выделить два случая:

- 1) металлические частицы наполнителя тверже матрицы;
- 2) металлические частицы наполнителя мягче матрицы.

В первом случае в качестве наполнителя могут быть использованы, например, вольфрам, хром, молибден. Эти материалы являются хрупкими, но обладают хорошей теплоустойчивостью. Если в качестве матричной фазы воспользоваться материалами, которые обладают высокой вязкостью, можно получить жаростойкие композиты с хорошей вязкостью.

Второму случаю соответствует пример композита, у которого частицы свинца рассеяны в железе или медном сплаве. Такой композит обладает хорошей обрабатываемостью.

4. Неметаллические частицы — металлическая матрица

Композиты, у которых матрица является металлической, часто изготавливаются при высоких температурах. При этом в качестве наполнителя используются керамические материалы. Такие композиты носят название керметов.

Обычно в качестве наполнителя используют карбиды и окислы. Дисперсной фазой может быть, например, карбид вольфрама. Эта фаза может находиться в кобальтовой матрице, что позволяет получить композит, обладающий очень высокой твердостью. Такой материал идет на изготовление клапанов и фильер, предназначенных для волочения проволоки. При использовании карбида хрома получают материалы, имеющие хорошую коррозионную стойкость и износостойкость, у которых коэффициент теплового расширения близок к коэффициенту теплового расширения железа. Поэтому композит с карбидом хрома используется для изготовления клапанов. Помимо указанных карбидов используют также карбид титана, что позволяет получить композиты с хорошей теплостойкостью. Такие материалы идут на изготовление деталей турбин, предназначенных для работы при высоких температурах.

2.1. КОМПОЗИТ КАК МЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

При получении композитов могут быть использованы самые различные сочетания материалов матрицы и наполнителя. Поэтому следует учитывать, что рассмотрение композита с точки зрения механики зависит от материалов, из которых он построен. Однако следует иметь в виду, что в каждом конкретном случае приемы изучения композитов не отличаются от соответствующих методов, с которыми приходилось иметь дело ранее в материаловедении и сопротивлении материалов. В настоящее время существует большое количество технологий получения композитов и разработаны соответствующие методики исследования механического поведения этих материалов.

Можно отметить, что сейчас достигнут значительный прогресс не только в исследованиях механического поведения и прочности композитов, но и в методах получения исходных материалов, способах их обработки, разработке структуры композитов, в частности оптимальном проектировании, обеспечении надежности свойств и т. д. Это позволило разработать такие композиты, которые могут быть использованы для деталей, обеспечивающих требуемые жесткость и прочность. В практической деятельности необходимо проектировать такие композиты, в которых были бы реализованы не только указанные характеристики, но и такие характеристики, как минимальный вес, влагостойкость, стойкость к воздействиям реактивов и т. д. Чтобы иметь представление о композитах в системном плане, здесь рассмотрены композиты, армированные дисперсными частицами, и композиты, армированные волокнами.

2.2. СТРОЕНИЕ КОМПОЗИТОВ

В механике композитов в общем плане можно выделить два раздела. В первом из них изучают упругое поведение материалов, а во втором — поведение при разрушении. По своему строению композиты делятся на материалы, армированные волокнами, и материалы, армированные частицами. Среди

материалов, армированных волокнами, можно выделить материалы, армированные дискретными волокнами, и материалы, армированные непрерывными волокнами. Воспользуемся классификацией композитов, приведенной в первой главе.

В общем случае следует считать, что композиты изотропны и однородны. Если рассматривать эти материалы с макропозиций, то можно считать, что они представляют собой однородные анизотропные вещества. Воспользуемся этим допущением. Положим, что имеем дело с однородным телом, для которого зависимость между напряжениями и деформациями в декартовой прямоугольной системе координат x, y, z может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & E_{14} & E_{15} & E_{16} \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} & E_{24} & E_{25} & E_{26} \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} & E_{34} & E_{35} & E_{36} \\ E_{41} & E_{42} & E_{43} & E_{44} & E_{45} & E_{46} \\ E_{51} & E_{52} & E_{53} & E_{54} & E_{55} & E_{56} \\ E_{61} & E_{62} & E_{63} & E_{64} & E_{65} & E_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Величины E_{ij} представляют собой модули упругости. Когда упругие деформации являются изотермическими, существует упругий потенциал, величину которого можно обозначить через W . Используя этот потенциал, можно записать

$$\frac{\partial W}{\partial \epsilon_x} = \sigma_x, \quad \frac{\partial W}{\partial \epsilon_y} = \sigma_y, \quad \frac{\partial W}{\partial \gamma_{xy}} = \tau_{xy}. \quad (2.2)$$

Если принять во внимание, что

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial \epsilon_y} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial \epsilon_x}, \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial \epsilon_z} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial \epsilon_x}, \quad (2.3)$$

и учесть, что для рассматриваемых модулей упругости справедливо условие

$$E_{ij} = E_{ji}, \quad (2.4)$$

то уравнения (2.1) можно преобразовать к такому виду:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & E_{14} & E_{15} & E_{16} \\ & E_{22} & E_{23} & E_{24} & E_{25} & E_{26} \\ & & E_{33} & E_{34} & E_{35} & E_{36} \\ & & & \text{Симметрично} & E_{44} & E_{45} & E_{46} \\ & & & & E_{55} & E_{56} \\ & & & & & E_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

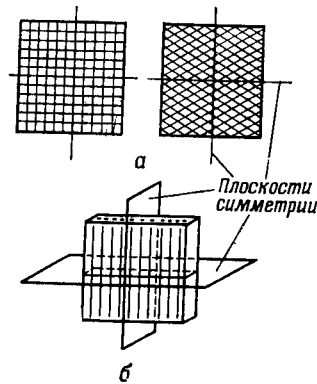


Рис. 2.1. Схематическое представление композита, армированного волокном.

Если плоскости симметрии упругости расположены под прямым углом (см. рис. 2.1, а), то имеем дело с ортотропным материалом, для которого уравнение (2.1) можно записать в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & 0 & 0 & 0 \\ E_{12} & E_{22} & E_{23} & 0 & 0 & 0 \\ E_{13} & E_{23} & E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Возможен представленный на рис. 2.1, б случай, при котором в одной плоскости симметрии во всех направлениях характеристики остаются одними и теми же. Для этого случая можно записать

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & 0 & 0 & 0 \\ E_{12} & E_{11} & E_{13} & 0 & 0 & 0 \\ E_{13} & E_{13} & E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (E_{11} - E_{12})/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

При бесконечно большом числе плоскостей полагают, что материал является изотропным. В таком случае зависимость напряжений — деформации можно представить двумя модулями упругости. Изучение упругого поведения композита сводится к определению модулей упругости, входящих в при-

веденные выше уравнения. При этом принимают во внимание модули упругости упрочняющих элементов и матрицы, содержание упрочняющего материала в композите и его ориентацию. Строгое определение модулей упругости является довольно сложной задачей, при решении которой используют различные подходы. Здесь прежде всего рассмотрен подход, основанный на использовании «правила смесей», который имеет довольно широкое практическое применение. Помимо этого для композитов, армированных непрерывными волокнами, изложены теория ячеек и теория ортотропного упругого материала. Для материалов, армированных дискретными волокнами, проанализированы различные механические модели. Рассмотрены также и особенности, с которыми приходится иметь дело в случае композитов с дисперсными частицами. В частности, изложена методика оценки коэффициентов упругости, основанная на использовании энергетического метода.

2.3. ПРАВИЛО СМЕСЕЙ

Правило смесей в большинстве случаев можно представить линейным аддитивным законом (1.2). Рассмотрим процесс деформирования композита. При этом будем полагать, что на границах раздела матричной и дисперсной фаз указанные фазы идеально связаны. Для определения модуля упругости и предела прочности можно воспользоваться следующей зависимостью, которая используется как для параллельного, так и последовательного строения композитов:

$$Y^n = V_A X_A^n + V_B X_B^n; \quad (2.8)$$

причем $n=1$ соответствует строению с параллельными связями, а $n=-1$ — строению с последовательными связями;

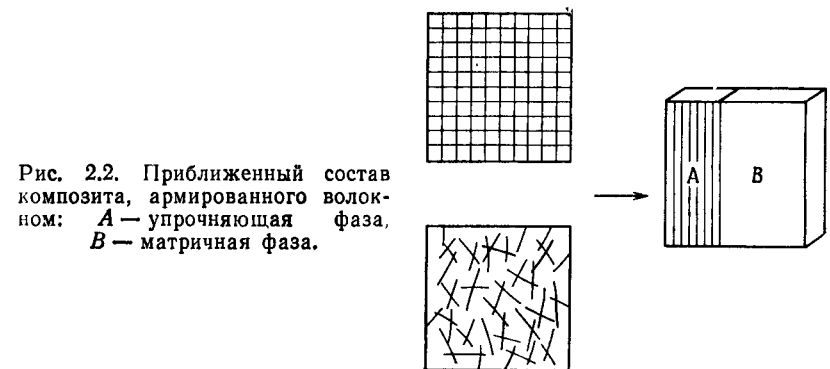


Рис. 2.2. Приближенный состав композита, армированного волокном: А — упрочняющая фаза, В — матричная фаза.

Y — физическая величина композита в целом; X_A, X_B — физические величины фаз, составляющих композит; V_A, V_B — объемные содержания этих фаз.

Композит, армированный волокном, можно представить, как показано на рис. 2.2, двумя слоями: слоем армирующего материала и матричным слоем. Положим, что направление действия нагрузки параллельно направлению волокна и что распределения напряжений и деформаций в указанных слоях являются равномерными. В рассматриваемом случае деформации двух слоев являются одинаковыми. Если принять это во внимание, можно установить следующие приближенные зависимости для определения модуля упругости и напряжения:

$$\begin{aligned} E_c &= \alpha E_f V_f + E_m V_m, \\ \sigma_c &= \beta \sigma_{fu} V_f + (\sigma_m)_{efu} V_m, \end{aligned} \quad (2.9)$$

E_f и E_m — модули упругости первого рода соответственно для волокна и матрицы; E_c и σ_c — модуль упругости первого рода и разрушающее напряжение для композита; σ_{fu} — разрушающее напряжение для волокна; $(\sigma_m)_{efu}$ — напряжение в матрице, соответствующее разрушающей деформации волокна; α и β — коэффициенты, зависящие от расположения волокна (при однонаправленном упрочнении равны 1,0, при ортогональном упрочнении примерно равны 0,5, при случайном расположении волокон примерно равны 3/8).

На рис. 2.3 приведен типичный пример диаграммы напряжение — деформация [2.1]. На этой диаграмме можно выделить три этапа. На первом этапе матрица и волокно являются упругими. Второй этап характеризуется тем, что за-

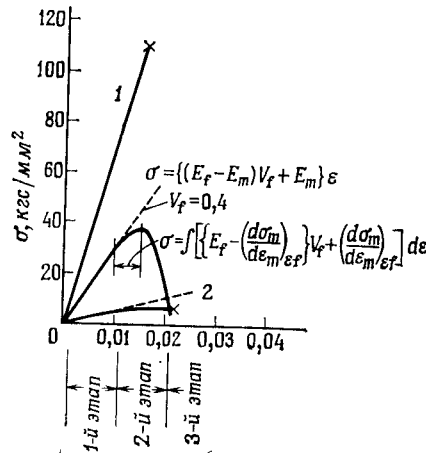
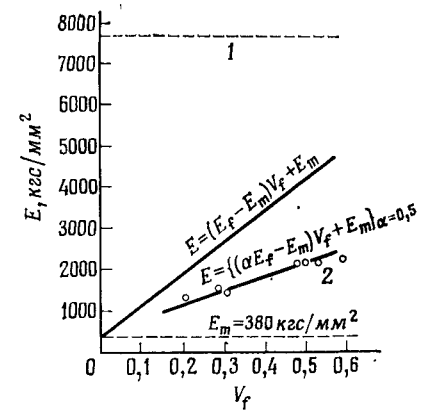


Рис. 2.3. Зависимость напряжений от деформаций: 1 — для волокна из стекла $E_f = 7700$ кгс/мм², $\sigma_f = 110$ кгс/мм²; 2 — для матрицы (полиэфирная смола), $E_m = 380$ кгс/мм².

Рис. 2.4. Зависимость модуля упругости от объемного содержания стекловолокна: 1 — стекловолокно E с модулем упругости $E_f = 7700$ кгс/мм²; 2 — стеклоткань с атласным переплетением — полиэфирная смола; \circ — экспериментальные точки.



висимость напряжение — деформация становится нелинейной. Третий этап расположен за пиком кривой напряжение — деформация, где все волокна разрушены. Для первого этапа зависимость модуля упругости от объемного содержания волокна представлена на рис. 2.4. Когда волокно введено в композит в виде ткани, α составляет примерно 0,5.

2.4. ТЕОРИЯ ЯЧЕЕК

Рассмотрим композит, армированный непрерывными волокнами. Если положить, что в качестве волокна использовано стекло E , а в качестве матрицы — полиэфирная смола, то можно считать, что отношение модуля упругости волокна к модулю упругости матрицы равно примерно 20. Обычно модуль упругости волокна имеет очень высокие значения по сравнению с модулем упругости матрицы. На основании этого можно использовать допущение о том, что для композитов, армированных непрерывными волокнами, можно не принимать во внимание напряжения, действующие в матричной фазе. Такое допущение использовано в теоретической работе Кокса [2.2]. При этом приняты также следующие условия:

1. Волокно является длинным и имеет прямолинейную форму (влиянием диаметра волокна можно пренебречь).
2. Нагрузка действует только на концах волокна.
3. Изгибной жесткостью волокна можно пренебречь.

Рассмотрим случай, представленный на рис. 2.5, из которого видно, что волокно расположено под углом θ к оси x . При этом примем во внимание изложенные выше условия и будем считать, что имеет место двумерная деформация.

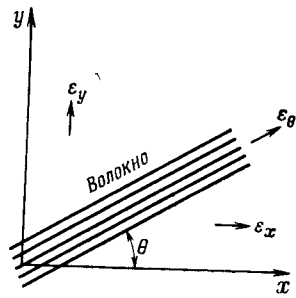


Рис. 2.5. Расположение волокна в системе координат.

Деформацию ϵ_θ , происходящую в направлении волокна, можно представить следующим образом:

$$\epsilon_\theta = \epsilon_x \cos^2 \theta + \epsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta. \quad (2.10)$$

Следует иметь в виду, что в общем случае волокно может располагаться не только в некотором заданном направлении. Может существовать некоторая функция распределения $f(\theta)$ относительно величины θ . В рассматриваемом случае можно считать, что

$$\int_0^\pi f(\theta) d\theta = 1. \quad (2.11)$$

Положим, что напряжения в волокне пропорциональны деформациям, а также что составляющие по x и y функции распределения ориентации можно соответственно представить как $f(\theta) \cos \theta$ и $f(\theta) \sin \theta$. Тогда напряжения, действующие в плоскости, расположенной под прямым углом к x , могут быть записаны в следующем виде:

$$\sigma_x = E_f V_f \int_0^\pi (\epsilon_x \cos^2 \theta + \epsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta) \cos^2 \theta f(\theta) d\theta. \quad (2.12)$$

Аналогичным образом для других напряжений можно записать

$$\begin{aligned} \sigma_y &= E_f V_f \int_0^\pi (\epsilon_x \cos^2 \theta + \epsilon_y \sin^2 \theta + \\ &\quad + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta) \sin^2 \theta f(\theta) d\theta, \\ \tau_{xy} &= E_f V_f \int_0^\pi (\epsilon_x \cos^2 \theta + \epsilon_y \sin^2 \theta + \\ &\quad + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta) \sin \theta \cos \theta f(\theta) d\theta. \end{aligned} \quad (2.12')$$

В приведенных зависимостях E_f — модуль упругости волокна, V_f — объемное содержание волокна в композите. Эти за-

висимости можно представить, согласно уравнению (2.1), в таком виде:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{16} \\ E_{12} & E_{22} & E_{26} \\ E_{16} & E_{26} & E_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

где

$$\begin{aligned} E_{11} &= E_f V_f \int_0^\pi \cos^4 \theta f(\theta) d\theta, \\ E_{16} &= E_f V_f \int_0^\pi \cos^3 \theta \sin \theta f(\theta) d\theta, \\ E_{22} &= E_f V_f \int_0^\pi \sin^4 \theta f(\theta) d\theta, \\ E_{26} &= E_f V_f \int_0^\pi \sin^3 \theta \cos \theta f(\theta) d\theta, \\ E_{12} &= E_f V_f \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin^2 \theta f(\theta) d\theta. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Рассмотрим в качестве примера случай, когда волокна равномерно распределены во всех направлениях. Для этого случая

$$f(\theta) = 1/\pi, \quad 0 \leq \theta \leq \pi. \quad (2.15)$$

Поэтому

$$E_{11} = E_{22} = 3/8 E_f V_f, \quad E_{12} = 1/8 E_f V_f, \quad E_{16} = E_{26} = 0. \quad (2.16)$$

Модуль упругости первого рода E_c , модуль упругости второго рода G_c и коэффициент Пуассона ν_c для рассматриваемого композита можно записать в виде

$$\begin{aligned} E_c &= E_{11} - \frac{E_{12}^2}{E_{22}} = 1/3 E_f V_f, \\ G_c &= E_{12} = 1/8 E_f V_f, \\ \nu_c &= \frac{E_c}{2G_c} - 1 = \frac{1}{3}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

2.5. ТЕОРИЯ ОРТОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ

При рассмотрении композитов с точки зрения механики следует иметь в виду, что свойства дисперсной и матричной фаз в значительной степени различаются. Поэтому в строгой постановке нельзя считать, что композит является

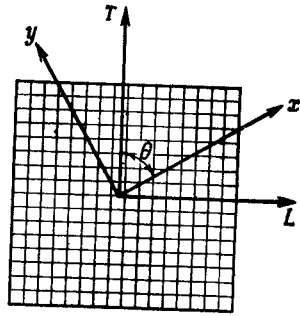


Рис. 2.6. Основные направления волокон в системе координат.

однородным материалом. Однако при равномерном распределении дисперсной фазы при проведении макроанализа можно полагать для случая, представленного на рис. 2.6, что композит является однородным и ортотропным. В этом случае основными направлениями композита являются направления L и T , расположенные под прямым углом друг к другу. Эти направления служат характеристическими осями композита. Направление T составляет с осью x угол θ ; ось y перпендикулярна к оси x . Для рассматриваемого случая зависимости между напряжениями и деформациями имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_L &= \frac{\sigma_L}{E_L} - \nu_{TL} \frac{\sigma_T}{E_T}, \\ \varepsilon_T &= -\nu_{LT} \frac{\sigma_L}{E_L} + \frac{\sigma_T}{E_T}, \quad \nu_{LT} = \frac{\tau_{LT}}{G_{LT}}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Здесь ν_{LT} и ν_{TL} — коэффициенты Пуассона. По теореме взаимности можно установить, что $\nu_{TL}/E_T = \nu_{LT}/E_L$.

Среди коэффициентов упругости E_L , E_T , ν_{LT} , ν_{TL} независимыми являются три. Если добавить к этим коэффициентам еще G_{LT} , общее количество независимых коэффициентов станет равным четырем. При помощи этих коэффициентов можно выразить зависимость напряжения — деформации. В некоторой произвольной точке для коэффициентов упругости можно записать

$$\frac{1}{E_x} = \frac{l^4}{E_L} + \frac{m^4}{E_T} + l^2 m^2 \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right), \quad (2.19)$$

где $l = \cos \theta$ и $m = \sin \theta$. Величины E_L , E_T и ν_{LT} , входящие в приведенное выше уравнение, получаются при проведении испытаний на растяжение в направлениях L и T . Модуль упругости второго рода G_{LT} представляет собой модуль упругости E_{45° , соответствующий направлению 45° . Для опре-

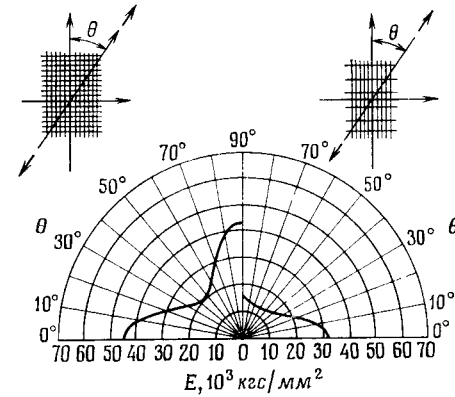


Рис. 2.7. Изменение модуля упругости первого рода в зависимости от направления растяжения. *Примечание.* На рисунке справа изображена часть слоистой пластины, состоящей из стеклоткани 143 и эпоксидной смолы (параллельное расположение слоев) слева — то же самое, но с перпендикулярным расположением слоев. Структура стеклоткани 143: переплетенные атласное, на 25,4 мм приходятся 49 продольных и 30 поперечных нитей.

деления этого модуля упругости воспользуемся следующей зависимостью:

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{4}{E_{45^\circ}} - \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right). \quad (2.20)$$

На рис. 2.7 в качестве примера показана зависимость модуля упругости от направления. Приведенные результаты получены для слоистой пластины из эпоксидной смолы, армированной стеклотканью [2.3, 2.4]. Из приведенных данных можно видеть, что значение модуля упругости в направлении 45° является низким.

На основании вышеизложенного, используя значения E_L , E_T , ν_{LT} и G_{LT} , соответствующие направлениям волокон, расчетным путем можно определить модули упругости в любом произвольном направлении. Принимая во внимание характеристики упрочняющего материала и матрицы, а также их содержание в композите, определяем величины E_L и E_T .

В случае когда справедливым является правило смесей, для E_L запишем

$$E_L = \alpha E_f V_f + E_m (1 - V_f). \quad (2.21)$$

Если проводить вычисления для случая последовательной связи волокон и матрицы, то E_T можно представить в виде

$$E_T = \frac{E_f E_m}{E_m V_f + E_f (1 - V_f)}. \quad (2.22)$$

Чтобы установить точное значение E_T , следует принимать во внимание содержание волокна в композите и в зависимости от содержания волокна пользоваться различными зависимостями. В настоящее время известны зависимости Цая [2.5] и Грещука [2.6], в которых принимают во внимание коэффициенты влияния соседних волокон.

Для определения коэффициента Пуассона ν_{LT} также созданы различные расчетные зависимости. Примером может служить зависимость Уитни и Райли [2.7], которая имеет следующий вид:

$$\nu_{LT} = \frac{\nu_m - \{2(\nu_m - \nu_f)(1 - \nu_m^2) E_f V_f\}}{E_m (1 - V_f)(1 - \nu_f - 2\nu_f^2) + E_f \{V_f(1 - \nu_m - 2\nu_m^2) + (1 + \nu_m)\}}, \quad (2.23)$$

где ν_m — коэффициент Пуассона матрицы; ν_f — коэффициент Пуассона волокна.

Для плоскости, расположенной под прямым углом к волокну, можно приближенно записать

$$\nu_{TL} = \nu_f V_f + \nu_m V_m. \quad (2.24)$$

Следует иметь в виду, что, когда волокна используются в виде тканого материала, они уже не имеют прямолинейную форму и содержат изгибы. Часто при этом волокна располагаются в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Это учитывалось при проведении исследований в работе [2.8], в которой считалось, что композит имеет слоистую структуру, состоящую из слоя одной смолы и слоя смеси смолы с волокном. Проведенные ими исследования показали, что можно добиться хорошего согласования расчетных результатов с экспериментальными, если использовать характеристики слоя смеси смолы с волокном, соответствующие главным направлениям.

2.6. КОМПОЗИТЫ, АРМИРОВАННЫЕ ДИСКРЕТНЫМИ ВОЛОКНАМИ

В рассматриваемом случае обычно для армирования используют короткие волокна, которые, как показано на рис. 2.8, располагаются беспорядочно в композите. Для проведения анализа следует вырезать из композита небольшой элемент, который содержит тонкое прямое волокно длиной l (см. рис. 2.9). При этом считают, что матрица, в которой находится волокно, представляет собой непрерывную среду, обеспечивающую идеальную связь волокна с материалом матрицы [2.9]. Вся рассматриваемая композиция испытывает

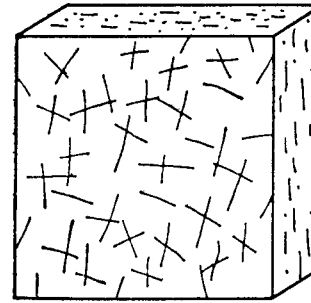


Рис. 2.8. Композит, армированный короткими волокнами.

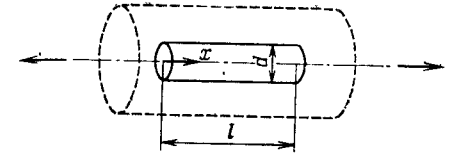


Рис. 2.9. Схематическое представление короткого волокна в матрице.

деформацию в направлении волокна. На расстоянии x от конца волокна для нагрузки P , действующей в волокне, запишем

$$dP/dx = H(u - v), \quad (2.25)$$

где u — перемещение вдоль волокна; v — перемещение матрицы в рассматриваемой точке при отсутствии волокна; H — коэффициент, зависящий от геометрического расположения матрицы и волокна и соответствующих модулей упругости.

Поскольку

$$P = E_f A_f \frac{du}{dx} \quad (2.26)$$

(A_f — площадь поперечного сечения волокна), то, подставляя в (2.26) величину u , входящую в (2.25), получаем следующее:

$$\frac{d^2 P}{dx^2} = H \left(\frac{P}{E_f A_f} - \epsilon_0 \right), \quad \epsilon_0 = \frac{dv}{dx}. \quad (2.27)$$

Принимая во внимание условие, что при $x=0$ и $x=l$ нагрузка P обращается в нуль, и решая приведенное выше уравнение, получим

$$\sigma_f = E_f \epsilon_0 \left\{ 1 - \frac{\operatorname{ch} \beta (l/2 - x)}{\operatorname{ch} (\beta l/2)} \right\}, \quad \beta = \sqrt{\frac{H}{E_f A_f}}. \quad (2.28)$$

Среднее напряжение растяжения $\bar{\sigma}_f$, действующее в волокне, представим в виде

$$\bar{\sigma}_f = \int_0^{l/2} \frac{\sigma_f dx}{l/2} = E_f \epsilon_0 \left(1 - \frac{\operatorname{th} (\beta l/2)}{\beta l/2} \right). \quad (2.29)$$

Если рассмотреть композицию с параллельными связями и воспользоваться правилом смесей, то модуль упругости можно представить как

$$E_c = E_f' V_f + E_m V_m, \quad (2.30)$$

где E_f' — эквивалентный модуль упругости волокна, учитывающий прерывность волокон. Если положить, что $l_f' = \bar{\sigma}_f / \epsilon_0$, то

$$E_f' = E_f \left(1 - \frac{\text{th}(\beta l/2)}{\beta l/2} \right). \quad (2.31)$$

Следовательно,

$$E_c = E_f V_f \left(1 - \frac{\text{th}(\beta l/2)}{\beta l/2} \right) + E_m (1 - V_f). \quad (2.32)$$

В этой зависимости β определяется величиной N . Приближенное значение этой величины можно установить расчетным путем по следующей зависимости:

$$\beta = \sqrt{\frac{G_m}{E_f} \frac{2\pi}{A_f \ln(R/r_0)}}. \quad (2.33)$$

полученной для случая большого числа параллельно расположенных волокон, имеющих круглое поперечное сечение радиуса r_0 и постоянную длину l . Здесь $2R$ — среднее расстояние между центральными осями волокон.

Следует также привести зависимость Нильсена [2.10]

$$E_c = F E_f V_f + E_m V_m, \quad (2.34)$$

в которой первое слагаемое линейного аддитивного закона помножено на коэффициент F , представляющий собой коэффициент эффективности упрочнения волокном. Величина F зависит от объемного содержания волокна и отношения модуля упругости волокна к модулю упругости матрицы. Характер изменения этого коэффициента показан на рис. 2.10.

Помимо изложенного существует также метод, позволяющий определять средний модуль упругости композитов, армированных дискретными волокнами и дисперсными частицами [2.11]. На рис. 2.11 показан элементарный куб, в котором заключена одна дисперсная частица. В некотором сечении, соответствующем координате x , площадь поперечного сечения дисперсной фазы равна A_f , а площадь сечения матричной фазы равна A_m . Положим, что в рассматриваемом сечении деформация ϵ является постоянной. Куб имеет ребра, длина которых равна единице, и находится под действием сил P . Для такого единичного куба можно записать

$$P = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m = \epsilon (E_f A_f + E_m A_m). \quad (2.35)$$

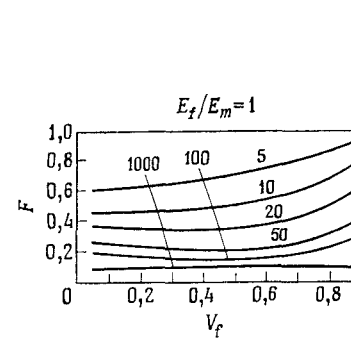


Рис. 2.10. Зависимость коэффициента эффективности упрочнения волокном от объемного содержания стекловолокна при упрочнении короткими волокнами.

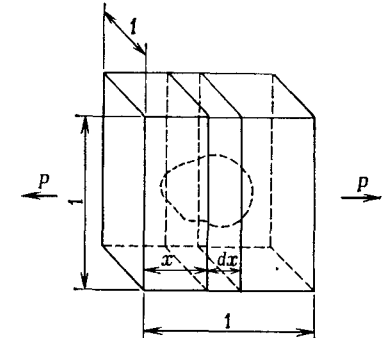


Рис. 2.11. Схематическое представление элемента композита, армированного частицами.

Удлинение δ единичного куба можно представить как

$$\delta = \int_0^1 \epsilon dx = P \int_0^1 \frac{dx}{E_m + (E_f - E_m) A_f}. \quad (2.36)$$

Следовательно, средний модуль упругости \bar{E} можно найти из соотношения

$$\frac{1}{\bar{E}} = \int_0^1 \frac{dx}{E_m + (E_f - E_m) A_f}. \quad (2.37)$$

Если задано изменение площади дисперсной фазы A_f в направлении x , то средний модуль упругости \bar{E} можно определить.

Например, если дисперсная фаза имеет правильную кубическую форму, то

$$\bar{E} = \frac{E_f + (E_m - E_f)(1 - V_f)^{2/3}}{E_f + (E_m - E_f)(1 - V_f)^{2/3} \{1 - (1 - V_f)^{1/3}\}} E_f. \quad (2.38)$$

Для волокон площадь A_f является постоянной. Поэтому средний модуль упругости равен

$$\bar{E} = E_m + (E_f - E_m) V_f. \quad (2.39)$$

Для пластинчатого строения с последовательными связями

$$\bar{E} = \frac{E_f E_m}{E_m V_f + E_f (1 - V_f)}. \quad (2.40)$$

2.7. ОЦЕНКА ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ ВЕРХНЕЙ И НИЖНЕЙ ГРАНИЦ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Рассматриваемый метод носит название метода верхних и нижних границ. Этот метод предложил Поль [2.12], который полагал, что при заданных модулях упругости исходных материалов, из которых состоит композит, можно, используя энергетический метод, определить верхнюю и нижнюю границы модуля упругости. Действительный модуль упругости заключен между этими границами.

При определении верхней границы модуля упругости следует считать, что энергия деформации, полученная интегрированием по всему объему при перемещении, удовлетворяющем заданным граничным условиям, будет иметь минимальное значение, соответствующее действительному распределению перемещений. Рассмотрим в качестве примера однородное растяжение в направлении оси x . Составляющие деформации в этом случае можно представить как $\varepsilon_x = \varepsilon$, $\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu\varepsilon$, $\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$. Для составляющих напряжений, соответствующего рассматриваемой деформации, в случае матричной фазы, обозначенной индексом m , можно записать

$$\begin{aligned}\sigma_{xm} &= \frac{1 - \nu_m - 2\nu_m\nu}{1 - \nu_m - 2\nu_m^2} E_m \varepsilon, \\ \sigma_{ym} &= \frac{\nu_m - \nu}{1 - \nu_m - 2\nu_m^2} E_m \varepsilon = \sigma_{zm}, \\ \tau_{xym} &= \tau_{yzm} = \tau_{zxm} = 0.\end{aligned}\quad (2.41)$$

Для дисперсной фазы, которой соответствует индекс d , можно установить

$$\begin{aligned}\sigma_{xd} &= \frac{1 - \nu_d - 2\nu_d\nu}{1 - \nu_d - 2\nu_d^2} E_d \varepsilon, \\ \sigma_{yd} &= \frac{\nu_d - \nu}{1 - \nu_d - 2\nu_d^2} E_d \varepsilon = \sigma_{zd}, \\ \tau_{xyd} &= \tau_{yxd} = \tau_{zxd} = 0.\end{aligned}\quad (2.42)$$

Энергию U , соответствующую указанным выше напряжениям и деформациям, можно представить в виде

$$U = \frac{\varepsilon^2}{2} V \left[\frac{1 - \nu_m - 4\nu_m\nu + 2\nu^2}{1 - \nu_m - 2\nu_m^2} E_m V_m + \frac{1 - \nu_d - 4\nu_d\nu + 2\nu^2}{1 - \nu_d - 2\nu_d^2} E_d V_d \right]. \quad (2.43)$$

Обозначим через E действительный модуль упругости всего композита. Выраженная через этот модуль упругости энергия равна $\frac{1}{2} E \varepsilon^2 V$. В таком случае для модуля упругости композита можно записать

$$E \leq \left[\frac{1 - \nu_m - 4\nu_m\nu + 2\nu^2}{1 - \nu_m - 2\nu_m^2} E_m V_m + \frac{1 - \nu_d - 4\nu_d\nu + 2\nu^2}{1 - \nu_d - 2\nu_d^2} E_d V_d \right]. \quad (2.44)$$

Используя приведенную выше зависимость, можно определить верхнюю границу модуля упругости E . Поскольку ν является произвольной величиной, желательно, насколько это возможно, определить наилучшее значение этой величины. Необходимо найти такое значение ν , при котором правая часть рассматриваемой зависимости оказалась бы минимальной. В случае когда ν_m и ν_d меньше 0,5 и $\partial^2 U / \partial \nu^2 > 0$, при условии $\partial U / \partial \nu = 0$ для ν имеем

$$\nu = \frac{\nu_d (1 + \nu_m) (1 - 2\nu_m) E_d V_d + \nu_m (1 + \nu_d) (1 - 2\nu_d) (1 - \nu_d) E_m}{(1 + \nu_m) (1 - 2\nu_m) E_d V_d + (1 + \nu_d) (1 - 2\nu_d) (1 - \nu_d) E_m}. \quad (2.45)$$

Перейдем теперь к определению нижней границы модуля упругости. С этой целью воспользуемся принципом минимума дополнительной энергии. Согласно этому принципу, в каждой точке рассматриваемого тела удовлетворяются условия равновесия. При этом энергия деформации, полученная из распределения напряжений, уравнивающих внешние силы, и соответствующая истинному распределению напряжений, является минимальной. Для составляющих напряжений $\sigma_x^0, \dots, \tau_{xy}^0, \dots$ и энергии деформации U^0 для одноосного напряженного состояния можно положить, что $\sigma_x^0 = \sigma$, а другие составляющие равны нулю. Для этого случая можно записать следующее:

$$\begin{aligned}U^0 &= \frac{1}{2} \int_V \left(\frac{\sigma_x^0}{E} \right)^2 dV = \frac{1}{2} \sigma^2 \int_V \frac{dV}{E} = \\ &= \frac{1}{2} \sigma^2 \left\{ \int_{V_m} \frac{dV}{E_m} + \int_{V_d} \frac{dV}{E_d} \right\} = \frac{1}{2} \sigma^2 \left(\frac{V_m}{E_m} + \frac{V_d}{E_d} \right) V. \quad (2.46)\end{aligned}$$

Используя действительный коэффициент упругости композиционного материала E , запишем энергию в виде $(1/2E) \sigma^2 V$. Тогда справедливо неравенство

$$\frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} V \leq \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{V_m}{E_m} + \frac{V_d}{E_d} \right) V. \quad (2.47)$$

Следовательно,

$$\frac{1}{E} \leq \frac{V_m}{E_m} + \frac{V_d}{E_d}.$$

Отсюда

$$E \geq \frac{E_m V_d}{V_m E_d + V_d E_m}. \quad (2.48)$$

На рис. 2.12 приведены результаты определения модуля упругости первого рода для композита, составленного из кобальта и карбида вольфрама. Эти результаты получены на основании изложенной выше методики, которую можно распространить и на случай композитов, состоящих из n фаз. Для этого случая можно установить, что

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n V_i/E_i} \leq E \leq \sum_{i=1}^n E_i V_i. \quad (2.49)$$

При определении модуля упругости второго рода можно поступить аналогично:

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n V_i/G_i} \leq G \leq \sum_{i=1}^n G_i V_i. \quad (2.50)$$

Коэффициент Пуассона, соответствующий рассматриваемым величинам, определяется зависимостью

$$\nu = E/2G - 1. \quad (2.51)$$

На рис. 2.13 для двух композитов с дисперсными частицами показаны зависимости отношения модулей упругости от объемного содержания частиц. В качестве связующего материала использована эпоксидная смола. Матрица содержит дисперсные частицы, средний диаметр которых составлял

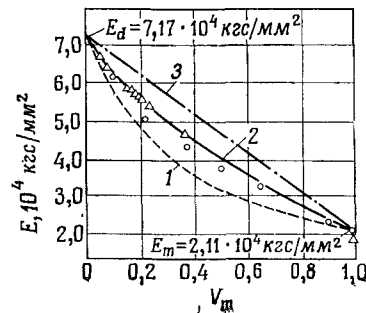


Рис. 2.12. Приближенное определение коэффициента упругости по методу верхней и нижней границ (Δ, O — экспериментальные точки для композита: частицы — карбид вольфрама, матрица — кобальт); 1 — нижняя граница; 2 — приближенное решение (кубические включения); 3 — верхняя граница.

30 мкм. Один из композитов армирован полыми стеклянными частицами (микробаллонами) толщиной стенки 1 мкм. В другом композите использованы сплошные стеклянные частицы (микродробь). На рассматриваемом рисунке по оси ординат отложено отношение модуля упругости композита к модулю упругости матрицы. Пунктирными линиями показаны результаты, полученные по зависимости (2.37).

Отметим, что на рис. 2.12 представлены результаты, полученные по методу Поля, из которых можно видеть, что значения для верхней границы могут существенно отличаться от соответствующих значений для нижней границы. Аналогичный результат имеет место и в рассматриваемом случае. Следовательно, используя предложенный в данном разделе метод, можно получать лишь приближенную оценку для модуля упругости, точное же значение получить трудно. На рис. 2.13 сплошные линии соответствуют расчетам, проведенным по указанной ниже зависимости (2.52) при использовании подхода Уитни — Райли [2.6] применительно к композитам с дисперсными частицами. Результаты экспериментальных исследований довольно хорошо совпадают с результатами расчетов [2.13]:

$$\frac{E_c}{E_m} = \frac{1 - 2\nu_c}{1 + \nu_m} \frac{H_0}{N_m H - A_0}, \quad (2.52)$$

где

$$H_0 = -p/2,$$

$$A = \frac{N_m \left(\frac{a^3}{b^3} - 1 \right) + G \left(\frac{a^3}{2b^3} + N'_p \right)}{\left(\frac{a^3}{b^3} - 1 \right) \left(\frac{1}{b^3} + 2N_m \right) - 2G \left(\frac{a^3}{2b^3} + N'_p \right) \left(\frac{1}{b^3} - 1 \right)} H_0,$$

$$H = H_0 - 2A, \quad N_m = \frac{1 - 2\nu_m}{1 + \nu_m}, \quad N'_p = \frac{1 - 2\nu'_p}{1 + \nu'_p}. \quad (2.53)$$

$$\nu_c = \nu_m \text{ (стеклянные микробаллоны),}$$

$$\nu_c = V_m \nu_m + V'_p \nu'_p \text{ (стеклянная микродробь).}$$

Индексы m и p обозначают соответственно матрицу и дисперсную фазу (частицы). Величина a представляет собой внутренний диаметр полого шара, который соответствует объему армирующего элемента, рассматриваемого как шар единичного радиуса, b — внешний диаметр шара. В случае сплошных частиц $a = 0$, а объемное содержание $V_f = b^3$. Символом p обозначено гидростатическое давление, действующее на армирующий элемент. Аналогичным образом

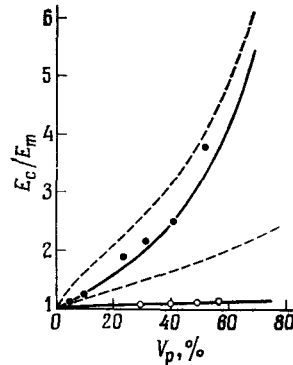


Рис. 2.13. Изменение удельного модуля упругости композита с дисперсными частицами в зависимости от объемного содержания частиц. Экспериментальные значения: ● мелкие сплошные стеклянные частицы, рассеянные в эпоксидной смоле; ○ мелкие полые стеклянные частицы в эпоксидной смоле.

можно поступить и при определении модулей упругости в случае полимерного бетона и полимерного строительного раствора.

2.8. МЕХАНИКА СЛОИСТЫХ ПЛАСТИН

Слоистые композиционные материалы можно разбить на две группы. Первую группу составляют простые пластины, которые состоят из дисперсной и матричной фаз. Во вторую группу входят слоистые составные пластины, представляющие собой сочетания простых пластин. Слоистые пластины используются при изготовлении стоек, балок, панелей и других конструктивных элементов, которые являются основными силовыми элементами и должны обладать малым весом, коррозионной стойкостью и другими многими важными свойствами. Для получения необходимых свойств следует наиболее рационально распределять и сочетать дисперсные фазы. Дальнейшее изложение механики слоистых пластин ведется с учетом этих замечаний.

2.8.1. Характеристики слоистых пластин [2.14—2.16]

Обычно простая пластина обладает анизотропностью. Поэтому, комбинируя различным образом простые пластины, можно получить слоистую пластину с самыми разнообразными свойствами. В рассматриваемом случае слоистые конструкции удобно разделить на два класса. К первому классу следует отнести конструкции, построенные из однородных простых слоистых пластин, а ко второму классу — конструкции, набранные из разнородных пластин. Конструкции первого класса можно создавать за счет изменения на-

правлений армирования однородных простых пластин. Ко второму классу следует отнести конструкции с наполнителем, гибридные композиты и т. д.

1. Пластины из однородных слоев

Слоистые пластины, составленные из однородных слоев, дисперсной фазой которых служат беспорядочно расположенные короткие нити или частицы, можно с некоторым приближением считать однородными и изотропными. Часто используются слоистые пластины, составленные из нескольких однотипных тонких слоев, обладающих ортотропными свойствами.

На рис. 2.14 показана слоистая пластина, составленная из двух одинаковых простых пластин, обозначенных соответственно индексами 1 и 2. Направления армирования простых пластин пересекаются под углом 2θ . Выберем оси координат таким образом, чтобы ось x делила угол 2θ пополам, а ось y располагалась перпендикулярно оси x . Эти оси можно рассматривать как оси симметрии упругости. Положим, что две простые пластины идеально соединены друг с другом. Контактующие поверхности не могут скользить. В таком случае простые пластины являются взаимно связанными и находятся в одном и том же напряженном состоянии. Когда на слоистую пластину в направлении x действует растягивающее напряжение σ_x , в каждом слое появляются напряжения, обусловленные тем, что направления армирования слоев отличаются от направления x . Эти напряжения

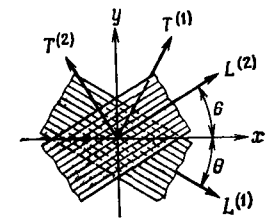
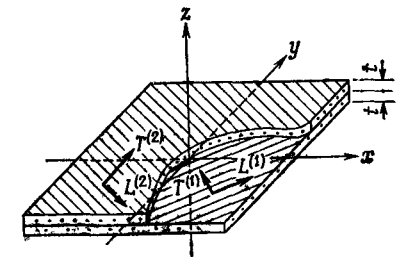


Рис. 2.14. Двухслойная пластина.



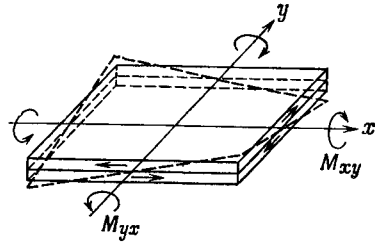


Рис. 2.15. Эффект связи.

можно обозначить соответственно слоям $\tau_{xy}^{(1)}$ и $\tau_{xy}^{(2)}$. Следует иметь в виду, что в целом они уравниваются. Напряжения сдвига, возникшие в слоях, носят название межслойных касательных напряжений. Под их действием в слоистой пластине возникает момент

$$M_{xy} = t^2 \tau_{xy}^{(1)} \quad (2.54)$$

и появляются деформации кручения, показанные на рис. 2.15. Это называется эффектом связи (coupling effect). Он проявляется в значительной степени, когда слоистая пластина набрана кососимметричным образом по толщине относительно центральной плоскости. При симметричном расположении слоев указанный эффект не возникает. Его нельзя наблюдать у однородных ортогонально армированных слоистых пластин.

(1) Эффективный модуль упругости косослойной пластины. Эффективные модули упругости и коэффициенты Пуассона \bar{E}_x , \bar{E}_y , $\bar{\nu}_x$, $\bar{\nu}_y$, \bar{G}_{xy} , соответствующие плоскости рассмотренной выше косослойной пластины (основные направления армирования простых пластин пересекаются под острым углом), можно представить таким образом:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{\bar{E}_x} (\sigma_x - \bar{\nu}_x \sigma_y), \\ \epsilon_y &= \frac{1}{\bar{E}_y} (\sigma_y - \bar{\nu}_y \sigma_x), \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{\bar{G}_{xy}} \tau_{xy}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Обозначим через E_L модуль упругости слоя в направлении армирования, а через E_x , E_y , ν_x , ν_y , G_{xy} — модули упругости и коэффициенты Пуассона слоя, соответствующие направлениям x и y . Воспользуемся допущением о том, что слои идеально связаны друг с другом. В рассматриваемом случае

эффективные модули упругости можно представить таким образом:

$$\begin{aligned} \bar{E}_x &= \frac{E_L}{E_L/E_x - m_1^2 G_{xy}/E_L}, \\ \bar{E}_y &= \frac{E_L}{E_L/E_y - m_2^2 G_{xy}/E_L}, \\ \bar{\nu}_x &= \frac{\bar{E}_x}{E_L} \left\{ \nu_x \frac{E_L}{E_x} + m_1 m_2 \frac{G_{xy}}{E_L} \right\}, \\ \bar{\nu}_y &= \frac{\bar{E}_y}{E_L} \left\{ \nu_y \frac{E_L}{E_y} + m_1 m_2 \frac{G_{xy}}{E_L} \right\}, \\ \bar{G}_{xy} &= \frac{E_L (1 - \nu_x \nu_y)}{\frac{E_L (1 - \nu_x \nu_y)}{G_{xy}} - \frac{m_1 E_x (m_1 + \nu_y m_2)}{E_L} - \frac{m_2 E_y (m_2 + \nu_x m_1)}{E_L}}, \end{aligned} \quad (2.56)$$

m_1 и m_2 — коэффициенты деформации сдвига, которые можно определить по следующим формулам:

$$\begin{aligned} m_1 &= - \left\{ \sin 2\theta \left(\cos^2 \theta - \frac{E_L}{E_T} \sin^2 \theta \right) - \right. \\ &\quad \left. - \cos 2\theta \sin \theta \cos \theta \left(\frac{E_L}{G_{LT}} - 2\nu_{TL} \right) \right\}, \\ m_2 &= - \left\{ \sin 2\theta \left(\sin^2 \theta - \frac{E_L}{E_T} \sin^2 \theta \right) + \right. \\ &\quad \left. + \cos 2\theta \sin \theta \cos \theta \left(\frac{E_L}{G_{LT}} - 2\nu_{TL} \right) \right\}. \end{aligned}$$

На рис. 2.16 приведено сравнение модулей упругости слоя из эпоксидной смолы, армированной в одном направлении

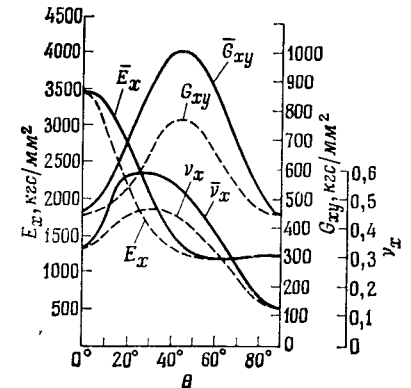


Рис. 2.16. Сопоставление модулей упругости пластины и эффективных модулей упругости и коэффициентов Пуассона.

стекловолокном (объемное содержание стекловолокна составляет примерно 50%), с эффективными модулями упругости, полученными при различных углах направлений армирования слоев. Для одного слоя установили, что $E_L = 3450$ кгс/мм², $E_T = 1223$ кгс/мм², $G_{LT} = 442$ кгс/мм², $\nu_{LT} = 0,12$, $\nu_{TL} = 0,33$ [2.15].

(II) *Напряжения в косослойных пластинах.* В косослойных слоистых пластинах деформации слоев равны. Однако в общем случае следует считать, что напряжения в слоях оказываются различными. Если положить, что для слоистой пластины имеют место средние напряжения $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\tau}_{xy}$, то для некоторого произвольного слоя можно определить напряжения в таком виде:

$$\begin{aligned}\sigma_x^{(k)} &= k_{11}^{(k)} \bar{\sigma}_x + k_{12}^{(k)} \bar{\sigma}_y + k_{13}^{(k)} \bar{\tau}_{xy}, \\ \sigma_y^{(k)} &= k_{21}^{(k)} \bar{\sigma}_x + k_{22}^{(k)} \bar{\sigma}_y + k_{23}^{(k)} \bar{\tau}_{xy}, \\ \tau_{xy}^{(k)} &= k_{31}^{(k)} \bar{\sigma}_x + k_{32}^{(k)} \bar{\sigma}_y + k_{33}^{(k)} \bar{\tau}_{xy},\end{aligned}\quad (2.57)$$

где

$$\begin{aligned}k_{11}^{(k)} &= E_{11}^{(k)} \bar{S}_{11} + E_{12}^{(k)} \bar{S}_{12} + E_{13}^{(k)} \bar{S}_{13}, \\ k_{12}^{(k)} &= E_{11}^{(k)} \bar{S}_{12} + E_{12}^{(k)} \bar{S}_{22} + E_{13}^{(k)} \bar{S}_{23}, \\ k_{13}^{(k)} &= E_{11}^{(k)} \bar{S}_{13} + E_{12}^{(k)} \bar{S}_{23} + E_{13}^{(k)} \bar{S}_{33}, \\ k_{21}^{(k)} &= E_{12}^{(k)} \bar{S}_{11} + E_{22}^{(k)} \bar{S}_{12} + E_{23}^{(k)} \bar{S}_{13}, \\ k_{22}^{(k)} &= E_{12}^{(k)} \bar{S}_{12} + E_{22}^{(k)} \bar{S}_{22} + E_{23}^{(k)} \bar{S}_{23}, \\ k_{23}^{(k)} &= E_{12}^{(k)} \bar{S}_{13} + E_{22}^{(k)} \bar{S}_{23} + E_{23}^{(k)} \bar{S}_{33}, \\ k_{31}^{(k)} &= E_{13}^{(k)} \bar{S}_{11} + E_{23}^{(k)} \bar{S}_{12} + E_{33}^{(k)} \bar{S}_{13}, \\ k_{32}^{(k)} &= E_{13}^{(k)} \bar{S}_{12} + E_{23}^{(k)} \bar{S}_{22} + E_{33}^{(k)} \bar{S}_{23}, \\ k_{33}^{(k)} &= E_{13}^{(k)} \bar{S}_{13} + E_{23}^{(k)} \bar{S}_{23} + E_{33}^{(k)} \bar{S}_{33}.\end{aligned}\quad (2.58)$$

Здесь \bar{S}_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) — эффективные коэффициенты податливости слоистой пластины, E_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) — модули упругости. Поскольку рассматриваемые величины выражают сопротивление деформированию, их можно также называть коэффициентами жесткости.

2. Пластины, состоящие из разнородных слоев

(I) *Слоистые конструкции с наполнителем.* Композиты, предназначенные для изготовления основных силовых элементов, должны обладать высокой прочностью и малым весом, что часто удается осуществить на практике. Однако с

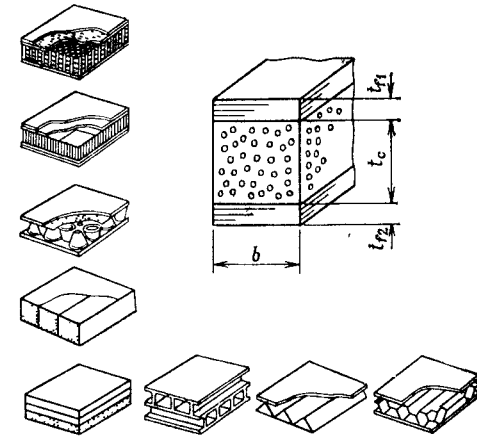


Рис. 2.17. Примеры слоистых конструкций с наполнителем.

точки зрения жесткости такие материалы нередко уступают металлам и сплавам. Например, слоистые пластины, изготовленные из полиэфирной смолы, армированной стекловолокном, обладают модулем упругости $E = 1000—2000$ кгс/мм². Повысить жесткость композитов можно за счет использования волокон, обладающих хорошей жесткостью. Например, для упрочнения можно воспользоваться углеродными волокнами или борволокнами. Однако следует иметь в виду, что в таком случае стоимость композитов значительно возрастает. Наибольший практический интерес представляют изгибная жесткость и жесткость на кручение. Существенными факторами в таком случае являются характеристики поверхностных слоев слоистого композита и расстояние от центральной оси. Можно набирать композит таким образом, что жесткость его будет существенно повышена. С этой целью используются конструкции с наполнителем, показанные на рис. 2.17. В центральной части таких конструкций располагается наполнитель (легкий материал), а поверхности изготовлены из материалов, обладающих высокой жесткостью, например из пластмассы, армированной волокном, которая прочно связана с наполнителем. Такие конструкции носят название слоистых конструкций с наполнителем. В качестве наполнителя могут быть использованы сотовые конструкции, пористые материалы и т. д.

Положим, что поверхностные материалы и наполнитель идеально соединены и составляют одно целое. По сравнению с наполнителем поверхностные материалы являются

довольно тонкими, а модуль упругости наполнителя значительно ниже модуля упругости поверхностного материала. Для балки, изготовленной из такой слоистой конструкции с наполнителем, напряжения изгиба можно представить следующими зависимостями:

$$\begin{aligned}\sigma_{f1} &= \frac{2M}{t_{f1}}(t_{f1} + t_{f2} + 2t_c), \\ \sigma_{f2} &= \frac{2M}{t_{f2}}(t_{f1} + t_{f2} + 2t_c).\end{aligned}\quad (2.59)$$

Индексы $f1$ и $f2$ характеризуют параметры, которыми обладают соответственно материалы верхней и нижней поверхностей. На рис. 2.18 показана зависимость относительного напряжения от относительной толщины слоистой конструкции с наполнителем, полученная для случая, когда облицовочные материалы на верхней и нижней поверхностях имеют одинаковую толщину. В качестве относительного напряжения рассматривают отношение напряжения σ_f , действующего на поверхности, к фиктивному напряжению σ_f^* , под которым понимают напряжение, соответствующее однородному материалу, имеющему аналогичную высоту поперечного сечения. Относительная толщина в рассматриваемом случае представляет собой отношение толщины облицовочного материала к толщине наполнителя.

Приведенные зависимости получены для случая, когда балка, имеющая слоистую конструкцию с наполнителем, рассматривается как балка из композита. Когда изгибающий момент по длине является неодинаковым, конструкция балки приближается к составной конструкции. Отношение напряжения в облицовочном материале при отсутствии адгезии между облицовочным материалом и наполнителем к на-

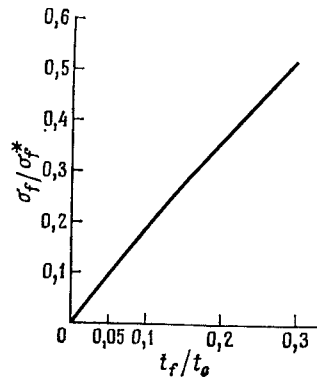


Рис. 2.18. Зависимость отношения поверхностного напряжения к фиктивному напряжению от отношения толщины облицовочного материала к толщине наполнителя.

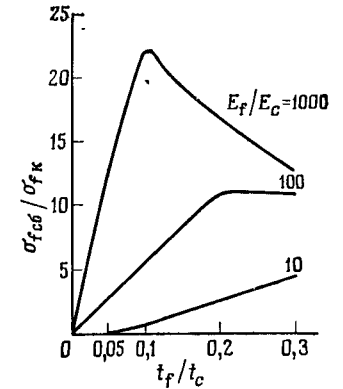


Рис. 2.19. Зависимость отношения напряжения в составной балке σ_{fcb} к напряжению в балке из композита σ_{fk} от относительной толщины.

пряжению, имеющему место при идеальной адгезии, можно представить в таком виде:

$$\frac{\sigma_{fcb}}{\sigma_{fk}} = 6 \frac{1 + t_f/t_c}{t_f/t_c} \frac{(E_f/E_c)(t_f/t_c)^3}{1 + 2(E_f/E_c)(t_f/t_c)^3}, \quad (2.60)$$

где $t_{f1} = t_{f2}$, а E_f и E_c — соответственно модули упругости облицовочного материала и наполнителя. На рис. 2.19 на основании приведенной выше зависимости построены графики изменения отношения напряжений от отношения толщин.

Величина прогиба слоистой конструкции с наполнителем складывается из прогиба при изгибе облицовочного материала и прогиба, обусловленного сдвигом наполнителя.

При действии сосредоточенной нагрузки W в центре балки, расстояние между опорами которой равно l , величина прогиба v_{max} будет равна

$$v_{max} = \frac{Wl^3}{48D} + \frac{Wl}{4U} \quad (2.61)$$

Когда же в указанном случае имеет место равномерно распределенная нагрузка w , рассматриваемый прогиб можно представить как

$$v_{max} = \frac{5wl^4}{384D} + \frac{wl^2}{8U}. \quad (2.62)$$

В приведенных формулах D — изгибная жесткость слоистой балки с наполнителем. Для определения этой жесткости можно воспользоваться зависимостью

$$D = bh^2 \frac{E_{f1}t_{f1}E_{f2}t_{f2}}{E_{f1}t_{f1} + E_{f2}t_{f2}} + E_{f1} \frac{bt_{f1}^3}{12} + E_{f2} \frac{bt_{f2}^3}{12}, \quad (2.63)$$

$$U = G_c t_c, \quad (2.64)$$

где G_c — модуль упругости второго рода наполнителя.

(II) *Гибридные композиционные материалы* [2.17]. Ранее говорилось, что при использовании в качестве армирующего материала только стекловолокна не удалось получить композит, жесткость которого была бы выше жесткости металлов. Для повышения жесткости композитов создаются гибридные композиты, которые содержат добавки углеродного волокна, обладающего высоким модулем упругости. Изготавливаются композиты, в которых перемежаются слои стекловолокна и слои углеродного волокна. Возможны также такие композиты, у которых слои представляют собой смесь стекловолокон с углеродными волокнами. Указанные композиции являются наиболее типичными. Рассмотрим композит, армированный в одном направлении непрерывными волокнами, у которого напряжения в направлении волокон распределены равномерно. Если воспользоваться правилом смесей, напряжение можно представить как

$$\sigma = \sigma_{f1}V_{f1} + \sigma_{f2}V_{f2} + \dots + \sigma_m V_m, \quad (2.65)$$

а модуль упругости как

$$E = E_{f1}V_{f1} + E_{f2}V_{f2} + \dots + E_m V_m. \quad (2.66)$$

В приведенных зависимостях индексы $f1$ и $f2$ соответствуют волокнам, входящим в состав композита. На рис. 2.20 в качестве примера приведена диаграмма «растягивающая нагрузка — удлинение», полученная для композита, связующим материалом которого является эпоксидная смола, а армирующим элементом — смесь стекловолокна и углеродного волокна. Из приведенных данных можно видеть, что наличие углеродного волокна в композите позволяет в значительной степени повысить модуль упругости. Следует обратить внимание на то, что в указанных волокнах разрушение

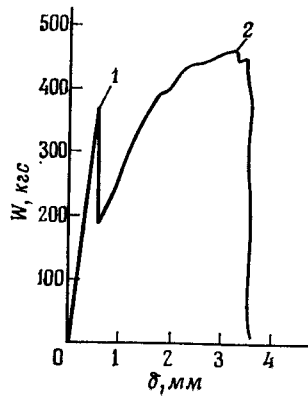


Рис. 2.20. Пример диаграммы нагрузка — удлинение для гибридного композита (матрица — эпоксидная смола, объемное содержание углеволокна 40%, стекловолокна 30%): 1 — первый пик напряжений; 2 — второй пик напряжений.

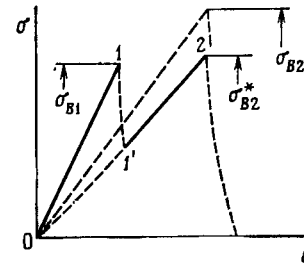


Рис. 2.21. Диаграммы напряжение — деформация гибридных композитов, построенные для различных законов смесей.

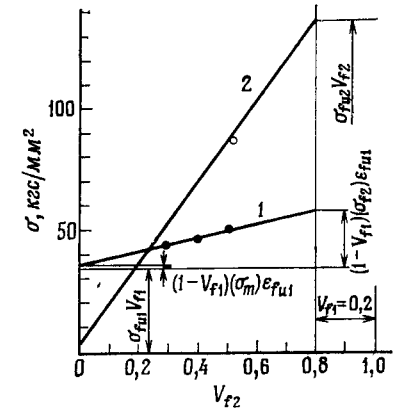


Рис. 2.22. Зависимость пика напряжения от содержания стекловолокна: 1 — первые пик напряжений; 2 — вторые пик напряжений. Экспериментальные значения: ● — первые пик, ○ — вторые пик V_{f1} — объемное содержание углеволокна.

наступает при различных деформациях. Это обстоятельство находит отражение на диаграмме, которая в этом случае имеет сложный характер. С ростом нагрузки обычно сначала разрушается какой-либо армирующий материал. Разрушенное волокно перестает передавать нагрузку, что приводит к резкому падению фиктивного напряжения. На рис. 2.21 схематически показано такое поведение материала. В рассматриваемом случае можно положить, что первоначально разрушается волокно $f1$. Фиктивное напряжение σ_B , имеющее место перед разрушением волокна $f1$, может быть представлено как

$$\sigma_{B1} = \sigma_{f1}V_{f1} + (\sigma_{f2})_{ef1}V_{f2} + (\sigma_m)_{ef1}V_m, \quad (2.67)$$

где σ_{f1} — разрушающее напряжение в волокне $f1$; e_{f1} — разрушающая деформация волокна $f1$; $(\sigma_{f2})_{ef1}$ — напряжение, возникающее в волокне $f2$ при деформации e_{f1} ; $(\sigma_m)_{ef1}$ — напряжение, действующее в матрице при деформации матрицы e_{f1} .

Из приведенной на рис. 2.21 диаграммы напряжение — деформация можно видеть, что в рассматриваемом случае имеет место резкое падение ($1 \rightarrow 1'$):

$$\sigma = (\sigma_{f2})_{ef1}V_{f2} + (\sigma_m)_{ef1}V_m. \quad (2.68)$$

После этого падения происходит возрастание ($1' \rightarrow 2$) Фиктивное напряжение σ_{B2}^* , соответствующее разрушению второго армирующего материала, можно представить зависимостью

$$\sigma_{B2}^* = \sigma_{fu2} V_{f2} + (\sigma_m)_{efu2} V_m. \quad (2.69)$$

На рис. 2.22 построены графики, из которых видно, каким образом в зависимости от содержания волокна изменяются первое и второе пиковые значения на диаграмме напряжение — деформация.

Использование в качестве армирующих элементов в композитах смеси разнородных волокон, обладающих высокими модулями упругости, оказывается очень эффективным [2.18]. В последнее время в этом направлении проведено большое число исследований.

Глава 3. РАСЧЕТ КОМПОЗИТОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

3.1. МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В методе конечных элементов сплошное тело, имеющее бесконечное число степеней свободы, разбивают на элементы ограниченной протяженности и, используя характеристики отдельных элементов, описывают поведение системы в целом.

Метод конечных элементов получил значительное развитие с 1950-х годов, когда появились большие ЭВМ. В настоящее время этот метод находит широкое применение при решении различных технических задач, к которым можно отнести задачи сопротивления материалов, гидромеханики, теплотехники, электротехники и др. При рассмотрении конечных элементов используются различные методы: метод перемещений, метод напряжений, комбинированный метод и т. д. При исследовании механизма поведения композитов методом конечных элементов обычно ограничиваются анализом двумерной задачи. Ниже будет рассмотрена двумерная задача методом перемещений. Для более детального ознакомления с методом конечных элементов следует обращаться к специальной литературе [3.1, 3.2].

3.1.1. Принцип виртуальных работ [3.3]

Для установления характеристик элементов используют энергетические принципы. Выбор соответствующего энергетического принципа зависит от используемого метода. Здесь изложен принцип виртуальных работ, который находит довольно широкое применение и лежит в основе метода перемещений.

Для двумерной упругой задачи принцип виртуальных работ можно представить таким образом:

$$\begin{aligned} & \iint_D (\sigma_x \delta \epsilon_x + \sigma_y \delta \epsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy}) t \, dx \, dy - \\ & - \iint_D (\bar{X} \delta u + \bar{Y} \delta v) t \, dx \, dy - \int_C (\bar{X}_v \delta u + \bar{Y}_v \delta v) t \, ds = 0, \quad (3.1) \end{aligned}$$

где t — толщина пластины; s — длина дуги на границе C , δu и δv — произвольные виртуальные перемещения, для которых можно полагать, что на границе $\delta u = 0$ и $\delta v = 0$. Используя δu и δv , можно установить виртуальные деформации $\delta \epsilon_x$, $\delta \epsilon_y$, $\delta \gamma_{xy}$:

$$\begin{aligned}\delta \epsilon_x &= \delta \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial (\delta u)}{\partial x}, \\ \delta \epsilon_y &= \delta \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{\partial (\delta v)}{\partial y}, \\ \delta \gamma_{xy} &= \delta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial (\delta v)}{\partial x} + \frac{\partial (\delta u)}{\partial y}.\end{aligned}\quad (3.2)$$

Уравнение (3.1) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}- \iint_D \left[\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \bar{X} \right) \delta u + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \bar{Y} \right) \delta v \right] dx dy + \\ + \int_C [(X_v - \bar{X}_v) \delta u + (Y_v - \bar{Y}_v) \delta v] t ds = 0.\end{aligned}\quad (3.3)$$

Так как уравнение (3.3) справедливо при произвольных виртуальных перемещениях δu и δv , то можно получить уравнение равновесия и уравнение, характеризующее механические граничные условия. Следовательно, уравнение (3.3), в котором находит отражение принцип виртуальных работ, можно использовать для упругих материалов.

3.1.2. Матрица жесткостей элементов

При решении двумерных плоских задач методом конечных элементов прежде всего необходимо рассматриваемую область (рис. 3.1) разбить на конечные элементы. Вершины элементов носят названия узлов. Выберем на рис. 3.1 для рассмотрения какой-либо элемент (рис. 3.2). На этот элемент действуют внешние силы \bar{X}_v и \bar{Y}_v , под действием которых происходит деформация элемента, рассматриваемого как упругое тело. В данном случае можно соответствующим образом установить узлы конечных элементов и определить усилия, действующие в узлах, полагая, что внешние силы, действующие на элементы, передаются лишь через узлы. Форма элементов, на которые разбивают тело, может быть самой разнообразной. Часто используют элементы треугольной формы, три вершины которых выбираются в качестве узлов (рис. 3.3).

В общем случае изменение формы внутри элементов, на которые разбито непрерывное тело, носит сложный характер. Это обстоятельство вынуждает ввести допущение о том,

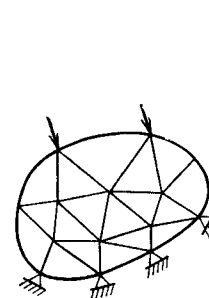


Рис. 3.1. Аппроксимация конечными элементами.

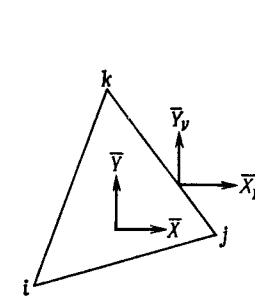


Рис. 3.2. Конечный элемент.

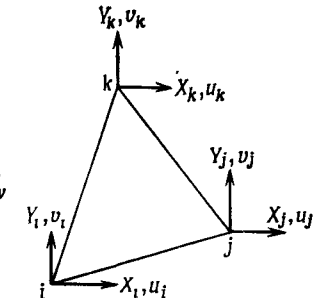


Рис. 3.3. Треугольный элемент.

что перемещения внутри элементов являются простыми. В таком случае на основании использования перемещений узлов элемента $\{\delta\}$ можно определить перемещения u и v в произвольной точке (x, y) рассматриваемого элемента:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N] \{\delta\}.\quad (3.4)$$

Величины u и v , характеризующие перемещения, полученные с учетом введенного допущения, носят название функций перемещения, а матрица $[N]$ называется матрицей формы.

3.1.3. Функция перемещений и матрица деформаций — перемещений

Для треугольного элемента, представленного на рис. 3.3, воспользуемся следующим допущением для функции перемещения:

$$\begin{aligned}u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y, \\ v &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y.\end{aligned}\quad (3.5)$$

Согласно этому допущению, прямая линия, соединяющая две произвольные точки в элементе, остается прямой линией после того, как элемент изменит свою форму. На рис. 3.4 показана некоторая совокупность элементов, границы которых представляют собой прямые линии, проходящие через вершины элементов. После деформации не происходит наложения соседних элементов друг на друга и повсюду перемещения носят непрерывный характер. Используя выражения (3.5) для перемещений u , значения перемещений

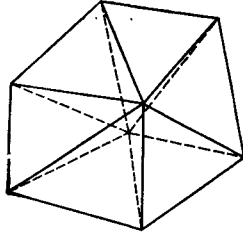


Рис. 3.4. Непрерывность перемещений.

u_i, u_j, u_k в вершинах треугольного элемента можно записать в виде

$$\begin{aligned} u_i &= \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i, \\ u_j &= \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j, \\ u_k &= \alpha_1 + \alpha_2 x_k + \alpha_3 y_k. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Если решить приведенные уравнения относительно неизвестных $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и полученный результат подставить в первое уравнение системы (3.5), то получим

$$u = \frac{1}{2\Delta} \{ (a_i + b_i x + c_i y) u_i + (a_j + b_j x + c_j y) u_j + (a_k + b_k x + c_k y) u_k \}. \quad (3.7)$$

Здесь через Δ обозначена площадь треугольного элемента; a, b и c находят из выражений

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & a_k &= x_i y_j - x_j y_i, \\ b_i &= y_j - y_k, & b_j &= y_k - y_i, & b_k &= y_i - y_j, \\ c_i &= x_k - x_j, & c_j &= x_i - x_k, & c_k &= x_j - x_i. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Аналогичным образом, используя перемещения узлов v_i, v_j, v_k для перемещения v , получим выражение

$$v = \frac{1}{2\Delta} \{ (a_i + b_i x + c_i y) v_i + (a_j + b_j x + c_j y) v_j + (a_k + b_k x + c_k y) v_k \}. \quad (3.9)$$

Совместная запись (3.8) и (3.9) дает матричное выражение

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{Bmatrix} = [N] \{\delta\}, \quad (3.10)$$

в котором

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta}, \\ N_j &= \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\Delta}, \\ N_k &= \frac{a_k + b_k x + c_k y}{2\Delta}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Уравнение (3.10) представляет собой функцию формы элемента, полученную на основе допущения о линейности перемещений.

Если теперь воспользоваться выражением для деформации и подставить в это выражение уравнение (3.10), то найдем следующую зависимость между перемещениями узлов и деформациями элемента:

$$\begin{aligned} \{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_k}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_k}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_k}{\partial y} & \frac{\partial N_k}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{Bmatrix} = [B] \{\delta\}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Здесь $[B]$ представляет собой матрицу деформаций — перемещений, устанавливающую связь между перемещениями узлов и деформациями элемента.

3.1.4. Матрица напряжений — деформаций

Рассматриваемая матрица записывается в таком виде:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [D^e] \{\varepsilon\}. \quad (3.13)$$

Матрица $[D^e]$ есть матричное выражение уравнения состояния, устанавливающего связь между напряжениями и деформациями. Поскольку матрица $[D^e]$ устанавливает зависимость между напряжениями и деформациями для упругого случая, то она, строго говоря, должна носить название матрицы упругих напряжений — деформаций.

3.1.5. Матрица жесткостей

Рассмотрим внешние силы, действующие на элемент. К таким силам прежде всего следует отнести объемную силу элемента, которую можно представить в виде

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \end{Bmatrix}. \quad (3.14)$$

Кроме того, на элемент действуют эквивалентные узловые силы, приложенные в вершинах элемента, которые соответствуют поверхностным силам на границах элемента. Для узловых сил можно записать следующее:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ X_j \\ Y_j \\ X_k \\ Y_k \end{Bmatrix}. \quad (3.15)$$

Используя принцип виртуальных работ, который должен удовлетворяться для рассматриваемого элемента, из уравнения (3.1) для произвольного виртуального перемещения $\{\delta\}$ получим

$$\{\delta\}^T \{F\} = \iint_D (\{\varepsilon\}^T \{\sigma\} - \{f\}^T \{p\}) t \, dx \, dy, \quad (3.16)$$

где

$$\{\varepsilon\} = [B] \{\delta\}, \quad (3.17)$$

$$\{f\} = [N] \{\delta\}. \quad (3.18)$$

Подставляя (3.17), (3.18) в уравнение (3.16), получим

$$\{\delta\}^T \{F\} = \{\delta\}^T \left(\iint_D [B]^T \{\sigma\} t \, dx \, dy - \iint_D [N]^T \{p\} t \, dx \, dy \right). \quad (3.19)$$

Поскольку уравнение (3.19) справедливо для любого виртуального перемещения $\{\delta\}$, запишем

$$\{F\} = \iint_D [B]^T \{\sigma\} t \, dx \, dy - \iint_D [N]^T \{p\} t \, dx \, dy. \quad (3.20)$$

Из уравнений (3.12) и (3.13) имеем

$$\{\sigma\} = [D^e] (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) = [D^e] [B] \{\delta\} - [D^e] \{\varepsilon_0\}. \quad (3.21)$$

Подставим (3.21) в уравнение (3.20), тогда

$$\{F\} = \left(\iint_D [B]^T [D^e] [B] t \, dx \, dy \right) \{\delta\} - \iint_D [B]^T [D^e] \{\varepsilon_0\} t \, dx \, dy - \iint_D [N]^T \{p\} t \, dx \, dy. \quad (3.22)$$

Полученное уравнение можно записать в следующей форме:

$$\{F\} = [K] \{\delta\} + \{F_{\varepsilon_0}\} + \{F_p\}, \quad (3.23)$$

где

$$\begin{aligned} [K] &= \iint_D [B]^T [D^e] [B] t \, dx \, dy, \\ \{F_{\varepsilon_0}\} &= - \iint_D [B]^T [D^e] \{\varepsilon_0\} t \, dx \, dy, \\ \{F_p\} &= - \iint_D [N]^T \{p\} t \, dx \, dy; \end{aligned} \quad (3.24)$$

$[K]$ представляет собой матрицу жесткостей элементов. Если воспользоваться уравнениями (3.5) для функции перемещений и проинтегрировать выражения (3.24), то можно получить

$$[K] = t \Delta [B]^T [D^e] [B]. \quad (3.25)$$

Здесь Δ обозначает площадь треугольного элемента. Если положить, что узлы i, j, k расположены против часовой стрелки, то площадь треугольного элемента равна

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}. \quad (3.26)$$

Величины $\{F_{e0}\}$ и $\{F_p\}$ представляют собой силу в узле, соответствующую начальным деформациям, и эквивалентную узловую силу, обусловленную объемными силами. Уравнение (3.23) является уравнением жесткостей, составленным для треугольных конечных элементов сплошного тела.

3.2. ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Композиты, в частности слоистые пластмассовые пластины, армированные стекловолокном, обладают следующими свойствами:

- 1) являются ортотропными;
- 2) имеют очень узкие диапазоны нагружения, в которых постоянные материала не зависят от напряжений (или деформаций), т. е. материал является нелинейным.

Поэтому при рассмотрении слоистых пластин, армированных стекловолокном, необходимо принимать во внимание указанные выше обстоятельства.

При расчете композитов можно пользоваться как микро-, так и макроподходами. При микроподходе композит разделяют на матрицу и армирующий материал и, исходя из особенностей соединения матрицы и армирующего материала, рассматривают механику поведения композита. В случае макроподхода наполнитель и связующий материал рассматривают как одно целое.

3.2.1. Микроподход

В рассматриваемом случае задача состоит в том, как правильно охарактеризовать разнородные материалы, совокупность которых образует композит. Это означает, что для каждого компонента необходимо иметь исходные данные, которые характеризуют постоянные материалов. Получение таких данных представляет собой довольно трудоемкую задачу, и это является существенным препятствием при проведении расчетных работ. При рассмотрении конечных элементов используются различные методы. При применении метода конечных элементов для композитов с учетом указанного выше обстоятельства эффективным оказывается блочный метод.

В блочном методе при разбиении выделяются целые области, которые затем разбиваются на элементы. Для каждой такой области полагают, что постоянные материала являются неизменными. Следовательно, если имеются разнородные

материалы, то в таком случае разбиение на области желательно проводить по материалам. Остановимся на этом более подробно.

1. Анализ напряжений в композите, армированном волокнами

Для армирования используют как непрерывные волокна, так и волокна, которые имеют ограниченную длину. В случае волокон ограниченной длины (коротких волокон) возникают проблемы, связанные с концентрацией напряжений на концах волокна, что оказывает большое влияние на прочность связи на поверхности, разделяющей волокно и матрицу. Задачам такого рода уже посвящено несколько исследований [3.4, 3.5].

В рассматриваемом случае воспользуемся моделью, приведенной на рис. 3.5. На этом рисунке показана четвертая часть области модели с одиночным волокном. На рис. 3.6 дано разбиение на треугольные элементы, используемое для определения напряжений. Рассматриваемый композит состоит из двух разнородных материалов: матрицы и армирующего материала. Поэтому необходимо выделить по меньшей мере два блока. Одним из блоков является армирующий материал. Для этого блока полагают, что все постоянные материала являются неизменными. Это позволяет в существенной

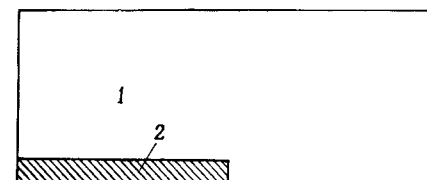


Рис. 3.5. Модель пластмассы, армированной волокном: 1 — матрица (смола) 2 — армирующий элемент (волокно).

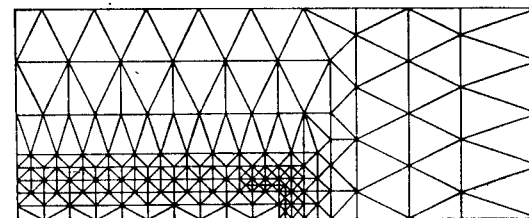


Рис. 3.6. Разбиение на треугольные элементы.

степени упростить исходные данные для расчета. Для проведения расчетных работ необходимо воспользоваться уравнением состояния, которое имеет следующий вид:

$$\{d\sigma\} = [D] \{de\}, \quad (3.27)$$

$[D]$ — матрица напряжений — деформаций. Для элементов упрочняющего материала указанная матрица обозначается через $[D_f]$, а для упрочняемого материала — через $[D_m]$. Матрицы $[D_f]$ и $[D_m]$ определяются механическими свойствами соответствующих материалов. В расчетах считают, что композит под действием нагрузки равномерно деформируется в направлении упрочняющих волокон. Воспользуемся здесь допущением о том, что сцепление волокна с матрицей является идеальным.

Можно также допустить, что рассматриваемый материал обладает следующими механическими свойствами:

$$\begin{aligned} E_f &= 7040 \text{ кгс/мм}^2, & E_m &= 320 \text{ кгс/мм}^2, \\ G_f &= 2885 \text{ кгс/мм}^2, & G_m &= 119 \text{ кгс/мм}^2, \\ \nu_f &= 0,22, & \nu_m &= 0,35. \end{aligned}$$

Индекс f соответствует упрочняющему материалу, а m — матрице.

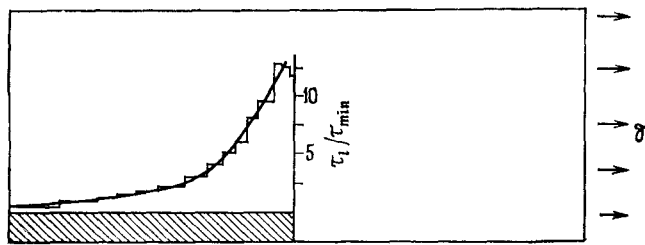


Рис. 3.7. Распределение касательных напряжений, действующих на поверхности волокна.

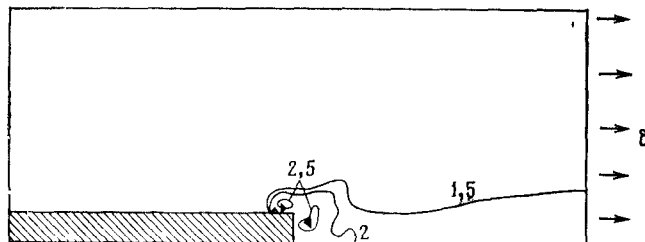


Рис. 3.8. Распределение эквивалентных напряжений на конце волокна.

На рис. 3.7 и 3.8 представлены результаты расчета. На рис. 3.7 показано распределение касательных напряжений на поверхности волокна. В анализе разрушения и текучести при растяжении упрочняющего волокна важными факторами являются условия разрушения и текучести. Если в рассматриваемом случае воспользоваться эквивалентным напряжением $\bar{\sigma}$, то можно установить распределение напряжений, показанное на рис. 3.8. При построении распределения напряжений использовалась безразмерная величина $\bar{\sigma}/\sigma_m$, в которой σ_m — среднее напряжение. Следует обратить внимание на заштрихованные области. Эти области соответствуют элементам, в которых имеет место текучесть.

2. Расчет напряжений в композите, армированном частицами

Изучению упрочнения частицами посвящены исследования Дерунца и Хоффмана [3.6], а также исследования Онооки и др. [3.7]. Представляет интерес работа [3.8], в которой расчетным путем получено распределение напряжений при помощи использования функции напряжений для осесимметричного случая в полярных координатах, как ранее предлагали Гудьер и др. Следует отметить, что по сравнению с исследованиями, посвященными упрочнению волокнами, исследования упрочнения частицами не являются столь многочисленными, несмотря на то что в настоящее время на практике находят широкое применение материалы, армированные частицами. К таким материалам следует отнести спеченные алюминиевые

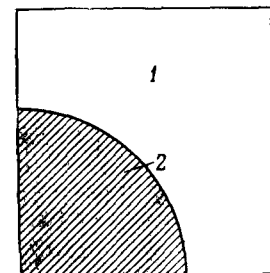


Рис. 3.9. Модель пластмассы, армированной стеклянными шариками: 1 — матрица (смола); 2 — армирующий элемент (стеклянный шарик).

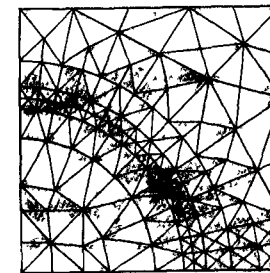


Рис. 3.10. Разбиение на треугольные элементы.



Рис. 3.11. Распределение эквивалентных напряжений.

порошки¹⁾, TD-никель²⁾ (Ni—ThO₂) и др. Одним из примеров применения микроскопического подхода является расчет распределения напряжений в пограничной области матрицы у стеклянного шарика, который является армирующим элементом (рис. 3.9). При расчетах использовались такие же постоянные материала, как и в п. 1 разд. 3.2.1. При этом расчет проводился аналогичным образом методом конечных элементов в предположении, что задача двумерная. Разбиение на треугольные элементы показано на рис. 3.10, результаты расчета эквивалентных напряжений — на рис. 3.11. Числа на рисунке соответствуют $\bar{\sigma}/\sigma_m$.

3.2.2. Макроподход

Следует отметить, что в случае макроподхода также важно учитывать разнородность материалов. Однако особое значение в этом случае приобретает уравнение состояния для всей композиции в целом. В частности, для слоистого материала необходимо принимать во внимание, что диаграмма напряжение — деформация зависит от направления. Здесь остановимся на рассмотрении зависимости напряжения — деформация для ортотропного материала, полагая, что имеет место плоское напряженное состояние.

По теореме взаимности имеем

$$\nu_{ij}/E_i = \nu_{ji}/E_j. \quad (3.28)$$

В рассматриваемом случае можно полагать, что имеет место принцип суперпозиции, согласно которому полная деформация равна сумме деформаций, возникающих при нагружении по каждой из осей x , y , z . Зависимость деформация — напря-

¹⁾ Легкий жаростойкий материал, используемый при сравнительно низких температурах; разработан в 1946 г. фирмой «Алюсионс»; состоит из Al и Al₂O₃.

²⁾ Жаростойкий материал, применяемый при достаточно высоких температурах; в качестве армирующего элемента используется окись тория, в качестве матрицы — никель.

жение может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{yz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{zx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (3.29)$$

Если воспользоваться уравнением (2.1), то для зависимости напряжение — деформация можно установить

$$\begin{aligned} E_{11} &= \frac{1}{E_y A} \left(\frac{1}{E_z} - \frac{\nu_{yz}^2}{E_y} \right), \\ E_{22} &= \frac{1}{E_z A} \left(\frac{1}{E_x} - \frac{\nu_{zx}^2}{E_z} \right), \\ E_{33} &= \frac{1}{E_x A} \left(\frac{1}{E_y} - \frac{\nu_{xy}^2}{E_x} \right), \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$E_{12} = \frac{1}{E_z A} \left(\frac{\nu_{zx} \nu_{yz}}{E_y} + \frac{\nu_{xy}}{E_x} \right),$$

$$E_{13} = \frac{1}{E_y A} \left(\frac{\nu_{xy} \nu_{yz}}{E_x} + \frac{\nu_{zx}}{E_z} \right),$$

$$E_{23} = \frac{1}{E_x A} \left(\frac{\nu_{xy} \nu_{zx}}{E_z} + \frac{\nu_{yz}}{E_y} \right),$$

$$E_{44} = G_{yz}, \quad E_{55} = G_{zx}, \quad E_{66} = G_{xy},$$

$$A = \frac{1}{E_x E_y E_z} \left(1 - 2\nu_{xy} \nu_{yz} \nu_{zx} - \frac{E_x}{E_z} \nu_{zx}^2 - \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy}^2 - \frac{E_z}{E_y} \nu_{yz}^2 \right).$$

Приведенные зависимости представляют собой уравнение состояния для ортотропного тела в трехмерном случае. Следовательно, для двумерного случая зависимость напряжение — деформация может быть представлена в виде

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & E_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (3.31)$$

К двумерным состояниям можно отнести плоское напряженное состояние и плоское деформированное состояние.

Зависимости напряжение — деформация для указанных состояний получаются различными.

Для плоского напряженного состояния, исходя из условия $\sigma_z = 0$, имеем

$$\begin{aligned} E_{11} &= \frac{E_x^2}{E_x - E_y \nu_{xy}}, & E_{12} &= \frac{E_x E_y \nu_{xy}}{E_x - E_y \nu_{xy}}, \\ E_{22} &= \frac{E_x E_y}{E_x - E_y \nu_{xy}^2}, & E_{66} &= G_{xy}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

В направлении z деформация ε_z равна

$$\varepsilon_z = - \left(\frac{\nu_{zx}}{E_z} \sigma_x + \frac{\nu_{yz}}{E_y} \sigma_y \right). \quad (3.33)$$

Для плоского деформированного состояния, исходя из условия $\varepsilon_z = 0$, имеем

$$\begin{aligned} E_{11} &= \frac{1}{E_y A} \left(\frac{1}{E_z} - \frac{\nu_{yz}^2}{E_y} \right), & E_{12} &= \frac{1}{E_z A} \left(\frac{\nu_{zx} \nu_{yz}}{E_y} + \frac{\nu_{xy}}{E_x} \right), \\ E_{22} &= \frac{1}{E_z A} \left(\frac{1}{E_x} - \frac{\nu_{zx}^2}{E_z} \right), & E_{66} &= G_{xy}, \\ A &= \frac{1}{E_x E_y E_z} \left(1 - 2 \nu_{xy} \nu_{yz} \nu_{zx} - \frac{E_x}{E_z} \nu_{zx}^2 - \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy}^2 - \frac{E_z}{E_y} \nu_{yz}^2 \right). \end{aligned} \quad (3.34)$$

В направлении z напряжение σ_z равно

$$\sigma_z = E_z \left(\frac{\nu_{zx}}{E_z} \sigma_x + \frac{\nu_{yz}}{E_y} \sigma_y \right). \quad (3.35)$$

На основании изложенного можно получить двумерное уравнение состояния для ортотропного тела, для которого справедлива ортотропная теория упругости.

1. Уравнение состояния слоистого материала

Большая часть широко используемых на практике композитов представляет собой слоистые материалы. Поэтому расчет слоистых материалов представляет собой первостепенную задачу. При выводе уравнения состояния следует обратить внимание на то, что в направлении слоев и в направлении, перпендикулярном слоям, свойства рассматриваемого материала являются различными. Принимая это во внимание, рассмотрим два слоистых материала: материал, армированный тканью, и материал, армированный слоями хаотически расположенных волокон.

(I) *Слоистый материал с хаотическим расположением волокон.* В рассматриваемом материале можно выделить две

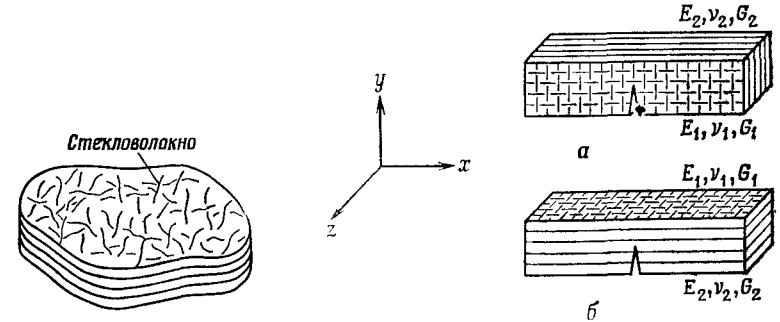


Рис. 3.12. Слоистый материал.

Рис. 3.13. Константы слоистого материала в различных направлениях: а — краевое направление; б — плоскостное направление.

поверхности. Одна из них представляет собой плоскость, в которой армирующие волокна имеют случайное расположение; вторая — перпендикулярна слоям. Если исходить из макропозиций, можно полагать, что в плоскости хаотического расположения волокон имеет место изотропия. Однако в направлении наплавления существенно проявляется анизотропия.

При проведении теоретического исследования будем полагать, что образец рассматриваемого материала представляет собой пластину, которая имеет достаточную толщину. При этом будем считать, что имеет место плоское деформированное состояние. Поскольку рассматриваемый материал обладает направленностью, выделим две плоскости. Одна из них характеризуется случайным расположением волокон. На рис. 3.13, а этой плоскости соответствует плоскость xy . Другая плоскость соответствует направлению наплавления, т. е. плоскость xz на рис. 3.13, б. Для удобства случай (а) назовем краевым (или торцевым) направлением, а случай (б) — плоскостным направлением.

Обозначим характеристики материала в плоскости, где волокна имеют случайный характер расположения, через F_1 , ν_1 , G_1 , а характеристики материала в направлении наплавления — через E_2 , ν_2 , G_2 .

(а) Уравнение состояния в краевом направлении.

Для рассматриваемого направления можно записать

$$\begin{aligned} E_x &= E_y = E_1, & \nu_{xy} &= \nu_1, \\ E_z &= E_2, & \nu_{zx} &= \nu_2, \\ \nu_{yz} &= \nu_{xz} = \frac{E_x}{E_z} \nu_{zx} = \frac{E_1}{E_2} \nu_2, \\ G_{xy} &= \frac{E_x}{2(1 + \nu_{xy})} = \frac{E_1}{2(1 + \nu_1)}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Подставим в уравнения (3.31) и (3.34) приведенные выше зависимости:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_2}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1 - 2\nu_2^2)} \times \\ \times \begin{bmatrix} n(1 - \nu_2^2) & n(\nu_1 + \nu_2^2) & 0 \\ n(\nu_1 + \nu_2^2) & n(1 - \nu_2^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n(1 - \nu_1 - 2\nu_2^2)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (3.37)$$

где $n = E_1/E_2$.

(б) Уравнение состояния в плоскостном направлении
Для плоскостного направления

$$\begin{aligned} E_x = E_z = E_1, \quad \nu_{zx} = \nu_1, \\ E_y = E_2, \quad \nu_{yz} = \nu_2, \\ \nu_{xy} = \nu_{zy} = \frac{E_z}{E_y} \nu_{yz} = \frac{E_1}{E_2} \nu_2, \quad G_{xy} = G_z. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Если подставить приведенные зависимости в уравнения (3.31) и (3.34) и провести соответствующие преобразования, то получим

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_2}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1 - 2\nu_2^2)} \times \\ \times \begin{bmatrix} n(1 - \nu_2^2) & n\nu_2(1 + \nu_1) & 0 \\ n\nu_2(1 + \nu_1) & 1 - \nu_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & m(1 + \nu_1)(1 - \nu_1 - 2\nu_2^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (3.39)$$

где $n = E_1/E_2$, $m = G_2/E_2$.

(II) *Слоистый материал, армированный тканью.* Так же как и для рассмотренного выше материала, для слоистого материала, армированного тканью, можно выделить краевое и плоскостное направления. В отличие от материала, армированного короткими случайно расположенными волокнами, слоистый материал, армированный тканью, в плоскости, соответствующей краевому направлению, не является изотроп-

ным. Если в соответствии с рис. 3.13 заданы постоянные рассматриваемого материала, то так же, как и в предыдущем случае, получим зависимости напряжение — деформация.

(а) Уравнение состояния в краевом направлении

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_2}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1 - 2\nu_2^2)} \times \\ \times \begin{bmatrix} n(1 - \nu_2^2) & n(\nu_1 + \nu_2^2) & 0 \\ n(\nu_1 + \nu_2^2) & n(1 - \nu_2^2) & 0 \\ 0 & 0 & m_1(1 + \nu_1)(1 - \nu_1 - 2\nu_2^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (3.40)$$

где $n = E_1/E_2$, $m_1 = G_1/E_2$.

(б) Уравнение состояния в плоскостном направлении

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_2}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1 - 2\nu_2^2)} \times \\ \times \begin{bmatrix} n(1 - \nu_2^2) & n\nu_2(1 + \nu_1) & 0 \\ n\nu_2(1 + \nu_1) & 1 - \nu_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_2(1 + \nu_1)(1 - \nu_1 - 2\nu_2^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (3.41)$$

где $n = E_1/E_2$, $m_2 = G_2/E_2$.

2. Нелинейность композитов

У большинства композитов, как можно видеть из рис. 3.14, зависимости напряжение — деформация не являются линейными. На вид зависимости могут оказывать влияние напряжения (или деформации). Если принимать во внимание нагрузку, то композит можно рассматривать как нелинейное

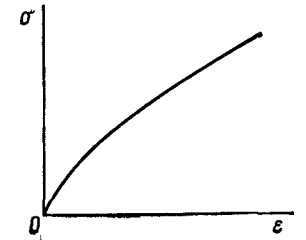


Рис. 3.14. Зависимость напряжения от деформации для композита.

упругое тело. Существуют различные способы, позволяющие установить характеристики такого тела с помощью метода конечных элементов. Например, существуют методы, которые позволяют определить упругопластические характеристики материала, текучесть в элементах, а также пластическое состояние элементов, которое может наступить после текучести. Другие методы дают возможность на основе уравнения состояния найти нелинейность материала и проанализировать зависимости напряжение — деформация. Исследованием первых методов занимались Ямада [3.9], а также Хираи и др. [3.10]. Больше половины проведенных до настоящего времени исследований посвящено этим методам.

Остановимся здесь на изучении метода, позволяющего при помощи уравнения состояния определить нелинейность зависимости напряжения — деформация.

Постоянные материала, входящие в уравнения (3.37) и (3.38), являются неизменными. Если заменить эти постоянные эквивалентными постоянными материала, учитывающими их зависимость от напряжений, то указанные уравнения будут учитывать нелинейность материала. Модули упругости и коэффициент Пуассона заменим эквивалентными модулями упругости E_i^* , G_{ij}^* и эквивалентным коэффициентом Пуассона ν_{ij}^* . Зависимость этих параметров от напряжения можно представить таким образом:

$$\begin{aligned} E_i^* &= E_i + \alpha_i e^{-n_i \bar{\sigma}}, \\ \frac{1}{G_{ij}^*} &= \frac{4}{E_{45}^*} - \frac{1}{E_i^*} - \frac{1}{E_j^*} + \frac{2\nu_{ij}^*}{E_i^*}, \\ \nu_{ij}^* &= \kappa_{ij} + \varphi_{ij} e^{-m_{ij} \bar{\sigma}}, \end{aligned} \quad (3.42)$$

где i, j — направления прямоугольных координатных осей, $\bar{\sigma}$ — эквивалентное напряжение, E_i , α_i , n_i , κ_{ij} , φ_{ij} , m_{ij} — постоянные, зависящие от материала, которые могут быть получены в опытах на одноосное растяжение [3.11]; E_{45}^* — эквивалентный модуль упругости в направлении, расположенном под углом 45° к осям i и j .

Обозначим через $[D]$ матрицу напряжений — деформаций тела, обладающего линейной упругостью. Если воспользоваться эквивалентными постоянными материала и провести соответствующие замены, то получим матрицу напряжений — деформаций $[D^*]$. Зависимости напряжение — деформация для тела, обладающего линейной упругостью, и для тела, обладающего нелинейной упругостью, записываются соответственно в следующем виде:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\}, \quad (3.43)$$

$$\{\sigma\} = [D^*] \{\epsilon\}. \quad (3.44)$$

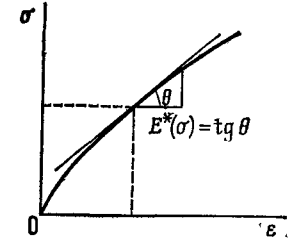


Рис. 3.15. Определение константы материала.

Для линейно-упругого тела матрица $[D]$ является постоянной, и имеет место следующая зависимость между приращениями напряжений и деформаций:

$$\{d\sigma\} = [D] \{d\epsilon\}. \quad (3.45)$$

Если принять во внимание, что для $[D^*]$ существует зависимость от напряжений, то при дифференцировании обеих частей уравнения (3.44) получим

$$\{d\sigma\} = [D^*] \{d\epsilon\} + [dD^*] \{\epsilon\}. \quad (3.46)$$

В рассматриваемом случае нелегко установить зависимость, связывающую приращения напряжений с приращениями деформаций. Задавая зависимость приращения напряжений — приращение деформаций, как показано на рис. 3.15, можно определить эквивалентные постоянные материала. В этом случае запишем

$$\{d\sigma\} = [D^*] \{d\epsilon\}. \quad (3.47)$$

Таким образом, если в зависимости (3.47) представить постоянные материала через зависимость приращение напряжений — приращение деформаций, то при помощи существующих методик расчетов можно выразить нелинейность зависимости напряжение — деформация.

3. Пример расчета

Воспользуемся полученной выше зависимостью приращение напряжений — приращение деформаций для композита. В этом случае можно провести расчет методом конечных элементов в приращениях.

С этой целью воспользуемся схемой алгоритма расчета, представленной на рис. 3.16. На предварительном этапе подставим эквивалентные напряжения в уравнение (3.42) и для каждого элемента определим постоянные материала. На основном этапе используем полученные постоянные материала и вычислим приращения напряжений и деформаций в пределах упругости. Полученные приращения напряжений

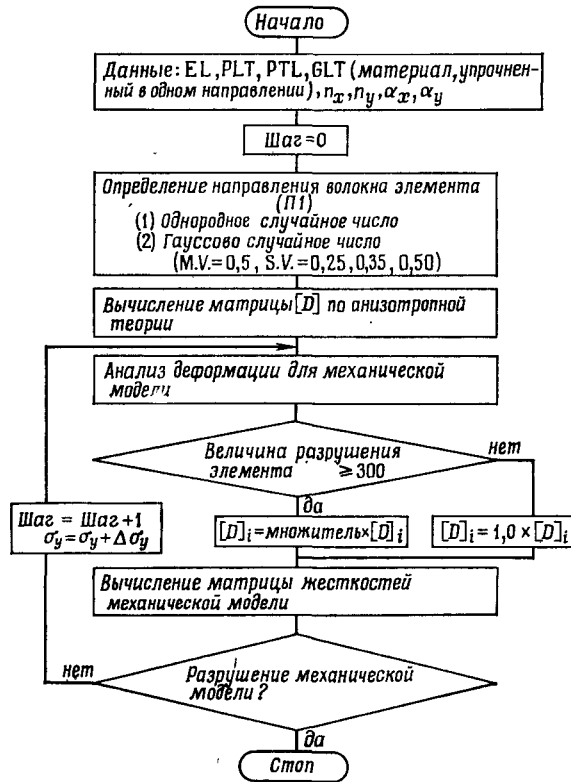


Рис. 3.16. Схема алгоритма. Принятые обозначения: П1 — подпрограмма определения угла направления волокна, необходима лишь в случае мата

и деформаций сложим с напряжениями и деформациями, определенными на предварительном этапе, что позволит установить напряжения и деформации на основном этапе. Далее повторяем вычисления до требуемого результата.

Рассмотрим в качестве примера результаты расчета, полученные для двух материалов. Один из материалов имеет случайно расположенные короткие стекловолокна, т.е. армирован стекломатом. У второго материала пластмасса армирована тканью из ровницы. Результаты расчета получены для краевого и плоскостного направлений при одноосном растяжении. Образец представлял собой прямоугольную пластину длиной 60, шириной 40 и толщиной 1 мм. Исходя из симметрии образца, можно при разбиении на элементы ограничиться рассмотрением его четверти (рис. 3.17). В рассматриваемом случае число элементов и число узлов равно

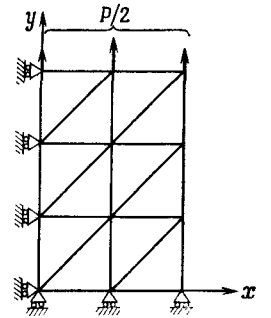


Рис. 3.17. Разбиение на треугольные элементы.

12. При проведении расчета полагали, что имеет место плоское деформированное состояние. Постоянные материала для случаев ровницы и стекломата можно представить таким образом.

1) Пластмасса, армированная стекломатом

$$\begin{aligned} E_1^* &= 500 + 400e^{-0,3\delta}, & \nu_{11}^* &= 0,2 + 0,2e^{-0,1\delta}, \\ E_2^* &= 200 + 200e^{-0,5\delta}, & \nu_{12}^* &= 0,2 + 0,1e^{-0,1\delta}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

2) Пластмасса, армированная ровницей

$$\begin{aligned} E_1^* &= 800 + 500e^{-0,2\delta}, & \nu_{11}^* &= 0,3 + 0,2e^{-0,3\delta}, \\ E_2^* &= 200 + 200e^{-0,5\delta}, & \nu_{12}^* &= 0,2 + 0,1e^{-0,1\delta}. \end{aligned} \quad (3.49)$$

На рис. 3.18 и 3.19 представлены результаты расчета диаграмм напряжение — деформация, полученных для

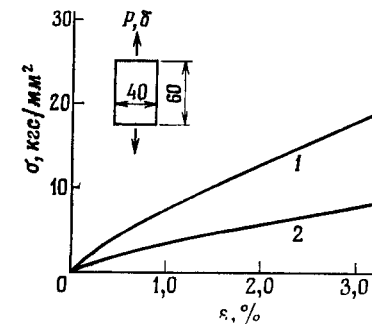


Рис. 3.18. Диаграммы напряжение — деформация для пластмассы, армированной стекломатом, построенные для различных направлений: 1 — краевое направление; 2 — плоскостное направление.

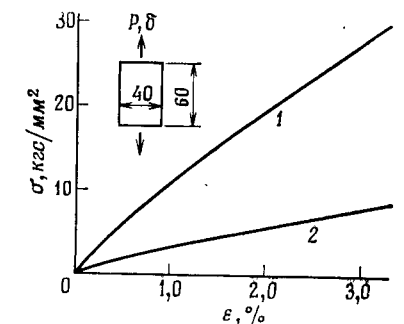


Рис. 3.19. Диаграммы напряжение — деформация для пластмассы, армированной тканью из ровницы, построенные для различных направлений: 1 — краевое направление; 2 — плоскостное направление.

плоскостного и краевого направлений для пластмассы, армированной стекломатом, и для пластмассы, армированной стекловолоконной. Из приведенных данных можно видеть, что рассматриваемые диаграммы носят нелинейный характер. Таким образом, изложенной здесь методикой можно успешно пользоваться для материалов, имеющих нелинейные характеристики.

3.2.3. Расчет слоистых пластин с наполнителем

Слоистые пластины с наполнителем довольно широко используются в качестве конструктивных материалов. Напряжения в таких пластинах рассчитываются методом конечных элементов.

В качестве наполнителя, который обычно расположен в центральной части, можно использовать вспененный уретан, а в качестве облицовочного материала — материалы, армированные стекловолокном. Такая композиция встречается на практике довольно часто, поэтому исследованию ее характеристик посвящено значительное число работ. Здесь в качестве примера рассмотрим указанный в разд. 2.8 сравнительно новый гибридный композит и найдем для него упругое решение. В этом материале в качестве облицовки использована пластмасса, армированная углеродным волокном, а в качестве наполнителя — пластмасса, армированная стекловолокном.

Для исследования напряжений и деформаций, возникающих при изгибе, могут быть проведены испытания на трехточечный или четырехточечный изгиб. Наиболее часто проводятся испытания на трехточечный изгиб. Однако следует иметь в виду, что пластмасса, армированная углеродным волокном, обладает значительной жесткостью. На такой материал значительное влияние оказывает сдвиг. Поэтому желательно проводить испытание на четырехточечный изгиб. В рассматриваемом случае в качестве облицовочного материала использована пластмасса, армированная углеродным волокном, что послужило причиной провести испытания на четырехточечный изгиб.

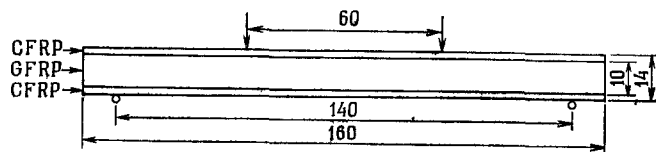


Рис. 3.20. Испытание на четырехточечный изгиб; CFRP — пластмасса, армированная углеволокном, GFRP — пластмасса, армированная стекловолокном.

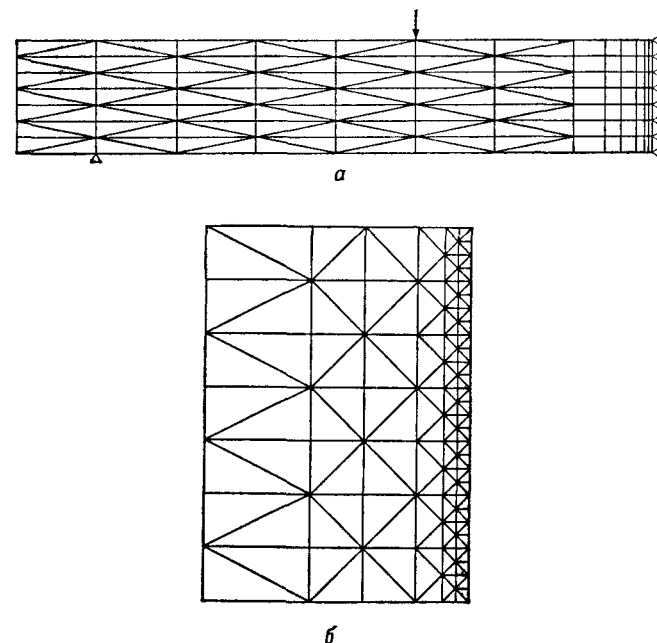


Рис. 3.21. Разбиение на элементы.

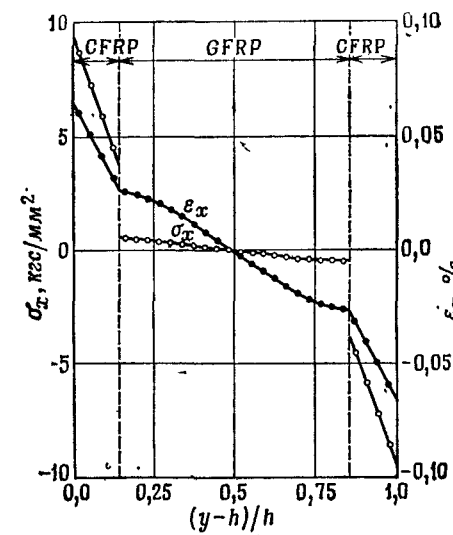


Рис. 3.22. Распределения деформаций и напряжений, полученные при четырехточечном изгибе; CFRP — пластмасса, армированная углеволокном; GFRP — пластмасса, армированная стекловолокном.

Особенности проведения испытаний на четырехточечный изгиб показаны на рис. 3.20. На рис. 3.21 дано разбиение на элементы, использованное при выполнении расчетов. Исходя из симметрии, рассматривалась лишь половина экспериментального образца. Рассматриваемая часть разбивалась на 259 элементов. Число узлов составляло 161. В табл. 3.1 в качестве исходных данных приведены характеристики пластмассы, армированной углеродным волокном, и пластмассы, армированной стекловолокном.

Таблица 3.1

Характеристики пластмасс

	Пластмасса, армированная углеродным волокном	Пластмасса, армированная стекловолокном
E_x , кг/мм ²	14 000	2000
E_y , кг/мм ²	3000	400
G_{xy} , кг/мм ²	938	137
ν_{xy} , кг/мм ²	0,30	0,30
ν_{yz} , кг/мм ²	0,33	0,33

Полученные в результате расчетов распределения напряжений и деформаций приведены на рис. 3.22. Из данных результатов можно видеть, что на облицовочный материал действуют как растягивающие, так и сжимающие напряжения и что в наполнителе напряжения практически равны нулю. Таким образом, можно проиллюстрировать возможности гибридного композита.

Методика расчета, использованная в рассматриваемом случае, основана на упругом решении. Если для элементов, находящихся в состоянии текучести, вместо матрицы жесткостей $[D^e]$ воспользоваться матрицей $[D^p]$, учитывающей пластичность, то можно создать методику, предназначенную для решения упругопластических задач.

4.1. ЛИНЕЙНАЯ И НЕЛИНЕЙНАЯ МЕХАНИКА РАЗРУШЕНИЯ

В последнее время композиты находят широкое применение в качестве конструкционных материалов. При проектировании важно иметь соответствующую информацию о прочности таких материалов. Поэтому оценка прочности композитов представляет собой важную задачу.

Одним из важных параметров, характеризующих прочность материала, является трещиностойкость. В последнее время разрабатываются методики проектирования, основанные на использовании этого параметра, что делает необходимым изучение механики разрушения.

Механизм разрушения представляет собой совокупность явлений, возникающих при разрушении и рассматриваемых с точки зрения механики. При этом проводят различные исследования, которые могут быть основаны как на микро-, так и на макроподходе.

В материале, как правило, имеются дефекты, которые могут служить источниками концентрации напряжений. От этих источников возникают трещины. В случае линейного механизма разрушения количественные результаты, оценивающие поведение трещины, получают методами линейной упругости, принимая во внимание деформацию и прочность материала, соответствующие разрушению от образования трещины.

Источником возникновения линейного механизма разрушения послужила теория хрупкого разрушения Гриффитса [4.1]. Согласно Гриффитсу, развитие трещины происходит тогда, когда освободившаяся часть энергии деформации оказывается больше приращения поверхностной энергии, необходимого для образования новой поверхности трещины. Если обозначить степень освобождения энергии через \mathcal{G} , а приходящуюся на единицу площади поверхностную энергию — через γ (γ — удельная энергия), то условие разрушения по Гриффитсу можно представить в виде

$$\mathcal{G} \geq \mathcal{G}_c = 2\gamma. \quad (4.1)$$

Исходя из этих энергетических представлений, Гриффитс объяснил хрупкое разрушение.

На основании линейной теории упругости Ирвин и др. [4.2] оценили поле напряжений в окрестностях вершины трещины с помощью коэффициента интенсивности напряжений \mathcal{K} , который характеризует интенсивность поля напряжений у вершины трещины.

Если обозначить через \mathcal{K}_c коэффициент интенсивности напряжений в момент разрушения материала, то в таком случае условие разрушения, использующее коэффициент интенсивности напряжений \mathcal{K} , можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{K} \geq \mathcal{K}_c. \quad (4.2)$$

На основании проведенных исследований удалось показать, что между коэффициентом интенсивности напряжений \mathcal{K} и степенью освобождения энергии \mathcal{G} существует однозначное соответствие [4.3]. Условия разрушения, заданные зависимостями (4.1) и (4.2), являются эквивалентными.

Коэффициент интенсивности напряжений \mathcal{K} эффективен при маломасштабной текучести, т. е. в том случае, когда размеры пластической области, возникающей у вершины трещины, оказываются достаточно малыми по сравнению с длиной трещины. Это имеет место у хрупких материалов. В настоящее время для хрупких материалов в качестве критерия разрушения довольно широко используется коэффициент интенсивности напряжений. Этот коэффициент находит применение и при рассмотрении усталостного разрушения. В некоторых работах [4.4, 4.5] отмечается эффективность использования коэффициента интенсивности напряжений для задач, связанных с распространением усталостных трещин.

В тех случаях, когда гипотеза маломасштабности текучести не соблюдается и когда проявляется нелинейный характер поведения, как это имеет место у нелинейно-упругих и пластических тел, линейную модель разрушения нельзя использовать. При рассмотрении разрушения указанных материалов необходимо перейти к нелинейной модели разрушения. В этом случае переменными, характеризующими разрушение, могут служить J -интеграл и перемещение раскрытия трещины (COD).

J -интеграл, введенный Райсом, представляет собой степень освобождения потенциальной энергии в упругих и пластических телах при их деформировании. J -интеграл, соответствующий разрушению материала, можно обозначить через J_c . В таком случае условие разрушения, представленное при помощи J -интеграла, будет иметь вид

$$J \geq J_c. \quad (4.3)$$

Проведенные исследования [4,6] показали, что для линейно-упругих тел между J -интегралом и коэффициентом интенсивности напряжений \mathcal{K} существует однозначное соответствие.

При исследовании разрушения материала необходимо учитывать, какой именно моделью следует пользоваться в расчетах: линейной или нелинейной. В этом случае важно проанализировать свойства материала. Ниже в упрощенной постановке рассмотрены два параметра, играющие важную роль в определении механизма разрушения: коэффициент интенсивности напряжений \mathcal{K} и J -интеграл.

4.2. КОЭФФИЦИЕНТ ИНТЕНСИВНОСТИ РАЗРУШЕНИЯ

Развитие трещины может протекать при различных типах деформации у вершины трещины. В соответствии с этим можно выделить трещины I, II и III типов (рис. 4.1). В случае трещины I типа деформация происходит под прямым углом к поверхностям трещины. Для трещины II типа характерны деформации сдвига, имеющие место на верхней и нижней поверхности. Трещина III типа характеризуется деформациями сдвига по торцевой поверхности. Из трех указанных типов трещин наиболее важной является трещина I типа. Поэтому в дальнейшем объектом рассмотрения будет именно такая трещина.

Для рассматриваемого случая воспользуемся полярной системой координат r, θ , представленной на рис. 4.2. Начало системы координат поместим в вершине трещины и будем считать, что в окрестностях вершины действуют напряжения $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ и имеют место перемещения u, v . Из теоретических соображений для двумерного линейно-упругого тела можно записать

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{\mathcal{K}_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix}, \quad (4.4)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{\mathcal{K}_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left(k - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \left(k + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix}. \quad (4.5)$$

Здесь G — модуль упругости второго рода для плоского напряженного и плоского деформированного состояний.

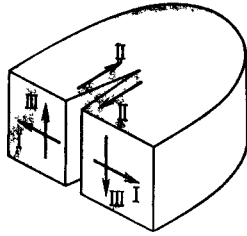


Рис. 4.1. Три типа разрушения.

Величину k можно определить следующим образом:

$$k = \begin{cases} (3 - \nu)/(1 + \nu) & \text{(плоское напряженное состояние),} \\ 3 - 4\nu & \text{(плоское деформированное состояние).} \end{cases} \quad (4.6)$$

Обозначим через \mathcal{K}_I коэффициент интенсивности напряжений для трещины I типа и положим, что трещина в бесконечной пластине (рис. 4.2) имеет длину $2a$. При действии на удалении равномерного растягивающего напряжения σ коэффициент интенсивности будет иметь вид

$$\mathcal{K}_I = \sigma \sqrt{\pi a}. \quad (4.7)$$

Если материал имеет некоторую ограниченную ширину, в зависимость (4.7) необходимо ввести поправку. Для этой цели воспользуемся поправочным коэффициентом $F(a/w)$. Тогда величину \mathcal{K}_I для материала ограниченной ширины можно представить в виде

$$\mathcal{K}_I = \sigma \sqrt{\pi a} F(a/w). \quad (4.8)$$

Поправочный коэффициент $F(a/w)$ зависит от формы экспериментального образца.

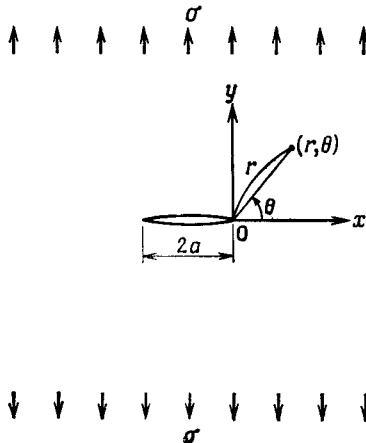


Рис. 4.2. Трещина и система координат.

Коэффициент интенсивности напряжений \mathcal{K}_I и степень освобождения энергии \mathcal{G}_I можно связать следующими зависимостями:

$$\mathcal{K}_I^2 = \begin{cases} E\mathcal{G}_I & \text{(плоское напряженное состояние),} \\ \frac{E}{1-\nu^2} \mathcal{G}_I & \text{(плоское деформированное состояние).} \end{cases} \quad (4.9)$$

Следовательно, можно считать, что коэффициент концентрации напряжений \mathcal{K}_I и степень освобождения энергии \mathcal{G}_I имеют одинаковую природу.

Обозначим через σ_c и \mathcal{K}_{Ic} соответственно напряжение и коэффициент интенсивности напряжений в момент разрушения материала с длиной трещины a . Используя зависимость (4.8), запишем

$$\mathcal{K}_{Ic} = \sigma_c \sqrt{\pi a} F(a/w). \quad (4.10)$$

Проведенные экспериментальные исследования [4.7], в ходе которых рассматривали различные длины трещин, измеряли разрушающее напряжение σ_c , а затем по формуле (4.10) определяли значение коэффициента интенсивности напряжений \mathcal{K}_{Ic} , показали, что величина этого коэффициента не зависит от длины трещины. На основании этого можно сделать вывод, состоящий в том, что если для материала найдено значение величины σ_c , то при любой длине трещины, согласно зависимости (4.10), можно получить напряжение σ_c :

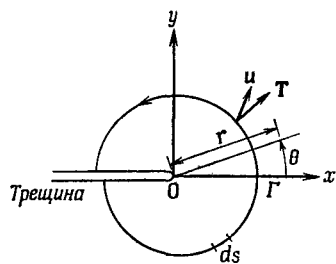
$$\sigma_c = \frac{\mathcal{K}_{Ic}}{\sqrt{\pi a} F(a/w)}. \quad (4.11)$$

4.3. J-ИНТЕГРАЛ

Коэффициент интенсивности напряжений представляет собой параметр, используемый в линейной механике разрушения. Если материал не является линейно-упругим и не обладает маломасштабной текучестью, появляются ограничения, связанные с использованием этого коэффициента. Одним из параметров, учитывающих вязкость таких материалов (нелинейно-упругих тел), является J-интеграл.

Райс [4.6] определил J-интеграл в виде следующей зависимости:

$$J = \int_{\Gamma} \left(\mathbf{W} dy - \mathbf{T} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} ds \right), \quad (4.12)$$

Рис 4.3. Определение J -интеграла.

где W — плотность энергии деформации в точке x, y ; T — вектор поверхностной силы, направленный по внешней нормали к контуру Γ (рис. 4.3); u — вектор перемещения.

J -интеграл характеризует степень освобождения потенциальной энергии для упругих и пластических тел при их деформировании. Если обозначить через P потенциальную энергию, через a длину трещины, на основе зависимости (4.12) можно записать

$$J = -\partial P / \partial a. \quad (4.13)$$

Как для упругих, так и для пластических тел важной характеристикой является независимость J -интеграла от пути. Это означает, что J -интеграл имеет постоянное значение, не зависящее от выбора контура Γ , который, как можно видеть из рис. 4.3, охватывает вершину трещины, проходя от нижней кромки трещины к верхней [4.6]. В нелинейной механике разрушения пользуются независимостью выбора контура и в качестве критериального значения используют значение J -интеграла, характеризующее разрушение, т. е. J_{IC} .

Для линейно-упругих тел и маломасштабной текучести степень освобождения потенциальной энергии представляет собой не что иное, как степень освобождения энергии \mathcal{G} . Следовательно, принимая во внимание зависимости (4.9), можно записать

$$J = \begin{cases} \frac{1}{E} \mathcal{K}_I^2 & (\text{плоское напряженное состояние}), \\ \frac{1-\nu^2}{E} \mathcal{K}_I^2 & (\text{плоское деформированное состояние}). \end{cases} \quad (4.14)$$

Следует иметь в виду, что рассмотренный в разделе (4.2) коэффициент интенсивности напряжений \mathcal{K} зависит от толщины экспериментального образца. Для получения эффективного значения \mathcal{K}_{IC} необходимо использовать очень толстые экспериментальные образцы [4.8]. В таких случаях при рассмотрении J -интеграла на сравнительно небольших

экспериментальных образцах можно определить эффективное значение J_{IC} , при помощи которого из зависимостей (4.14) получается значение \mathcal{K}_{IC} . Следовательно, по результатам экспериментальных исследований, полученных на небольших образцах, можно найти \mathcal{K}_{IC} .

4.4. ИСПЫТАНИЯ НА ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ

Для установления трещиностойкости материала проводятся специальные испытания. В настоящее время существуют стандартные методики проведения таких испытаний, к которым можно отнести методику испытаний на компактное напряженное состояние и методику испытаний на трещиностойкость при трехточечном изгибе. Следует иметь в виду, что указанные стандартные методики разработаны лишь для металлов и сплавов. В настоящее время для композитов еще не имеется стандартизованных методик, по которым можно было бы проводить испытания на трещиностойкость. В других странах при проведении испытаний на трещиностойкость композитов руководствуются стандартами, разработанными для металлов и сплавов [4.9—4.12].

В данной главе в качестве примера рассмотрено испытание на трещиностойкость при трехточечном изгибе. В основе его лежат стандарты, разработанные для исследования трещиностойкости металлов. С другими методиками испытаний можно ознакомиться в специальной литературе [4.13—4.15].

4.4.1. Испытания на трехточечный изгиб

Трещиностойкость при трехточечном изгибе может быть установлена экспериментально и на основе метода конечных элементов. По полученным результатам можно судить о трещиностойкости рассматриваемого материала.

Установка, предназначенная для проведения испытаний на трехточечный изгиб, показана на рис. 4.4. Для определения перемещения раскрытия трещины (зазора трещины) использован датчик ползучести. Появление начальной трещины, которое предшествует неустойчивому разрушению, при испытании композитов может быть установлено методом акустической эмиссии или замерено по месту резкого падения нагрузки.

Конфигурация экспериментального образца показана на рис. 4.5. Испытания на изгиб проводят на образцах, имеющих трещину, которая может быть создана путем механической обработки или представлять собой усталостную

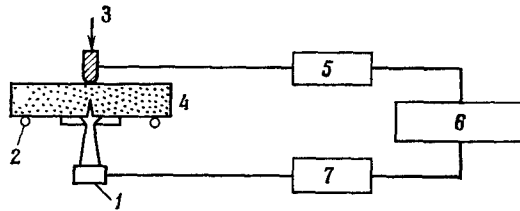


Рис. 4.4. Схема установки для испытаний на трехточечный изгиб: 1 — датчик ползучести; 2 — ролик; 3 — нагрузка; 4 — образец; 5 — датчик нагрузки; 6 — двухкоординатное регистрирующее устройство; 7 — перемещение раскрытия трещины X .

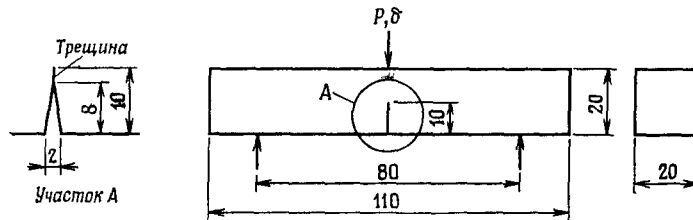


Рис. 4.5. Конфигурация экспериментального образца (размеры указаны в мм).

трещину. В обычных пластмассах и пластмассах, армированных стекловолокном, получение усталостной трещины заданной длины представляет собой сложную задачу. Поэтому часто трещину создают ножом.

На рис. 4.6 показана установка на экспериментальном образце датчика ползучести. Испытания проводят при скорости нагрузки 1 мм/мин. В ходе испытаний измеряют нагрузку, изменение точки приложения нагрузки, перемещение раскрытия (межклиновое расстояние). Пластмассы, армированные стекловолокном, представляют собой материалы, которые обладают нелинейными характеристиками.

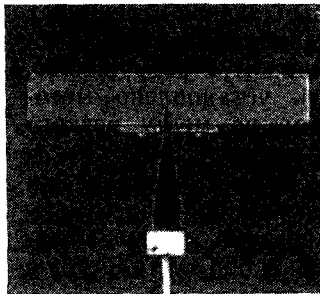


Рис. 4.6. Установка датчика ползучести.

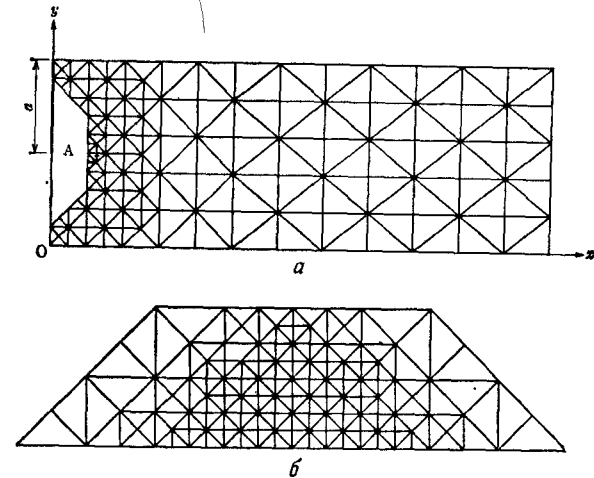


Рис. 4.7. Разбиение на треугольные элементы.

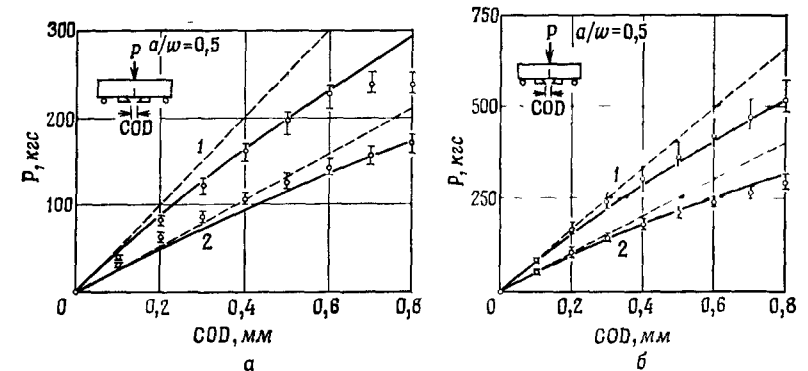


Рис. 4.8. Расчетные и экспериментальные результаты, полученные для зависимости нагрузка — перемещение раскрытия трещины: а — пластмасса, армированная стекломатом; б — пластмасса, армированная тканью из ровницы; 1 — краевое направление; 2 — плоскостное направление; — метод конечных элементов (нелинейный); — — метод конечных элементов (линейный); ○ экспериментальные точки.

При исследовании таких материалов необходимо учитывать это обстоятельство. Можно воспользоваться аналитической методикой, изложенной в разд. 3.2, в основе которой лежит метод конечных элементов, учитывающих нелинейность материала. В настоящей главе будем следовать этой методике.

При разбиении на элементы, исходя из симметрии, можно ограничиться рассмотрением половины образца. На

рис. 4.7 показано разбиение, которое состоит из 407 элементов и имеет 233 узла. Наименьший размер разбиения составляет 0,5 мм. Вынужденное перемещение происходит за счет приложения нагрузки.

Экспериментальный образец изготовлен из композита, матрицей которого служит смола. В качестве армирующих элементов использованы стеклоткань из ровницы и маты, состоящие из короткого стекловолокна, имеющего случайный характер распределения. Константы этих материалов приведены в табл. 4.1 и 4.2.

Таблица 4.1

Константы пластмассы, армированной стекломатом

E_1	500 кгс/мм ²	K_{11}	0,2
E_2	200 »	K_{12}	0,2
α_1	400 »	Φ_{11}	0,2
α_2	200 »	Φ_{12}	0,1
n_1	0,3 мм ² /кгс	m_{11}	0,1 мм ² /кгс
n_2	0,5 »	m_{12}	0,1 »

Таблица 4.2

Константы пластмассы, армированной тканью из ровницы

E_1	1200 кгс/мм ²	K_{11}	0,3
E_2	200 »	K_{12}	0,2
α_1	600 »	Φ_{11}	0,2
α_2	200 »	Φ_{12}	0,1
n_1	0,2 мм ² /кгс	m_{11}	0,3 мм ² /кгс
n_2	0,5 »	m_{12}	0,1 »

На рис. 4.8, а и б показаны результаты расчетных и экспериментальных исследований, в ходе которых для пластмасс, армированных стекломатами, и пластмасс, армированных стеклоровницами, установлены зависимости между нагрузкой и перемещением раскрытия трещины.

Из приведенных данных можно видеть, что теоретические и экспериментальные результаты хорошо совпадают и что на основании аналитической методики можно хорошо отразить нелинейность композита. Следует обратить внимание на приведенные на рассматриваемом рисунке прямые штриховые линии. Эти линии представляют собой зависимости нагрузка — перемещение раскрытия трещины, полученные расчетным путем без учета нелинейностей материала в

предположении, что материал является линейно-упругим. Из приведенных данных можно сделать вывод о том, что исследовать механизм поведения композитов без учета нелинейных эффектов невозможно.

4.4.2. J -интеграл

При анализе испытаний композитов на трещиностойкость при трехточечном изгибе обычно рассматривается только нагрузка. Поскольку эти материалы существенно не отличаются от нелинейно-упругих тел, можно использовать зависимость (4.13). При рассмотрении J как функции перемещения δ точки приложения нагрузки зависимость (4.13) можно представить как [4.16]

$$J = - \frac{\partial U}{\partial a} \approx - \frac{U(a + \Delta a) - U(a)}{\Delta a} = \frac{\Delta U}{\Delta a}, \quad (4.15)$$

где U — энергия деформации. Следовательно, если для двух длин трещины a и $a + \Delta a$ вычислить энергию деформации, то можно по формуле (4.15) определить J -интеграл. Для образцов с одним надрезом при определении J -интеграла можно воспользоваться следующей зависимостью, которую предложили Райс и др. [4.17]:

$$J = \frac{2}{b} \int_0^{\delta} P d\delta, \quad (4.16)$$

где P — нагрузка, приходящаяся на единицу толщины; δ — перемещение точки приложения нагрузки; b — остаточная длина (рис. 4.9).

Интеграл, входящий в формулу (4.16), представляет собой площадь под кривой нагрузка (приходящаяся на единицу толщины) — перемещение. Приведенную выше формулу можно переписать таким образом:

$$J = 2A/b, \quad (4.17)$$

где A — площадь, ограниченная осью абсцисс, на которой отложено перемещение раскрытия трещины, и диаграммой нагрузка — перемещение.

На рис. 4.10 приведены полученные расчетным путем кривые нагрузка — перемещение. Если воспользоваться

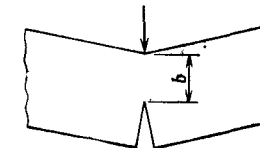


Рис. 4.9. Изгиб материала.

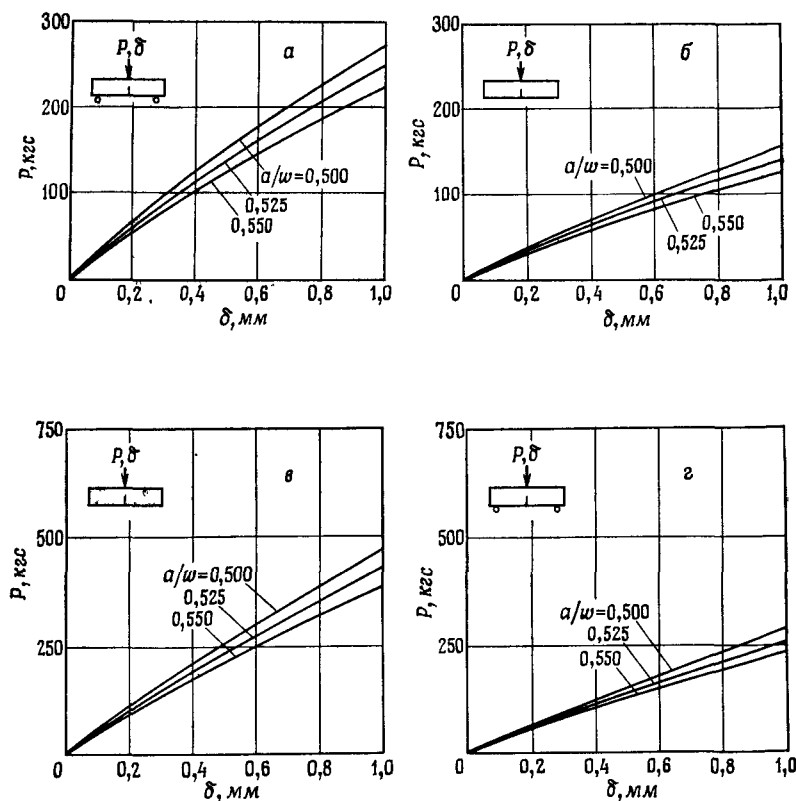


Рис. 4.10. Результаты расчета диаграмм нагрузка — перемещение: а — пластмасса, армированная стекломатом (краевое направление); б — пластмасса, армированная стекломатом (плоскостное направление); в — пластмасса, армированная тканью из ровницы (краевое направление); г — пластмасса, армированная тканью из ровницы (плоскостное направление).

полученными результатами и провести вычисления по формулам (4.15) и (4.17), то можно определить значения J , которые приведены в табл. 4.3.

Через J_R в таблице обозначены величины, полученные по формуле Райса, т. е. по формуле (4.17); J_E соответствует значениям, полученным на основании энергетического метода (4.15).

Из приведенных результатов можно установить, что как в случае пластмассы, армированной стекломатом, так и в случае пластмассы, армированной стеклотканью из ровницы, при одинаковых перемещениях точки приложения на-

Таблица 4.3

Значения J для армированных пластмасс
(а) Пластмасса, армированная стекломатом

δ , мм	J , кгс/мм			
	Краевое направление		Плоскостное направление	
	J_R	J_E	J_R	J_E
0,1	0,0176	0,0148	0,0090	0,0078
0,2	0,0690	0,0581	0,0357	0,0310
0,3	0,1511	0,1279	0,0795	0,0690
0,4	0,2620	0,2225	0,1396	0,1212
0,5	0,3999	0,3404	0,2156	0,1873
0,6	0,5636	0,4806	0,3069	0,2667
0,7	0,7452	0,6422	0,4132	0,3592
0,8	0,9655	0,8245	0,5341	0,4645
0,9	1,2022	1,0269	0,6692	0,5821
1,0	1,4621	1,2491	0,8183	0,7120

(б) Пластмасса, армированная тканью из ровницы

δ , мм	J_R	J_E	J_R	J_E
0,1	0,0293	0,0253	0,0168	0,0135
0,2	0,1148	0,0998	0,0611	0,0533
0,3	0,2528	0,2203	0,1463	0,1185
0,4	0,4405	0,3844	0,2559	0,2082
0,5	0,6761	0,5904	0,3941	0,3215
0,6	0,9852	0,8369	0,5602	0,4577
0,7	1,2857	1,1230	0,7534	0,6165
0,8	1,6580	1,4478	0,9733	0,7971
0,9	2,0742	1,8107	1,2195	0,9994
1,0	2,5339	2,2113	1,4915	1,2229

грузки значения J_R оказываются на 10—15% выше значений J_E . Это связано с тем, что при определении J_R не принимали во внимание усилия сдвига при изгибе.

Значения J для материала, содержащего стеклоткань из ровницы, оказывались приблизительно на 60—80% выше значений, соответствующих материалу, армированному стекломатом. Таким образом, можно видеть, что материал, имеющий стеклоткань из ровницы, обладает очень хорошей прочностью.

На рис. 4.11 приведены зависимости величины J от δ . Для J_E полагали, что $a = 10$ мм и $a = 10,5$ мм ($\Delta a = 0,5$), а также что $a = 10$ мм и $a = 11$ мм ($\Delta a = 1,0$). Расчеты проводили по разности энергии деформации. Следует иметь в виду, что при вычислении по формуле (4.15) более точные значения величины J_E получаются при более малых Δa .

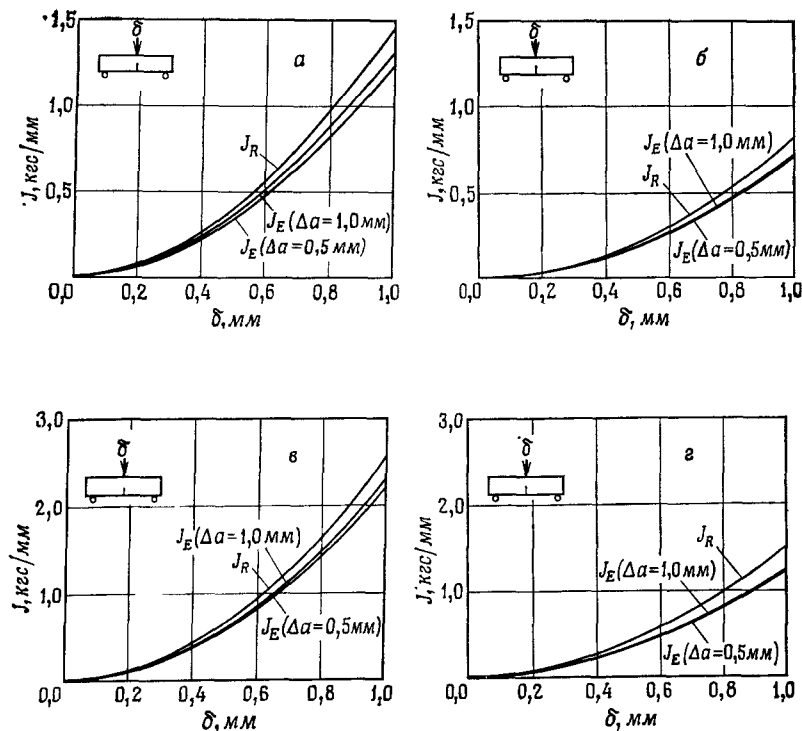


Рис. 4.11. Зависимости J от δ : а — пластмасса, армированная стеклотканью (краевое направление); б — пластмасса армированная стеклотканью (плоскостное направление); в — пластмасса, армированная тканью из ровницы (краевое направление); г — пластмасса, армированная тканью из ровницы (плоскостное направление).

т. е. необходимо, насколько это возможно, использовать малые значения Δa . Для краевого направления получены графики, которые несколько отличаются один от другого. Для плоскостного направления графики практически совпадают. На основании полученных результатов можно считать, что при расчете J_E можно полагать $\Delta a = 0,5$ мм.

В рассматриваемом случае за критерий разрушения приняты появление устойчивой трещины, которому соответствуют нагрузка P_i и перемещение раскрытия трещины COD. В табл. 4.4 приведены результаты экспериментальных исследований, полученные как для пластмассы, армированной стеклотканью, так и для пластмассы, армированной стеклотканью из ровницы. На основании полученных значений $(COD)_i$ расчетным путем можно определить перемеще-

Таблица 4.4

Нагрузки устойчивого возникновения трещины и перемещения раскрытия трещины (COD)

(а) Пластмасса, армированная стеклотканью

N	Краевое направление		Плоскостное направление	
	P_i , кгс	$(COD)_i$, мм	P_i , кгс	$(COD)_i$, мм
1	157,5	0,37	72,5	0,26
2	137,5	0,33	65,0	0,21
3	137,5	0,34	72,5	0,21
4	157,5	0,38	70,0	0,21

(б) Пластмасса, армированная тканью из ровницы

N	Краевое направление		Плоскостное направление	
	P_i , кгс	$(COD)_i$, мм	P_i , кгс	$(COD)_i$, мм
1	235,0	0,32	100,0	0,21
2	230,0	0,29	100,0	0,19
3	190,0	0,23	115,0	0,20
4	230,0	0,26	110,0	0,19
5	240,0	0,33	130,0	0,26
6	230,0	0,31	110,0	0,21
7	220,0	0,27	105,0	0,19
8	235,0	0,32	105,0	0,20

ние δ_i точки приложения нагрузки. Из рис. 4.11 можно определить значения J , соответствующие δ_i , т. е. установить J_{ic} для трещиностойкости. В табл. 4.5 приведены найденные таким образом значения J_{ic} .

4.4.3. Определение \mathcal{K}

Если известны нагрузка P , толщина пластины B , ширина экспериментального образца w , расстояние между опорами s и длина трещины a , то для материала, находящегося под действием трехточечного изгиба, можно получить величины

$$\mathcal{K} = \sigma \sqrt{\pi a} F(a/w), \quad \sigma = 3sP/(2w^2B), \quad (4.18)$$

где $F(a/w)$ — поправочный коэффициент, учитывающий форму образца. Для трехточечного изгиба при $s/w = 4$ имеем $F(a/w) = 1,090 - 1,735(a/w) + 8,20(a/w)^2 - 14,18(a/w)^3 + 14,57(a/w)^4$. (4.19)

Таблица 4.5

Значения J_{IC} для армированных пластмасс

(а) Пластмасса, армированная стекломатом

N	J_{IC} , кгс/мм	
	Краевое направление	Плоскостное направление
1	0,44	0,16
2	0,33	0,12
3	0,35	0,12
4	0,44	0,12

(б) Пластмасса, армированная тканью из ровницы

1	0,53	0,16
2	0,44	0,13
3	0,29	0,14
4	0,36	0,13
5	0,57	0,24
6	0,50	0,16
7	0,39	0,13
8	0,53	0,14

В случае линейного механизма разрушения для ортотропных тел существует однозначное соответствие между величинами \mathcal{H} и J , которое можно представить следующей зависимостью [4.11]:

$$\mathcal{H}^2 = \bar{E}J, \quad \bar{E} = \left(\frac{C_{11}C_{22}}{2} \right)^{-1/2} \left\{ \left(\frac{C_{22}}{C_{11}} \right)^{1/2} + \frac{2C_{12} + C_{66}}{2C_{11}} \right\}^{-1/2}, \quad (4.20)$$

где C_{ij} — податливость (система координат показана на рис. 4.12).

На рис. 4.13 приведены построенные расчетным путем зависимости нагрузка — перемещение для пластмассы, армированной стекломатом, полученные как с учетом, так и без учета нелинейности материала (т.е. для линейного материала). Используя эти результаты для линейного и нелинейного случаев, можно найти соответствующие коэффициенты интенсивности напряжений. Для линейного случая следует использовать диаграмму, построенную в предположении линейности, и рассчитывать коэффициент \mathcal{H}_l по зависимости (4.18) (индекс l означает линейный случай). В нелинейном случае следует руководствоваться значением \mathcal{H} , найденным с учетом нелинейности, и проводить расчет

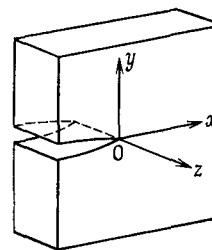


Рис. 4.12. Система координат в вершине трещины.

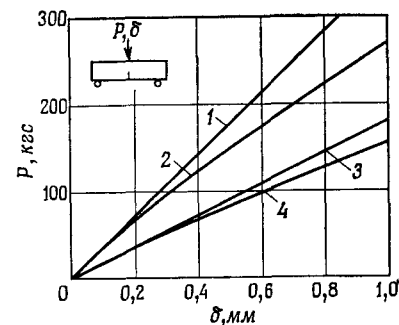


Рис. 4.13. Линейные и нелинейные диаграммы нагрузка — перемещение для краевого и плоскостного направлений (пластмасса, армированная стекломатом): 1 — краевое направление (линейная диаграмма); 2 — краевое направление (нелинейная диаграмма); 3 — плоскостное направление (линейная диаграмма); 4 — плоскостное направление (нелинейная диаграмма).

коэффициента \mathcal{H}_n по зависимости (4.20) (индекс n соответствует нелинейному случаю). Следует иметь в виду, что при определении коэффициента \mathcal{H}_n необходимо использовать податливость C_{ij} , чтобы при вычислении \bar{E} учесть падение свойств материала у вершины трещины. Значения коэффициентов \mathcal{H}_l и \mathcal{H}_n приведены в табл. 4.6. Вполне естественно, что \mathcal{H}_l и \mathcal{H}_n существенно различаются.

Рассмотрим энергию, которая высвобождается при развитии трещины от длины a до длины $a + \Delta a$. На рис. 4.14

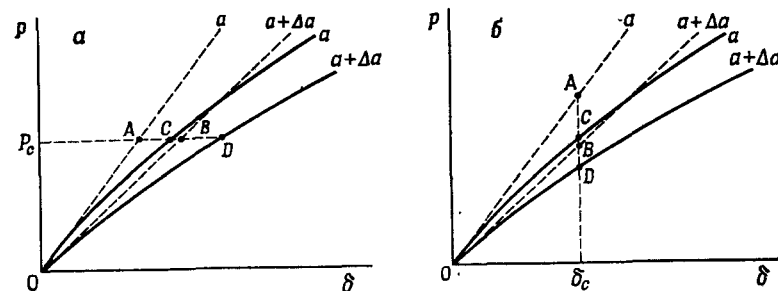


Рис. 4.14. Диаграммы нагрузка — перемещение при распространении трещины: а — развитие трещины при постоянной нагрузке; б — развитие трещины при постоянном перемещении; — — — нелинейная диаграмма; — — — — — линейная диаграмма.

Таблица 4.6

Значения \mathcal{K} для линейного и нелинейного случаев

(а) Пластмасса, армированная стеклом

δ , мм	\mathcal{K} , кгс/мм ^{3/2}		\mathcal{K} , кгс/мм ^{3/2}	
	Краевое направление		Плоскостное направление	
	\mathcal{K}_l	\mathcal{K}_n	\mathcal{K}_l	\mathcal{K}_n
0,1	4,18	2,99	2,14	1,44
0,2	8,40	5,92	4,30	2,87
0,3	12,62	8,76	6,46	4,29
0,4	16,83	11,53	8,63	5,68
0,5	21,05	14,25	10,80	7,06
0,6	25,25	16,92	12,97	8,42
0,7	29,46	19,55	15,13	9,77
0,8	33,67	22,15	17,31	11,11
0,9	37,87	24,72	19,48	12,44
1,0	42,08	27,26	21,66	13,75

(б) Пластмасса, армированная тканью из ровницы

0,1	6,94	5,34	3,98	2,93
0,2	13,95	10,59	7,97	5,82
0,3	20,97	15,71	11,97	8,65
0,4	27,97	20,73	15,97	11,44
0,5	34,98	25,69	19,97	14,20
0,6	41,99	30,58	23,98	16,93
0,7	49,00	35,42	27,99	19,63
0,8	56,00	40,23	32,01	22,31
0,9	63,01	44,99	36,03	24,97
1,0	70,01	49,73	40,06	27,62

показано изменение кривых нагрузка — перемещение. Рис. 4.14, а соответствует случаю развития трещины при постоянной нагрузке, а рис. 4.14, б — случаю развития трещины при постоянном перемещении. Энергия, освобождающаяся в процессе развития трещины, равна площади, заключенной между двумя кривыми нагрузка — перемещение, которые соответствуют длине трещины a и длине трещины $a + \Delta a$. Как в случае постоянной нагрузки, так и в случае постоянного перемещения в линейно-упругом теле, освободившаяся энергия соответствует площади OAB , а в нелинейном случае — площади OCD . Площади OAB и OCD различны, а следовательно, различны и оценки трещиностойкости. При получении оценки трещиностойкости материала, обладающего нелинейностью, необходимо учитывать нелинейность. Значения \mathcal{K}_l , приведенные в табл. 4.6, не подхо-

дят для оценки трещиностойкости композита, обладающего нелинейными свойствами, как, например, пластмассы, армированной стекловолокном. Для таких материалов при определении величины J необходимо использовать нелинейную модель разрушения, т.е. желательно использовать значение J_{IC} .

При проектировании в качестве параметра, характеризующего вязкость материала, легче пользоваться не величиной J , а коэффициентом интенсивности напряжений \mathcal{K} . Поэтому при помощи величины J_R , учитывающей нелинейные свойства материала, и формулы (4.20) можно рассчитать значение коэффициента \mathcal{K}_n . Эти формулы представлены в виде, удобном для проектирования. Однако следует иметь в виду, что для них еще нет достаточно хорошего научного обоснования. По своей природе коэффициент \mathcal{K} представляет величину, которая применяется для линейно-упругого тела. Использование этой величины в нелинейной области является в определенной степени проблематичным. В настоящее время при проектировании композитов приходится сталкиваться с большим числом спорных моментов. Следует иметь в виду, что здесь предпринята попытка лишь частично рассмотреть эти проблемы.

4.4.4. Распределение напряжений и развитие трещины

На рис. 4.15 показано распределение вдоль оси y напряжений σ_x и σ_y (рис. 4.12), установленных расчетным путем в краевом и плоскостном направлениях для пластмассы, армированной стекломатом. Распределения напряжений имеют нелинейный характер. Результаты испытаний, как можно видеть из рис. 4.16, показывают, что в краевом направлении трещина перемещается практически по прямой линии к точке приложения нагрузки. Для плоскостного направления можно отметить, что трещина носит сложный зигзагообразный характер: распространяется то между слоями, то по нормали к слою.

Приведенные на рис. 4.17 зависимости напряжений σ_x и σ_y , действующих у вершины трещины в направлениях x и y , от нагрузки P объясняют указанные особенности распространения трещин. Для рассмотренных нагрузок отношение напряжений σ_y/σ_x при плоскостном направлении равно примерно 0,2, а при краевом направлении — примерно 0,6.

В случае краевого направления прочности в направлениях x и y оказываются равными, поскольку имеет место изотропия в плоскости. Однако при этом $\sigma_x > \sigma_y$. Следовательно, в этом случае разрушение будет обусловлено

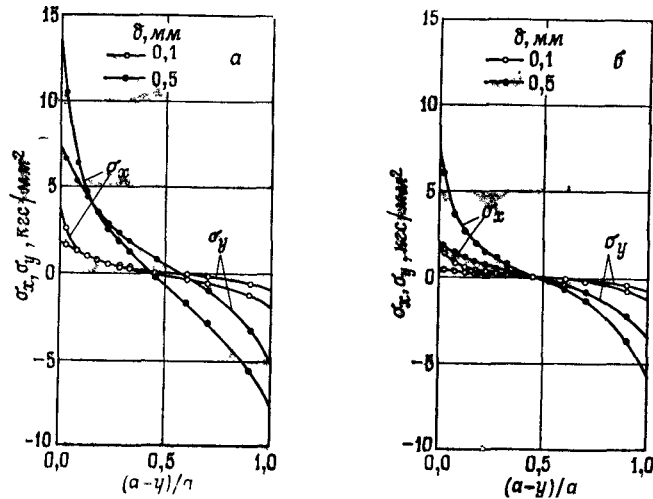


Рис. 4.15. Распределение напряжений в пластмассе, армированной стекломатом: а — краевое направление; б — плоскостное направление.

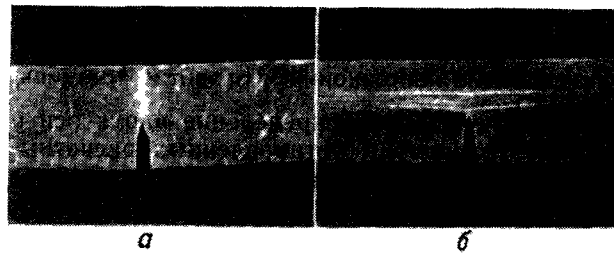


Рис. 4.16. Особенности разрушения пластмассы при армировании стекломатом в различных направлениях: а — краевое направление; б — плоскостное направление.

напряжением σ_x и трещина будет распространяться по прямой линии по направлению к точке приложения нагрузки.

При рассмотрении плоскостного направления, так же как и в случае краевого направления, $\sigma_x > \sigma_y$. Действительное же отношение прочностей в направлениях x и y составит примерно 0,1. Поскольку отношение напряжений для плоскостного направления σ_y/σ_x равно примерно 0,2, разрушение будет происходить под действием напряжения σ_y и будет распространяться в межслойном направлении. На рис. 4.18 показана модель распространения трещины в случае плоскостного направления. От трещины длиной a в го-

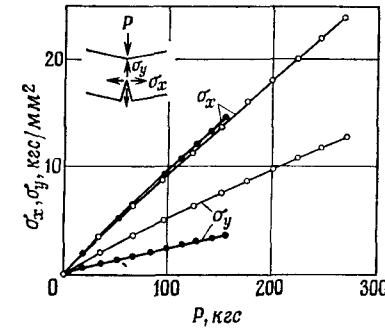


Рис. 4.17. Диаграмма напряжение — нагрузка, соответствующая вершине трещины: —○— краевое направление; —●— плоскостное направление.

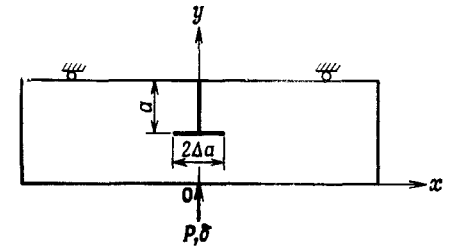


Рис. 4.18. Модель распространения трещины в плоскостном направлении.

ризонтальном направлении образовалась трещина длиной $2\Delta a$, дальнейшее развитие которой можно представить следующим образом. При возрастании Δa отношение напряжений σ_y/σ_x , которые действуют на концах новой трещины, имеет тенденцию к уменьшению. Поэтому в горизонтальном направлении трещина развивается до определенной длины, а затем появляется возможность развития трещины в перпендикулярном направлении, что и обуславливает в конечном счете зигзагообразный характер распространения трещины.

4.4.5. Коэффициент поворота

Для металлов при определении коэффициента раскрытия трещины COD используют понятие центра поворота. Чтобы ознакомиться с этим понятием, следует рассмотреть рис. 4.19.

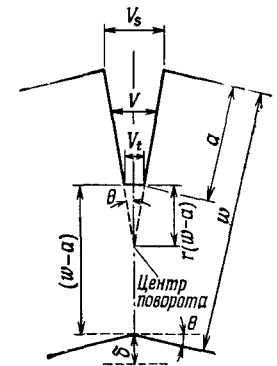


Рис. 4.19. Определение центра поворота.

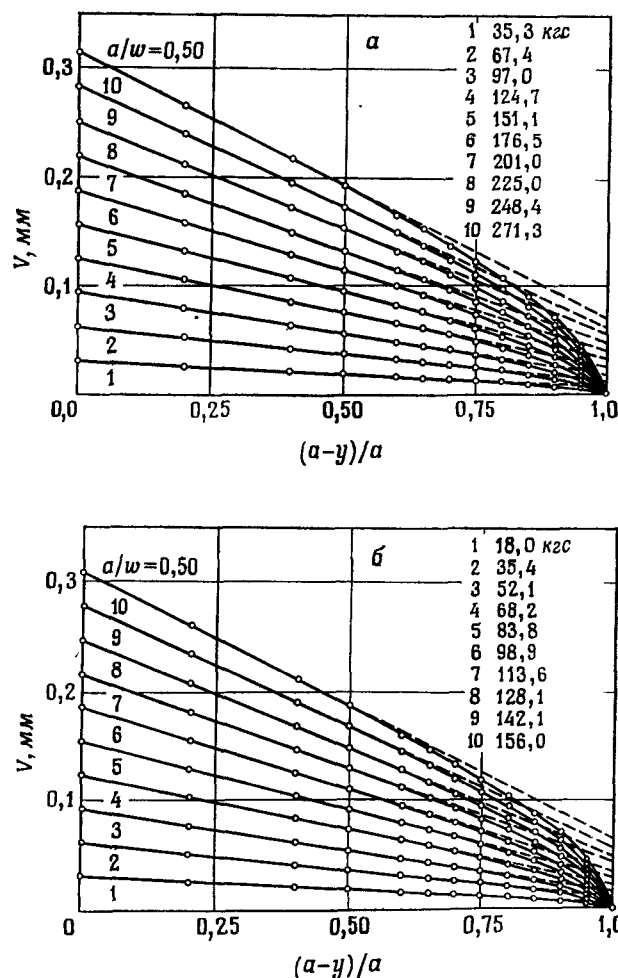


Рис. 4.20. Перемещение раскрытия трещины у пластмассы, армированной стекломатом: а — краевое направление; б — плоскостное направление.

Под центром поворота понимается точка, расположенная на пересечении сторон трещины, которые при деформации остаются прямолинейными. Поворот относительно этой точки представляет собой поворот твердых тел.

Расстояние от конца трещины до центра поворота можно представить как $r(w-a)$, где r — коэффициент поворота.

На рис. 4.20 показано перемещение раскрытия трещины в краевом и плоскостном направлениях, полученное для

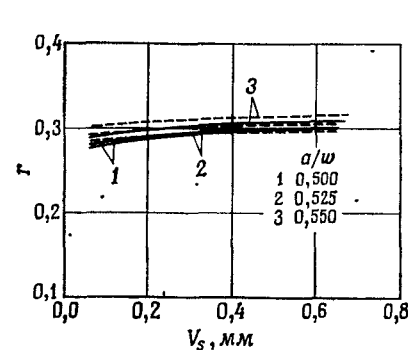


Рис. 4.21. Коэффициент поворота: — краевое направление; — — — плоскостное направление.

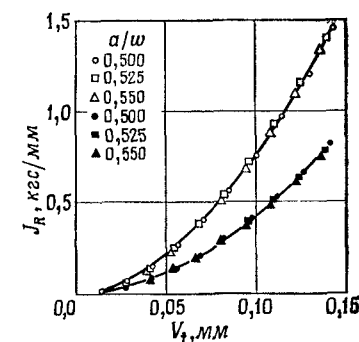


Рис. 4.22. Зависимость J_R от V_t ; светлые значки — для краевого направления; темные — для плоскостного направления.

пластмассы, армированной стекломатом. Следует отметить, что с возрастанием нагрузки происходит уменьшение прямолинейного участка сторон трещины. Для рассматриваемого материала прямолинейные участки оказываются меньше таких участков, характерных для металлов.

Проведенные ранее исследования [4.19, 4.20] показали, что понятием центра поворота удобно пользоваться для металлов. Целесообразность использования такого понятия для композитов окончательно еще не установлена. Однако этим понятием пользуются. Из рис. 4.20 можно найти углы θ наклона прямолинейных участков сторон трещины. Из геометрических соображений (рис. 4.19) можно рассчитать коэффициент поворота r . Результаты определения этого коэффициента представлены на рис. 4.21.

По приведенной ниже зависимости можно определить перемещение раскрытия трещины V_t , если известны коэффициент поворота r и перемещение раскрытия V_s на поверхности экспериментального образца. Зависимости между значениями J_R -интеграла и V_t показаны на рис. 4.22:

$$V_t = V_s [a/r(w-a) + 1]. \quad (4.21)$$

Из результатов, приведенных на рис. 4.22, можно видеть, что для плоскостного направления существует одна кривая $J_R(V_t)$ и для краевого направления также существует одна кривая $J_R(V_t)$. Следовательно, по раскрытию трещины можно установить значение J_R .

4.5. МЕТОД БОМОНА [4.9]

Разрушение композитов, армированных волокнами, представляет собой очень сложный процесс, при рассмотрении которого приходится принимать во внимание множество факторов, например разрыв волокон, вытягивание их и т. д. Бомон выделил основные факторы и определил их связь с особенностями разрушения композита. Здесь предпринята попытка в общих чертах ознакомить читателя с наиболее интересными аспектами процесса разрушения, а также исследованиями возможностей использования положения линейной механики разрушения при проектировании композитов, армированных волокном.

На рис. 4.23 представлены результаты экспериментальных исследований, полученные для эпоксидной смолы, армированной высокоупругим углеродным волокном с обработанной поверхностью.

Здесь рассмотрены коэффициент интенсивности напряжений \mathcal{K}_{II} , соответствующий началу появления трещины, и коэффициент интенсивности напряжений \mathcal{K}_{IC} в момент разрушения. Оба коэффициента не зависят от длины трещины и являются постоянными величинами. Следует обратить внимание на штриховую линию, приведенную на этом рисунке. Эта линия характеризует величину \mathcal{G}_F , установленную экспериментально (кривую нагрузка — перемещение интегрировали от нулевого перемещения до перемещения, соответствующего разрушению, и полученное значение делили на площадь излома). Значение \mathcal{K}_{IC} можно установить по формуле

$$\mathcal{K}_{IC} = (\bar{E} \mathcal{G}_F)^{1/2}. \quad (4.22)$$

Для определения \bar{E} можно воспользоваться формулой (4.20).

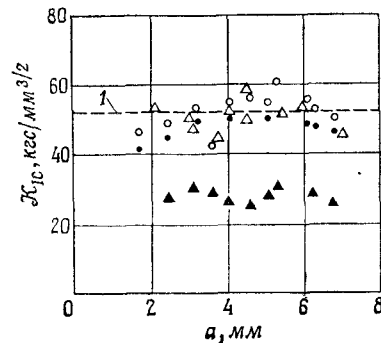
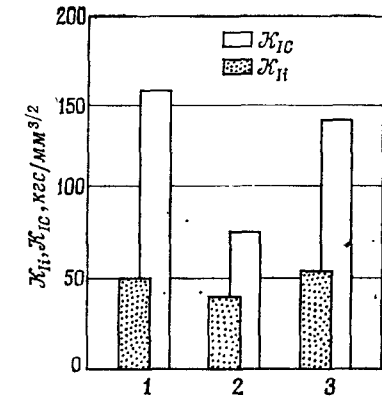


Рис. 4.23. Результаты экспериментальных исследований \mathcal{K}_{IC} : 1 — расчет с использованием величины \mathcal{G}_F ; расчеты по линейной механике разрушения (Δ растяжение, \bullet изгиб); по методу податливостей (\circ); по методу АЕ величины \mathcal{K}_{II} (\blacktriangle).

Рис. 4.24. Значения величины \mathcal{K} для композиций эпоксидная смола — борволокно и эпоксидная смола — углеволокно: 1 — борволокно — эпоксидная смола, $V_f = 0,66$; 2 — углеволокно — эпоксидная смола, $V_f = 0,60$ (тип I); 3 — углеволокно — эпоксидная смола, $V_f = 0,64$ (тип II).



На рис. 4.24 представлены коэффициенты интенсивности напряжений \mathcal{K}_{II} , \mathcal{K}_{IC} , полученные для эпоксидной смолы, армированной борволокном и углеродным волокном.

Согласно Бомону, в волокне содержится дефект, который является ядром микроскопической трещины. От этого дефекта происходит развитие трещины. Возникает или нет хрупкое разрушение с момента разрушения волокна, зависит от нескольких факторов:

- 1) способа освобождения упругой энергии, запасенной в волокне;
- 2) прочности матрицы и границы раздела волокно — матрица.

Когда, например, энергия деформации расходуется в виде кинетической энергии, появляется опасность возникновения быстрого разрушения. Если же энергия деформации расходуется в виде работы пластического деформирования области у вершины трещины, то в таком случае процесс развития трещины будет замедляться, т. е. необходимо затратить энергию для прохождения трещины через связующее волокно.

В общем случае можно считать, что энергия расходуется на разнообразные микроразрушения, происходящие у вершины трещины, и включает в себя следующие величины: \mathcal{G}_f — энергию разрушения волокна в процессе развития трещины; \mathcal{G}_m — энергию образования трещины в матрице; \mathcal{G}_d — энергию разрушения на границе волокно — матрица; \mathcal{G}_r — энергию релаксации волокна; \mathcal{G}_p — энергию вытягивания волокна. Таким образом, полная работа \mathcal{G} , отнесенная к единице площади излома, затраченная на образование трещины, может быть представлена следующим образом:

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_f + \mathcal{G}_m + \mathcal{G}_d + \mathcal{G}_r + \mathcal{G}_p. \quad (4.23)$$

В рассматриваемом случае вводится понятие степени освобождения предельной энергии деформации и обозначается эта степень через \mathcal{G}_c . Энергия, входящая в \mathcal{G}_c , определяется по зависимости (4.23). В рассматриваемую величину входят все указанные члены или некоторые из них. Это зависит от механизма, лежащего в основе образования трещины.

Для керамического волокна и термореактивной пластмассы типичные значения \mathcal{G}_f и \mathcal{G}_m не превышают соответственно 50 и 500 Дж/м². Поэтому основной вклад в энергию разрушения вносят величины \mathcal{G}_d , \mathcal{G}_r , \mathcal{G}_p , которые можно определить по следующим зависимостям:

$$\mathcal{G}_r = \frac{V_f \sigma_f^2(u) 2l_o}{3E_f}, \quad (4.24)$$

$$\mathcal{G}_d = \frac{V_f \sigma_f^2(u) l_y}{2E_f}, \quad (4.25)$$

$$\mathcal{G}_p = \frac{V_f \tau_i l_c^2}{6d}. \quad (4.26)$$

где V_f — объемное содержание волокна; E_f — модуль упругости волокна; $\sigma_f(u)$ — прочность волокна; l_y — длина отделившегося волокна; d — диаметр волокна; l_c — критическая длина волокна; τ_i — касательные напряжения на границе раздела.

Критическая длина волокна l_c связана с касательным напряжением на границе раздела τ_i зависимостью

$$l_c = \sigma_f(u) d / 2\tau_i. \quad (4.27)$$

Рост трещины можно разделить на два этапа: возникновение и распространение трещины. Если длина волокна, вытянутого из полимерной матрицы, по сравнению с областью разрушения является небольшой, работа в вершине трещины, затрачиваемая на раскрытие трещины, включает в себя \mathcal{G}_f , \mathcal{G}_m , \mathcal{G}_r , \mathcal{G}_d , \mathcal{G}_p . При этом энергия образования трещины и энергия ее распространения оказываются одинаковыми. Однако, когда длина вытянутого волокна соизмерима с областью процесса разрушения, энергия возникновения трещины является суммой величин \mathcal{G}_f , \mathcal{G}_m , \mathcal{G}_r , \mathcal{G}_d . С энергией развития трещины связана лишь величина \mathcal{G}_p .

Бомон для различных материалов рассчитал значения \mathcal{G}_r , \mathcal{G}_d , \mathcal{G}_p и определил \mathcal{G} . Если положить, что $\mathcal{G}_F = \mathcal{G}$, и воспользоваться формулой (4.22), то получим \mathcal{K}_{1c} . Помимо указанного Бомон провел детальные исследования временных зависимостей, влияния окружающей среды и др.

4.6. МЕТОД СИ И ДР. [4.12]

На рис. 4.25 показаны особенности разрушения композита, армированного в одном направлении волокном. Рис. *а* соответствует распространению трещины в матрице, а рис. *б* — распространению трещины, которое сопровождается вытягиванием волокна и его разрушением за пределами поверхностей трещины. Трещина может возникать в матрице между волокнами. Поэтому необходимо провести соответствующую проверку коэффициента интенсивности напряжений \mathcal{K} . Для этой цели можно воспользоваться зависимостью Си и др.:

$$\mathcal{K} = f \sigma \sqrt{\pi a}, \quad (4.28)$$

где f — коэффициент формы, учитывающий длину трещины и расстояние между волокнами. На рис. 4.26 показаны особенности изменения этого коэффициента. Поскольку расстояние между волокнами изменяется с изменением объемного содержания волокна, можно считать, что величина \mathcal{K}_{1c} зависит от объемного содержания волокна. Пример такой зависимости приведен на рис. 4.27.

В рассматриваемом случае направление распространения трещины совпадает с основным направлением. Следует иметь в виду, что в действительности часто направления волокон, нагрузки и развития трещины могут быть расположены по отношению друг к другу под некоторыми углами. Для учета этого обстоятельства Си и др. воспользовались коэффициентом S , учитывающим плотность энергии деформации. Для двумерного случая функция плотности энергии деформации определяется соотношением

$$\frac{dW}{dA} = \frac{1}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}). \quad (4.29)$$

Если воспользоваться системой координат, представленной на рис. 4.28, и подставить зависимость напряжения от

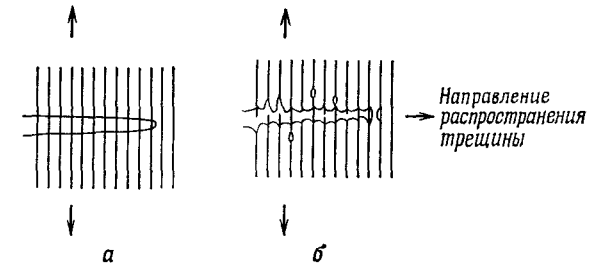


Рис. 4.25. Распространение трещины в композите, армированном волокном в одном направлении: *а* — трещина в матрице; *б* — вытягивание волокна.

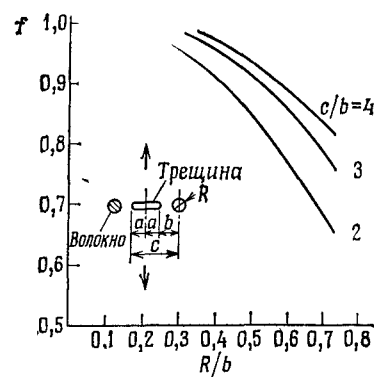


Рис. 4.26. Зависимость коэффициента формы f от R/b .

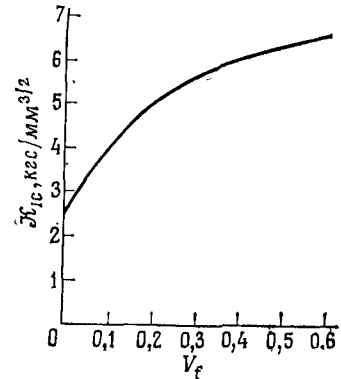


Рис. 4.27. Предельный коэффициент интенсивности напряжений для композита, армированного стекловолокном E .

коэффициента интенсивности напряжений в уравнение (4.29), то

$$\frac{dW}{dA} = \frac{1}{r} (A_{11}K_1^2 + 2A_{12}K_1K_2 + A_{22}K_2^2) \quad (4.30)$$

и dW/dA и S связаны зависимостью

$$dW/dA = S/r. \quad (4.31)$$

Принимая это во внимание, коэффициент плотности деформации можно представить в виде

$$S = A_{11}K_1^2 + 2A_{12}K_1K_2 + A_{22}K_2^2, \quad (4.32)$$

где

$$A_{11} = \frac{1}{16G} (3 - 4\nu - \cos \theta) (1 + \cos \theta),$$

$$A_{12} = \frac{1}{16G} 2 \sin \theta \{ \cos \theta - (1 - 2\nu) \},$$

$$A_{22} = \frac{1}{16G} \{ 4(1 - \nu)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1) \},$$

ν — коэффициент Пуассона; G — модуль упругости второго рода; K_1 , K_2 — коэффициенты интенсивности напряжений соответственно для растяжения и сдвига, которые можно представить как

$$K_1 = \sigma \sqrt{a}, \quad K_2 = \tau \sqrt{a} \quad (4.33)$$

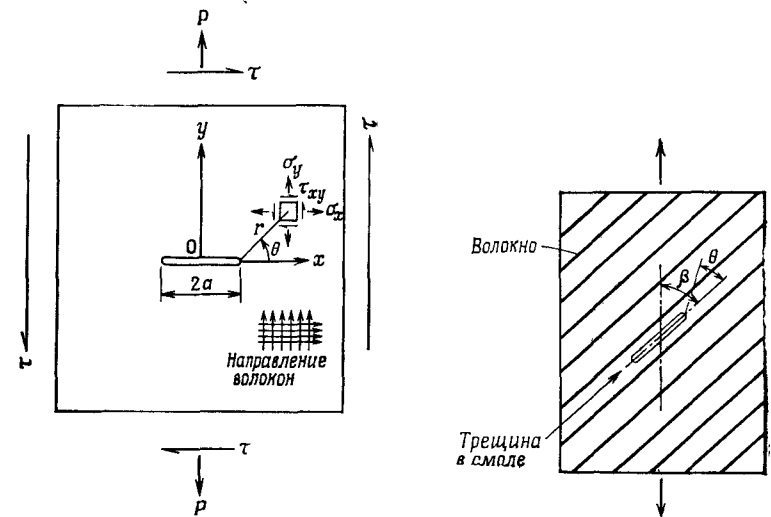


Рис. 4.28. Трещина в анизотропном материале, находящемся под действием растяжения и сдвига.

Рис. 4.29. Трещина, параллельная волокнам.

Если имеет место лишь растяжение, то $K_2 = 0$, если же действует только сдвиг, то $K_1 = 0$. Если имеются одновременно и сдвиг, и растяжение, то

$$K_1 = \sigma \sqrt{a} \sin^2 \beta, \quad K_2 = \sigma \sqrt{a} \sin \beta \cos \beta, \quad (4.34)$$

где β — угол между направлениями нагрузки и трещины.

Подставим (4.34) в (4.32). Если провести соответствующие преобразования, можно установить коэффициент плотности энергии деформации.

Для представленного на рис. 4.29 композита, армированного волокном в одном направлении, формулы (4.34) имеют вид

$$K_1 = \{ \varphi(x) \}_{x=1} \sigma \sqrt{a} \sin^2 \beta, \quad K_2 = \{ \psi(x) \}_{x=1} \sigma \sqrt{a} \sin \beta \cos \beta, \quad (4.35)$$

где $\varphi(x)$, $\psi(x)$ — функции, зависящие от формы и модуля упругости. Указанные функции являются решениями следующих неоднородных интегральных уравнений Фредгольма

второго рода:

$$\varphi(x) = \sqrt{x} - \int_0^x K_1(x, s) \varphi(s) ds,$$

$$\psi(x) = \sqrt{x} - \int_0^1 K_2(x, s) \psi(s) ds,$$

$$K_j(x, s) = \sqrt{xs} \int_0^\infty \xi \{f_j(\xi) - 1\} J_0(\xi x) J_0(\xi s) d\xi, \quad j = 1, 2.$$

$$\begin{aligned} f_1(\xi) = & [2(1-\nu) \gamma_2 \xi h - 2(1-\nu) \gamma_4 \operatorname{sh}(\xi h) \operatorname{ch}(\xi h) + \\ & + (\xi h)^2 (\gamma_1 + \gamma_2) - 4(1-\nu)^2 (\alpha - \lambda) - \\ & - \operatorname{sh}^2(\xi h) \{\gamma_1 - (1-2\nu) \gamma_2 - \\ & - 2(1-2\nu) \gamma_5\}] / [2(1-\nu) (\delta_2 - \delta_1) \operatorname{sh}^2(\xi h) - \\ & - 2(1-\nu) \operatorname{ch}^2(\xi h) (\alpha \delta_4 - \lambda \delta_3) - \xi h (\gamma_1 + \gamma_2) - \\ & - \{\gamma_1 - (1-2\nu) \gamma_2 - 2(1-\nu) \gamma_5\} \operatorname{sh}(\xi h) \operatorname{ch}(\xi h)], \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} f_2(\xi) = & [-2(1-\nu) \xi h \gamma_3 - (\xi h)^2 (\gamma_1 + \gamma_2) + \\ & + 2(1-\nu) \{\gamma_5 + 2(1-\nu) (\alpha - \lambda)\} + \{\gamma_1 - \\ & - (1-2\nu) \gamma_2\} \operatorname{sh}^2(\xi h) + 2(1-\nu) \gamma_4 \operatorname{sh}(\xi h) \operatorname{ch}(\xi h) - \\ & - 2(1-\nu) \gamma_5 \operatorname{ch}^2(\xi h)] / [\xi h (\gamma_1 + \gamma_2) - \\ & - \operatorname{sh}(\xi h) \operatorname{ch}(\xi h) \{\gamma_1 - (1-2\nu) \gamma_2 - 2(1-\nu) \gamma_5\} - \\ & - 2(1-\nu) \operatorname{sh}^2(\xi h) (\alpha \delta_4 - \lambda \delta_3) + \\ & + 2(1-\nu) \operatorname{ch}^2(\xi h) (\delta_2 - \delta_1)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d = -2\nu_{12} + \frac{E_1}{G_{12}}, \quad c = \sqrt{\left(-2\nu_{12} + \frac{E_1}{G_{12}}\right)^2 - 4 \frac{E_1}{E_2}}, \\ \delta_1 = \frac{2G(\alpha^2 + \nu_{12})}{E_1}, \quad \delta_2 = \frac{2G(\lambda^2 + \nu_{12})}{E_1}, \\ \delta_3 = \frac{2G\left[\left(\frac{E_1}{G_{12}} - \nu_{12}\right)\alpha - \alpha^3\right]}{E_1}, \quad \delta_4 = \frac{2G\left[\left(\frac{E_1}{G_{12}} - \nu_{12}\right)\lambda - \lambda^3\right]}{E_1}, \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$\gamma_1 = \delta_1 \delta_4 - \delta_2 \delta_3 + \delta_3 - \delta_4, \quad \gamma_2 = \alpha \delta_2 - \lambda \delta_1 + \lambda - \alpha,$$

$$\gamma_3 = \alpha \delta_4 - \lambda \delta_3 + \delta_1 + \delta_2, \quad \gamma_4 = \alpha \delta_4 - \lambda \delta_3 + \delta_1 - \delta_2,$$

$$\gamma_5 = \delta_3 - \delta_4 + \lambda - \alpha,$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{d+c}{2}}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{d-c}{2}},$$

ν — коэффициент Пуассона для матрицы.

Рассмотрим композит, армированный в одном направлении волокном:

$$E_1 = 3515 \text{ кгс/мм}^2, \quad E_2 = 1174 \text{ кгс/мм}^2,$$

$$\nu_{12} = 0,05,$$

$$G_{12} = 495 \text{ кгс/мм}^2, \quad V_f = 56,5 \, \%. \quad (4.38)$$

Для этого материала

$$\varphi(1) = 0,29, \quad \psi(1) = 0,17. \quad (4.38)$$

Если воспользоваться формулами (4.35) и подставить приведенные значения в формулу (4.32), то

$$S = \sigma^2 a \{0,0841 A_{11} \sin^4 \beta + 0,0986 A_{12} \sin^3 \beta \cos \beta + + 0,0289 A_{22} \cos^4 \beta\} = \sigma^2 a F(\theta, \beta). \quad (4.39)$$

Угол направления распространения трещины определим, полагая $\partial F / \partial \theta = 0$. Этот угол обозначим через θ_0 . Зависимость θ_0 от β показана на рис. 4.30. На рис. 4.31 приведены

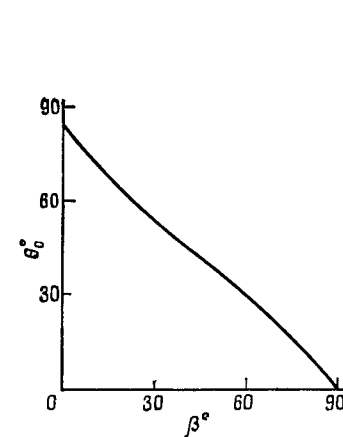


Рис. 4.30. Зависимость θ_0° от β° .

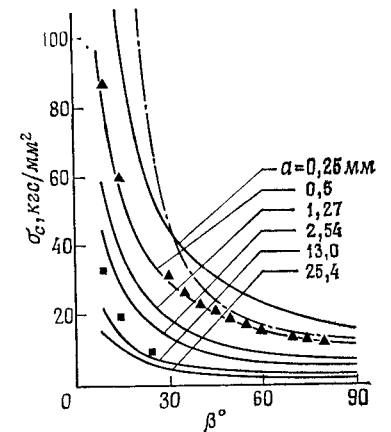


Рис. 4.31. Зависимость σ_c от β . Штрихпунктирная линия построена для $(\sigma_c)_{\beta=\pi/2} / \sin^2 \beta$; сплошные линии — по теории Си; значки ▲, ■ соответствуют материалу без трещины и материалу с трещиной.

результаты, показывающие зависимость между предельным напряжением и β . При макроскопическом рассмотрении можно положить, что

$$\sigma_c = (\sigma_c)_{\beta=\pi/2} / \sin^2 \beta. \quad (4.40)$$

Из рассматриваемого рисунка видно, что результаты расчета не совпадают с результатами экспериментальных исследований. Однако если положить, что размеры трещины составляют 0,5 мм, то использование метода Си обеспечивает хорошее совпадение результатов расчета с результатами эксперимента.

Глава 5. РАЗРУШЕНИЕ КОМПОЗИТОВ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

5.1. ПОВЕДЕНИЕ КОМПОЗИТОВ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Исследование зависимостей напряжение — деформация показывает, что поведение композитов может быть самым разнообразным. Они могут вести себя как хрупкие материалы, как материалы, обладающие сложной текучестью, и как пластические материалы. На рис. 5.1 для различных композитов показаны диаграммы напряжение — деформация. Диаграммы, представленные на рис. 5.1, а получены для слоистого материала, состоящего из эпоксидной смолы и стеклоткани, имеющей атласное переплетение. При растяжении стеклоткани в основных направлениях примерно до 5 кгс/мм² диаграммы имеют прямолинейный характер. Затем следует небольшой излом, который носит название «колена». В дальнейшем с возрастанием напряжения происходит пропорциональное возрастание деформаций. Разрушение материала наступает примерно в окрестностях 2% ной деформации.

Из рисунка видно, что при растяжении материала под углом 45° к основным направлениям поведение его носит нелинейный характер и может быть рассмотрено как поведение пластичного материала [5.1]. На рис. 5.1, б представлены результаты исследования материала со сложной композицией, для армирования которого использовалось как стекловолокно, так и углеродное волокно. У этого материала разрушение углеродного волокна происходит не одновременно с разрушением стекловолокна. В результате этого рассматриваемые диаграммы носят сложный характер [5.2].

К аналогичным выводам можно прийти и при рассмотрении композитов, составленных из металлических матриц и металлических волокон. Здесь в качестве примера рассмотрены следующие композиции: рис. 5, в — алюминий — борволокно, покрытое карбидом кремния; рис. 5, г — никель — карбид ниобия (материал получен отверждением в одном направлении); рис. 5, д — полимерный бетон.

На поведение композитов влияют характеристики дисперсной и матричной фаз, состояние дисперсной фазы (волокнистое или зернистое), содержание этой фазы в композите и т. д.

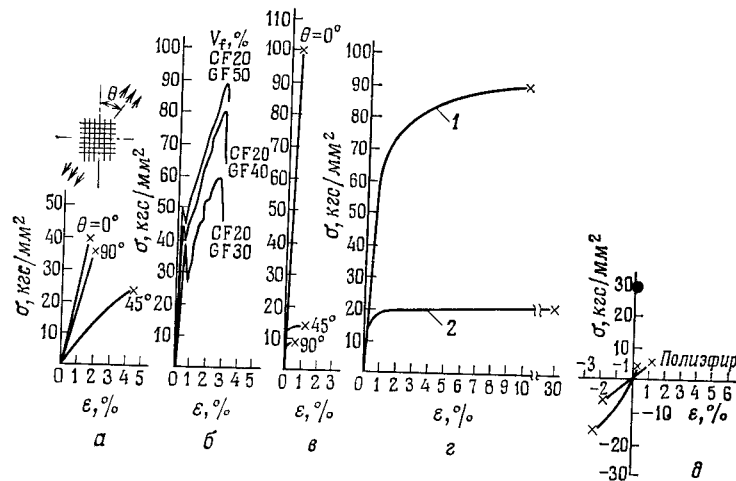


Рис. 5.1. Примеры диаграмм напряжение — деформация, полученных для различных композитов: а — эпоксидная смола, армированная стеклотканью с атласным переплетением; б — гибридный композит, армированный в одном направлении углеродным волокном и стекловолокном (в качестве матрицы использована эпоксидная смола) в — алюминий, армированный в одном направлении борволокном, покрытым карбидом кремния; г — композиция Ni—NbC, застывшая в одном направлении (кривая 1), твердый раствор NbC в никеле Ni с весовым содержанием 0,5% (кривая 2), д — полимерный бетон с весовым содержанием песка 20%, CaCO₃ — 40%.

Значительное влияние могут оказывать и методы получения композитов, рассмотренные в гл. 1. От этих методов зависят размеры и распределение пустот и включений, образующихся в процессе изготовления композита, степень неравномерности распределения волокна, состояние адгезии на поверхностях раздела, остаточные напряжения и др. Таким образом, можно видеть, что на поведение композита при разрушении влияет большое число факторов. Поэтому важно при исследовании особенностей разрушения выбрать соответствующую модель композита, которую можно было бы исследовать, или же, используя микромеханику разрушений и вероятностные методы, получить требуемые характеристики.

Остановимся на построении модели. Как и в случае упругого поведения, поведение композита при разрушении зависит от того, армирован композит волокном или частицами. Особенности влияния частиц и волокна на армирование композитов показаны на рис. 5.2. Здесь же приведены коэффициенты упрочнения матрицы, представляющие собой отношение предела текучести композита к пределу текучести матрицы. Вид дисперсной фазы показан на оси абсцисс. Из приведен-

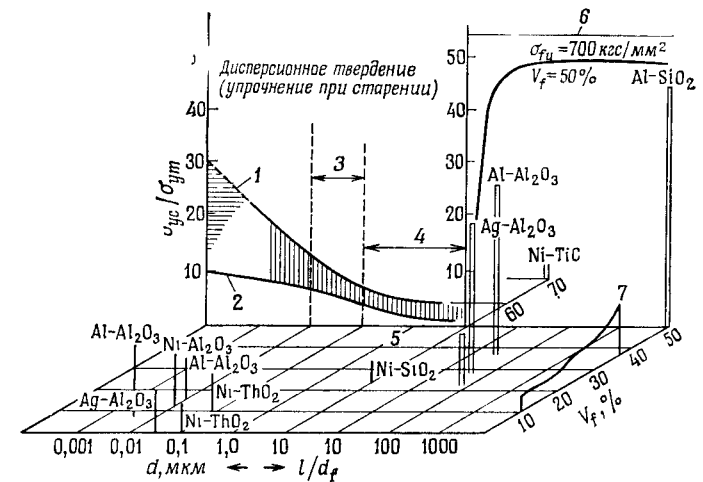


Рис. 5.2. Влияние частиц и волокон на упрочнение композита при комнатной температуре; σ_{yc}/σ_{yt} — коэффициент упрочнения матрицы; d — диаметр частицы, мкм; l/d_f — относительное удлинение волокна (отношение длины волокна к его диаметру). 1 — сталь; 2 — сверхсплав; 3 — дисперсионное упрочнение; 4 — металллокерамический материал; 5 — алюминий; 6 — коррозионноустойчивая сталь, армированная волокном; 7 — пластмасса, армированная углеродным волокном.

ных данных видно, что использование волокон для армирования позволяет получить очень значительные коэффициенты упрочнения.

5.2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗРУШЕНИЯ КОМПОЗИТОВ

Из теорий прочности композитов можно выделить следующие: теорию максимальных напряжений, теорию максимальных деформаций и теорию максимальных работ [5.3]. Воспользуемся в качестве осей симметрии композита осями x_1 , y_1 , z_1 , которые показаны на рис. 5.3. Положим, что в направлении z_1 материал является тонким и вдоль поверхности x_1y_1 действует некоторая произвольная нагрузка. Применим для этого случая указанные выше теории. Сначала рассмотрим теорию максимальных напряжений. В данном случае в направлении x_1 — предел прочности X , в направлении y_1 — предел прочности Y , а в направлениях x_1 , y_1 — предел прочности при сдвиге S . Когда напряжение в материале достигнет какого-либо из указанных пределов, произойдет разрушение материала:

$$\sigma_1 \leq X, \sigma_2 \leq Y, \tau_{12} \leq S. \quad (5.1)$$

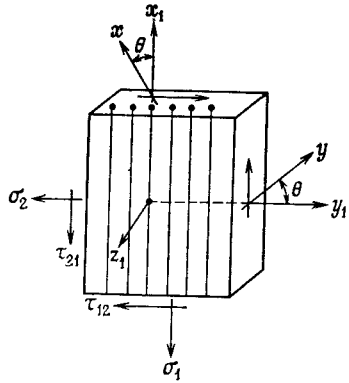


Рис. 5.3. Выбор осей координат.

Следует иметь в виду, что направления действия нагрузок могут не совпадать с направлениями осей симметрии, а составляют с ними некоторый угол θ . В таком случае для определения напряжений σ_1 , σ_2 , τ_{12} воспользуемся соотношением

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\cos \theta \sin \theta & \cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Если положить, что нагрузка приложена в направлении x , то $\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta$, $\sigma_2 = \sigma_x \sin^2 \theta$, $\tau_{12} = -\sigma_x \cos \theta \sin \theta$. (5.3)

Тогда при оценке прочности можно записать

$$\sigma_x \leq \min \left[\frac{X}{\cos^2 \theta}, \frac{Y}{\sin^2 \theta} \text{ или } \frac{S}{\sin \theta \cos \theta} \right]. \quad (5.4)$$

Следует иметь в виду, что в рассмотренном случае значения X , Y относятся к растяжению. Когда же имеет место сжатие, следует воспользоваться соответствующими значениями X' , Y' .

Перейдем теперь к теории максимальных деформаций. В направлении главных осей имеют место деформации ϵ_1 , ϵ_2 , γ_{12} . Если какая-либо из указанных деформаций превысит соответствующее предельное значение (предельными значениями в данном случае являются X_e , Y_e , S_e), то произойдет разрушение материала:

$$\epsilon_1 \leq X_e, \quad \epsilon_2 \leq Y_e, \quad \gamma_{12} \leq S_e. \quad (5.5)$$

Если воспользоваться модулями упругости E_1 , E_2 , G_{12} , соответствующими главным осям, можно установить следующие

зависимости, связывающие предел прочности и деформацию:

$$X_e = \frac{X}{E_1}, \quad Y_e = \frac{Y}{E_2}, \quad S_e = \frac{S}{G_{12}}. \quad (5.6)$$

Воспользуемся допущением о линейности зависимостей напряжение — деформация, а также положим, что в данном случае материал является ортотропным. Зависимости напряжение — деформация для ортотропного случая:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} (\epsilon_1 + \nu_{21}\epsilon_2), \\ \sigma_2 &= \frac{E_2}{1 - \nu_{21}\nu_{12}} (\epsilon_2 + \nu_{12}\epsilon_1), \\ \tau_{12} &= G_{12}\gamma_{12}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

где ν_{12} , ν_{21} — коэффициенты Пуассона. Следовательно, прочность можно характеризовать неравенством

$$\sigma_x \leq \min \left[\frac{X}{\cos^2 \theta - \nu_{12} \sin^2 \theta}, \frac{Y}{\sin^2 \theta - \nu_{21} \cos^2 \theta}, \frac{S}{\sin \theta \cos \theta} \right]. \quad (5.8)$$

Остановимся теперь на рассмотрении теории максимальных работ. Эта теория была предложена Хиллом, а в дальнейшем разрабатывалась многочисленными исследователями. Идея теории состоит в следующем. Можно положить, что напряжения текучести почти совпадают с пределом прочности, и воспользоваться методикой Мизеса, в которой условия текучести представлены следующим уравнением второй степени:

$$A(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + B(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{31}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1, \quad (5.9)$$

где A , B , H , L , M , N — коэффициенты материала, соответствующие основным направлениям. Разрушения не будет в том случае, если напряжения, действующие в материале, не будут выходить за поверхность (5.9). Если положить, что предельное напряжение в направлении z_1 совпадает с предельным напряжением в направлении y_1 , а также что $\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{31} = 0$, приведенную выше зависимость можно представить в виде

$$\left(\frac{\sigma_1}{X} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_1}{X} \right) \left(\frac{\sigma_2}{Y} \right) + \left(\frac{\sigma_2}{Y} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 = 1. \quad (5.10)$$

Следовательно, при нагружении в направлении оси x прочность можно охарактеризовать следующим образом:

$$\frac{1}{\sigma_x^2} = \frac{\cos^4 \theta}{X^2} + \left(\frac{1}{S_2} - \frac{1}{X^2} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{Y^2}. \quad (5.11)$$

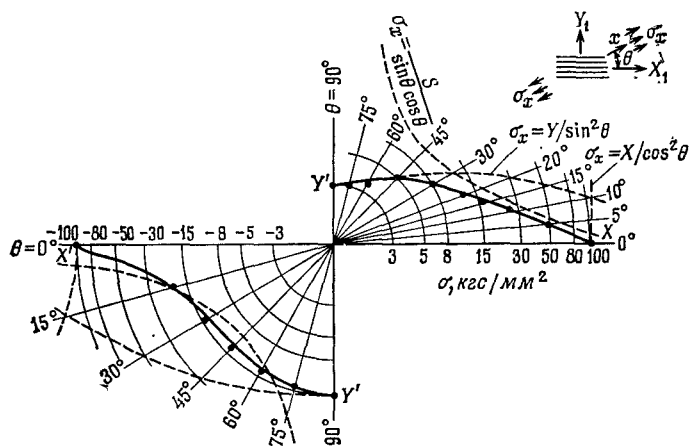


Рис. 5.4. Сопоставление теоретических прочностей с результатами экспериментальных исследований, полученными для композитов, армированных волокном в одном направлении: — — теория максимальных напряжений; — — теория максимальных работ; ● экспериментальные значения.

Цай провел сопоставление указанных выше теорий прочности для композита, армированного волокнами в одном направлении. Пример такого сопоставления приведен на рис. 5.4 [5.4]. В качестве матрицы использовалась эпоксидная смола, а в качестве армирующего материала — стекло Е. Проведенные исследования показали, что в основных направлениях композит обладает следующими характеристиками прочности:

$$\begin{aligned} E_1 &= 5480 \text{ кгс/мм}^2, & E_2 &= 1830 \text{ кгс/мм}^2, \\ \nu_{12} &= 0,25, & G_{12} &= 879 \text{ кгс/мм}^2, \\ X &= 105 \text{ кгс/мм}^2, & X' &= 105 \text{ кгс/мм}^2, \\ Y &= 2,8 \text{ кгс/мм}^2, & Y' &= 14 \text{ кгс/мм}^2, \\ S &= 5,6 \text{ кгс/мм}^2, \end{aligned}$$

На рассматриваемом рисунке темными кружками показаны результаты испытаний на сжатие и растяжение. Из приведенных данных видно, что наилучшее совпадение результатов расчета с экспериментом имеет место для теории максимальных работ. Следует отметить, что существует некоторое различие между прочностью при растяжении и прочностью при сжатии. В данном случае полагали, что это различие является небольшим. Когда различие существенно, следует вос-

пользоваться формулой Хоффмана [5.5]

$$\frac{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2}{XX'} + \frac{\sigma_2^2}{YY'} + \frac{X' - X}{XX'} \sigma_1 + \frac{Y' - Y}{YY'} \sigma_2 + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1. \quad (5.12)$$

Изложенный выше подход эффективен в тех случаях, когда поведение композита до разрушения является линейно-упругим. Для металлических композитов, а также для материалов, у которых дисперсной фазой являются частицы, необходимо учитывать нелинейность характеристик и особенности механики разрушения.

5.3. ОСНОВЫ ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИТОВ, АРМИРОВАННЫХ НЕПРЕРЫВНЫМИ ВОЛОКНАМИ

Поведение композита, армированного непрерывными волокнами, отличается от поведения материала, армированного дискретными волокнами. Наиболее часто армирование осуществляется непрерывными волокнами. Положим, что на композит с непрерывными волокнами в направлении волокна действует растягивающая нагрузка и до разрушения в материале возникают одинаковые деформации. Воспользуемся следующими обозначениями: ϵ_{fu} — деформация при разрушении волокна; ϵ_{mu} — деформация при разрушении матрицы; ϵ_c — средняя деформация композита.

В рассматриваемом случае можно считать, что

$$\epsilon_c = \epsilon_f = \epsilon_m, \quad \epsilon_{fu} \leq \epsilon_{mu}. \quad (5.13)$$

Тогда

$$\frac{\sigma_f}{E_f} = \frac{\sigma_m}{E_m}, \quad \sigma_{fu} \leq \left(\frac{E_f}{E_m} \right) \sigma_{mu}. \quad (5.14)$$

Поскольку напряжение

$$\sigma_c = V_f \sigma_f + (1 - V_f) \sigma_m, \quad (5.15)$$

то, используя предел прочности X композита и эквивалентное напряжение волокна $\bar{\sigma}_{fu}$, можно определить

$$\frac{X}{V_f} = \bar{\sigma}_{fu} = \sigma_{fu} \left(1 + \frac{1 - V_f}{V_f} \frac{E_m}{E_f} \right), \quad (5.16)$$

где V_f — объемное содержание волокна в композите.

Объемное содержание волокна V_{fcr} , при котором X равно пределу прочности матрицы, выражается формулой

$$V_{fcr} = \frac{\sigma_{mu} - (\sigma_m)_{\epsilon_{fu}}}{\sigma_{fu} - (\sigma_m)_{\epsilon_{fu}}}. \quad (5.17)$$

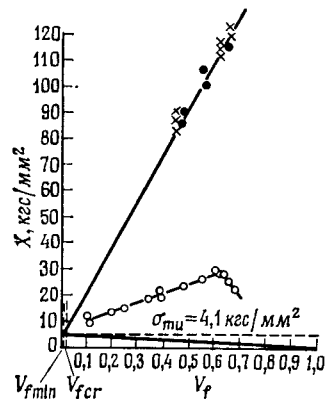


Рис. 5.5. Прочность пластмасс, армированных непрерывными волокнами, $V_{fcr} \approx 0,205\%$, $V_{fmin} \approx 0,199\%$.

Экспериментальные значения для эпоксидной смолы, армированной стекловолокном в одном направлении: ● толщина 3,2 мм, ширина 15 мм, X толщина 1,6 мм; ○ экспериментальные значения для полиэфирной смолы, армированной стеклотканью с атласным переплетением.

Объемное содержание волокна V_{fmin} , при котором одновременно происходит разрушение волокна и матрицы, равно

$$V_{fmin} = \frac{\sigma_{mu} - (\sigma_m)_{efu}}{\sigma_{fu} + \sigma_{mu} - (\sigma_m)_{efu}}. \quad (5.18)$$

Пример зависимости между σ_c и V_f приведен на рис. 5.5. На этом же рисунке приведены V_{fcr} и V_{fmin} . Темные кружочки относятся к материалу, полученному намоткой волокна [5.6]. Для этого материала результаты экспериментальных исследований хорошо совпадают с результатами расчета. Помимо этого приведены данные, относящиеся к материалу, армированному стеклотканью, имеющей атласное переплетение. Можно видеть, что эти два материала существенно различаются. Это объясняется тем, что в последнем случае содержание волокна, параллельного направлению действия

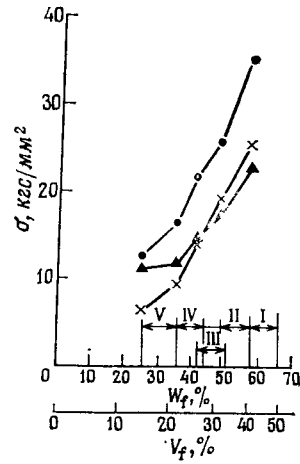
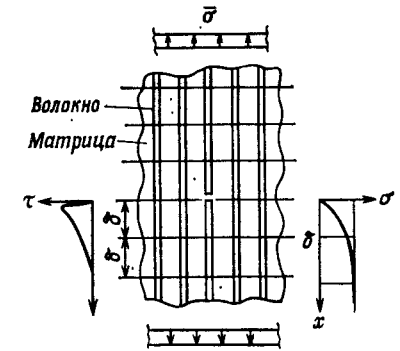


Рис. 5.6. Прочность, установленная стандартом MIL-P-17549 C (США). Экспериментальные данные: X предел прочности при растяжении (X'); ● предел прочности при изгибе; ▲ предел прочности при сжатии (X').

Рис. 5.7. Повреждение при растяжении (модель Розена).



нагрузки, оказывается меньше фактического содержания. Поэтому при определении прочности необходимо фактическое содержание волокна умножить на уменьшающий коэффициент β , что позволяет при приближенной оценке воспользоваться следующей зависимостью:

$$\frac{X}{V_f} = \sigma_{fu} \left(\beta + \frac{1 - V_f}{V_f} \frac{E_m}{E_f} \right). \quad (5.19)$$

Для ткани значение коэффициента β составляет примерно 0,5, а для матов — примерно 3/8. На рис. 5.6 в качестве примера показано, каким образом содержание волокна в композите оказывает влияние на прочность в направлении волокон. На этом рисунке помимо прочности при растяжении приведены прочности при изгибе и сжатии (использованы материалы военного стандарта США).

Помимо рассмотренной существуют и другие проблемы, к которым можно отнести поведение материала при достижении состояния текучести матрицы при разрушенном волокне, особенности изменения σ_{fu} в зависимости от разброса прочности волокна, превышение расчетного значения по сравнению с действительным и др. В частности, важной задачей является учет разброса прочности волокна. Однако в настоящее время в этом направлении еще не достигнуты единые точки зрения. Розен предпринял попытку создать статистическую методику. На рис. 5.7 для случая одиночного разрушения волокна показаны напряжения в волокне и распределение напряжений на границе волокна и матрицы. В своей статистической методике Розен полагал, что волокна разрушаются друг за другом [5.7], и прочность можно определить по следующей зависимости:

$$\sigma_c = \bar{\sigma}_f V_f \left(\frac{1 - V_f^{1/2}}{V_f^{1/2}} \right)^{-1/2\beta}, \quad (5.20)$$

где $\bar{\sigma}_f$ — эквивалентное напряжение в волокне; β' — формпараметр, полученный в предположении, что распределение прочности в волокне является распределением Вейбулла; для волокна из стекла коэффициент $\beta' = 7,7$.

Для конструкционных материалов важно знать прочность не только в направлении волокна, но и в направлении, перпендикулярном направлению волокна, т. е. в поперечном направлении. Из рис. 5.8 видно, что прочность при растяжении в поперечном направлении соответствует последовательности, состоящей из однонаправленных упрочняющих волокон и матрицы, поэтому эта прочность оказывается ниже прочности матрицы.

На рис. 5.9 представлены результаты экспериментальных исследований Уэмуры и Ямаваки [5.8] прочности в поперечном направлении композита, состоящего из эпоксидной смолы и однонаправленного упрочняющего стекловолокна. Из приведенных данных можно видеть, что с уменьшением толщины экспериментального образца наблюдается тенденция к увеличению прочности. Содержание стекловолокна в композите оказывает незначительное влияние на прочность.

Нельзя не учитывать в качестве фактора прочности в поперечном направлении влияние прочности сцепления матрицы с упрочняющим материалом. На рис. 5.10 показано влияние содержания волокна на прочностные характеристики композита. В качестве этих характеристик рассмотрено два параметра: отношение поперечной прочности к прочности матрицы

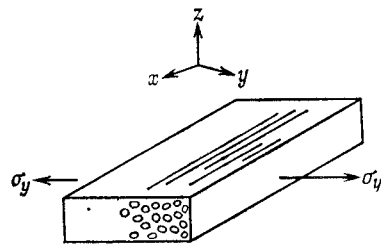


Рис. 5.8. Растягивающая нагрузка, действующая в поперечном направлении на композит, армированный волокном в одном направлении.

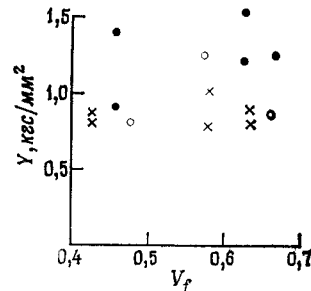


Рис. 5.9. Результаты экспериментальных исследований предела прочности Y при растяжении композита в направлении, перпендикулярном направлению волокон; матрица — эпоксидная смола Шерэпикот 828; экспериментальные образцы: ● 1,6 мм × 6 мм и ○ 3,2 мм × 6 мм.

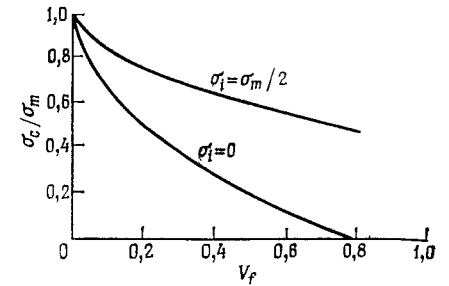


Рис. 5.10. Влияние содержания волокна на относительную поперечную прочность σ_c/σ_m композита при разных прочностях на поверхности раздела.

и отношение прочности сцепления матрицы с волокном на границе раздела к прочности матрицы. При проведении исследований использовали композит с нерегулярным распределением волокна [5.9]. Проведенные исследования показали, что на относительные поперечные прочности оказывает влияние ориентация волокна.

Прочность композита при сжатии X' можно определить, изучая устойчивость волокна, заключенного в матрице, обладающей упругостью.

Методики, разработанные Дау [5.10], Розеном [5.11], а также Хаяси и др. [5.12], позволили добиться хорошего согласования теоретических результатов с результатами экспериментальных исследований. Прочность композита при сжатии определяется по зависимости, полученной Дау:

$$X' = \left(\frac{V_f E_f \sigma_y}{3(1 - V_f)} \right)^{1/2}, \quad (5.21)$$

где σ_y — предел текучести матрицы.

На рис. 5.11 показаны два вида потери устойчивости упрочняющих волокон в композите, которые предложил Розен. Первый вид потери устойчивости носит название сдвигового, или совпадающего по фазе, а второй вид — натяжного или не совпадающего по фазе.

Для не совпадающего по фазе вида прочность при сжатии

$$X' = 2V_f \left(\frac{V_f E_f E_m}{3(1 - V_f)} \right)^{1/2}. \quad (5.22)$$

Для совпадающего по фазе вида прочность при сжатии

$$X' = \frac{G_m}{1 - V_f}. \quad (5.23)$$

В своей работе Хаяси показал, что при действии сжимающих сил, когда достигается предел устойчивости, матрица удерживает способность удерживать волокна и композит

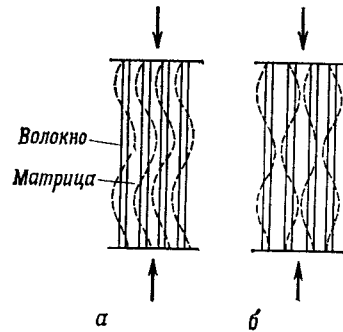


Рис. 5.11. Схематическое представление двух видов разрушения композита, армированного непрерывным волокном: а — сдвиговое, б — растяжное.

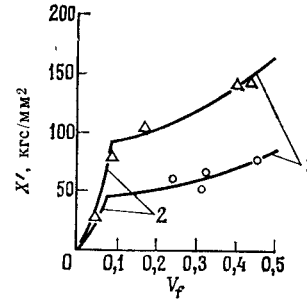


Рис. 5.12. Прочность на сжатие пластмассы, армированной в одном направлении борволокном. Экспериментальные результаты: 1 — сдвиговое, 2 — растяжное.

разрушается. Этот предел можно определить по следующей зависимости:

$$X' = \sigma_f^* V_f + \sigma_m^* (1 - V_f), \quad (5.24)$$

где σ_m^* — напряжение сжатия, действующее в матрице; σ_f^* — напряжение в волокне. Разрушение происходит, когда напряжение сжатия равно модулю упругости второго рода. Следует иметь в виду, что модуль упругости второго рода изменяется с возрастанием напряжений сжатия. На рис. 5.12 в качестве примера показана зависимость X' от V_f . Юэ и др. [5.13] предложили для определения прочности при сжатии композита, армированного дискретными волокнами, использовать следующую зависимость:

$$X' = A \left\{ \frac{[(\alpha \theta_m)^2 + \frac{1}{3} V_f (1 - V_f) \tau_0 E_f]^{1/2} + \alpha \theta_m}{2(1 - V_f) V_f} \right\}, \quad (5.25)$$

где A — коэффициент, принимающий значения 0,13—1,0 (в случае непрерывного волокна $A=1,0$); θ_m — коэффициент, учитывающий упрочнение от обработки, τ_0 — предельное напряжение сдвига матрицы; α — коэффициент, учитывающий пластические деформации (0—1).

Хираи и Ёсида [5.14] проводили испытания слоистых пластин на сжатие в краевом направлении по методике Американского общества испытания материалов. Для испытаний использовали два материала: полиэфирную смолу, армиро-

ванную стеклотканью из ровницы ($V_f = 40 \div 50\%$), и полиэфирную смолу, армированную стекломатом из рубленого волокна ($V_f = 20 \div 30\%$). В результате этих испытаний получили следующие значения отношений абсолютного значения предела прочности при сжатии X' к абсолютному значению предела прочности при растяжении X :

для стекломата из рубленого волокна

$$\frac{|X'|}{|X|} = \frac{21 \text{ кгс/мм}^2}{9,0 \text{ кгс/мм}^2} = 2,33,$$

для стеклоткани из ровницы

$$\frac{|X'|}{|X|} = \frac{21 \text{ кгс/мм}^2}{40 \text{ кгс/мм}^2} = 0,525.$$

Исследованию прочности при сжатии в плоскостном направлении посвящена работа Амидзими и др. [5.15], в которой в качестве экспериментальных образцов использовали образцы из полиэфирной смолы, армированной стеклотканью с атласным переплетением. Примерно до 25%-ного содержания стекловолокна прочность смолы на сжатие составляла приблизительно 20 кгс/мм². При больших значениях содержания стекловолокна проявлялся эффект упрочнения. Согласно полученным результатам, предел прочности на сжатие композита при $V_f = 50\%$ составил 56 кгс/мм².

Помимо указанных прочностных характеристик для композитов представляет интерес и прочность на сдвиг S . При этом различают два вида сдвига: сдвиг в плоскости и сдвиг вне плоскости. Исследованию прочности композитов на сдвиг посвящена работа Уэмуры и Ямаваки [5.8], которые исследовали предел прочности при плоскостном сдвиге на эпоксидной смоле, армированной в одном направлении стекловолокном. Полученные результаты показали, что в случае нагружения вдоль волокон рассматриваемый предел прочности на сдвиг составляет 4 кгс/мм². Когда же направления нагружения волокон взаимно перпендикулярны, прочность на сдвиг равна 3,3 кгс/мм². Следует отметить, что для последней величины характерна тенденция к уменьшению, когда высота экспериментального образца становится большой по отношению к его ширине и толщине. Согласно Хираи и Ёсиде, проводившим испытания на сжатие, разрушение образцов происходит при сдвиге вне плоскости. При этом прочность при внеплоскостном сдвиге составляет примерно половину значения X .

5.4. ОСНОВЫ ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИТОВ, АРМИРОВАННЫХ ДИСКРЕТНЫМИ ВОЛОКНАМИ

При армировании дискретными волокнами передача нагрузки осуществляется в основном по граничным поверхностям матрицы и волокна. Важными факторами при этом являются характеристики граничных поверхностей матрицы и дисперсной фазы, отношение диаметра к его длине, отношение модулей упругости волокна и матрицы.

Расположение дискретного волокна в матрице в реальных условиях носит нерегулярный характер. Однако для удобства рассмотрения можно воспользоваться предположением о том, что упрочняющее волокно равномерно распределено по матрице и ориентировано в одном направлении. На рис. 5.13 показан цилиндрический образец, в котором волокно ориентировано в осевом направлении. Волокно короткое и имеет длину l . В среднем можно считать, что все волокна в любом сечении находятся в равных условиях с точки зрения нагружения и вероятности разрушения. Через $\bar{\sigma}_f$ обозначено среднее значение натяжения σ_f одного волокна в продольном направлении. Если воспользоваться средним напряжением, обусловленным нагрузкой, то напряжение σ_c в композите в рассматриваемом сечении можно представить в виде

$$\sigma_c = \bar{\sigma}_f V_f + (\sigma_m)_{efu} (1 - V_f), \quad \bar{\sigma}_f = \frac{1}{l} \int_0^l \sigma_f dx. \quad (5.26)$$

Если в зависимость для $\bar{\sigma}_f$ ввести максимальное значение и воспользоваться в дальнейшем такой зависимостью, получим формулу для σ_c , в которой использовано $\sigma_{f\max}$. Таким образом, если считать, что $\sigma_{f\max}$ представляет собой напряжение, при котором происходит разрушение волокна, можно определить величину X . Многие исследователи изучали распределение σ_f по длине волокна. Ниже рассмотрены основные модели, использованные в этих исследованиях.

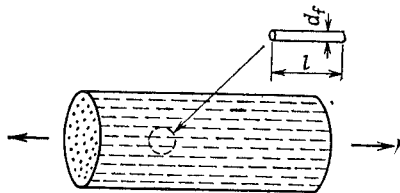


Рис. 5.13. Схематическое представление композита, армированного в одном направлении дискретными волокнами.

5.4.1. Модель Кокса [5.16]

На рис. 5.14 представлена модель Кокса, который полагал, что тонкое волокно длиной l заключено в упругой матрице, а соединение волокна с матрицей является идеальным. При создании напряжений в волокне, действующих в осевом направлении, деформации на границах раздела матрицы и волокна являются одинаковыми. Торцы волокон не передают напряжений. Для этих условий

$$\sigma_f = \frac{E_f - E_m}{E_m} \sigma_c \left\{ 1 - \frac{\operatorname{ch} \beta (l/2 - x)}{\operatorname{ch} (\beta l/2)} \right\}. \quad (5.27)$$

Следовательно, максимальное напряжение при $x = l/2$ равно

$$\sigma_{f\max} = (E_f - E_m) \left(1 - \operatorname{sch} \frac{\beta l}{2} \right) \varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{\sigma_c}{E_m}. \quad (5.28)$$

Если положить, что $\sigma_{f\max} = \varepsilon E_f$ при $l = l_c$, то величину l_c можно найти из выражения

$$l_c = \frac{2}{\beta} \operatorname{ar} \operatorname{ch} \left(\frac{E_f}{E_f - E_m} \right). \quad (5.29)$$

Если l больше l_c , это означает, что волокно достигло своего предельного напряжения и может проявиться эффект упрочнения. Величина l_c носит название предельной, или критической, длины волокна. Касательное напряжение, действующее на границе между волокном и матрицей, можно определить из соотношений

$$\tau_m = \frac{(E_f - E_m) r_f \beta \operatorname{sh} \beta (l/2 - x)}{2 \operatorname{ch} (\beta l/2)}, \quad \beta = \sqrt{\left\{ \frac{G_m}{E_f} \frac{2\pi}{A_f \ln (R/r_0)} \right\}}. \quad (5.30)$$

где r_0 — радиус поперечного сечения волокна; $2R$ — расстояние между центрами поперечных сечений волокон; A_f — площадь поперечного сечения волокна.

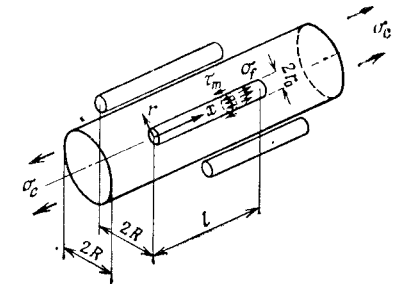


Рис. 5.14. Модель Кокса.

5.4.2. Модель Аутуотера [5.17]

Рассматриваемая модель показана на рис. 5.15. В своей модели Аутуотер показал, что окружающая волокно матрица при затверждении сжимается, что приводит к появлению на поверхности раздела матрицы и волокна сжимающих напряжений. При действии нагрузки в направлении волокна на поверхности раздела возникают силы трения, которые обуславливают появление в волокне напряжения σ_f . Если использовать коэффициент трения μ и предел текучести матрицы σ_{my} , то можно определить σ_f :

$$\sigma_f = \mu \frac{\sigma_{my} t}{r_0^2} x, \quad (5.31)$$

где t — толщина матричного слоя. В таком случае предельная длина волокна равна

$$l_c = \frac{2r_0^2 \sigma_{fu}}{\mu \sigma_{my} t}. \quad (5.32)$$

5.4.3. Модель Дау [5.18]

Модель, предложенная Дау, показана на рис. 5.16. Эта модель представляет собой модификацию модели Кокса. В том месте, где в модели Кокса расположено волокно, проделано отверстие. Если предположить, что исходная точка расположена в центре волокна, имеющего длину $2l$, можно определить величину σ_f :

$$\sigma_f = \frac{P_m}{A_f + A_m(E_m/E_f)} \left[1 - \frac{\text{ch}(\lambda x/d_f)}{\text{ch}(\lambda l/d_f)} \right], \quad (5.33)$$

где λ — коэффициент, зависящий от диаметра волокна, модуля упругости и содержания армирующего материала в композите; A_m , A_f — соответственно площади поперечных сечений матрицы и волокна; P_m — сила, приложенная к матрице.

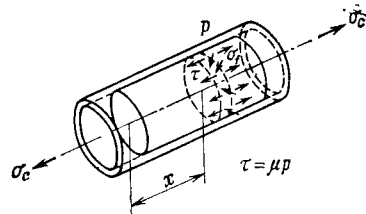


Рис. 5.15. Модель Аутуотера.

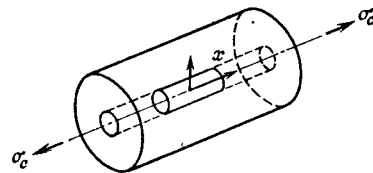


Рис. 5.16. Модель Дау.

5.4.4. Модель Розена [5.11]

Модель Розена является модификацией модели Дау. Эта модель представлена на рис. 5.17. Волокно длиной $2l$ и диаметром $2r_f$ окружено адгезионным материалом, который имеет длину $2l$ и радиус r_b . Все это находится в матрице радиусом r_a . Если считать, что соединение материалов является идеальным, то

$$\sigma_f = \frac{\sigma_c r_a^2 E_f}{E_a (r_a^2 - r_b^2) + E_f r_f^2} \left(1 - \frac{\text{ch} \eta x}{\text{ch} \eta l} \right), \quad (5.34)$$

$$\tau = \frac{G_b \sigma_c r_a^2 \text{sh} \eta x}{\eta E_a (r_b - r_f) (r_a^2 - r_b^2) \text{ch} \eta l},$$

где

$$\eta = \sqrt{\frac{2G_b}{E_b (r_b - r_f) r_f} \left(1 + \frac{E_f}{E_a} \frac{r_f^2}{r_a^2 - r_b^2} \right)}.$$

Розен ввел понятие неэффективной длины волокна l^* и, используя условие $\sigma_f = \varphi \sigma_{f \max}$, получил следующую зависимость:

$$\frac{l^*}{d_f} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[\frac{E_f}{G_m} \frac{1}{8} \left(\frac{r_b}{r_f} - 1 \right) \right]^{1/2} \text{ar ch} \left[\frac{1 + (1 + \varphi)^2}{2(1 - \varphi)} \right]. \quad (5.35)$$

На рис. 5.18 приведены графики зависимости l^*/d_f от E_f/G_m , построенные по указанной выше формуле [5.19].

Помимо изложенного для рассматриваемого случая известно упругопластическое решение Пиггота [5.20] и решение Хаяси [5.21], основанное на использовании анализа двумерного напряженного состояния. Исследованию упрочнения дискретными волокнами посвящено много работ, в которых определялись максимальные напряжения, действующие в волокне, касательные напряжения на поверхности раздела волокна и матрицы, критическая длина волокна, а также отношение

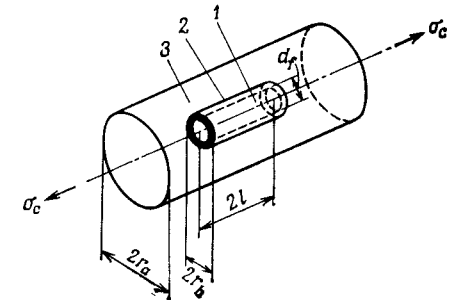


Рис. 5.17. Модель Розена. 1 — волокно, 2 — адгезионный слой; 3 — матрица.

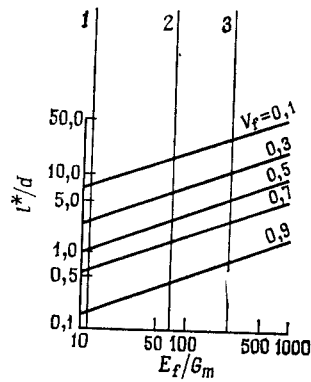


Рис. 5.18. Зависимость неэффективного удлинения волокна от E_f/G_m для композитов: 1 — $Al_2O_3 - Ag$; 2 — стекло S — эпоксидная смола; 3 — Al_2O_3 — эпоксидная смола.

длины волокна к его диаметру. Изучение прочностных характеристик композитов, армированных дискретными волокнами, проводится и в настоящее время. Важным фактором, который нельзя упустить из рассмотрения, является возникновение концентраций напряжений на концах волокна. Основной причиной появления рассматриваемых концентраций напряжений являются ограничения деформации матрицы, связанные с высокой жесткостью волокна. На рис. 5.19 показаны линии главных напряжений в окрестности волокна [5.20]. На рис. 5.20 представлено распределение касательных напряжений на поверхности раздела [5.22]. Из приведенных данных видно, что в действительности напряжения оказываются выше значений, определяемых по формулам Дау и Кокса. Когда направление действия нагрузки не совпадает с направлением

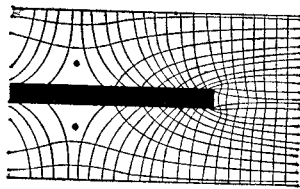


Рис. 5.19. Распределение линий главных напряжений в окрестностях прерывного элемента, установленное путем проведения фотоупругих экспериментальных исследований.

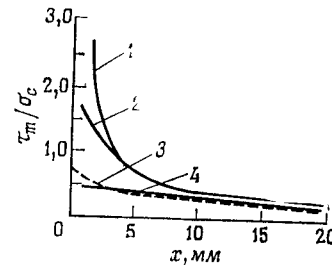


Рис. 5.20. Распределение касательных напряжений на поверхности раздела: 1 — максимальные касательные напряжения; 2 — действительные значения (фотоупругие экспериментальные исследования); 3 — модель Дау; 4 — модель Кокса.

волокна, соседние волокна оказывают влияние на концентрацию напряжений [5.23].

В рассматриваемом случае могут оказывать влияние самые различные факторы, что в значительной степени затрудняет проведение точных оценок. Как показывают проведенные исследования, зависимость, полученная Келли — Тайсоном [5.24], несмотря на сравнительную простоту, позволяет получить результаты, довольно хорошо согласующиеся с действительностью.

Рассмотрим модель, приведенную на рис. 5.14. В направлении волокон, т. е. в направлении оси x , действуют растягивающие силы, приложенные на бесконечности. При этом на поверхности волокон возникают касательные напряжения. Рассмотрим малую длину волокна dx . Изменение нагрузки dP_f , растягивающей волокно, равно изменению сдвига на поверхности раздела волокна и матрицы на участке dx . Если положить, что τ_m — напряжение сдвига, то

$$dP_f/dx = 2\pi r_f \tau_m. \quad (5.36)$$

Согласно Келли и Тайсону, в окрестностях концов волокна, где действуют большие напряжения сдвига на поверхности раздела, появляются области пластичности и величина τ_m принимает постоянное значение. Следовательно, если проинтегрировать уравнение (5.36), то

$$P_f = 2\pi r_f \tau_m x. \quad (5.37)$$

Напряжение, действующее в поперечном сечении волокна, равно

$$\sigma_f = (2\tau_m/r_f) x. \quad (5.38)$$

По мере удаления от конца волокна σ_f линейно возрастает. Соответствующая этому напряжению деформация волокна ϵ_f равна деформации матрицы ϵ_m . В этом случае на поверхности раздела матрицы и волокна действуют напряжения сдвига и величина σ_f принимает постоянное значение. Вид распределения напряжений показан на рис. 5.21. Когда напряжение σ_f достигает своего максимального значения σ_{fu} , начинается т. е. прочности волокна при растяжении σ_{fu} , начинается

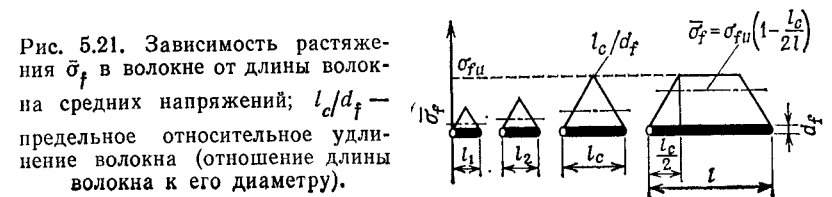


Рис. 5.21. Зависимость растяжения $\bar{\sigma}_f$ в волокне от длины волокна на средних напряжениях; l_c/d_f — предельное относительное удлинение волокна (отношение длины волокна к его диаметру).

разрушение волокон. Если волокно имеет критическую длину l_c , можно положить

$$\frac{1}{2} l_c = \frac{r_f}{2} \frac{\sigma_{fu}}{\tau_m}, \quad x = \frac{l_c}{2}. \quad (5.39)$$

Для критической относительной длины справедлива зависимость

$$\frac{l_c}{d_f} = \frac{\sigma_{fu}}{2\tau_m}. \quad (5.40)$$

Если относительная длина волокна l/d_f превысит свое критическое значение, эффект упрочнения волокном будет проявляться в более полной мере.

В качестве примера можно взять композит, состоящий из борволокна и алюминия. Для этого материала $\sigma_{fu} = 280 \text{ кгс/мм}^2$, $\tau_{mu} = 6,3 \text{ кгс/мм}^2$. Если диаметр волокна $d_f = 0,1 \text{ мм}$, то $l_c = 2,2 \text{ мм}$, а критическая относительная длина равна 22. Следовательно, при длине волокна менее 2,2 мм волокна будут вытягиваться из матрицы. В этом случае нельзя ожидать, что волокно будет оказывать достаточно хорошее упрочняющее воздействие.

Воспользуемся величиной $\bar{\sigma}_f$, которая, как указывалось ранее, представляет собой среднее значение напряжения σ_f , действующего в волокне в осевом направлении:

$$\bar{\sigma}_f = \left[\int_0^l \sigma_f dx \right] / l = \sigma_{fu} \left(1 - \frac{l_c}{2l} \right). \quad (5.41)$$

Принимая это во внимание, получим предел прочности σ_{cu} композита

$$\sigma_{cu} = \sigma_{fu} V_f \left(1 - \frac{l_c}{2l} \right) + (\sigma_m)_{efu} (1 - V_f). \quad (5.42)$$

Минимальное содержание волокна в композите, при котором проявляется упрочняющее действие, равно

$$V_{f \text{ min}} = \frac{\sigma_{mu} - (\sigma_m)_{efu}}{\sigma_{fu} \{1 - (l_c/2l)\} + \sigma_{mu} - (\sigma_m)_{efu}}. \quad (5.43)$$

Когда отношение l_c/l приближается к нулю, получается то же самое, что и в случае упрочнения непрерывным волокном. В рассматриваемом случае представляет интерес отношение предела прочности $(\sigma_{cu})_{disc}$ композита, армированного дискретными волокнами, к пределу прочности $(\sigma_{cu})_{cont}$ мате-

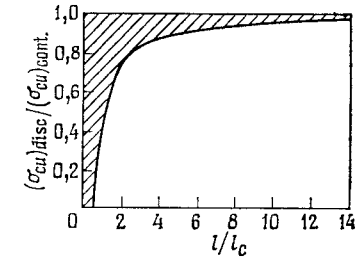


Рис. 5.22. Зависимость относительной прочности композита, армированного дискретными волокнами, от l/l_c .



Рис. 5.23. Модель Райли.

риала, армированного непрерывными волокнами. Это отношение можно представить в виде следующей зависимости:

$$\frac{(\sigma_{cu})_{disc}}{(\sigma_{cu})_{cont}} = 1 - \frac{1}{2(l/l_c) [1 + \{(\sigma_m)_{efu} / \sigma_{fu}\} \{(1/V_f) - 1\}]}. \quad (5.44)$$

На рис. 5.22 показана зависимость между указанными выше отношениями. Кривая на рисунке соответствует случаю $V_f = 1$, а заштрихованная область — случаю $V_f < 1$.

В полученном выше результате не принималось во внимание взаимодействие волокон. Однако следует иметь в виду, что в реальных условиях при больших V_f такое влияние должно проявляться. Райли [5.25] рассмотрел участок, на котором прерывается волокно и который окружен шестью другими волокнами (рис. 5.23). На этом участке нагрузка перераспределяется на шесть волокон, т. е. сила, действующая на каждое волокно, возрастет в 7/6 раза. В этом случае имеет место следующая зависимость:

$$\sigma_{cu} = (6/7 \sigma_{fu} V_f) / (1 + 5l_c/7l) + \sigma'_m (1 - V_f). \quad (5.45)$$

Результаты, полученные при использовании этой зависимости, ниже значений, определенных по формуле Келли — Тайсона.

5.5. ОСНОВЫ ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИТОВ, АРМИРОВАННЫХ ЧАСТИЦАМИ

Для композитов, армированных частицами, при рассмотрении прочности можно провести такую классификацию:

- 1) полимерные системы;
- 2) металлические системы.

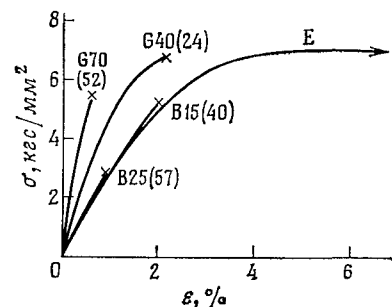


Рис. 5.24. Диаграммы напряжения — деформация, полученные при растяжении пластмасс, армированных мелкими стеклянными дисперсными частицами.

Примером полимерных систем могут служить композиты, у которых в качестве связующего используются полиэфирные или эпоксидные смолы, а в качестве наполнителя — сплошные мелкие стеклянные шарики (стеклянные микрозерна), полые мелкие стеклянные шарики (стеклянные микробаллоны), CaCO_3 , песок и т. д. В отличие от композитов, армированных волокном, композиты, армированные частицами, имеют практически изотропное распределение частиц. Поэтому в макромасштабе их поведение рассматривается как поведение изотропных материалов.

На рис. 5.24 показаны зависимости напряжений растяжения от деформации для эпоксидной смолы, содержащей стеклянные частицы. На рис. 5.25 и 5.26 даны зависимости напряжения сжатия — деформация. Условные обозначения здесь можно расшифровать следующим образом. Например, в материале G70(52) содержатся стеклянные микрозерна, весовое количество которых составляет 70%, а объемное количество — 52%. В материале B15(40) находятся стеклянные микробаллоны, весовое содержание которых 15%, а объемное содержание 40%. На основании полученных результатов на рис. 5.27 построены графики зависимости отношения прочностей от содержания наполнителя в композите [5.26].

Помимо указанных материалов значительные исследования проведены также и для полимерных строительных растворов и полимерных бетонов [5.27]. Однако эти исследования не позволили в достаточной степени выяснить механизм разрушения этих растворов и бетонов. Когда матрица представляет собой металлическую систему, упрочнение, обусловленное дисперсной фазой, обеспечивается за счет того, что в ней затруднены дислокационные перемещения, а для других движений требуются еще большие перемещения. Как можно видеть из рис. 5.28, дислокации обгибают дисперсные частицы. В конечном счете остаются дислокационные кольца.

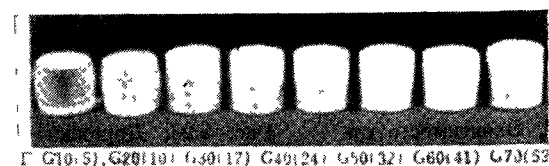
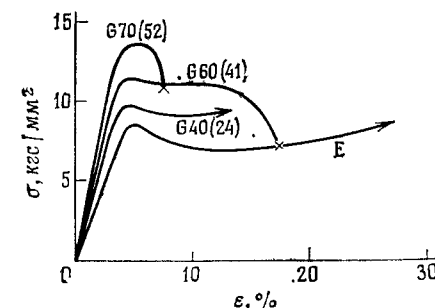


Рис. 5.25. Зависимости напряжений сжатия от деформаций для композитов, состоящих из пластмассы и рассеянных стеклянных шариков (внизу приведены фотографии разрушенных экспериментальных образцов).

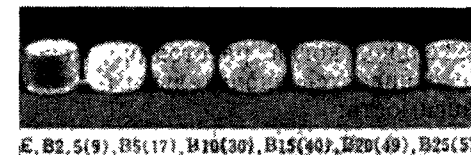
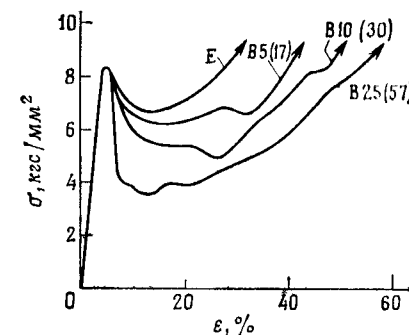


Рис. 5.26. Зависимости напряжений сжатия от деформаций для композитов, состоящих из пластмассы и рассеянных полых стеклянных шариков (внизу приведены фотографии разрушенных экспериментальных образцов).

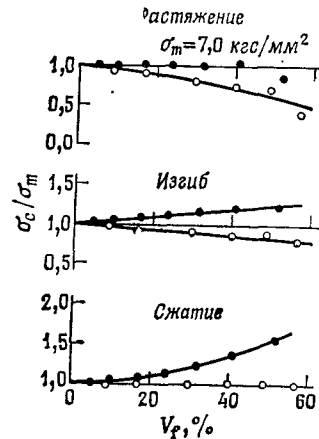


Рис. 5.27. Зависимости относительных пределов прочности от объемного содержания наполнителя. Эксперимент: ● — стеклянные микрозерна, ○ — стеклянные микробаллоны.

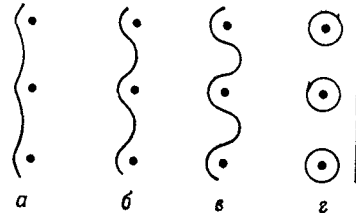


Рис. 5.28. Дорожки дислокаций, проходящие у рассеянных частиц: $\tau = 0$ (рис. а), $\tau < \tau_m + G_m b / \lambda$ (рис. б), $\tau = \tau_m + G_m b / \lambda$ (рис. в).

Предел текучести в таком случае можно представить как

$$\tau_y = 2T/b\lambda + \tau_m, \quad (5.46)$$

где b — векторная величина; T — сила натяжения для единичной длины дислокационной линии; λ — расстояние между дисперсными частицами; τ_m — критическое напряжение сдвига матрицы; T — сила растяжения на линии дислокаций Набарро:

$$T = \frac{G_m b^2}{4\pi} \varphi \ln \left(\frac{\lambda}{2b} \right), \quad (5.47)$$

где

$$\varphi = 1/2 \left\{ 1 + \frac{1}{1-\nu} \right\},$$

ν — коэффициент Пуассона; G_m — модуль упругости матрицы [5.28]. Следовательно, когда расстояние между частицами по сравнению с b является значительным, можно применять следующую зависимость:

$$\tau_y = \tau_m + \frac{G_m b}{2\pi\lambda} \varphi \ln \left(\frac{\lambda}{2b} \right) \approx \tau_m + \frac{G_m b}{\lambda}. \quad (5.48)$$

Отсюда следует, что с уменьшением λ , т. е. с уменьшением расстояния между частицами, предел текучести возрастает.

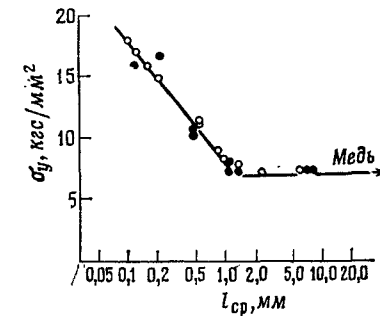


Рис. 5.29. Зависимость предела текучести от среднего свободного расстояния $l_{ср}$ между частицами для хрома — меди (○) и железа — меди (●); $l_{ср} = (2d/3V_p)(1 - V_p)$.

На рис. 5.29 приведен пример зависимости предела текучести от среднего свободного расстояния между частицами.

5.6. КВАЗИСТАТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ КОМПОЗИТОВ И ИХ ПОВЕДЕНИЕ ПРИ РАЗРУШЕНИИ

5.6.1. Влияние скорости нагружения на деформацию и разрушение композитов

Известно, что в общем случае деформация и разрушение материала зависят от того, каким образом изменяется нагрузка по времени. Многочисленные исследования [5.29—5.31] показали, что характеристики композитов изменяются при динамическом приложении нагрузки. Если взять в качестве примера материалы на полимерной основе, армированные стекловолокном, то придем к выводу, что на механические характеристики этих материалов оказывают существенное влияние не только температура, конфигурация, но и скорость приложения нагрузки (в действительности скорость деформации).

На рис. 5.30 приведены результаты экспериментальных исследований Мак-Аби, Хмуры и др. [5.29], полученные на полиэфирных слоистых пластинках, армированных стеклотканью с атласным переплетением. По оси ординат отложен предел прочности при растяжении σ , а по оси абсцисс — величина a , представляющая собой отношение интервала времени, протекшего с момента нагружения до разрушения, к деформации, возникающей при разрушении. Это отношение можно рассматривать как величину, обратную средней скорости деформации. При малых значениях величины a

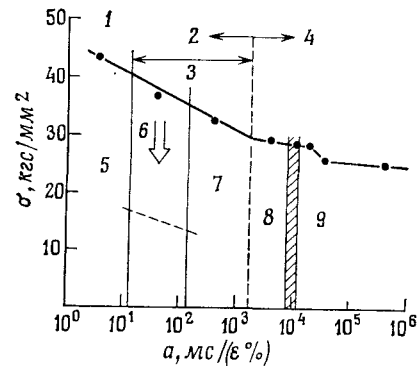


Рис. 5.30. Зависимость разрушающего напряжения от скорости приложения нагрузки (полиэфирная смола, армированная стеклотканью с атласным переплетением): 1 — удар; 2 — динамическая нагрузка; 3 — колебания; 4 — статическая нагрузка, ползучесть; 5 — колебания при деформации 1,0% (частота 1000 цикл/мин); 6 — усталость; 7 — колебания при деформации 0,1% (частота 1000 цикл/мин); 8 — стандартные испытания на статическое растяжение; 9 — относительная скорость между захватами 5,0 мм/мин.

скорость деформации является высокой, т. е. нагрузки носят ударный характер. Большие значения a соответствуют малым скоростям деформации и статическому приложению нагрузки. С возрастанием a величина σ уменьшается. Проведенные исследования показывают, что при значении a , равном $2 \cdot 10^3$ мс/ед. деф. (%), характер изменения величины σ становится более гладким. Согласно существующим стандартам (Японский промышленный стандарт JIS K 6911, стандарт Американского общества по испытаниям материалов ASTM D638-72 и др.), расстояние между опорами, на которые устанавливается образец при проведении испытаний на растяжение, составляет $114 \pm 8,5$ мм. При этом скорость перемещения нагрузки равна 5 мм/мин.

Указанные значения соответствуют $a = (0,829 - 1,107) \times 10^4$ мс/ед. деф. (%). На рассматриваемом рисунке заштрихована область статических нагрузок. Скорость приложения нагрузки начинает отчетливо проявляться, когда значения a оказываются меньше примерно $2 \cdot 10^3$ мс/ед. деф. (%), что соответствует обычно вибрационной усталости, ударным нагрузкам и др.

Вернемся к явлению излома, рассмотренному в разд. 5.1. Ниже точки излома имеет место первичный модуль упругости, а выше точки излома — вторичный модуль упругости. Исследования, проведенные при различных скоростях деформации [5.29], показали, как можно видеть из рис. 5.31, что скорость деформации оказывает довольно существенное

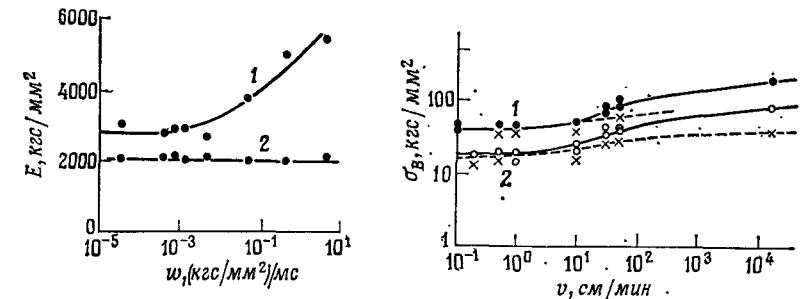


Рис. 5.31. Зависимость модулей упругости от скорости изменения нагрузки (слоистая пластина, составленная из полиэфирной смолы и стеклоткани с атласным переплетением): 1 — модуль упругости первого рода; 2 — модуль упругости второго рода.

Рис. 5.32. Зависимость прочности при изгибе от скорости перемещения нагрузки (слоистые пластины из полиэфирной смолы, армированные стекломатом и стеклотканью): 1 — пластмасса, армированная стеклотканью; 2 — пластмасса, армированная стекломатом; — — — краевое направление, ——— плоскостное направление.

влияние на первичный модуль упругости и практически не оказывает влияния на вторичный модуль. Это обстоятельство наводит на мысль о том, что при различных скоростях деформации поведение на границе, разделяющей матрицу и дисперсную фазу, оказывается различным.

При действии изгибающей нагрузки часто сначала происходит разрушение самого внешнего слоя. В дальнейшем разрушение распространяется внутрь материала. Тенденция аналогична случаю приложения растягивающей нагрузки. На рис. 5.32 приведены результаты исследований Киси, которые содержатся в сообщениях [5.29] и [5.32]. Согласно этим результатам, с возрастанием скорости происходит увеличение предела прочности при изгибе σ_b . Исследования проводились на полиэфирных слоистых пластинах, армированных как матами из рубленого стекловолокна, так и стеклотканью с полотняным переплетением. При низких скоростях изгиб в плоскостном направлении не отличался от изгиба в краевом направлении. При скоростях приложения нагрузки, для которых характерно возрастание прочности на изгиб, в плоскостном направлении прочность оказалась более значительной, чем в краевом. При малых скоростях приложения нагрузки разрушение, связанное с расслаиванием, оказывалось затрудненным. При больших же скоростях расслаивание возникало довольно легко. Полученные результаты указывают на то, что прочность рассмотренных материалов при ударных нагрузках оказывается больше, чем при статических. Симамура [5.33], анализируя расчеты, проведенные

Аутуотером [5.34, 5.35], обратил внимание на следующее. Ударная вязкость пластмассы, армированной волокном, в значительной степени превышает ударную вязкость стекловолокна и пластмассы. Это связано с тем, что при разрушении стекловолокна необходимо не только его разорвать, но и вытянуть. Работа, связанная с вытягиванием волокна, оказывает значительное влияние на увеличение прочности материала.

5.6.2. Уравнение состояния и механика поведения композита во времени

При рассмотрении механики поведения композита в функции времени можно использовать модель, содержащую линейную жесткость, элемент вязкого трения, элемент трения при скольжении и др. Используя такую модель, можно объяснить процесс деформирования композита при высоких скоростях нагружения, при ползучести или колебаниях. В большинстве случаев при построении этих моделей рассматривают поведение материала при одномерной деформации. В настоящее время необходимо рассматривать уже двумерные и трехмерные случаи. Используя обобщенный закон Гука для двумерных ортотропных тел, Холпин [5.36] установил

$$\dot{\epsilon}_i = \dot{S}_{ij}(p) \dot{\sigma}_j. \quad (5.49)$$

Этот результат можно рассматривать как уравнение состояния линейного вязкоупругого тела. Это уравнение можно записать в другом виде:

$$\epsilon_i(t) = \int_0^t S_{ij}(t-\tau) \frac{d\sigma_j(\tau)}{d\tau} d\tau, \quad (5.50)$$

где τ — вспомогательная переменная, а $\dot{S}_{ij}(p)$ определяется из следующей зависимости, в которую входит податливость $S_{ij}(t)$:

$$\dot{S}_{ij}(p) = p \int_0^\infty e^{-Pt} S_{ij}(t) dt. \quad (5.51)$$

Для случая двумерных ортотропных тел, представленных на рис. 5.33, когда оси симметрии совпадают с координатными осями, имеют место следующие зависимости между напряжениями и деформациями:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}. \quad (5.52)$$

а также

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y, \\ \epsilon_y &= S_{12}\sigma_x + S_{22}\sigma_y, \\ \gamma_{xy} &= S_{66}\tau_{xy}. \end{aligned} \quad (5.53)$$

Когда направление действия нагрузки совпадает с основным направлением волокна, зависимости напряжение — деформация для линейного вязкоупругого случая имеют вид

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \int_0^t S_{11}(t-\tau) \frac{d\sigma_x(\tau)}{d\tau} d\tau + \int_0^t S_{12}(t-\tau) \frac{d\sigma_y(\tau)}{d\tau} d\tau, \\ \epsilon_y &= \int_0^t S_{12}(t-\tau) \frac{d\sigma_x(\tau)}{d\tau} d\tau + \int_0^t S_{22}(t-\tau) \frac{d\sigma_y(\tau)}{d\tau} d\tau, \\ \gamma_{xy}(t) &= \int_0^t S_{66}(t-\tau) \frac{d\tau_{xy}(\tau)}{d\tau} d\tau. \end{aligned} \quad (5.54)$$

На рис. 5.33, б показан случай, когда основное направление волокна не совпадает с направлением действия нагрузки, а наклонено по отношению к нему под углом θ . Для этого случая податливости можно представить таким образом:

$$\begin{aligned} S'_{11} &= m^4 S_{11} + 2m^2 n^2 S_{12} + n^4 S_{22} + m^2 n^2 S_{66}, \\ S'_{12} &= m^2 n^2 S_{11} + (m^4 + n^4) S_{12} + m^2 n^2 S_{22} - m^2 n^2 S_{66}, \\ S'_{22} &= n^4 S_{11} + 2m^2 n^2 S_{12} + m^4 S_{22} + m^2 n^2 S_{66}, \\ S'_{66} &= 4m^2 n^2 S_{11} - 8m^2 n^2 S_{12} + 4m^2 n^2 S_{22} + (m^2 - n^2) S_{66}, \\ S'_{16} &= -2m^3 n S_{11} + 2(m^3 n - mn^3) S_{12} + 2mn^3 S_{22} + \\ &\quad + (m^3 n - mn^3) S_{66}, \\ S'_{26} &= -2mn^3 S_{11} + 2(mn^3 - m^3 n) S_{12} + 2m^3 n S_{22} + \\ &\quad + (mn^3 - m^3 n) S_{66}, \end{aligned} \quad (5.55)$$

где $m = \cos \theta$, $n = \sin \theta$.

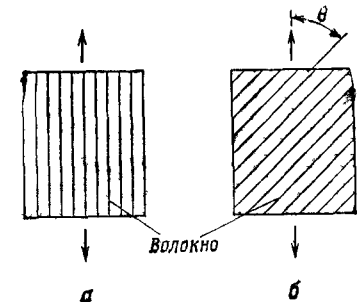


Рис. 5.33. Направления действия нагрузок.

Зависимости напряжение — деформация в упругой области имеют вид

$$\begin{aligned} e'_x &= S'_{11}\sigma'_x + S'_{12}\sigma'_y + S'_{16}\tau'_{xy}, \\ e'_y &= S'_{12}\sigma'_x + S'_{22}\sigma'_y + S'_{26}\tau'_{xy}, \\ \gamma'_{xy} &= S'_{66}\tau'_{xy} + S'_{16}\sigma'_x + S'_{26}\sigma'_y. \end{aligned} \quad (5.56)$$

В линейно-вязкоупругой области имеем

$$\begin{aligned} e'_x(t) &= \int_0^t S'_{11}(t-\tau) \frac{d\sigma'_x(\tau)}{d\tau} d\tau + \int_0^t S'_{12}(t-\tau) \frac{d\sigma'_y(\tau)}{d\tau} d\tau + \\ &+ \int_0^t S'_{16}(t-\tau) \frac{d\tau'_{xy}(\tau)}{d\tau} d\tau, \end{aligned} \quad (5.57)$$

$$\begin{aligned} e'_y(t) &= \dots, \\ \gamma'_{xy}(t) &= \dots \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае проблему представляет величина $S_{ij}(p)$. Эта величина зависит от армирующего материала, материала матрицы, содержания армирующего материала в композите, распределения наполнителя, сцепления упрочняющего материала с матрицей. Она представляет собой некоторое преобразование податливости при ползучести, и при помощи упругой податливости при сдвиге $J(t)$ и объемной упругой податливости $B(t)$ может быть представлена в виде

$$S_{ij}(t) = 1/3 J(t) + 1/9 B(t). \quad (5.58)$$

Изложенный выше подход соответствует линейному характеру поведения материала. Однако следует иметь в виду, что в действительности в матрице могут возникать трещины и появляется отслаивание упрочняющего волокна от матрицы, что приводит к нелинейному характеру поведения материала. В этом случае используется в определенных пределах линейный подход, а численные расчеты проводятся методом конечных элементов. Рассмотрим ниже в качестве иллюстрации пример применения линейного подхода.

Для трехмерной модели, в которую входили нелинейные элементы скольжения, Фудзиси и Дзако [5.37] получили уравнение состояния и исследовали влияние времени и напряжений. На рис. 5.34 показан двумерный случай. Величины E_x и E_y суть модули упругости первого рода, соответствующие направлениям x и y ; η_x и η_y — коэффициенты вязкости, а s_x и s_y — коэффициенты сопротивления скольжению.

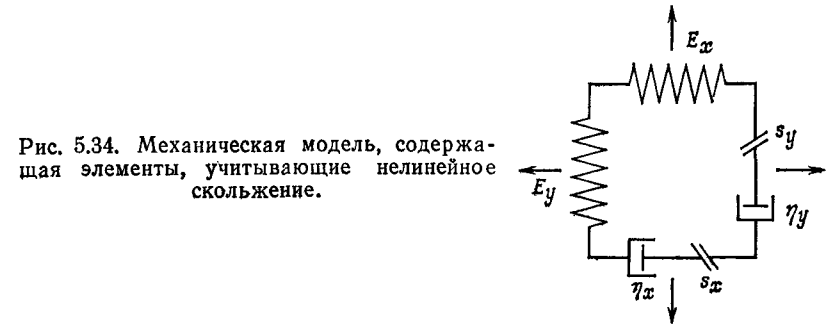


Рис. 5.34. Механическая модель, содержащая элементы, учитывающие нелинейное скольжение.

Для рассматриваемого случая уравнения состояния имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_x + s_x \eta_x \dot{\sigma}_x &= \frac{9KE_x}{E_x + 6K} e_x + \frac{9K(E_x s_x + 1)\eta_x}{E_x + 6K} \dot{e}_x, \\ \sigma_y + s_y \eta_y \dot{\sigma}_y &= \frac{9KE_y}{E_y + 3K} e_y + \frac{9K(E_y s_y + 1)\eta_y}{E_y + 3K} \dot{e}_y, \end{aligned} \quad (5.59)$$

где K — объемный модуль упругости. Напряжение, обусловленное нагрузкой:

$$\sigma = a_0 \tau, \quad \tau — \text{время}, \quad (5.60)$$

можно рассматривать как входную величину, имеющую вид сосредоточенного параметра. При $\tau = t$ имеем $\sigma = \sigma_0$. Коэффициенты сопротивления скольжению зависят от напряжения таким образом:

$$s_x = s_y = a e^{n\sigma_x}. \quad (5.61)$$

С учетом этого деформацию можно определить в виде

$$\begin{aligned} e_x &= \exp \left(- \int_0^t \frac{E_x}{\eta_x (E_x a e^{n\sigma_0 \tau} + 1)} d\tau \right) \times \\ &\times \left\{ \int_0^t \frac{a_0 (E_x + 6K) (\tau + a e^{n\sigma_0 \tau} \eta_x)}{9K \eta_x (E_x a e^{n\sigma_0 \tau} + 1)} \exp \left(\int_0^t \frac{E_x}{\eta_x (E_x a e^{n\sigma_0 \tau} + 1)} d\tau \right) d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (5.62)$$

Для полиэфирной смолы, армированной стекловолокном, имеем

$$l_x \eta_x \ll 1,0 \quad (E_x \simeq 1000 \text{ кгс/мм}^2, \quad \eta_x = 10^7 \text{ Пз}, \quad V_f \simeq 30\%).$$

Упростим приведенную выше зависимость:

$$e_x = \frac{E_x + 6K}{9K \eta_x n} \int_1^z \frac{\ln z + \eta_x a z}{(E_x a z + 1) z} dz, \quad (5.63)$$

где

$$z = \exp(na_0\tau), \quad T = \exp(na_0t).$$

Экспериментальные исследования проводились на образцах, представленных в табл. 5.1. Если воспользоваться данными,

Таблица 5.1

Состав экспериментальных образцов

Номер образца	Матрица	Стекломатериал
1	Полиэфир	Стеклоткань из ровницы (10 слоев)
2	Поликарбонат	Стеклоткань из ровницы (10 слоев)
3	Эпоксидная смола	Параллельно расположенное стекловолокно (8 слоев)
4	Полиэфир	Стекломат (8 слоев)

Таблица 5.2

Значения n и a

Номер образца	n	a
1	0,410	$8,1 \cdot 10^{-4}$
2	0,230	$9,3 \cdot 10^{-4}$
3	0,831	$10,0 \cdot 10^{-4}$

приведенными в табл. 5.2, и построить зависимость напряжение — деформация, то, как следует из рис. 5.35, расчетные результаты хорошо совпадают с результатами экспериментальных исследований. Сиратори [5.38] вывел уравнение для вязкоупругого случая, когда с самого начала волокна

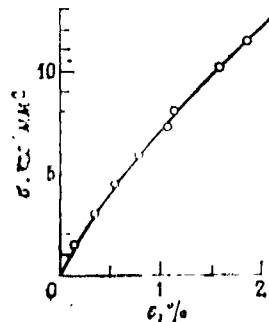


Рис. 5.35. Сопоставление теоретической диаграммы напряжение — деформация с результатами экспериментальных исследований; ○ эксперимент; — расчет ($n = 0,23$).

отделялись от матрицы, а также получил структурное уравнение, когда волокна не отделялись. На основании линейного объединения этих уравнений удалось проанализировать линейное поведение материала от точки возникновения отрыва до точки разрушения.

5.6.3. Ползучесть композитов и предел ползучести

В предыдущем разделе уже указывалось, что композиты при деформировании ведут себя часто как вязкоупругие. Следовательно, среди характеристик композитов представляют интерес такие характеристики, как деформации ползучести и предел ползучести. Обозначим через ϵ деформацию ползучести при действии некоторого напряжения. Эту деформацию можно представить в виде функции

$$\epsilon = \epsilon(\sigma, T, t), \quad (5.64)$$

где T — температура, а t — время. Рассмотрим одноосное напряженное состояние, когда действует лишь напряжение σ_x . Если для этого состояния воспользоваться уравнением Холпина, то можно записать

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \int_0^t S_{11}(t - \tau) \frac{\partial \sigma_x(\tau)}{\partial \tau} d\tau = \\ &= S_{11}(0) \sigma_x(t) + \int_0^t \frac{dS_{11}(t - \tau)}{d\tau} \sigma_x(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (5.65)$$

Подынтегральное выражение второго слагаемого соответствует скорости ползучести $d\epsilon/dt = F(\sigma, T)$, а первое слагаемое $\epsilon^{(i)}$ — мгновенной деформации. Тогда уравнение (5.65) приводится к виду

$$\epsilon_x = \epsilon^{(i)} + \int_0^t F(\sigma, T) dt. \quad (5.66)$$

На рис. 5.36 приведены графики, соответствующие уравнению (5.66). На рис. 5.37 в качестве примера показаны результаты экспериментальных исследований зависимости деформации от времени, полученной при постоянном напряжении и постоянной температуре для серебра, армированного вольфрамовой проволокой, $V_f = 40\%$ [5.39]. В полимерных композитах, содержащих стекловолокно, возможна ползучесть. Примером этого служат данные, приведенные на рис. 5.38 [5.42].

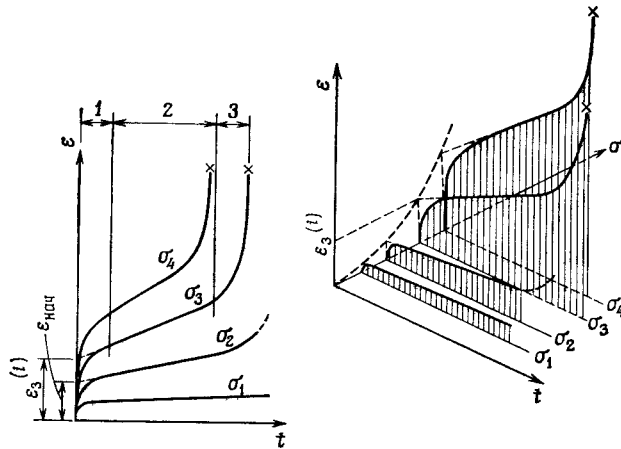


Рис. 5.36. Схема ползучести: 1 — первая фаза ползучести; 2 — вторая фаза ползучести; 3 — третья фаза ползучести.

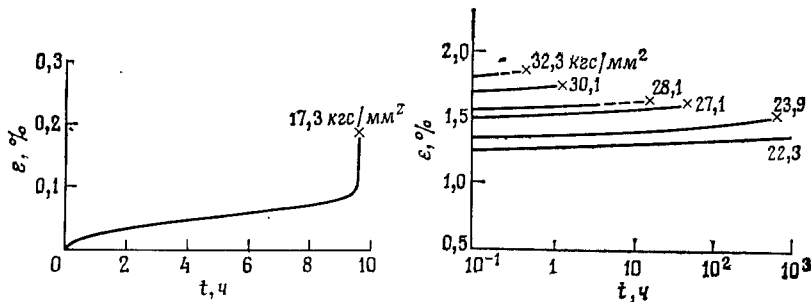


Рис. 5.37. Ползучесть серебра, армированного вольфрамовой проволокой, $V_f = 40\%$, $T = 400^\circ\text{C}$.

Рис. 5.38. Ползучесть полиэфирной смолы, армированной стеклотканью с атласным переплетением, $V_f = 66,9\%$ при комнатной температуре.

При рассмотрении ползучести композита необходимо принимать во внимание состав матрицы и дисперсной фазы. Деформация и скорость деформации при сдвиге являются одними и теми же для матрицы, волокон (наполнителя) и всего композита. Составляющие напряжения, возникающего в композите при некоторой скорости деформации, имеют вид

$$\sigma_f = (\sigma_f)_0 (\dot{\epsilon}_f)^{\psi_f}, \quad \sigma_m = (\sigma_m)_0 (\dot{\epsilon}_m)^{\psi_m}, \quad (5.67)$$

$(\sigma_f)_0$ и $(\sigma_m)_0$ — напряжения, соответствующие единичной скорости деформации в единицу времени; ψ для рассматриваемых составляющих — тангенс угла наклона (зависимость

напряжение — скорость деформации построена в логарифмических координатах). Если принять во внимание правило смесей, то напряжение, соответствующее возникновению скорости деформации ползучести $\dot{\epsilon}_t$, можно представить в виде

$$(\sigma_c) \dot{\epsilon}_t = (\sigma_f) \dot{\epsilon}_f V_f + (\sigma_m) \dot{\epsilon}_m V_m. \quad (5.68)$$

Если

$$\dot{\epsilon}_t = \dot{\epsilon}_f = \dot{\epsilon}_m, \quad (5.69)$$

то

$$\sigma_c = (\sigma_f)_0 (\dot{\epsilon})^{\psi_f} V_f + (\sigma_m)_0 (\dot{\epsilon})^{\psi_m} V_m. \quad (5.70)$$

Учитывая $\psi_f = \psi_m = \psi$, имеем

$$\sigma_c = [(\sigma_f)_0 V_f + (\sigma_m)_0 V_m] (\dot{\epsilon})^{\psi}. \quad (5.71)$$

Исследования, проведенные Мак-Данельсом и др. [5.41] на меди, армированной вольфрамовой проволокой, показывают, что полученная зависимость хорошо согласуется с экспериментальными исследованиями.

У полимерных материалов, армированных стекловолокном, начальная деформация соответствует напряжению нагружения. Принимая это во внимание, можно получить зависимость для деформации. Согласно Боллеру [5.42], деформация ползучести, происходящая за время t , равна

$$\epsilon_t = \epsilon_0 + m t^n, \quad (5.72)$$

где ϵ_0 , m , n — постоянные величины. Прологарифмируем обе части этого уравнения, тогда

$$\lg(\epsilon_t - \epsilon_0) = \lg m + n \lg t. \quad (5.73)$$

Зависимость $\epsilon_t - \epsilon_0$ от t можно представить прямой линией. Мак-Лафлин [5.43] показал, что хорошо соответствует действительности формула

$$\lg(z_0 - \lg E) = A + B \lg t, \quad (5.74)$$

где z_0 , A , B — константы, а E — модуль упругости в момент времени t .

Для рассматриваемого случая хорошо известна также зависимость Файндли [5.44]:

$$\epsilon_t = \epsilon'_0 \operatorname{sh} \frac{\sigma}{\sigma_e} + m' t^n \operatorname{sh} \frac{\sigma}{\sigma_m}, \quad (5.75)$$

где ϵ_t — полная деформация за время t ; σ — действующее напряжение; t — время, ч; n , ϵ'_0 , σ_e , m' , σ_m — постоянные величины, определяемые экспериментально. Рассмотрим в качестве примера значения этих постоянных. Исследования

Боллера [5.42], проведенные на слоистых пластинах, составленных из эпоксидной смолы и стекловолокна, имеющего атласное переплетение, показали, что

$$\begin{aligned} \epsilon'_0 &= 0,0057, & \sigma_e &= 17,6 \text{ кгс/мм}^2, \\ m' &= 0,0005, & \sigma_m &= 35,2 \text{ кгс/мм}^2, \\ n &= 0,16, \end{aligned}$$

Согласно исследованиям Тасири (см. [5.42]), также выполненным на слоистых эпоксидных пластинах, армированных стекловолокном с атласным переплетением, рассматриваемые величины принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} \epsilon'_0 &= 0,0464, & \sigma_e &= 100 \text{ кгс/мм}^2, \\ m' &= 0,000125, & \sigma_m &= 20 \text{ кгс/мм}^2, \\ n &= 0,23, \end{aligned}$$

Эти данные получены для композита с весовым содержанием стекловолокна 66,5%, у которого предел прочности при статическом растяжении составлял 43,1 кгс/мм².

Многие исследователи анализировали зависимость напряжений от времени. Однако до сих пор при проектировании приходится сталкиваться с проблемой выбора точки, соответствующей пределу ползучести. Согласно определению, под пределом ползучести обычно понимают максимальное из напряжений, при котором скорость деформации ползучести, протекающей в течение определенного длительного времени, обращается в нуль. Однако следует иметь в виду, что в действительности этим определением трудно пользоваться. С точки зрения практического использования считают [5.40], что целесообразно для пластмасс, армированных стекловолокном, за предел ползучести принять напряжение, которое возникает при деформации ползучести 0,1% за 10 000 ч. Как показывают результаты проведенных исследований, в таком случае предел ползучести для рассматриваемых материалов составляет примерно 40% предела прочности при статическом нагружении.

Рассматривая предел прочности при ползучести, следует принять во внимание зависимости для упрочняющего волокна и матрицы между разрушающим напряжением и временем разрушения [5.46—5.47]. Здесь можно воспользоваться зависимостями

$$\sigma_f = (\sigma_f)_1 t^{\omega_f}, \quad \sigma_m = (\sigma_m)_1 t^{\omega_m}. \quad (5.76)$$

Напряжение, возникающее в композите,

$$\sigma_c = [\sigma_f V_f + \sigma_m V_m]_t \quad (5.77)$$

с учетом приведенных выше зависимостей выразится в следующем виде:

$$\sigma_c = (\sigma_f)_1 t^{\omega_f} V_f + (\sigma_m)_1 t^{\omega_m} V_m, \quad (5.78)$$

где $(\sigma_f)_1$ и $(\sigma_m)_1$ — напряжения, при которых происходит разрушение соответственно матрицы и волокна через час; ω_f и ω_m — тангенсы углов наклона прямых линий, построенных соответственно для волокна и матрицы и представляющих собой зависимости напряжений от времени разрушения в логарифмических координатах. У композитов, армированных непрерывными волокнами, определяющее влияние на ползучесть оказывает волокно. Если в таком случае считать, что ω_f примерно равно ω_m , то

$$\sigma_c = [(\sigma_m)_1 + \{(\sigma_f)_1 - (\sigma_m)_1\} V_f] t^{\omega_f}. \quad (5.79)$$

Если известно время до разрушения матрицы и волокна, то для композита можно установить предел прочности при ползучести.

Помимо рассмотренных предложений, связанных с прочностью при ползучести, следует остановиться на работе Боллера [5.42], который предложил для случая растяжения следующую зависимость:

$$\sigma_c = \sigma_0 - M \ln t, \quad (5.80)$$

где σ_0 и M — постоянные величины. Для слоистых пластин из эпоксидной смолы, армированной стеклотканью с атласным переплетением, эти величины равны соответственно $\sigma_0 = 30,6$ кгс/мм², $M = 1,05$ кгс/мм². Для полиэфирных слоистых пластин, армированных стеклотканью с атласным переплетением, $\sigma_0 = 25,7$ кгс/мм², $M = 1,15$ кгс/мм².

Следует отметить, что предложены также зависимости, учитывающие скорость возрастания напряжений [5.42]. При мером такой зависимости может служить соотношение

$$\sigma_i = \sigma_c + k a^n, \quad (5.81)$$

где σ_c — предел прочности при ползучести; σ_i — разрушающее напряжение при скорости a возрастания напряжений, k , n — постоянные величины.

На основании экспериментальных исследований Ларсон и Миллер [5.48] установили следующую формулу:

$$A = T (20 + \lg t), \quad (5.82)$$

где t — время разрушения при ползучести под действием некоторого напряжения и абсолютной температуры T , а A — параметр, зависящий от уровня напряжений. Из кривой основного разрушения (зависимости, связывающей величину A

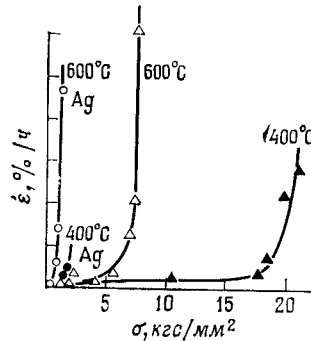


Рис. 5.39. Зависимости скорости деформации ползучести от напряжения, полученные при различных температурах (алюминий, армированный вольфрамовыми нитями, $V_f = 40\%$).

и напряжение разрушения) можно установить время и напряжение, при которых происходит разрушение. На основании использования этой зависимости по немногочисленным результатам экспериментальных исследований для требуемых значений температуры и времени можно определить разрушающее напряжение ползучести. Примером указанного подхода применительно к пластмассам служит исследование Голдфайна [5.49].

Дополнением к изложенному является зависимость Хаяси [5.50] для определения предела ползучести однонаправленного композита:

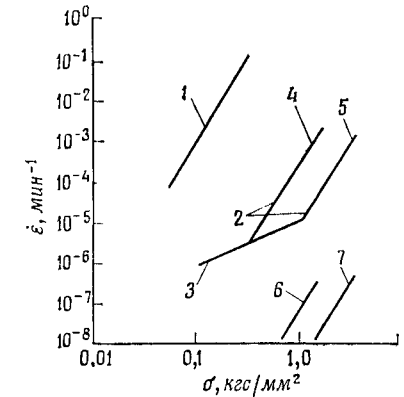
$$\sigma_c = \sigma_f^* V_f \left\{ 1 - \lambda \ln \left(\frac{t_f}{t_f^*} \right) \right\}, \quad (5.83)$$

где t_f^* — время разрушения волокна, соответствующее напряжению σ_f^* , а λ — константа материала, определенная при постоянном напряжении ползучести.

На основании этой зависимости можно обнаружить, что при параметрическом задании срока службы до разрушения в функции ползучести зависимость предела ползучести от содержания волокна в композите является линейной. Считают, что указанная зависимость устанавливает правило смесей при ползучести.

Выше рассматривали в основном композиты, армированные непрерывными волокнами. Следует отметить, что в настоящее время ползучесть композитов, армированных дискретными волокнами, мало изучена. В этом направлении имеются еще много нерешенных проблем. Согласно имеющимся данным, в общем случае можно считать, что с увеличением относительной длины (отношение длины к диаметру) волокна происходит уменьшение скорости деформации при ползучести. На рис. 5.39 приведены результаты испытаний на ползучесть, полученные Келли и др. [5.39]. Ис-

Рис. 5.40. Зависимость скорости деформации при установившейся ползучести от нагрузочных напряжений: 1 — высокочистый алюминий; 2 — по теории, соответствующей высоким напряжениям ($500^\circ C$); 3 — по теории, соответствующей низким напряжениям ($500^\circ C$); 4 — данные для RP15-30; 5 — данные для AT400; 6 — данные для RP15-30 ($500^\circ C$); 7 — данные для AT400 ($500^\circ C$).



пытания проводили с серебром, армированным дискретными волокнами вольфрама. Когда в материале содержатся дискретные волокна, необходимо принимать во внимание изменение напряжений на граничных поверхностях. Если предполагать, что имеет место выравнивание касательных напряжений на граничных поверхностях, среднее напряжение в волокне можно представить как

$$\bar{\sigma}_f = \tau l / 2\pi. \quad (5.84)$$

В таком случае предел ползучести композита равен

$$\sigma_c = \frac{\tau l}{2r} V_f = \frac{l}{d} \tau V_f. \quad (5.85)$$

В своем исследовании Десильва [5.51] учитывал перераспределение напряжений в композите и на основании этого для ползучести композитов, армированных дискретными волокнами, выделил несколько процессов:

1) процесс релаксации напряжений сдвига на концах волокна;

2) процесс изменения передачи напряжений волокну, обусловленный релаксацией напряжений в матрице;

3) процесс ползучести самого волокна.

При этом он указывал на необходимость учета взаимного влияния этих процессов.

Помимо указанных имеются работы, посвященные композитам с дисперсными частицами. Для металлических систем использован подход, учитывающий дислокационные перемещения. Примером могут служить работы [5.52, 5.53], в которых рассматривались дислокации вокруг дисперсных частиц при низких уровнях напряжений и считалось, что

$$\dot{\epsilon} = \text{const} (\sigma D / T), \quad (5.86)$$

где $\dot{\epsilon}$ — скорость деформации при установившейся ползучести; D — коэффициент автодиффузии; T — абсолютная температура. Эта зависимость является справедливой, пока напряжение не достигнет величины Gb/D (b — вектор дислокаций; D — расстояние между частицами; G — модуль упругости второго рода матрицы).

При более высоких напряжениях с учетом движения остаточного дислокационного кольца получена следующая зависимость:

$$\dot{\epsilon} = \text{const} (\sigma^4 D / T). \quad (5.87)$$

Следует отметить, что при высоких напряжениях напряжение входит в рассматриваемую зависимость в четвертой степени. На рис. 5.40 показано, какое влияние может оказывать уровень напряжений [5.54]. На этом рисунке приведены характеристики, полученные для системы $\text{Al—Al}_2\text{O}_3$ (RP15-30, AT 400) при 500°C .

Глава 6. ДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ КОМПОЗИТОВ И ИХ ПОВЕДЕНИЕ ПРИ РАЗРУШЕНИИ

6.1. ПОВЕДЕНИЕ КОМПОЗИТОВ ПРИ ВЫСОКИХ СКОРОСТЯХ ДЕФОРМАЦИЙ

Известно, что обычно с увеличением скорости приложения нагрузки скорость деформации возрастает, что сопровождается также изменением предела прочности. Это обстоятельство остается справедливым и для композитов. Однако при этом поведение композитов обладает специфическими особенностями. При больших скоростях деформаций поведение дисперсной и матричной фаз оказывается различным, а характер разрушения является многообразным, поэтому необходимо рассматривать разрушение матрицы, разрушение волокна, разрушение по поверхности раздела волокна и матрицы и т. д., т. е. разрушение не является таким простым, как в случае однофазного материала.

Поведение композита при высоких скоростях деформаций отличается от случаев, рассмотренных в предыдущих главах, поскольку при высоких скоростях деформаций приходится принимать во внимание влияние массы материала и нельзя исключить из рассмотрения вязкоупругость материала. Следовательно, диаграммы напряжение — деформация при динамических воздействиях будут отличаться от диаграмм, которые имеют место при статическом нагружении, что можно видеть из рис. 6.1.

На рис. 6.2 приведены результаты испытаний слоистых полиэфирных пластин, армированных стекловолокном, полученные при проведении испытаний на машине с вертикально падающим грузом. По оси абсцисс отложено содержание стекловолокна в композиционном материале, а по оси ординат — отношение ударной прочности при растяжении к статической прочности при растяжении. При проведении исследований скорость удара изменялась в диапазоне от 2,8 до 5,42 м/с. При этом отношение пределов прочности составляло 1,4—1,6. Таким образом, можно видеть, что предел прочности при ударном нагружении оказывается выше предела прочности при статическом нагружении. На рис. 6.3 проводится сравнение картин разрушения экспериментальных образцов при действии статических и динамических нагрузок для случаев армирования стеклотканью и стекломатом

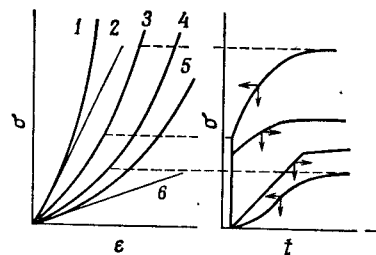


Рис. 6.1. Процесс деформирования композита и его компонентов в зависимости от времени. 1 — армирующий материал (удар); 2 — армирующий материал (статическое нагружение); 3 — поведение композита при ударе; 4 — поведение композита при статическом нагружении; 5 — матрица (удар); 6 — матрица (статическая нагрузка).

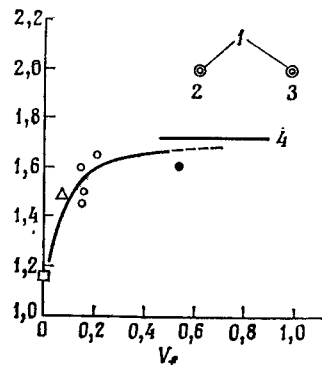


Рис. 6.2. Влияние содержания стекловолокна в композите на отношение ударной вязкости к пределу прочности при статическом нагружении. 1 — значения, экстраполированные Ротемом и др. [5.31]: для композита стекловолокно — эпоксидная смола (2), для пучка стекловолокна (3); 4 — данные, полученные Мак-Аби [5.29] для композита, состоящего из эпоксидной смолы и стеклоткани 181: эксперимент: ● пластмасса, армированная стекловолокном в одном направлении, ○ пластмасса, армированная стеклотканью, △ пластмасса, армированная стекломатом, □ полиэфирная смола.

[6.1]. В случае ударного воздействия диапазон возникновения трещины в матрице является широким, а отделение волокна от матрицы — значительным.

Из рис. 6.4 можно видеть, что на ударное поведение композита могут оказывать влияние такие факторы, как структура материала (характеристики композита, содержание компонентов в нем, особенности распределения фазы и форма конструкции), окружающие условия (температура, влажность и др.), условия нагружения внешними силами (скорость удара, растяжение, сжатие, изгиб, сдвиг и т. д.). Поэтому точное описание и определение поведения композита представляют собой сложную задачу. Исследование поведения таких материалов при высоких скоростях деформаций можно проводить аналитически, экспериментально или же в случае необходимости использовать комбинированные методики, содержащие как теоретические, так и экспериментальные элементы. При исследовании поведения материала можно выделить два этапа:

1) процесс, протекающий до образования повреждений и разрушений;

2) процесс, связанный с развитием повреждений и разрушений и протекающий до полного разрушения.

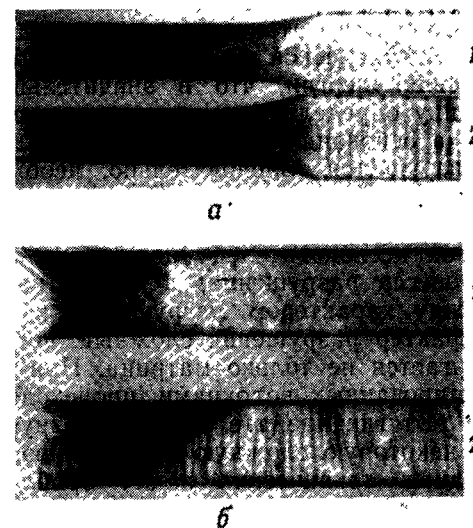


Рис. 6.3. Разрушение слоистых пластин, изготовленных из армированных пластмасс: а — армирование стеклотканью; б — армирование стекломатом; 1 — статическое нагружение; 2 — удар.

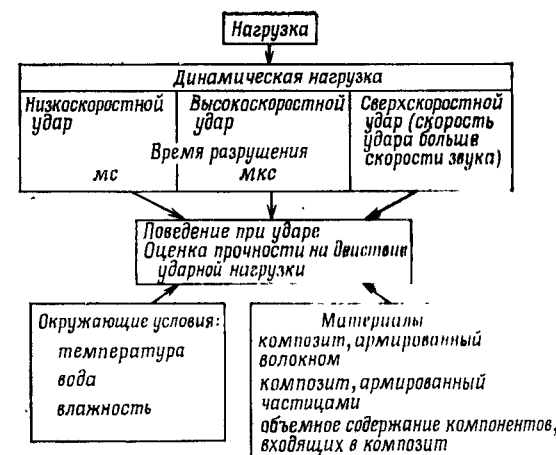


Рис. 6.4. Нагрузки и материалы.

На первом этапе рассматриваемый материал можно заменить простой механической моделью и воспользоваться законом сохранения энергии, что в значительной степени упрощает методику определения ударных нагрузок и деформаций. Однако на основании таких методик трудно исследовать процесс разрушения. Следовательно, необходимо проводить также исследования с учетом инерции компонентов, сжимаемости, вязкого сопротивления и т. д.

Усилия многих исследователей направлены на изучение прочности и процесса разрушения, а также на выяснение зависимости между характером разрушения и критериями разрушения. Характер разрушения сложный, поскольку разрушению подвергается не только матрица. При разрушении материалов, армированных волокнами, происходят разрушение волокон, их вытягивание, т. е. в целом разрушение представляет собой некоторую сложную комбинацию.

Для прикладных технических задач проблема оценки прочностных характеристик материалов при ударных нагрузках является важной. С этой целью проводятся испытания на удар на экспериментальных образцах, которые могут быть закреплены консольно или свободно оперты. При падении груза на образец происходит разрушение образца, для которого определяется работа, затраченная на разрушение, что позволяет в конечном счете рассчитать ударную вязкость материала и оценить его прочность на удар.

Стоит обратить внимание также на методики изучения поведения композитов при ударе, основанные на использовании метода конечных элементов. Эти методики играют важную роль в выяснении поведения компонентов, образующих материал, при деформировании.

6.1.1. Метод механического моделирования

1. Модель в виде одиночной пружины

На рис. 6.5 показана пружина, на которую с некоторой высоты падает груз. Уравнение движения при соударении груза с пружиной имеет вид

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = mg - F(x), \quad (6.1)$$

где m — масса падающего груза; $F(x)$ — восстанавливающая сила при перемещении пружины x ; g — ускорение силы тяжести. Начальные условия: $x = 0$, $dx/dt = v = \sqrt{2gh}$ при $t =$

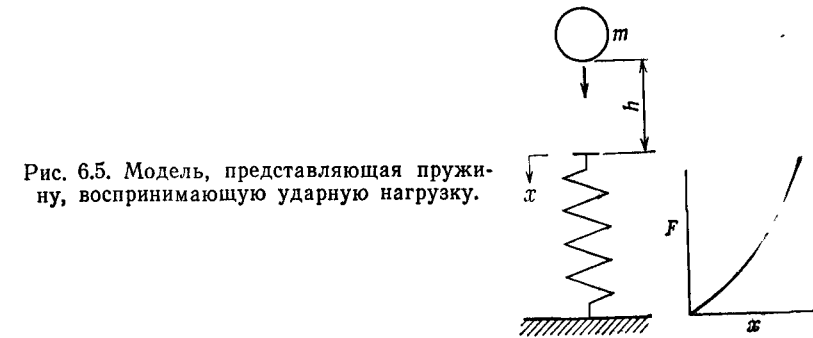


Рис. 6.5. Модель, представляющая пружину, воспринимающую ударную нагрузку.

$= 0$ (h — высота, с которой падает груз). Умножим обе части уравнения на dx/dt и проинтегрируем:

$$\frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \int_0^x F(x) dx = mgx + \frac{m}{2} v^2. \quad (6.2)$$

При максимальных перемещениях $dx/dt = 0$. Отсюда

$$\frac{1}{mg} \int_0^{x_{\max}} F(x) dx = x_{\max} + h. \quad (6.3)$$

Следовательно, при одной и той же энергии удара максимальная сила удара и максимальное перемещение будут одними и теми же. Если положить, что пружина имеет характеристику вида

$$F(x) = ax^n, \quad (6.4)$$

то можно определить x_{\max} из следующей зависимости:

$$\frac{1}{mg} \frac{a}{n+1} (x_{\max})^{n+1} = x_{\max} + h. \quad (6.5)$$

При $n = 1$

$$x_{\max} = \frac{mg}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{mg}{a} \right)^2 + \frac{2mg}{a} h}. \quad (6.6)$$

Следовательно, для максимальной нагрузки имеем

$$F_{\max} = ax_{\max}, \quad (6.7)$$

$$\frac{F_{\max}}{mg} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2ha}{mg}}. \quad (6.8)$$

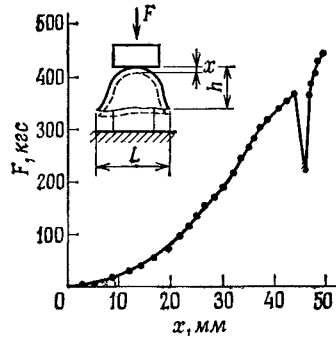


Рис. 6.6. Диаграмма статическая нагрузка — перемещение вершины шлема (размеры шлема: $L = 272$ мм, $H = 155$ мм, ширина равна 220 мм, толщина шлема при вершине 25 мм).

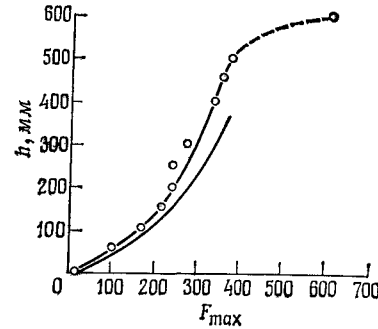


Рис. 6.7. Зависимость высоты падения от максимальной ударной нагрузки (падающий груз 13,9 кг); \circ — эксперимент; — расчет, проведенный на основе использования пружинной модели.

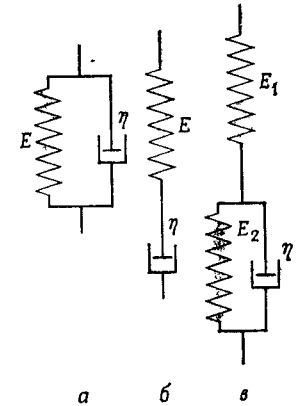
Хаяси и др. [6.3] изучали ударные нагрузки, оказывающие воздействие на шлем, изготовленный из полиэфирной пластмассы, армированной стекломатом. На рис. 6.6 показана зависимость между нагрузкой на шлем и деформацией. На рис. 6.7 представлены зависимости высоты падения от максимальной ударной нагрузки. При определении максимальной нагрузки использовались модель в виде одиночной пружины и статическая зависимость нагрузка — перемещение, представленная на рис. 6.6.

2. Модель, состоящая из двух элементов

В модель, состоящую из двух элементов, входят пружина (упругий элемент) и элемент, обеспечивающий вязкое демпфирование. Как можно видеть из рис. 6.8, в рассматриваемых моделях указанные элементы соединяются последовательно и параллельно. Как известно, модель, в которой использовано последовательное соединение, служит для исследования ползучести. Рассмотрим модель с параллельным соединением элементов, полагая, что η — коэффициент вязкого трения. Уравнение движения, соответствующее этой модели, имеет вид

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = mg - F(x) - \eta \frac{dx}{dt}. \quad (6.9)$$

Рис. 6.8. Механические модели: а — параллельная модель (модель Фойгта); б — последовательная модель (модель Максвелла); в — модель, составленная из трех элементов.



Используя изложенный выше подход, преобразуем уравнение к виду

$$\frac{1}{mg} \int_0^{x_{\max}} F(x) dx = x_{\max} - h - \frac{\eta}{mg} \int_0^{x_{\max}} \frac{dx}{dt} dx. \quad (6.10)$$

В момент удара действует нагрузка

$$F(0) = \eta \sqrt{2gh}. \quad (6.11)$$

Сопоставляя величину этой нагрузки с $F(x_{\max})$, можно установить максимальную нагрузку.

3. Модели, состоящие из трех элементов

В рассматриваемом случае в качестве примера взята модель, состоящая из трех элементов и представленная на рис. 6.8, в). Исследована зависимость диаграммы напряжение — деформация от скорости деформации. Если положить, что все упругие элементы являются линейными и имеет место модуль упругости E , напряжение σ и деформация ϵ для них вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \sigma &= E_1 \epsilon_1, \quad \epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2, \\ \sigma &= E_2 \epsilon_2 + \eta \frac{d\epsilon_2}{dt}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Можно получить следующее уравнение:

$$(E_1 + E_2) \sigma + \eta \frac{d\sigma}{dt} = E_1 E_2 \epsilon + E_1 \eta \frac{d\epsilon}{dt} \quad (6.13)$$

Если решить это уравнение при постоянной скорости деформации и при $t = \epsilon/\alpha$, полагая в качестве начального

условия $\sigma = 0$ при $t = 0$, получим зависимость напряжения от деформации

$$\sigma = \frac{E_1^2 \eta \alpha}{(E_1 + E_2)^2} \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{E_1 + E_2}{\eta} \frac{\varepsilon}{\alpha} \right) \right\} + \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \varepsilon. \quad (6.14)$$

В случае очень большой скорости деформации, когда $\alpha \rightarrow \infty$,

$$\sigma = E_1 \varepsilon. \quad (6.15)$$

При малой скорости деформации, когда $\alpha \rightarrow 0$,

$$\sigma = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \varepsilon. \quad (6.16)$$

Рассмотрим пример композита, изготовленного намоткой, — эпоксидную смолу, армированную стекловолокном. Для этого материала $E_1 = 2435$ кгс/мм², $E_2 = 16\,670$ кгс/мм², $\eta = 1,17 \cdot 10^3$ кгс·с/мм².

Сопоставим результаты статического и ударного нагружений. При ударном воздействии, когда $\alpha \rightarrow \infty$,

$$\sigma = 2435 \varepsilon. \quad (6.17)$$

При статическом воздействии, когда $\alpha \rightarrow 0$,

$$\sigma = 2120 \varepsilon. \quad (6.18)$$

Сопоставление статического случая с ударным показывает, что модуль упругости при ударном нагружении оказывается на 15% выше модуля упругости при статическом нагружении [6.4].

6.1.2. Уравнение состояния при высокоскоростном деформировании и фронт ударной волны

Рассмотрим случай, когда в некоторой части тела по какой-либо причине за счет приложения энергии происходит резкое изменение давления. В этом случае по телу распространяется ударная волна, на которой происходит изменение состояния в соответствии с законами сохранения массы, количества движения и энергии.

В предыдущем разделе при рассмотрении поведения композитов при ударных нагрузках влияние массы тела, находящегося под действием удара, не учитывалось. Если учитывать не только массу материала, но и эффекты вязкости и пластичности, то для одномерной ударной нагрузки можно установить следующее уравнение состояния [6.5]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} - f \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -G, \quad (6.19)$$

где f — коэффициент, учитывающий наклон диаграммы напряжение — деформация при мгновенном нагружении; σ — напряжение; ε — деформация; G — коэффициент релаксации напряжения.

В случае вязкого трения, согласно Баркеру,

$$G = \sigma - \int_{\text{path}} (k/\tau) d\varepsilon, \quad (6.20)$$

где k — коэффициент, учитывающий наклон диаграммы напряжение — деформация при статическом нагружении; τ — коэффициент релаксации.

Если необходимо принять во внимание пластическое деформирование, то, согласно Молверну [6.6],

$$G = A \{ \sigma - f(\varepsilon) \}, \quad (6.21)$$

где A — постоянная материала; $f(\varepsilon)$ — функция статического напряжения от деформации.

Воспользуемся уравнением сохранения массы

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (6.22)$$

и уравнением сохранения количества движения

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial t} = 0. \quad (6.23)$$

Подставим (6.22) в (6.19), продифференцируем по t и полученный результат подставим в (6.23). После соответствующих преобразований получаем

$$\frac{f}{\rho} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} + \frac{\partial G}{\partial t}. \quad (6.24)$$

Здесь x — лагранжева координата.

Рассмотрим наиболее простой случай, представленный на рис. 6.9. На этом рисунке показан полубесконечный стержень, у которого $x = 0$ соответствует свободному концу, а $x = -\infty$ — закрепленному концу. Положим, что с торцевой поверхности $x = 0$ мгновенно с некоторой скоростью начинается растяжение. В рассматриваемом случае можно пренебречь изменением кинетической энергии, получаемым за счет бокового сжатия, а также не учитывать влияние слагаемого, содержащего G . Тогда

$$\frac{f}{\rho} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2}, \quad (6.25)$$

и волна будет распространяться со скоростью $c = \sqrt{f/\rho}$.

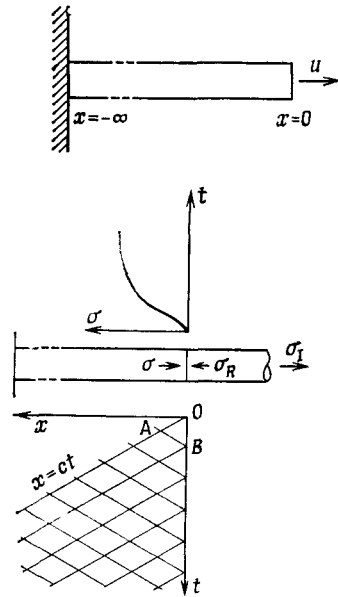


Рис. 6.9. Создание высокоскоростной деформации в полубесконечном стержне.

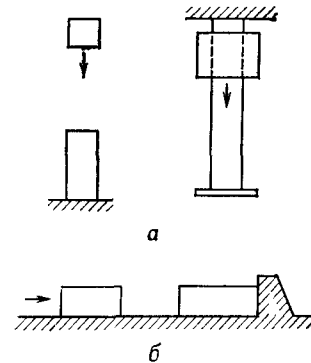


Рис. 6.11. Схематическое представление продольного удара.

Рис. 6.10. Волна напряжений на торцевой поверхности при воздействии ударной нагрузки.

Характеристики на плоскости x, t (рис. 6.9) будут иметь вид, показанный на рис. 6.10. Для ячейки OAB вдоль $x=0$ можно установить разностное уравнение и на его основании определить напряжение на ударном фронте:

$$\sigma_B = \sigma_A - \rho c (u_B - u_A) - G_A \Delta t. \quad (6.26)$$

Таким образом, если в точках O и A известны параметры σ, u, ε , а также исходное напряжение σ_1 , то можно определить соответствующие параметры в точке B [6.7].

На рис. 6.11 показаны различные случаи продольных ударов. Для этих случаев напряжение на фронте ударной волны равно

$$\sigma = \rho u c + 2\sigma_1, \quad (6.27)$$

где σ_1 — напряжение, которое возникает в материале при статическом действии падающего груза. Для случая, представленного на рис. 6.11, б,

$$\sigma = \rho u c, \quad (6.28)$$

где u — скорость удара, которая в общем случае отличается от скорости соударения. Когда два тела имеют примерно

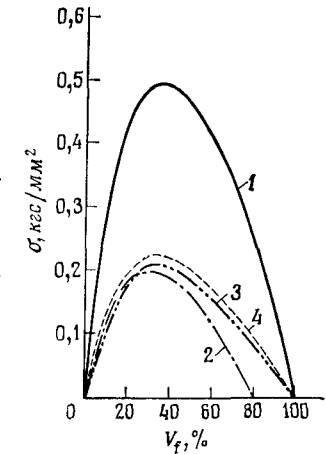


Рис. 6.12. Зависимость средних напряжений сдвига от объемного содержания волокон для композита: борволокно — эпоксидная смола. 1 — слоистая среда; 2 — среда, армированная волокном; 3 — слоистая пластина; 4 — двухслойная пластина.

одинаковые массы и изготовлены почти из одних и тех же материалов, скорость u равна примерно половине скорости соударения. По сравнению с падающим грузом пластмасса, армированная стекловолокном, является более легкой и обладает низкой упругостью. Поэтому можно считать, что у такой пластмассы скорость u приближается к скорости соударения.

Материал, использованный в экспериментальных исследованиях, результаты которых приведены на рис. 6.2, имел удельный вес 2 г/см^3 . При скорости $u = 6,3 \text{ м/с}$, статическом модуле упругости 1000 кгс/мм^2 и напряжении $\sigma_1 = 0,2 \text{ кгс/мм}^2$ напряжение σ равно $3,245 \text{ кгс/мм}^2$. Это значение не совпадает с результатами экспериментальных исследований, что, по-видимому, можно объяснить таким образом. В рассматриваемом случае динамический модуль упругости выше статического, и диаграмма напряжение — деформация носит линейный характер до момента разрушения материала. Однако в процессе развития разрушения с начального момента разрушения до момента полного разрушения характер разрушения усложняется, что требует рассмотрения уравнения состояния, учитывающего вязкоупругость. Следует также иметь в виду, что и критерии разрушения необходимо согласовывать с действительностью и учитывать многообразие форм разрушения.

В тех случаях, когда ударная нагрузка прикладывается вдоль упрочняющих слоев, необходимо исследовать роль поперечностей раздела. В работах [6.8, 6.9] изучались напряжения сдвига, возникающие на поверхностях раздела при действии ударных нагрузок.

На рис. 6.12 приведены результаты исследований Чау и Ванга, из которых можно видеть, какое влияние оказывает объемное содержание волокна на напряжение сдвига.

6.1.3. Испытания на удар

Как указывалось ранее, при действии ударных нагрузок имеет место несколько видов разрушения, которые зависят от состава и структуры материала. Для исследования процесса разрушения проводятся испытания на удар, в ходе которых измеряется изменение по времени перемещений, нагрузок, поглощенной энергии, изучаются повреждения в экспериментальном образце и т. д. В настоящее время разработано несколько методов испытаний на удар. На рис. 6.13 изображена экспериментальная установка для испытаний на удар при вертикально падающем грузе [6.10]. На рис. 6.14 показаны испытания на маятниковом копре. Для испытаний на ударное сжатие используются стержни Гопкинсона.

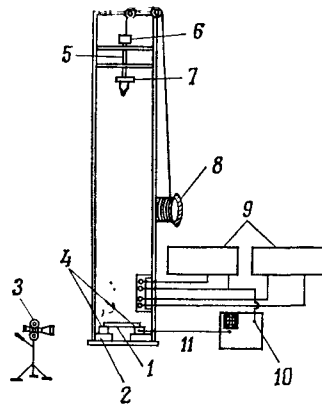


Рис. 6.13. Установка для испытаний на удар при вертикально падающем грузе: 1 — образец; 2 — подвижное основание; 3 — высокоскоростная кинокамера; 4 — опоры с датчиками; 5 — падающий вертикально груз; 6 — электромагнит; 7 — устанавливаемый груз; 8 — лебедка; 9 — измеритель временных интервалов; 10 — триггер осциллографа; 11 — осциллограф.

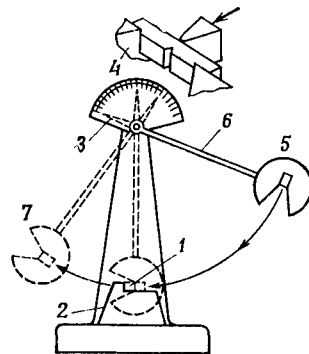


Рис. 6.14. Маятниковый копер для испытаний на ударную вязкость: 1 — образец; 2 — наковальня; 3 — стрелка; 4 — шкала; 5 — молоточек; 6 — начальное положение маятника; 7 — заключительное отклонение маятника.

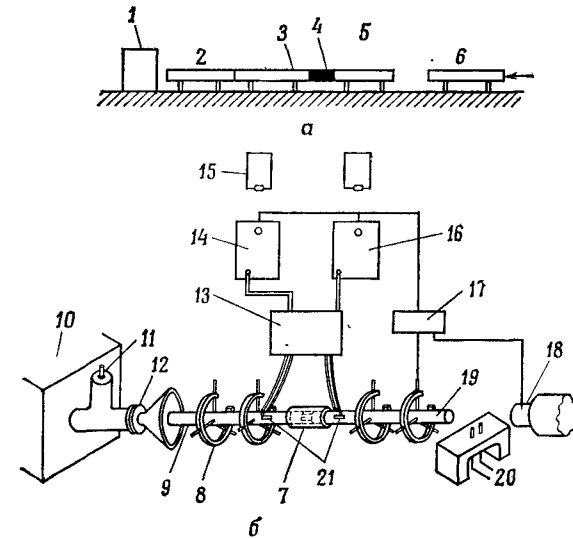


Рис. 6.15. Схема экспериментальной установки, предназначенной для испытаний на ударное сжатие при помощи стержня Гопкинсона. а — принцип работы: 1 — поглотитель удара, 2 — поглотительный стержень, 3 — выходной стержень, 4 — образец, 5 — входной стержень, 6 — вышибной стержень; б — устройство Горского и Хаузе: 7 — образец, 8 — державка; 9 — выходной стержень, 10 — бак с водой, 11 — соленоидный клапан, 12 — мембрана, 13 — мостовая схема и контрольный контур, 14 — осциллограф I, 15 — фотоаппарат, 16 — осциллограф II, 17 — триггер, 18 — плунжер, 19 — входной стержень, 20 — часы, 21 — тензометрические датчики.

Установка для проведения таких испытаний приведена на рис. 6.15 [6.11].

1. Испытания на удар при вертикально падающем грузе

Рассматриваемый метод является наиболее простым из существующих методов испытаний на удар, предназначенных для практических целей. Для испытаний используют плоские образцы, свободно опертые по концам. На исследуемый образец падает груз, который имеет сферическую форму. Обычно груз ударяет в центральную часть пластины. В ходе испытаний определяют высоту падения груза, при которой происходит повреждение образца.

При приложении в центре пластины сосредоточенной нагрузки P появляются прогиб δ и напряжение σ_{\max} :

$$\delta = \xi (Pa^2/D), \quad \sigma_{\max} = \xi (6P/t^2), \quad (6.29)$$

где a — длина короткой стороны четырехугольника; D — изгибная жесткость, равная $Et^3/[12(1-\nu^2)]$; E — модуль

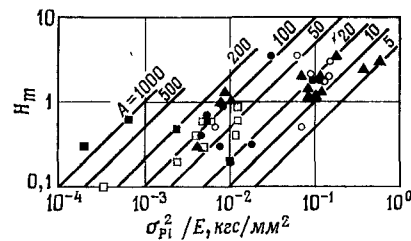


Рис. 6.16. Зависимость H_m от σ_{PI}^2/E при различных значениях A . Обозначения: \circ — пластмасса, армированная волокном; \bullet — асбестовая пластина; \blacktriangle — слоистая пластина; \square — металлическая пластина; \blacksquare — другие материалы.

упругости; t — толщина пластины; ν — коэффициент Пуассона; ξ , ξ — коэффициенты.

Энергия упругой деформации U_e , накопленная в пластине к моменту, когда напряжения достигают предела пропорциональности σ_{PI} , имеет вид

$$U_e = \frac{\xi a^2 (1 - \nu^2)}{6\xi^2} \frac{\sigma_{PI}^2 t}{E}. \quad (6.30)$$

Эта энергия эквивалентна потенциальной энергии падающего шара. Высота падающего тела связана с величиной $\sigma_{PI}^2 t/E$ (она носит название практической ударной вязкости) следующей зависимостью:

$$H_m = A \sigma_{PI}^2 t/E. \quad (6.31)$$

Графически эта зависимость представлена на рис. 6.16 [6.12]. Испытания на удар проводились по методике 1073.2 (п. F.S. L-P-406b). В качестве падающего тела использовался стальной шар массой 0,907 кг. При этом в качестве действительной ударной вязкости рассматривалась не σ_{PI} , а напряжение текучести σ_s : A — постоянная величина, которая для пластмасс, армированных стекловолокном, находится в пределах 10—20.

Следует иметь в виду, что приведенная выше формула получена для гомогенного изотропного упругого тела. В строгой же постановке необходимо использовать теорию анизотропии, которая учитывает состав и структуру материала, а под величиной E следует понимать динамический модуль упругости, который учитывает влияние скорости деформации.

2. Испытания на удар на маятниковом копре

Из рис. 6.17 видно, что при определении ударной вязкости на маятниковом копре проводятся испытания двух видов. В одном из них образец поддерживается с двух сторон, а удар приходится в центре образца. В другом — образец закрепляют консольно, а удар производится по свободному концу.

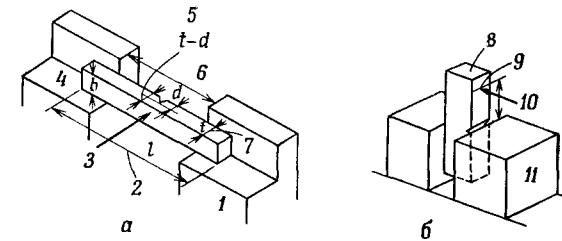


Рис. 6.17. Установка экспериментальных образцов при проведении испытаний на ударную вязкость на маятниковых копрах. а — испытания по Шарпи: 1 — наковальня, 2 — длина l , 3 — направление удара; 4 — ширина b ; 5 — толщина образца без учета надреза $t-d$, 6 — расстояние между опорами L , 7 — толщина t ; б — испытания по Изоду. 8 — образец, 9 — точка приложения ударной нагрузки, 10 — направление удара, 11 — наковальня.

Первый вид испытаний носит название испытания на удар по Шарпи, а второй — испытания по Изоду.

Если при испытаниях на удар по Шарпи в точке удара линейная скорость копра составляет 3,3 м/с, то ударная вязкость определяется по формуле

$$\zeta_{KI} = E/wh, \quad (6.32)$$

где E — работа, затрачиваемая на разрушение образца за один удар, кгс·см; w — ширина образца в месте надреза, см; h — толщина образца в месте надреза, см.

На рис. 6.17 видно, что образцы имеют надрезы; это позволяет зафиксировать место разрушения образца и свести к минимуму разброс экспериментальных данных.

Сопrotивление удару представляет собой важный параметр, который необходимо использовать при расчетах на прочность и который имеет различные количественные оценки. В табл. 6.1 и 6.2 [6.13] сравниваются различные способы определения ударной вязкости, формы и размеры образцов (см. также рис. 6.18 [6.13]).

На рис. 6.19 показано влияние надреза на ударную вязкость. Из приведенных данных видно, что расположение упрочняющего волокна оказывает влияние на ударную вязкость [6.14]. При использовании для армирования матов можно выявить снижение ударной вязкости с возрастанием глубины надреза. Когда в качестве упрочняющего материала используют стеклоткань, характер изменения ударной вязкости зависит от направления волокна. Если основное направление волокна совпадает с основным направлением изгибающих напряжений, до глубины надреза 1 мм ударная вязкость не изменяется. Дальнейшее увеличение глубины

Таблица 6.1

Различные стандарты на определение ударной вязкости

Испытания на удар	Стандарты	Формула определения удельной ударной вязкости	Обозначение единицы измерения
По Шарпи	JIS K 6745, K 6791 K 6911, K 6915 K 6916, K 6917	Отношение поглощенной энергии к исходной площади сечения, в котором расположен надрез	кгс · см/см ²
	JIS Z 2242 (металлы и сплавы)	То же	кгс · м/см ²
	ISO R 179 (DIN 53453)	Отношение поглощенной энергии к исходной площади сечения, в котором расположен надрез	кгс · см/см (фут · фунт/дюйм)
	ASTM D 256	Отношение поглощенной энергии к длине надреза	кгс · см/см
По Изоду	JIS K 6871, K 6872	Отношение поглощенной энергии к длине надреза	кгс · см/см
	JIS K 6911, K 6905 K 6912	Отношение поглощенной энергии к исходной площади сечения, в котором расположен надрез	кгс · см/см ²
	JIS Z 2242 (металлы и сплавы)	Поглощенная энергия	кгс · м
	ISO R 180 ASTM D 256	Отношение поглощенной энергии к длине надреза То же	кгс · см/см кгс · см/см

Примечание. ASTM — Американское общество испытания материалов
 ISO — Международная организация стандартизации
 JIS — Японский промышленный стандарт
 DIN — стандарт ФРГ

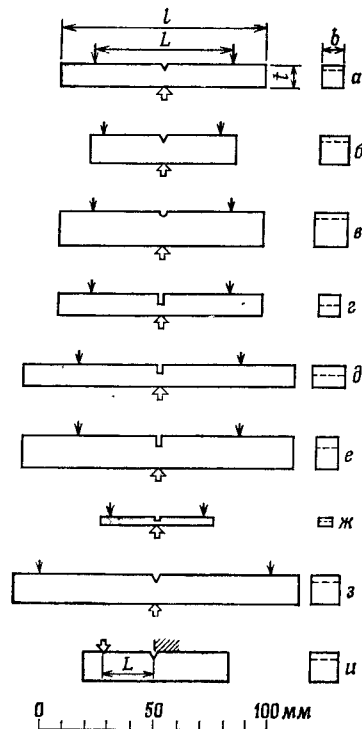


Рис. 6.18. Экспериментальные образцы, используемые при проведении испытаний на ударную вязкость на маятниковых копрах, и различные формы надрезов: а — испытания по Шарпи, японский промышленный стандарт JIS K 6745; б — испытания по Шарпи, японский промышленный стандарт JIS K 6791; в — испытания по Шарпи, японский промышленный стандарт JIS K 6911; г — испытания по Шарпи, старый японский промышленный стандарт JIS K 6707; д — стандарт ISO (Международной организации стандартизации) и DIN (ФРГ), надрез на лицевой стороне; е — образец Шарпи (надрез на боковой стороне); ж — малый образец Шарпи (надрез на лицевой стороне); з — образец для испытаний по Шарпи ASTM (Американского общества испытания материалов); и — образец ASTM ISO для испытаний по Изоду.

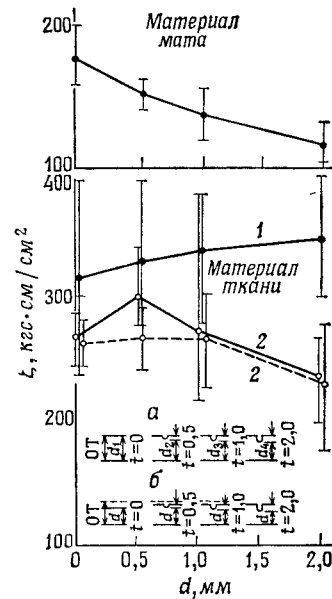


Рис. 6.19. Влияние надреза в плоскостном направлении на ударную вязкость композитов, армированных тканью и матом. ζ — ударная вязкость по Шарпи (среднее значение); d — глубина U-образного надреза; 1 — направление волокна 45°; 2 — направление волокна 0°; а — постоянное исходное поперечное сечение; б — постоянное поперечное сечение материала, рассматриваемое от вершины надреза.

надреза приводит к снижению ударной вязкости. В том случае, когда основное направление волокна составляет 45° с направлением напряжений изгиба, увеличение глубины надреза вызывает возрастание ударной вязкости.

На рис. 6.20 показано, какое влияние может оказывать направление удара. Удар в плоскостном направлении оказывает большее влияние, чем удар в краевом направлении. На ударную вязкость оказывают влияние температура (рис. 6.21)

Таблица 6.2

Образцы для испытаний на ударную вязкость

Стандарт	Длина l , мм	Ширина b , мм	Толщина t , мм	Надрез	Расстояние между опорами L , мм	Относительные размеры		
						L/t	d/t	$(1-L)/L$
Испытания по Шарпи	JIS K 6745	10	10	V-образный (45°)	60	6,0	0,1	0,5
	JIS K 6791	12,7	12,7	V-образный (45°)	50,8	4,0	0,2	0,25
	JIS K 6911	15	15	U-образный (1,0 R)	60	4,0	0,13(3)	0,5
	JIS K 6707 (старый)	10	10	U-образный (1,0 R)	60	6,0	0,5	0,5
Испытания по Шарпи	Стандарт Шарпи (надрез на лицевой стороне)	15	10	Прямоугольный (ширина 2 мм)	70	7,0	0,33	0,71(1)
	ISO (DIN) (надрез на боковой стороне)	12,7	15	Прямоугольный (ширина 0,8 мм)	70	4,6(6)	0,33	0,71(1)
	Малый образец (надрез на лицевой стороне)	50	4	Прямоугольный (ширина 0,8 мм)	40	10,0	0,33	0,25(5)
ASTM	127	12,7	12,7	V-образный (45°)	101,6	8,0	0,2	0,25(5)
ASTM (ISO)	63,5	12,7	12,7	V-образный (45°)	(22) ¹⁾	—	0,2	—

¹⁾ Расстояние между точкой приложения удара и поверхностью опоры.

Рис. 6.20. Влияние направления удара на ударную вязкость по Шарпи. а — пластмасса, армированная стеклотканью: 1 — устройство, предназначенное для испытания металлов, 2 — изгиб в плоскостном направлении, 3 — изгиб в краевом направлении, 4 — устройство для испытания пластмасс, направление волокна: —○— 0°, —●— 45°; б — пластмасса, армированная стеклотканью: —○— устройство, предназначенное для испытания металлов, —●— устройство для испытания пластмасс. Примечание. В случае плоскостного направления рассматривается ширина, в случае краевого — толщина.

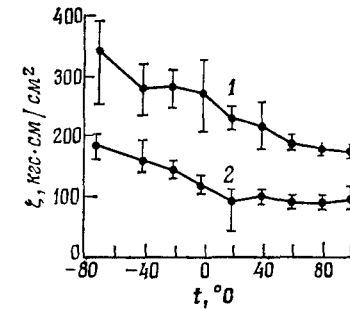


Рис. 6.21. Влияние температуры на ударную вязкость (среднее значение) по Шарпи при U-образном надрезе ($t = 2$ мм); 1 — пластмасса, армированная тканью; 2 — пластмасса, армированная матом.

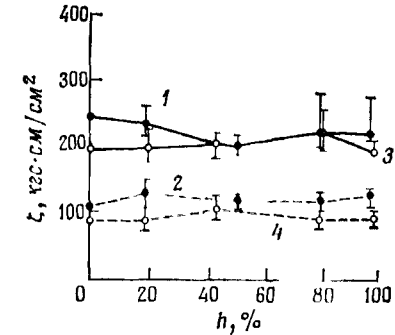
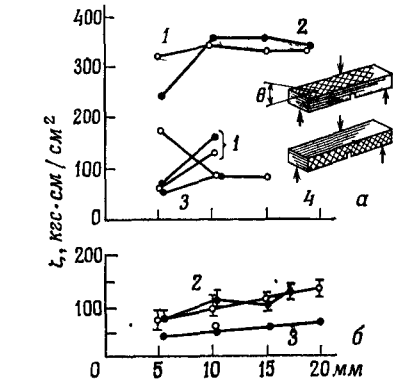


Рис. 6.22. Влияние влажности h на ударную вязкость (среднее значение) по Шарпи при U-образном надрезе ($t = 2$ мм); 1 — пластмасса, армированная тканью (16,5 °C); 2 — пластмасса, армированная матом (16,5 °C); 3 — пластмасса, армированная матом (60 °C); 4 — пластмасса, армированная тканью (60 °C).

и влажность (рис. 6.22) [6.14]. Экспериментальные исследования показывают, что с падением температуры происходит возрастание ударной вязкости. Для рассмотренных случаев влияние влажности на ударную вязкость оказалось небольшим. Существенным фактором для сопротивления удару является содержание стекловолна в композите [6.15]. Из рис. 6.23 видно, какой ударной вязкостью по сравнению с металлами обладают композиты, армированные волокном.

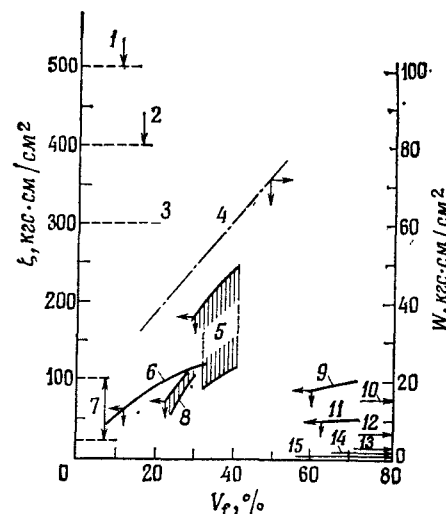


Рис. 6.23. Влияние содержания армирующего волокна на ударную вязкость по Шарпи W — работа, поглощаемая за счет упругости, l — твердая сталь; 2 — хромомолибденовая сталь; 3 — пружинная сталь; 4 — полиэфирная смола, армированная стекловолокном (продольный удар); 5 — полиэфирная смола, армированная стеклотканью с атласным переплетением (вверху — плоскостное направление, внизу — краевое направление); 6 — эпоксидная смола, армированная волокном из коррозионностойкой стали; 7 — чугун; 8 — полиэфирная смола, армированная стеклотканью; 9 — эпоксидная смола, армированная углеродным волокном (ортотропная слоистая пластина); 10 — дерево; 11 — слоистый материал с однонаправленной ориентацией волокон; 12 — дюралюминий; 13 — сталь; 14 — полиэфир; 15 — стекло.

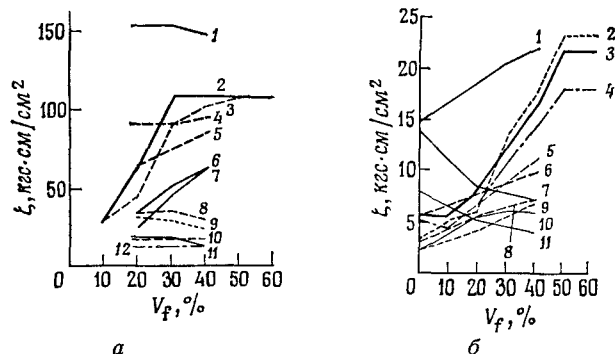


Рис. 6.24. Ударная вязкость термопластических смол, армированных стекловолокном (испытания по Изоду). а — без надреза: 1 — полиуретан, 2 — нейлон 6, 3 — нейлон 610, 4 — нейлон 66, поликарбонат, 5 — полисульфон, 6 — полиэфир, 7 — полиэтилен, 8 — ABS (тройной сополимер акрилонитрила, бутадиена и стирола), 9 — полипропилен, 10 — SAN (сополимер полистирола и акрилонитрила), 11 — ацеталь, 12 — полистирол; б — с надрезом: 1 — поликарбонат, 2 — нейлон 610, 3 — нейлон 60, 4 — нейлон 66, 5 — полиэфир, полисульфон, 6 — полипропилен, 7 — ABS (тройной сополимер акрилонитрила, бутадиена и стирола), 8 — полиэтилен, 9 — SAN (сополимер полистирола и акрилонитрила), 10 — полистирол, 11 — ацеталь.

Таблица 6.3

Сопоставление ударных вязкостей по Шарпи (с надрезом) для различных композитов, армированных волокнами в одном направлении

Композит	Объемное содержание волокна, V_f	Модуль упругости волокна E_f , кгс/мм ²	Предел прочности волокна σ_{fu} , кгс/мм ²	Энергия, поглощенная при ударе, кгс·см
Углеродное волокно (Торнел 50) — эпоксидная смола	0,55	$3,51 \cdot 10^4$	168,7	55,3
Борволокно — эпоксидная смола	0,55	$4,11 \cdot 10^4$	323,4	138,8
Стекловолокно S — эпоксидная смола	0,65	$0,87 \cdot 10^4$	471,0	746,6
Стекловолокно UARL-344 — эпоксидная смола	0,633	$1,36 \cdot 10^4$	492,1	414,8

В табл. 6.3 приведены в качестве примера механические свойства композитов, армированных высокопрочными волокнами (углеродным волокном и борволокном) [6.16]. Из приведенных данных видно, что у этих материалов ударные вязкости оказываются сравнительно низкими. На рис. 6.24 показано изменение ударной вязкости в зависимости от содержания стекловолокна в различных композитах, составленных на основе термопластических пластмасс [6.17]. Пример металлического композита приведен на рис. 6.25. Это алюминий, армированный борволокном, покрытым карбидом кремния [6.18]. Для него можно найти, как влияет на ударную вязкость направление волокна в зависимости от направления удара.

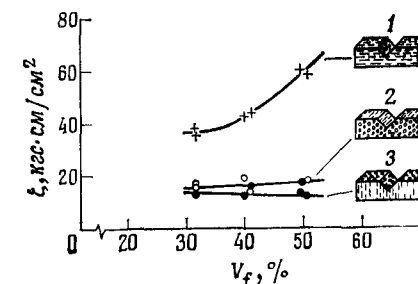


Рис. 6.25. Ударная вязкость металла, армированного волокном (волокно — борволокно, покрытое карбидом кремния, матрица — алюминий). 1 — образец LT; 2 — образец TT; 3 — образец TL.

6.1.4. Процесс разрушения при ударе и плотность энергии удара

Рассмотрим, как изменяются во времени нагрузка и работа в процессе разрушения образца при ударе, вызывающем изгиб образца. В данном случае можно выделить два этапа. Первый этап характеризуется упругим поведением образца. На втором этапе происходит быстрое развитие трещины, которое сопровождается падением нагрузки. На рис. 6.26 показан процесс разрушения слоистой пластины из эпоксидной смолы, армированной стекловолокном Е [6.19]. Схематический процесс разрушения представлен на рис. 6.27 [6.19]. Заштрихованная область соответствует упругому этапу. На этом этапе затрачивается работа U_i . Совершаемую после этого работу обозначим через U_p . Рассматривая отношение этих работ, можно сравнить ударные характеристики. Такое отношение носит название показателя вязкости, под которым

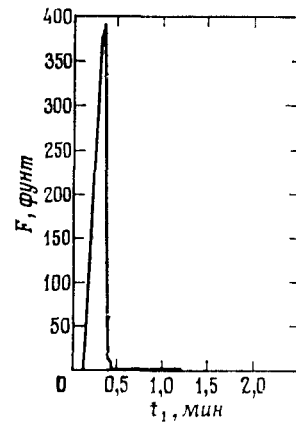


Рис. 6.26. Изменение по времени нагрузки при проведении испытаний на удар по Шарпи и испытаний на статический изгиб (эпоксидная смола, армированная в одном направлении стекловолокном Е); толщина образца $t = 3,58$ мм, скорость нагрузки 1,27 мм/мин; W — работа; масштабы: для нагрузки 200 фунт/дел., для работы 2 фут · фунт/дел., для времени 0,5 мс/дел.

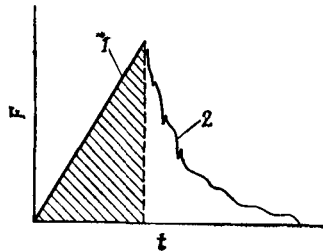


Рис. 6.27. Изменение во времени нагрузки при испытаниях на удар; 1 — область образования трещины; 2 — область распространения трещины; показатель пластичности материала $DI = E_p/E_i$;

$$E = \int F dt; E = E_i + E_p$$

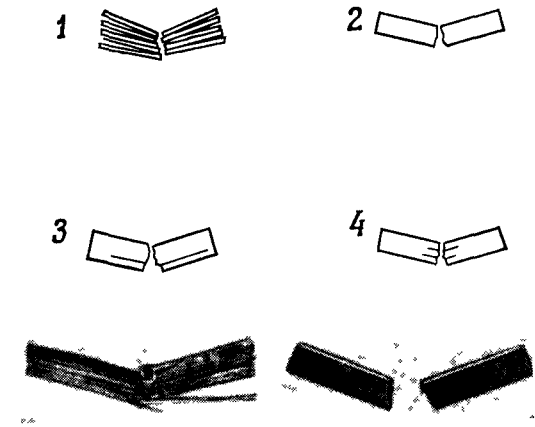


Рис. 6.28. Виды разрушения образцов при испытании на удар по Шарпи; 1 — сложное разрушение; 2 — хрупкое разрушение; 3 — хрупкое разрушение образца с надрезом; 4 — комплексное постепенное разрушение.

понимают отношение работы, затрачиваемой на распространение повреждения, к работе, которая расходуется на возникновение разрушения:

$$DI = U_p/U_i. \quad (6.33)$$

Считают, что для образцов, имеющих одинаковую форму, можно очень эффективно оценивать результаты действия удара, если принимать во внимание индекс DI .

Остановимся теперь на рассмотрении видов разрушения, которые имеют место при изгибе образца при действии ударной нагрузки. Основные виды разрушений показаны на рис. 6.28. Для каждого вида трудно точно установить соответствующую работу удара. Однако можно оценить работу, приходящуюся на единичный объем, т. е. характеристику удара, основанную на использовании плотности энергии удара.

Под плотностью энергии удара IED понимают энергию удара, отнесенную к единичному объему. При слабых ударах, при которых имеет место упругое восстановление, если принять во внимание правило смесей, то

$$IED = \frac{1}{2} \frac{\sigma_f^2}{E_f} \left(BV_f + \frac{E_m}{E_f} V_m \right), \quad (6.34)$$

где σ_f и E_f — соответственно напряжение и модуль упругости для волокна; E_m — модуль упругости матрицы; V_f и V_m — соответственно объемные содержания волокна и матрицы; B —

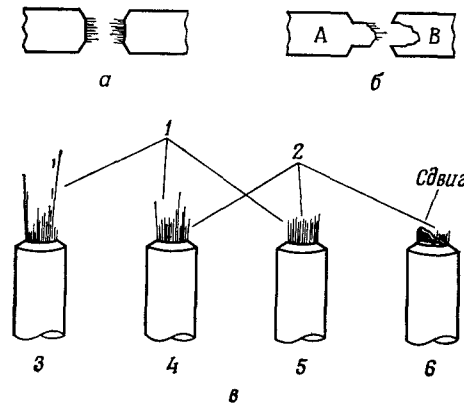


Рис. 6.29. Типичные особенности различных видов разрушения; а — обычное хрупкое разрушение, на изломе образуется кисточка; б — разрушение, наблюдаемое у гибридных композитов: у дна надреза в продольном направлении происходит разрушение в результате сдвига, а затем на некотором расстоянии от места концентрации напряжений возникает разрушение волокон; в — состав упрочняющих волокон, в который входит стекловолокно и углеродное волокно, оказывает влияние на характер разрушения, связанный с вытягиванием волокон: 1 — стекловолокно; 2 — углеродное волокно; 3 — пластмасса, армированная стекловолокном; 4 — 40% углеродного волокна; 5 — 60% углеродного волокна; 6 — пластмасса, армированная углеродным волокном.

коэффициент, учитывающий расположение волокна (при армировании непрерывным волокном равен 1, при использовании стеклоткани равен 1/2, в случае стекломата равен 3/8). В табл. 6.5 в качестве примера приведены результаты расчета по формуле (6.34).

При сильных ударах, под действием которых происходит разрушение образца, величина IED зависит от вида разрушения. На рис. 6.29 сопоставлены результаты разрушения материалов, армированных углеродным волокном, и материалов, для упрочнения которых использовано стекловолокно. Можно считать, что у материалов, армированных углеродным волокном, происходит в основном разрушение волокна. У других рассматриваемых материалов чаще возникает вытягивание волокна [6.20].

Если принять во внимание только работу, затрачиваемую на разрушение волокна, то

$$IED = V_f \sigma_f^2 / (2E_f). \quad (6.35)$$

Когда деформация, при которой происходит разрушение матрицы, оказывается меньше деформации волокна, при разру-

шении композита происходит вытягивание волокна. В этом случае

$$IED = V_f d_f \sigma_f^2 / (24\tau), \quad (6.36)$$

где d_f — диаметр волокна; τ — величина, близкая к модулю упругости второго рода матрицы или поверхности раздела.

Если деформация при разрушении матрицы оказывается больше деформации разрушения волокна, то при учете работы, соответствующей матрице, получаем [6.16]

$$IED = \left(\frac{1 - V_f}{V_f} \right)^2 \frac{\sigma_m r_f}{2\tau} U_m, \quad (6.37)$$

где U_m — величина IED для матрицы; σ_m — предел прочности на растяжение матрицы; r_f — радиус волокна.

Если имеет место отрыв, обусловленный межслойным сдвигом [6.16], то

$$IED = \tau^2 / 6G, \quad (6.38)$$

где G — модуль сдвига.

Следует иметь в виду, что в настоящее время на основании имеющихся выражений для плотности энергии при ударе нельзя достаточно хорошо объяснить ударную вязкость, которая имеет место в действительности.

Принимая во внимание напряжение, действующее на различных участках экспериментального образца, путем интегрирования IED можно определить энергию, прикладываемую при ударном разрушении к исследуемому материалу:

$$U_{total} = \int (IED) dV. \quad (6.39)$$

Согласно расчетам, которые провел Новак и др. [6.21], для экспериментального образца, опертого с двух сторон и изготовленного из композита, армированного в одном направлении волокнами и относящегося к материалам с волокнистым типом разрушения, для полной энергии можно установить следующую зависимость:

$$U_{total} = V_f \sigma_f^2 V / 6E_f. \quad (6.40)$$

Следует иметь в виду, что в действительности в чистом виде такой материал не существует. В реальном материале могут дополнительно иметь место и другие типы разрушения. В табл. 6.4 для различных композитов, изготовленных из эпоксидной смолы, армированной в одном направлении углеродным волокном, приведены результаты исследования ударной вязкости и энергии различных работ [6.21]. Результаты исследования плотности энергии при ударе даны в табл. 6.5

Таблица 6.4
Сопоставление расчетных и экспериментальных значений поглощенной работы
для эпоксидных композитов, армированных углеродными волокнами в одном направлении

Композит	Энергия вытягива- ния, кгс·см	Энергия отделения при сдвиге, кгс·см	Энергия разрушения, кгс·см	Суммарная энергия, кгс·см	Ударная вязкость, кгс·см
HMG 1)-50/ERL 6)-2256 HMG-50/ERL-2256 (обработка в азотной кислоте) HMG-50/BP 7)-907 T 2)-50/ERL-2256 T-25/ERL-2256 (обработка в азотной кислоте) Courtaulds C3)/ERL-2256 Courtaulds HM 4)/ERL-2256 а) Courtaulds HM/ERLA 6)-4617 а) Morganite IS 5)/ERL-2256 а)	13,83 6,64 8,44 15,21 3,60 34,44 6,50 7,74 6,50	1,80 4,56 4,70 1,52 3,87 1,94 7,74 4,84 3,87	25,59 25,59 25,59 25,59 21,57 82,43 23,37 23,37 23,37	41,35 36,79 38,72 42,32 29,04 118,80 37,62 35,96 33,75	62,24 41,49 58,78 62,24 31,81 138,26 41,49 41,49 41,49

а) Волокно подвергнуто обработке изготовителем.

1) Высокоугрутое волокно, изготавливаемое фирмой HITSO (США).

2) Фирма-изготовитель «Юнион Карбайд» (США).

3) Фирма-изготовитель «Кортолдс» (Англия).

4) Высокоугрутое волокно, изготавливаемое фирмой «Кортолдс».

5) Фирма-изготовитель «Морганайт» (Англия).

6) Эпоксидная смола, изготавливаемая фирмой «Юнион Карбайд».

7) Эпоксидная смола, изготавливаемая фирмой «Америкен пianaмид».

Таблица 6.5
Продольная ударная вязкость композитов на основе смолы, армированных волокном

Волокно	Объемное содержание волокна, V_f	Модуль упругости волокна E_f , кгс/мм ²	Предел прочности волокна σ_{fL} , кгс/мм ²	Плотность энергии удара в продольном направлении IED, кгс·см/см ³
Бор	0,5	$4,38 \cdot 10^4$	323,4	61,86
Стекловолокно				
Стекло E	»	$0,70 \cdot 10^4$	253,1	228,47
Стекло S	»	$0,87 \cdot 10^4$	471,0	636,22
UARL 1)-344	»	$1,31 \cdot 10^4$	492,0	495,62
Углеродное волокно				
Modmor I 2)	»	$4,22 \cdot 10^4$	175,8	18,28
Modmor II	»	$2,67 \cdot 10^4$	246,0	66,79
Thornel 400 3)	»	$2,11 \cdot 10^4$	295,3	103,34
Thornel 75	»	$3,52 \cdot 10^4$	168,7	20,39
Thornel 50	»	$5,27 \cdot 10^4$	267,1	33,04

1) Сокращение United Aircraft Research Lab. (Объединенная авиационная исследовательская лаборатория.)

2) Фирма-изготовитель «Морганайт».

3) Фирма-изготовитель «Юнион Карбайд».

[6.16]. Исследованию подвергались композиты, у которых в качестве матрицы использовалась эпоксидная смола. Для армирования применялись различные волокна, располагавшиеся в одном направлении. Сопоставление результатов, полученных при использовании изложенной здесь методики, с результатами экспериментального исследования энергии удара показывает, что расчетные значения оказываются выше экспериментальных. Действительные значения составляют 41—68% от расчетных. Это обстоятельство, по-видимому, связано с тем, что в процессе разрушения дополнительно имеет место межслойный сдвиг.

В заключение остановимся на результатах исследования Батчера [6.22], в которых ударная вязкость и предел прочности при статическом растяжении четко разграничены. Батчер провел два вида комбинированных экспериментальных исследований. В первом образцы сначала подвергались испытаниям на удар, а затем измерялась статическая прочность при растяжении. Во втором виде исследований сначала изучалась статическая прочность при растяжении, а затем проводились испытания на удар. Полученные исследования показали, что работа удара в первом виде исследования прочности материала при одинаковых работах оказывалась выше. На рис. 6.30 показаны основные виды разрушения, которые удалось установить Батчеру.

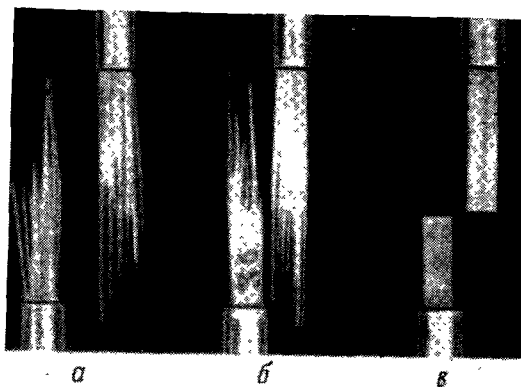


Рис. 6.30. Особенности разрушения при различных сочетаниях ударной нагрузки со статическими напряжениями растяжения [6.22]: а — образец, находившийся под действием статических напряжений растяжения; б — разрушение образца под действием ударной нагрузки 3 Дж (30,5 кгс·см) и затем статических напряжений растяжения $0,95 \text{ ГН/м}^2$ (96,9 кгс/мм²); в — разрушение образца под действием статических растягивающих напряжений $0,55 \text{ ГН/м}^2$ (56,1 кгс/мм²), а затем ударной нагрузки 3 Дж (30,5 кгс·см).

6.2. УСТАЛОСТНОЕ ПОВЕДЕНИЕ КОМПОЗИТОВ И ПРЕДЕЛ ПРОЧНОСТИ

6.2.1. Процесс усталостного разрушения композитов

Под действием циклических нагрузок на материал в течение продолжительного времени при некотором числе циклов может произойти разрушение материала при напряжении, которое оказывается ниже статического предела прочности. Число циклов, соответствующее разрушению, зависит от величины напряжения. Такой характер разрушения называется усталостным. Исследованиями усталости металлов издавна занимались многие ученые, что позволило глубоко и широко изучить процесс усталостного разрушения. К исследованию усталостного разрушения композитов приступили сравнительно недавно. В 1964 г. Боллер опубликовал результаты исследований на циклическое растяжение пластмасс, армированных стекловолокном [6.23]. С этого времени началось интенсивное исследование усталости композитов, которое продолжается и в настоящее время.

Усталостное поведение композита зависит от его типа, т. е. от вида дисперсной фазы. Усталостное поведение материалов, армированных волокном, существенно отличается от поведения материалов, в которых для армирования использованы частицы. Тип материала также оказывает влияние на усталостное поведение: металлы отличаются от неметаллических материалов. При изучении усталостного поведения композитов обращают внимание на отрыв по границе раздела матрица — волокно, на возникновение и развитие трещин в матрице, на разрушение дисперсной фазы и др. До того как произойдет полное разрушение материала, последовательность указанных повреждений может быть самой разнообразной. В процессе действия усталостных нагрузок могут происходить значительные изменения модулей упругости и повышение температуры. В рассматриваемом случае процесс усталости носит сложный характер. На рис. 6.31 в общем плане приведены взаимосвязи между структурой материала и процессом усталости.

Исследования усталости композитов охватывают очень широкую область. Современное состояние и проблемы, которые существуют в этой области, отражены в работах [6.24—6.29]. Представляется интересным сопоставить усталость композитов с усталостью металлов, принимая во внимание связь между числом циклов и усталостными повреждениями. Такое сопоставление приведено на рис. 6.32 [6.27]. Можно считать, что мерой повреждения для металлов является длина

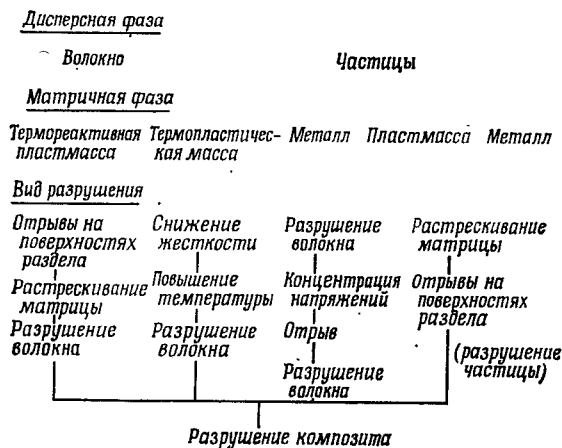


Рис. 6.31 Схематическое представление процессов разрушения композитов.

трещины. Для композитов же необходимо учитывать разрушение волокна, отслаивание по границам раздела матрицы и волокна, образование и развитие трещины в матрице и т. п.

Усталостную прочность композитов можно представить в виде зависимости амплитуды действующего напряжения от числа циклов напряжения, при котором наступает разрушение. Эта зависимость носит название диаграммы $S-N$. Следует иметь в виду, что диаграмма $S-N$ может изменяться под влиянием среднего напряжения. Поэтому необходимо указывать среднее напряжение. Обычно при построении диаграммы по оси абсцисс в логарифмическом масштабе откладывают число циклов, а по оси ординат — напряжение, кото-

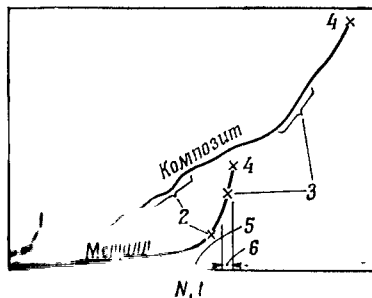


Рис. 6.32. Сравнение усталостного поведения материала с усталостным поведением композита (степень повреждения: в случае металла — длина надреза; в случае композита — разрушение волокон, расслоение, разрушение матрицы, совместное разрушение матрицы и волокна, отрывы на поверхностях раздела, посторонние включения); h — величина повреждения; N, t — число циклов действия усталостной нагрузки и время; 1 — начальный дефект; 2 — обнаружение повреждения; 3 — предельное повреждение; 4 — разрушение; 5 — возникновение трещины; 6 — распространение повреждения.

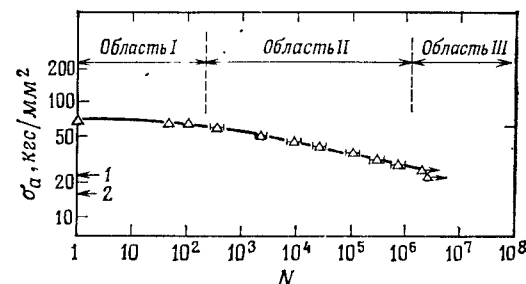


Рис. 6.33. Зависимость приложенных напряжений от числа циклов (шкалы логарифмические) σ_a — амплитуда растягивающих напряжений; N — число циклов; 1 — минимальное напряжение, при котором появились микротрещины в матрице; 2 — минимальное напряжение, вызвавшее разрушение волокна.

рое может быть отложено как в логарифмическом масштабе, так и через равные интервалы.

На рис. 6.33 приведен пример такой диаграммы [6.30]. На этой диаграмме нанесены результаты испытаний на усталость при пульсирующем растяжении. Испытания проводились на образцах из эпоксидной смолы, армированной в одном направлении стекловолокном (объемное содержание волокна 48%). На рисунке выделены три области. Первая область соответствует изменению числа циклов от нуля до примерно 200. Для второй области начальным и конечным числами циклов являются соответственно 200 и 10^6 . Третья область соответствует числу циклов, превышающему 10^6 .

Первая область является областью низкоциклической усталости, для которой характерно циклическое напряжение с частотой от нескольких циклов в минуту до нескольких десятков циклов в минуту. Основные испытания на усталость, как правило, проводятся во второй области. Частота циклического изменения напряжения в этой области составляет 1000—2000 циклов в минуту. В третьей области определяется предел усталости. При использовании в качестве упрочняющего материала углеродных волокон рассматриваемая диаграмма оказывается почти параллельной оси абсцисс. В случае же использования стекловолокна диаграмма имеет тенденцию к постепенному падению.

Уже указывалось ранее, что процесс усталости материала, армированного волокном, представляет собой сложный процесс, состоящий из образования и развития трещины в матричной фазе, отслоения на границе раздела матричной фазы и армирующих элементов, разрушения дисперсной фазы. Оуэн и др. [6.31] провели наблюдения за усталостным поведением композита во второй области. Результаты этих

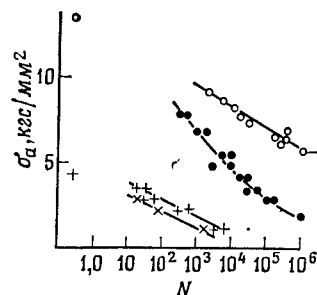


Рис. 6.34. Усталость при пульсирующем растяжении слоистой пластины, составленной из полиэфирной смолы и мата из рубленого стекловолокна; σ_d — амплитуда напряжений, N — число циклов. Разрушение: \circ образование трещины в смоле, \bullet отслоение; $+$ разрушение поперечного волокна; \times разрушение продольного волокна.

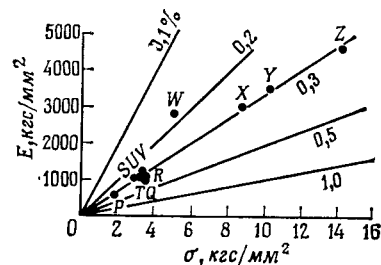


Рис. 6.35. Зависимость модуля упругости первого рода от напряжения, при котором начинается отслоение поперечного волокна. Смолы и армирующие элементы: P — высокоактивированный полиэфир и рубленое стекловолокно длиной 1/4 дюйма, Q — полиэфир и рубленое штапельное волокно длиной 2 дюйма; R — изофталевый полиэфир и стекломат из рубленого волокна (2 унции/фут², 1 унция равна 28,3 г, 1 фут равен 0,3048 м); S — высокоактивированный полиэфир и стекломат из рубленого волокна (2 унции/фут²); T — полиэфир и стекломат из рубленого волокна (1,5 унции/фут²); U — низкоактивированный полиэфир и стекломат из рубленого волокна (2 унции/фут²); V — полиэфир, содержащий 25% винилацетата и стекломат из рубленого волокна (10,5 унции/фут²); W — эпоксидная смола (препрег) и Маргласс 116 T/P 705/1032; X — высокоактивированный полиэфир и стеклоткань с плотным переплетением; Y — эпоксидная смола (препрег) и некланые пряди, расположенные перпендикулярно; Z — высокоактивированный полиэфир и однонаправленное стекловолокно.

наблюдений представлены на рис. 6.34, который можно называть диаграммой повреждений. На диаграмме находят отражение образование трещин в матрице, возникновение отрыва волокон от матрицы, связанное с расслоением пучков продольных и поперечных волокон. Исследование проводилось на слоистых пластинах из полиэфирной смолы, армированной матом из рубленого волокна.

Согласно Оуэну [6.32], деформация, возникающая при растрескивании пучка поперечных волокон, составляет 0,3%. В рассматриваемом случае можно положить, что до появления первого повреждения справедлива линейная зависимость $\sigma = E\varepsilon$. Если в качестве параметра принять напряжение, при котором происходит появление повреждения, можно построить зависимость E от σ . Примером такого построения может служить рис. 6.35. Исследования проводились для различных упрочняющих волокон. Деформация, при которой появляются первые повреждения, составляет примерно 0,3%. На рис. 6.36 в качестве примера показаны картины появления растрескивания пучка волокон на боковой поверхности [6.33, 6.34]. В результате увеличения повреждения происходят изменения модуля упругости и прочности.

Хираи и Фудзихара [6.35] проводили наблюдения особенностей изменения зависимости напряжения — деформация, которые могут происходить в процессе развития усталости. Эти наблюдения показали, что при 0,2%-ной деформации и выше начинается возрастание площади гистерезисной кривой. Следует упомянуть также работу Судзуки и др. [6.36], в которой определены значения усталостной вязкости для поликарбоната, армированного стекловолокном.

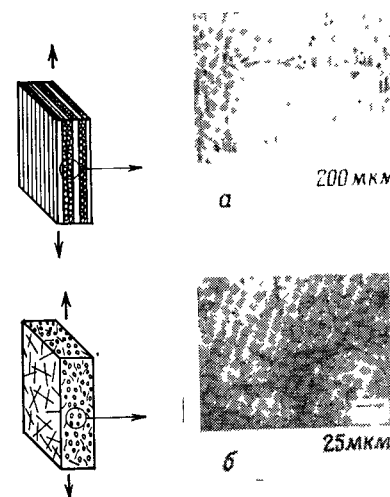


Рис. 6.36. Полученные в отраженных лучах фотографии, на которых видно образование начальных трещин [6.33, 6.34]: a — образование начальной трещины на торце ортогональной слоистой пластины (препрег); b — образование начальной трещины в слоистой пластине, составленной из стекловолокна.

6.2.2. Усталость и механика разрушения

В настоящее время проведено небольшое число исследований, в которых усталостное поведение материала рассматривается с помощью различных методик, описывающих механику разрушения. Следует иметь в виду, что для армированных пластиков из-за влияния вязкости диаграмма $S-N$ зависит от циклической скорости. Делать какие-либо обобщающие выводы для этой зависимости, по-видимому, не рационально, поскольку существует большое разнообразие как композитов, армированных волокнами, так и материалов, упрочненных частицами. Здесь предпринята попытка использовать механику разрушения при рассмотрении задач усталости композитов, основываясь на исследованиях, проведенных в последнее время, в которых содержатся наиболее фундаментальные положения.

На рис. 6.37 приведены результаты экспериментальных исследований, полученные при проведении испытаний на усталостное растяжение при действии пульсирующей нагрузки. Исследования проводились на образцах из полиэфирной смолы, армированной как матом из рубленого стекловолокна, так и стеклотканью с полотняным переплетением [6.37].

Оуэн и др. [6.37] показали, что при рассмотрении растягивающих напряжений и усталостных характеристик можно по характеристикам, полученным для гладких образцов, судить о характеристиках образцов, имеющих отверстие. Это следует из того, что на начальном этапе расслоения при действии статических и усталостных нагрузок отверстие выполняет лишь функции концентратора напряжений. При развитии в достаточной степени повреждении эта функция исчезает. Однако не следует считать оптимальным проектированием

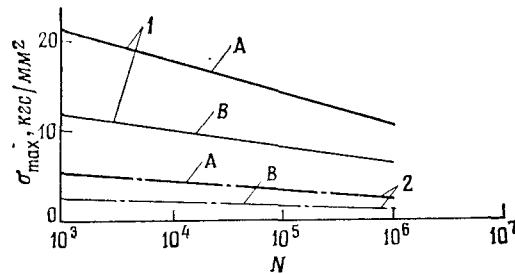


Рис. 6.37. Диаграммы усталостной прочности и диаграммы, характеризующие отслаивание (испытания на выносливость при пульсирующей нагрузке): A — полиэфирная смола, армированная стеклотканью E ($V_f = 57\%$); B — полиэфирная смола, армированная стекломатом E ($V_f = 34\%$); 1 — диаграмма установленной прочности; 2 — диаграмма отслаивания ($V_f = 57\%$).

такое проектирование, при котором за критерий разрушения принимают точку, соответствующую расслоению, поскольку в таком случае обеспечивается излишняя безопасность. Другими словами, нет никакого смысла полагать, что долговечность, соответствующая расслоению, является долговечностью разрушения. При изучении усталости необходимо принимать во внимание распространение трещины и исследовать процесс до полного разрушения.

При постоянной амплитуде $\Delta\mathcal{K}$ коэффициента интенсивности напряжений имеем

$$da/dn = c (\Delta\mathcal{K})^m. \quad (6.41)$$

Здесь da/dn представляет собой скорость распространения трещины, которая зависит от частоты приложения нагрузки, а c и m — постоянные величины. Коэффициент интенсивности напряжений для широкой (бесконечной) плоской пластины, начальная трещина в которой равна $2a$, при действии усталостной растягивающей нагрузки с амплитудой напряжения $\Delta\sigma$ можно представить в таком виде:

$$\Delta\mathcal{K} = \Delta\sigma \sqrt{\pi a}. \quad (6.42)$$

Если подставить (6.42) в (6.41) и провести соответствующие преобразования, то

$$da/dn = c (\Delta\sigma \sqrt{\pi a})^m. \quad (6.43)$$

Проинтегрируем полученное уравнение:

$$N = \frac{1}{c (\Delta\sigma)^m \pi^{m/2} (1 - m/2)} (a_N^{1-m/2} - a_0^{1-m/2}). \quad (6.44)$$

Здесь $2a_0$ — начальная длина трещины; $2a_N$ — длина трещины после N циклов действия нагрузки. Оуэн и др. построили расчетные графики коэффициента интенсивности напряжения, которые приведены на рис. 6.38. Графики представляют собой зависимости коэффициента интенсивности напряжения от числа циклов. При проведении расчетов задавались значениями $\Delta\sigma$ и a_0 . Из приведенных данных можно видеть, что при постепенном росте трещины создается такое положение, при котором величина $\Delta\mathcal{K}$ достигает некоторого предельного значения, которое можно назвать предельным коэффициентом интенсивности напряжений. Точку неустойчивости перед предельным коэффициентом можно принять за точку, характеризующую долговечность при разрушении. Интересно отметить, что кривые роста трещины, соответствующие на рассматриваемом рисунке трещинам длиной 0,1; 0,5 и 1 мм, хорошо совпадают с поведением, характерным для точки неустойчивого разрушения.

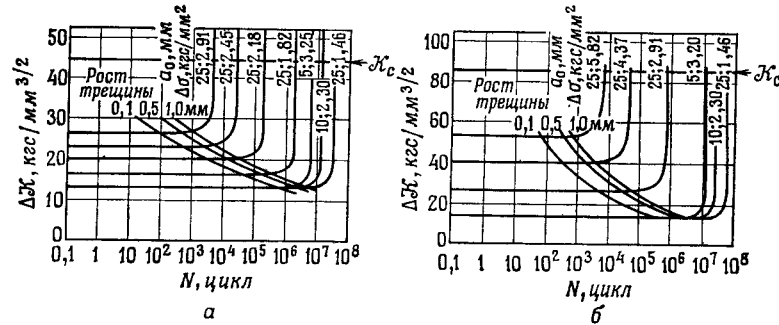


Рис. 6.38. Разрушение при постоянной нагрузке; а — полиэфирная смола, армированная стекломатом $K_c = 43,84 \text{ кг/мм}^{3/2}$; б — полиэфирная смола, армированная стеклотканью, $K_c = 84,46 \text{ кг/мм}^{3/2}$.

Измерение трещины проводилось по методу податливостей на основании использования датчика ползучести (рис. 6.39). При проведении испытаний на усталость стремились поддерживать величину ΔK постоянной. С этой целью с ростом длины трещины уменьшали нагрузку, используя зависимость

$$\Delta K = \Delta \sigma (\pi a)^{1/2} \left(\frac{w}{\pi a} \lg \frac{\pi a}{w} \right)^{1/2}. \quad (6.45)$$

На рис. 6.40 и 6.41 приведены зависимости длины трещины от числа циклов, полученные при различных значениях ΔK .

Постоянные величины s и m , установленные из графиков, приведенных на рассматриваемых рисунках, даны в табл. 6.6. Для металлов m равно $2 \div 4$. Как можно видеть из таблицы, в случае армированных пластмасс эта величина имеет очень большое значение.

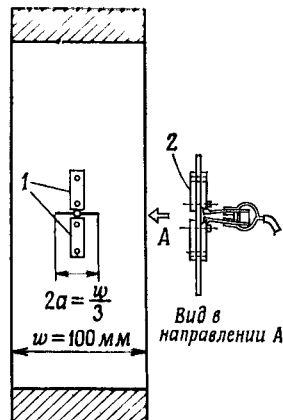


Рис. 6.39. Экспериментальный образец и датчик ползучести; 1 — призмы с заостренной кромкой, предназначенные для закрепления датчика ползучести; 2 — крепежная пластина призмы.

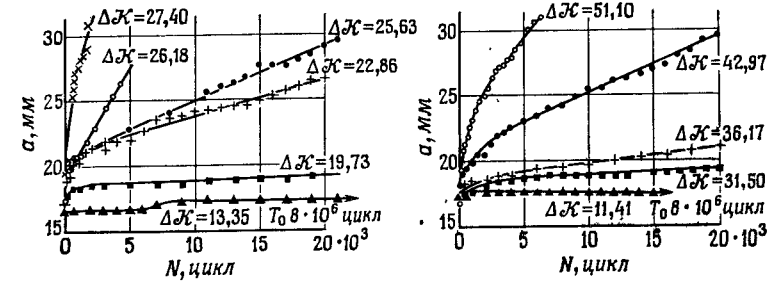


Рис. 6.40. Развитие трещины при различных значениях ΔK (полиэфирная смола, армированная стекломатом).

Рис. 6.41. Развитие трещины при различных значениях ΔK (полиэфирная смола, армированная стеклотканью).

Следует отметить, что приведенные здесь величины относятся лишь к материалу, армированному волокном. По-видимому, для композитов, армированных частицами, указанные величины будут принимать другие значения.

Таблица 6.6

Значения s и m

Материал	s	m
Полиэфирная смола, армированная стекломатом	$3,286 \cdot 10^{-18}$	12,75
Полиэфирная смола, армированная стеклотканью	$2,692 \cdot 10^{-14}$	6,4

При рассмотрении усталости можно выделить специфическую пластическую область, которая обусловлена снятием нагрузки. Райс [6.38] рассмотрел объемный элемент, через который проходит трещина, распространяющаяся в указанной пластической области, и получил формулу для скорости распространения трещины. Когда вершина трещины достигает объемного элемента, запасенная в этом элементе гистерезисная энергия расходуется на образование новой поверхности. При этом трещина распространяется с некоторой постоянной скоростью U^* . В рассматриваемом случае воспользуемся допущением о постоянстве скорости распространения трещины в пластической области, тогда можно считать, что скорость распространения трещины пропорциональна всей

поглощенной гистерезисной энергии, запасенной в пластической области:

$$\frac{da}{dn} = \frac{1}{U^*} \iint_D W ds, \quad (6.46)$$

где W — плотность запасенной гистерезисной энергии, а D — пластическая область.

Используя модель Дагдейла — Баренблатта и величину $\Delta u_y(x, 0)$, которая представляет собой пластическое перемещение фронта трещины, следуя Райсу, можно определить полную поглощенную гистерезисную энергию (форму пластической области и распределение пластических деформаций можно не принимать во внимание):

$$\frac{da}{dn} = \frac{4\sigma_0}{U^*} \int_0^{w^*} \Delta u_y(x, 0) dx. \quad (6.47)$$

Это сделало возможным интегрирование правой части уравнения (6.46). В рассматриваемом случае под σ_0 следует понимать предел текучести, а под w^* — расстояние от вершины трещины до границы пластической области.

Форму пластической области и распределение пластических деформаций можно определить непосредственно, пользуясь методом конечных элементов. Это дает возможность численно взять интеграл в (6.47). Такой подход использовал Сиратори и др. [6.39]. Для композитов задача состоит в определении указанной пластической области. В частности, для армированных пластмасс, по-видимому, под этой областью можно понимать область повреждений в окрестностях вершины трещины, в которой ее распространение зависит от вязкости.

Используя метод конечных элементов, можно провести соответствующие вычисления. Ниже приводятся некоторые результаты таких расчетов.

Конфигурация образца показана на рис. 6.42. Если принять во внимание симметрию образца, можно ограничиться

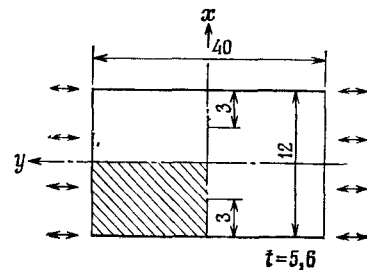


Рис. 6.42. Экспериментальный образец.

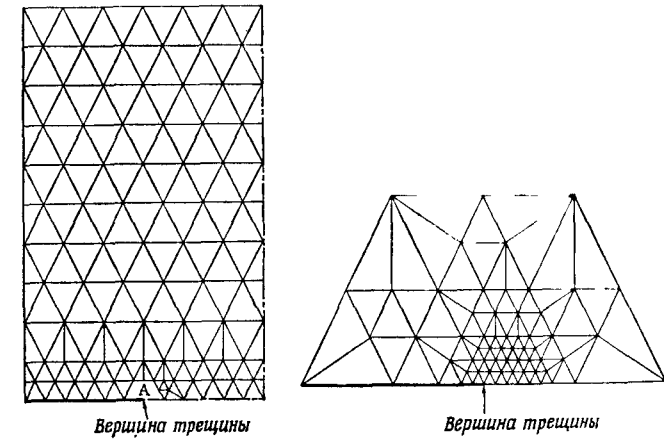


Рис. 6.43. Разбиение на элементы.

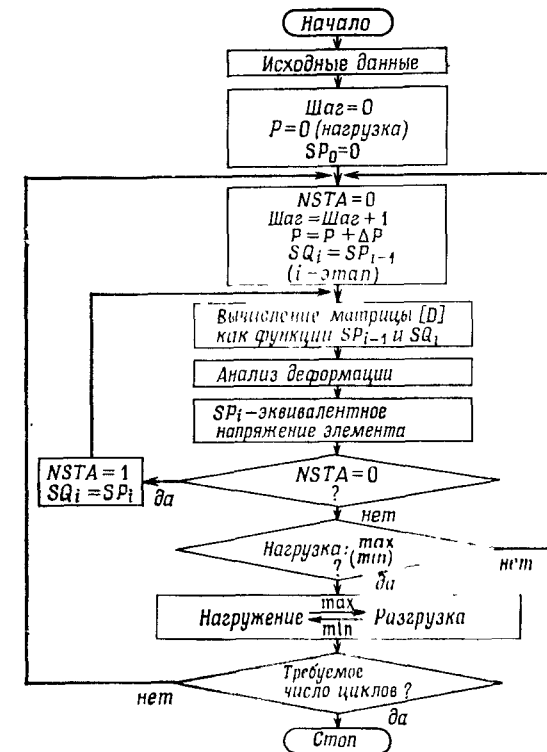


Рис. 6.44. Схема алгоритма.

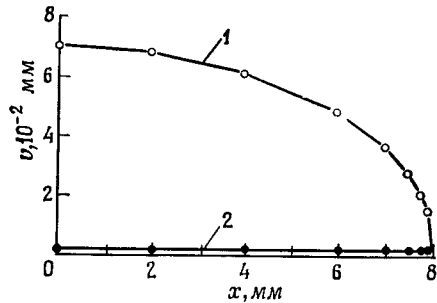


Рис. 6.45. Особенности раскрытия трещины: 1 — при нагружении; 2 — при разгрузке

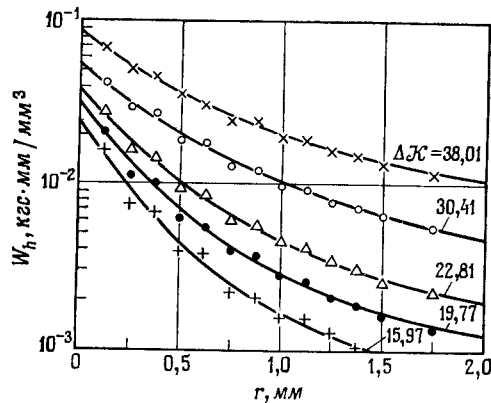


Рис. 6.46. Плотность гистерезисной энергии, накапливаемой за один цикл перед трещиной (r — расстояние от вершины трещины).

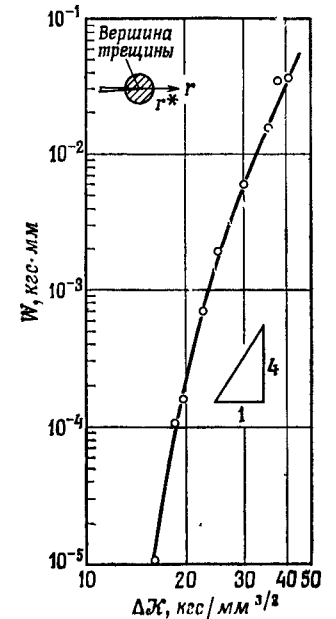
рассмотрением одной его четверти. При проведении теоретического анализа использовалось разбиение на элементы, показанное на рис. 6.43.

На рис. 6.44 приведена схема расчета. Характер раскрытия трещины при первом нагружении и последующей разгрузке приведен на рис. 6.45.

Проведенные расчеты показали, что при $a = 16$ мм гистерезисная энергия изменяется с изменением расстояния от вершины трещины, как показано на рис. 6.46. При проведении расчетов изменялась амплитуда напряжений.

Как указывалось ранее, армированные пластмассы обладают значительной поглощенной энергией. Если обозначить эту энергию через W_{hc} и считать, что на развитие трещины

Рис. 6.47. Гистерезисная энергия, накапливаемая за один цикл в области повреждения; $W = \int_0^{r^*} (W_h - W_{hc}) 2\pi r dr$.



затрачивается энергия $W_h - W_{hc}$, уравнение (6.46) примет вид

$$\frac{da}{dn} = \frac{1}{U^*} \iint_D (W_h - W_{hc}) ds. \quad (6.48)$$

На рис. 6.47 приведены результаты расчета, полученные для случая круглой пластической области. На этом рисунке показано изменение гистерезисной энергии, входящей в уравнение (6.45), от величины $\Delta\mathcal{H}$. Для рассматриваемого случая можно положить, что радиус пластической области равен r^* , под которым следует понимать такой радиус r , который соответствует W_{hc} . Результаты экспериментальных исследований, полученные Оуэном и др., показали, что $W_{hc} = 0,02$ кГс·мм/мм³.

Согласно решению Райса, обнаружено, что в случае идеальной вязкоупругости тангенс угла наклона графика равен примерно 4. Следует обратить внимание на то, что для армированных пластмасс эта величина принимает большие значения. Такая тенденция согласуется с результатами, полученными Оуэном и др.

Изложенную здесь проблему рассматривали не только с позиции механики разрушения. Проведенные экспериментальные

исследования позволили установить эмпирические зависимости

$$\sigma_a = c_1 + c_2 \lg N, \quad (6.49)$$

$$\sigma_a = c_3 N^h, \quad (6.50)$$

$$(\sigma_a - c_4)(N - c_5) = c_6, \quad (6.51)$$

где σ_a — амплитуда напряжения; $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, h$ — коэффициенты.

Известно, что прочность волоконных однонаправленных композитов зависит от угла θ между направлением волокна и направлением нагрузки. Естественно, что и усталостная прочность зависит от этого угла. Хашин и Ротем [6.40] предложили методику, по которой можно установить диаграмму $S-N$ для произвольного направления действия нагрузки на основании использования трех основных диаграмм $S-N$.

Напряжение усталостного разрушения можно представить в виде

$$\begin{aligned} \sigma_A^u &= \sigma_A^s f_A(R, N, n, \theta), \\ \sigma_T^u &= \sigma_T^s f_T(R, N, n, \theta), \\ \tau^u &= \tau^s f_\tau(R, N, n, \theta), \end{aligned} \quad (6.52)$$

где σ_A^u, σ_A^s — напряжение усталостного разрушения в направлении волокна и статическая прочность; σ_T^u, σ_T^s — напряжение усталостного разрушения в направлении, перпендикулярном волокну, и статическая прочность в этом направлении; τ^u, τ^s — напряжение сдвига при усталостном разрушении, действующее в направлении волокна, и статическая прочность на сдвиг в этом направлении; R — отношение максимального напряжения к минимальному; N — число циклов; n — частота приложения нагрузки; f_A, f_T, f_τ — безразмерные усталостные функции. Если принять во внимание, что

$$\sigma_A^u = \sigma_A^s, \quad \sigma_T^u = \sigma_T^s, \quad \tau^u = \tau^s, \quad (6.53)$$

то функции f_A, f_T, f_τ при однократной нагрузке можно представить в виде

$$f_A(1, N, n, \theta) = f_T(1, N, n, \theta) = f_\tau(1, N, n, \theta) = 1. \quad (6.54)$$

6.2.3. Усталостная прочность полимерных композитов, армированных волокнами

Усталостная прочность зависит от материала и конфигурации волокна, содержания волокон в композите, а также от материала матрицы. На рис. 6.48 представлены усталостные диаграммы [6.41], полученные при действии пульсирующей

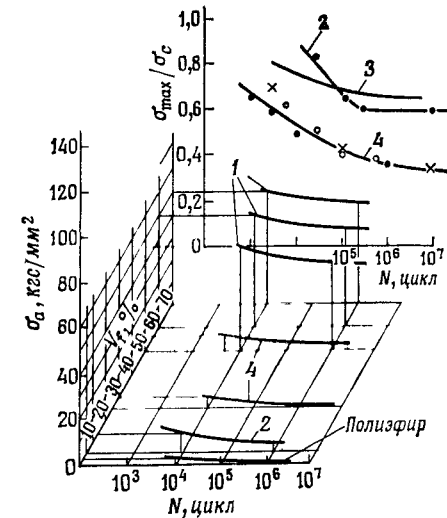


Рис. 6.48. Диаграммы испытаний на усталость, полученные для различных пластмасс, армированных волокном: 1 — пластмассы, армированные углеродным волокном; 2 — эпоксидная смола, армированная в одном направлении нитями из коррозионностойкой стали SFRP; 3 — эпоксидная смола, армированная в одном направлении углеродными волокнами CFRP; 4 — полиэфирная смола, армированная стеклотканью с атласным переплетением GFRP. Содержание стекловолокна: ● $V_f = 51\%$, ○ $V_f = 39\%$, × $V_f = 25\%$.

растягивающей нагрузки в направлении волокна для однонаправленных композитов. Для армирования использованы углеродное волокно и волокно из коррозионностойкой стали. Кроме того, приведены результаты, полученные для случая упрочнения стеклотканью с атласным переплетением. При армировании волокнами в качестве связующего использовалась эпоксидная смола, а при упрочнении тканью — полиэфирная смола.

Полученные результаты показали, что наиболее высокой усталостной прочностью обладает композит, в котором использовалось углеродное волокно. Для этого материала при числе циклов 10^7 амплитуда разрушающего напряжения составляет 70% и выше предела прочности при статическом нагружении. Результаты испытаний на усталость позволяют прийти к следующему заключению. Отношение усталостной прочности к пределу прочности при статическом нагружении зависит от конфигурации упрочняющего волокна. При этом для различных содержания упрочняющих волокон получается практически одна кривая.

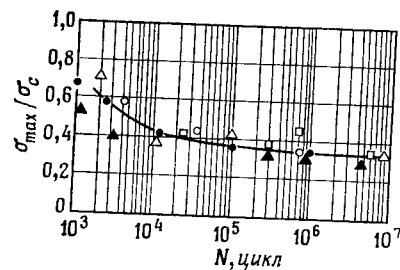


Рис. 6.49. Диаграмма испытаний на усталость, полученная при пульсирующем растяжении слоистых пластин, изготовленных из полиэфирной смолы, армированной стеклотканью. Содержание стеклоткани с атласным переплетением: ● 51%, ○ 33%, △ 25%, ▲ 65%; стеклоткани из ровницы □ 50%.

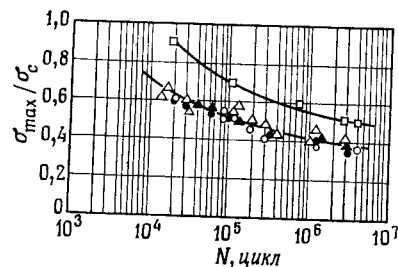


Рис. 6.50. Диаграммы испытаний на усталость, полученные при действии повторного изгибающего момента на слоистые пластины, изготовленные из полиэфирной смолы, армированной стеклотканью. Содержание стеклоткани с атласным переплетением: ○ 60%, ● 51%, △ 55%, ▲ 41%; содержание стеклоткани из ровницы: □ 50%.

На рис. 6.49 приведены результаты испытаний на усталость при действии пульсирующей растягивающей нагрузки [6.41]. Испытания проводились на слоистых пластинах, матрицей у которых являлась полиэфирная смола. В качестве армирующих элементов использовалась стеклоткань с атласным переплетением и стеклоткань из ровницы. Результаты испытаний на усталостный изгиб, проведенные на одинаковых образцах, показаны на рис. 6.50 [6.41]. В рассматриваемом случае отношение прочностей получается несколько выше соответствующего отношения, полученного при проведении испытаний на пульсирующее растяжение.

Пример результатов испытаний слоистых пластин из полиэфирной смолы, армированной матами из рубленого стекловолокна, приведен на рис. 6.34. В рассматриваемом случае зависимость напряжения от $\ln N$ оказывается почти линейной. На основании результатов испытаний составлена табл. 6.7, в которой даны тип упрочняющего волокна, его конфигурация, усталостная прочность композита и отношение усталостной прочности к статическому пределу прочности.

Применяя диаграммы Гербера и Гудмана, используемые для металлов, нельзя в достаточной степени объяснить результаты экспериментальных исследований предела выносливости [6.43]. На рис. 6.51 показаны зависимости амплитуды напряжения от среднего напряжения [6.44]. В [6.45] предлагается учитывать ползучесть, соответствующую среднему напряжению, и использовать диаграмму, представленную на

Таблица 6.7

Усталостная прочность пластмасс, армированных волокном

Материал		Усталостная прочность ($N=10^7$), кгс/мм ²	Прочность при статическом растяжении, кгс/мм ²	Отношение усталостной прочности к статической
Смола	Армирующий материал			
Полиэфирная	Стекломат из рубленого волокна (стекло Е)	2,86 ¹⁾	12,04	0,24
Полиэфирная	Мат со случайным расположением волокон (стекло Е)	4,22 ¹⁾	11,37	0,37
Полиэфирная	Атласная ткань (стекло Е)	8,57 ¹⁾	30,09	0,28
Эпоксидная	Нетканый материал с перпендикулярным расположением волокон в слоях (стекло Е)	15,47 ²⁾	47,33	0,33
Эпоксидная	Армирование в одном направлении (стекло Е)	23,91 ²⁾	83,20	0,29
Полиэфирная	Армирование в одном направлении (углеродное волокно)	81,60 ¹⁾	102,0	0,80

¹⁾ Пульсирующие напряжения.

²⁾ Знакопеременные напряжения.

рис. 6.52, которую можно рассматривать как уточненную диаграмму Гудмана. На рассматриваемой диаграмме по оси ординат отложен предел усталости при симметричном цикле, которому соответствует точка А. По оси абсцисс отложена прочность, соответствующая разрушению при ползучести в течение 1000 ч. Для высокополимерных материалов, армированных волокном, эта прочность составляет примерно 65% статической прочности при растяжении. На оси абсцисс рассматриваемой величине соответствует точка В. Точки А и В соединяют прямой линией. Из начала координат под углом 45° проводят еще одну линию. Эти линии пересекаются в точке С. На линии ОС находят точку С', для которой $\overline{OC'} = 0,8 \overline{OS}$. Затем через точки А, С', В проводят дугу окружности. В рассматриваемом случае можно считать, что АС'В может приближенно представлять собой уточненную диаграмму Гудмана. Если воспользоваться результатами испытаний, приведенных на рис. 6.52, можно, например, установить, что при среднем напряжении 10 кгс/мм² предельное

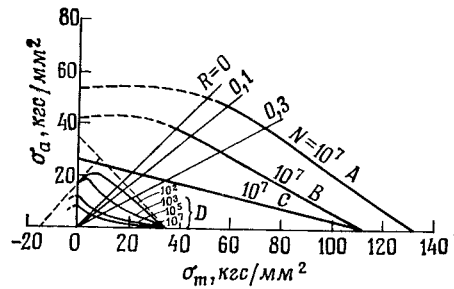


Рис. 6.51. Диаграммы нормированной выносливости для стеклотканей, армированных волокном; $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$. A — эпоксидная смола и борволокно, ориентированное в одном направлении; B — эпоксидная смола и углеродное волокно, ориентированное в одном направлении; C — эпоксидная смола и стекловолокно, ориентированное в одном направлении; D — полиэфирная смола и стеклоткань с атласным переплетением.

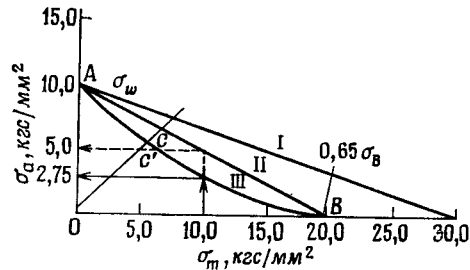


Рис. 6.52. Диаграммы предела выносливости для пластмассы, армированной стеклотканью: I — диаграмма Гудмана; II — скорректированная диаграмма Гудмана; III — приближенная диаграмма.

значение амплитуды напряжений, согласно уточненной диаграмме Гудмана, составляет 5 кгс/мм^2 . Предел, взятый с учетом деформации и коэффициента запаса, равен $2,75 \text{ кгс/мм}^2$.

1. О низкоциклической усталостной прочности [6.46]

При определении усталостной прочности желательно проводить такие испытания, которые были бы как можно короче по времени. Это обстоятельство учитывается и проводятся испытания при частотах $1000\text{--}2000$ циклов/мин. Необходимы испытания от 1 цикла примерно до 1000 циклов при уменьшаемых частотах приложения циклической нагрузки. На рис. 6.53 в качестве примера приведены результаты испытаний на усталостный изгиб при действии низкоциклической нагрузки. Для испытаний использовался слоистый материал, состоящий из стеклоткани и полиэфирной смолы. Механиче-

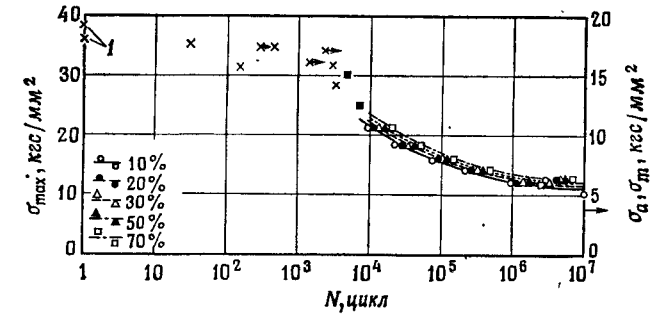


Рис. 6.53. Диаграммы испытаний на усталость пластмасс, армированных стеклотканью. Снижение жесткости определяли на машине Инстрона — Шенка; σ_{\max} — максимальное напряжение; σ_a — амплитуда напряжений; σ_m — среднее напряжение; I — прочность при статическом изгибе; \times , ■ — разрушение; числа в процентах указывают снижение прочности.

ские свойства материала приведены в табл. 6.8 [6.47, 6.48]. Проведенные исследования показали, что в диапазоне от 1 до 1000 циклов снижение прочности происходит сравнительно медленно. В этом случае зависимость напряжения от $\ln N$ представляет собой практически прямую линию. Усталостные испытания проводились на машине Шенка. Разрыв наблюдался в окрестности $N = 5 \cdot 10^3$.

Таблица 6.8

Материал экспериментального образца и механические свойства

Материал		Объемное содержание стекловолокна, %	Предел прочности при растяжении, кгс/мм ²	Предел прочности при изгибе, кгс/мм ²	Модуль упругости при изгибе, кгс/мм ²
Смола	Упрочняющий материал				
Полиэфирная	Атласная стеклоткань	59,3	31,1	38,7	2220

2. Направление приложения нагрузки не совпадает с направлением волокна

Хашин [6.49], а также Ротем и др. [6.49] предприняли попытку применить статические законы разрушения при рассмотрении усталости однонаправленных композитов. В качестве исследуемого материала рассматривалась эпоксидная смола, армированная в одном направлении стеклом Е.

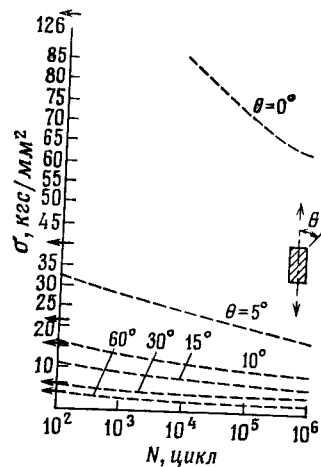


Рис. 6.54. Зависимость разрушающего напряжения, действующего при испытаниях на усталостное растяжение, от числа циклов приложения нагрузки при различных углах направления нагрузки по отношению к основному направлению (частота приложения нагрузки 190 Гц, отношение минимального напряжения к максимальному 0,1).

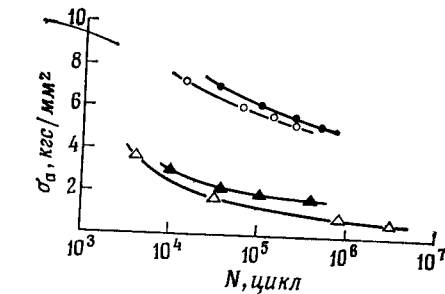


Рис. 6.55. Диаграммы усталости пластмассы (полиэфирной смолы), армированной стеклотканью из ровницы, полученные при пульсирующем цикле растягивающих напряжений для двух различных направлений приложения нагрузки (испытания в воде и воздухе). Обозначения: $\theta = 0^\circ$ (● в воздухе, ○ в воде); $\theta = 45^\circ$ (△ в воздухе, ▲ в воде).

Объемное содержание стекловолокна в материале $V_f = 60\%$. На рис. 6.54 приведены результаты испытаний на усталость при пульсирующем растяжении. Из приведенных данных видно, что с увеличением угла, образованного основным направлением волокна и направлением приложения нагрузки, прочность материала падает. Здесь следует отметить экспериментальные исследования Эндо и др. [6.50], которые использовали слоистые пластины из полиэфирной смолы, упрочненные стеклотканью с атласным переплетением. В ходе исследований менялся угол между основным направлением волокна и направлением изгиба, было установлено, что процесс развития усталости зависит от указанного угла. На рис. 6.55 приведены результаты испытаний на усталостное растяжение при пульсирующей нагрузке [6.41]. Испытания проводились на слоистых пластинах, состоявших из полиэфирной смолы и стеклоткани из ровницы. Из приведенных данных видно, какое влияние на получаемые результаты оказывает среда проведения испытаний. Интересно отметить, что

при $\theta = 0^\circ$ в воде результаты оказались несколько ниже результатов, полученных в воздухе, а при $\theta = 45^\circ$ обнаружилась обратная картина.

3. Усталостная прочность термопластических смол, армированных волокном

Усталостной прочностью композитов, у которых связующими являются термопластические смолы, посвящены работы [6.51—6.54] и др. На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что в большинстве случаев диаграмма $S-N$ оказывается нелинейной. На рис. 6.56 приведены диаграммы, полученные для случая использования поликарбонатной матрицы [6.53], а на рис. 6.57 — диаграммы для матрицы из нейлона 66 [6.54]. В указанных случаях испытания на усталость проводились согласно стандарту ASTM D-671 Американского общества по испытаниям материалов.

6.2.4. Усталостная прочность металлических композитов, армированных волокном

Как указывалось в разд. 6.2, процесс развития усталости в металлических композитах связан последовательно с разрушением волокна, концентрацией напряжений на концах волокна и в конечном счете с разрушением матрицы. В табл. 6.9 приведены результаты испытаний различных металлических композитов на усталостное растяжение в направлении волокна [6.55]. На рис. 6.58 в качестве примера показаны полученные экспериментально диаграммы $S-N$ для алюминия,

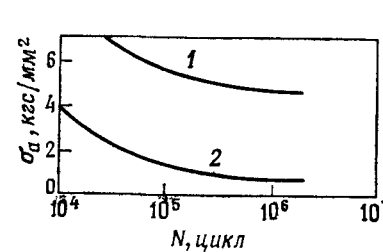


Рис. 6.56. Диаграммы усталости поликарбоната, армированного стекловолокном, $V_f = 40\%$ (кривая 1) (кривая 2 построена для поликарбоната).

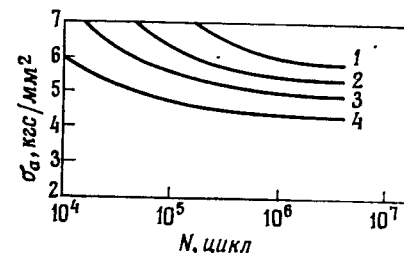


Рис. 6.57. Диаграмма усталости нейлона 66, армированного углеродным волокном и стекловолокном при относительной влажности 50%. Кривые 1 и 2 — для углеродного волокна с содержанием 40 и 30%; кривые 3 и 4 — для стекловолокна с содержанием 40 и 20%.

Таблица 6.9

Усталостная прочность на растяжение металлических композитов в направлении армирования волокнами

Материал а)	Временное сопротивление на растяжение (UTS), кгс/мм ²	Отношение временного сопротивления к временному сопротивлению на растяжение R	Отношение предела выносливости (максимального напряжения при 10 ⁷ циклов) к временному сопротивлению на растяжение, (FL/UTS) е)	Разработчик
Металлическое волокно				
Ag	11,95	0,2	0,68	Morris, Steigwald (1967)
Ag (30% V _f) — W (непрерывное)	72,40	0,2	0,49	То же
Al (X7002-T6)	41,48	0,2	0,50	» »
Al (X7002-T6)	37,96	0,1	0,43	Toy (1968)
Al (X7002-T6, 33% V _f) — Be	52,73	0,1	0,49	То же
Cu (OFHC)	13,08	0,0	0,8	Ham, Place (1966)
Cu (OFHC, 23% V _f) — W	42,39	0,0	0,3	То же
Al (2024-T8)	35,85	-1,0	0,25	Varschavsky, Tamayo (1969)
Al (2024-T8, 25% V _f) — SUS	85,77	-1,0	0,16	То же
Хрупкое волокно				
Al (6061-O b))	15,47	0,2	0,73	Toth (1969)
Al (6061-O, 60% V _f) — B c)	198,95	0,4	0,71	Menke, Toth (1970)
Al (6061-O, 40% V _f) — B	116,0	0,1	0,50	Shimizu, Dolowy (1969)
Al (6061-O, 40% V _f) — B (диаметр 0,0142 см)	120,92	0,2	0,52	Hancock (1973)
Al (6061-O, 40% V _f) — B	127,24	0,4	0,75	Menke, Toth (1970)
Al (6061-O, 25% V _f) — B	73,82	0,2	0,63	Toth (1966)
Al (6061-O, 22% V _f) — B	59,05	0,2	0,56	Shimizu, Dolowy (1969)
Al (6061-O, 40% V _f) — B — SiC d)	103,34	0,2	0,57	Hancock (1973)
Al (2024-O, 20% V _f) — B (диаметр 0,0145 см)	—	0,2	0,42	Toth (1969)
Al (1100, 25% V _f) — B	—	0,2	0,76	Toth (1969)
Fe (45% V _f) — Fe ₂ B (эвтектический сплав)	123,03	0,0	0,32	de Silva, Chadwick (1970)

Примечания.

а) Если нет соответствующего указания, волокна в композите непрерывные.

б) Сплавы и композиты получены при охлаждении в печи. Знак О соответствует таким металлографическим условиям, при которых обеспечивается достаточная временная выдержка. Некоторые исследователи охлаждение композиционного материала в печи обозначают знаком F.

в) Если нет соответствующего знака, это означает, что использовалось борволокно диаметром 0,012 см.

д) Борволокно, покрытое карбидом кремния.

е) Значения, определенные при проведении испытаний на воздухе и при комнатной температуре.

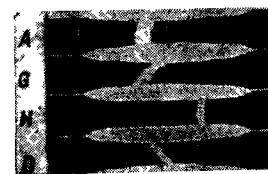
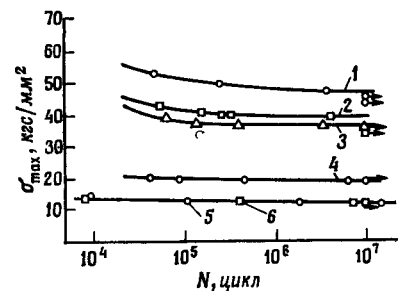


Рис. 6.58. Диаграммы усталости алюминия, армированного борволокном (объемное содержание волокна 25%) в одном направлении (ОН) и в перекрестных направлениях ПН. На фотографии показаны типы излома. Буквами A, G, H, D обозначен тип разрушения, кривые 1—6 соответствуют следующим типам разрушения: 0°, ОН (тип A); ±5°, ПН (тип G); 5°, ОН; 20°, ОН; 45°, ОН (тип D); ±45°, ПН (тип H).

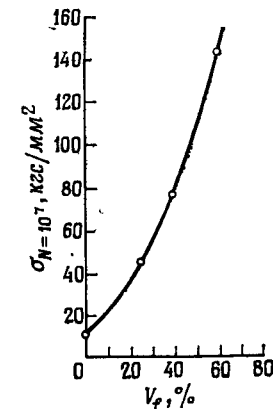
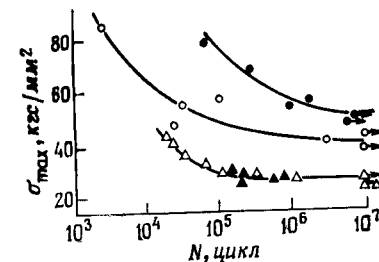


Рис. 6.59. Влияние содержания волокна на предел выносливости (10⁷ циклов) алюминия, армированного в одном направлении борволокном, при пульсирующем растяжении ($R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = 0,2$).

армированного борволокном, когда направление волокна не совпадало с направлением напряжений. На рис. 6.59 видно, как влияет на усталостную прочность содержание волокна в композите [6.56].

Металлические композиты обладают хорошими температурными характеристиками, что является их отличительной особенностью. На рис. 6.60 в качестве примера показано

Рис. 6.60. Зависимость максимального напряжения от разрушающего числа циклов приложения нагрузки для двух композитов: Fe — Fe₂B ($V_f = 40\%$, $R = 0$), О комнатная температура, ● 500 °C; X 7002 Al — Be ($V_f = 33\%$, $R = 0,1$), △ комнатная температура, ▲ 260 °C.



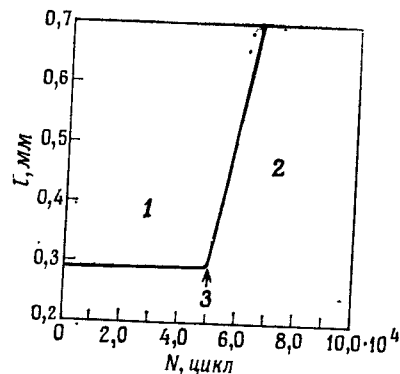


Рис. 6.61. Влияние водяного пара на рост усталостной трещины в композите алюминий — бор в поперечном направлении. 1 — разрежение 2 · 10⁻⁷ мм вод. ст., $da/dn = 1,2 \cdot 10^{-7}$ мм/цикл; 2 — водяной пар, 2 мм вод. ст., $da/dn = 2,5 \cdot 10^{-3}$ мм/цикл; 3 — подача водяного пара.

поведение этих материалов при различных температурах [6.57]. Имеется сообщение [6.55], в котором указывается, что при эксплуатации металлических композитов в воде скорость развития трещины значительно возрастает, что, естественно, является нежелательным [6.55]. На рис. 6.61 в качестве примера показано влияние водяных паров на скорость развития усталостной трещины.

6.2.5. Усталостная прочность композитов с дисперсными частицами

Отличительной особенностью усталостного поведения композитов является то обстоятельство, что частицы в основном не препятствуют развитию трещины в матрице. В результате этого у таких материалов оказывается очень коротким время от момента образования трещины до полного разрушения. Эта особенность в значительной степени проявляется в том случае, когда в качестве матрицы использован хрупкий материал.

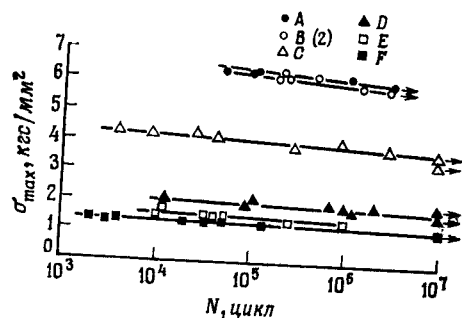


Рис. 6.62. Диаграмма усталости полимерного раствора при действии циклического изгибающего момента.

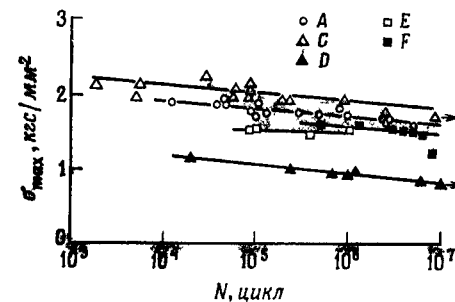


Рис. 6.63. Диаграмма усталости полимерного бетона при действии циклического изгибающего момента; σ_{\max} — максимальное напряжение, кгс/мм²; N — разрушающее число циклов.

Примерами композитов с дисперсными частицами могут служить полимерный строительный раствор и полимерный бетон. Эти материалы являются довольно хрупкими, поэтому их разрушение после возникновения трещины протекает за

Таблица 6.10

Состав используемых материалов

Обозначения	Весовое содержание, %		
	Смола	CaCO ₃	Песок
REM-A	100	—	—
REM-B (1)	65	35	—
REM-B (2)	50	50	—
REM-B (3)	35	65	—
REM-C	40	40	20
REM-D	29	29	42
REM-E	17	17	66
REM-F	12	12	76

Обозначения	Весовое содержание, %				
	Полимер 3208	CaCO ₃	Мелкий песок, 1 мм	Крупный песок, 1-5 мм	Щебень, 5-20 мм
REC-A	10,5	12	5	25	47,8
REC-B	10,5	12	30	25	22,5
REC-C	10,5	12	50	25	2,5
REC-D	10,5	12	10	25	42,5
REC-E	10,5	12	20	25	32,5
REC-F	10,5	12	40	25	12,5

очень короткое время. Для этих материалов можно считать, что зависимость между напряжением, при котором первоначально появилась усталостная трещина, и $\ln N$ приближается к диаграмме $S-N$. В табл. 6.10 приведены составы полимерных растворов (REM) и полимерных бетонов (REC), из которых изготовлены образцы для проведения испытаний на циклический изгиб. Диаграммы $S-N$, полученные в результате этих испытаний, приведены на рис. 6.62 и 6.63. Символы A, B, C, D, E, F на этих рисунках соответствуют аналогичным символам в марках материалов, приведенных в табл. 6.10 [6.58]. Отличительная особенность диаграмм $S-N$, полученных для материалов с дисперсными частицами, состоит в том, что диаграммы располагаются практически горизонтально. Это обстоятельство указывает на то, что изменение напряжений оказывает значительное влияние на усталостную долговечность материала.

Глава 7. ПРОЧНОСТНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОМПОЗИТОВ

7.1. ОСОБЕННОСТИ ПРОЧНОСТНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОМПОЗИТОВ

В предыдущих главах были рассмотрены механические свойства композитов. Цель такого рассмотрения в конечном счете состоит в том, чтобы наиболее рационально спроектировать композит. При проектировании необходимо принимать во внимание самые различные условия, к которым можно отнести прочность, жесткость, окружающую среду, легкость, экономичность, надежность и т. д. На рис. 7.1 в качестве примера схематически показано проектирование конструкционного элемента из композита, армированного волокном [7.20]. Задача проектирования заключается в достижении такого оптимального состояния, при котором хорошо согласуются строение композита и условия, которым должен удовлетворять этот материал.

Как можно видеть из рассматриваемого рисунка, для выполнения этих требований необходимо, чтобы исследования

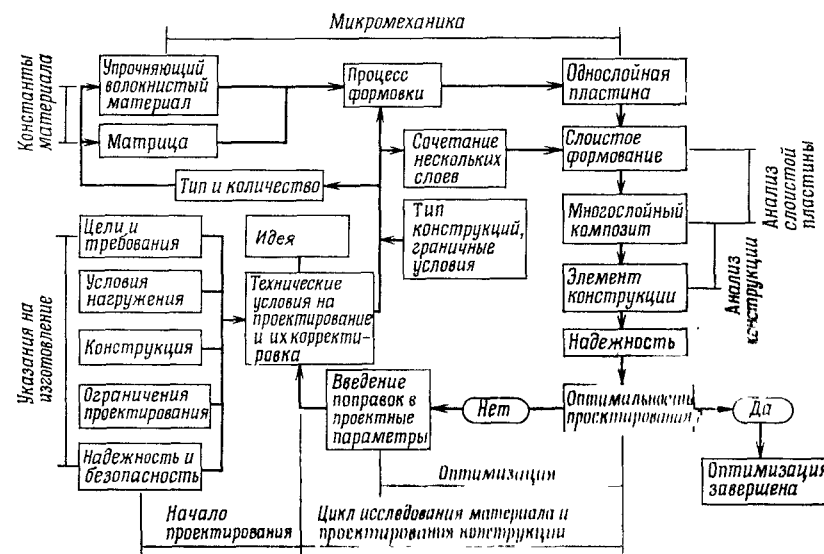


Рис. 7.1. Приближенная схема проектирования элемента конструкции из композита, армированного волокном.

носили многократный характер. Для обеспечения гладкости этого процесса следует заранее подготовить необходимые характеристики материала. К этим характеристикам в основном относятся следующие: 1) свойства исходных материалов; 2) свойства композита в основных направлениях (влияние содержания волокна в композите, отношения длины волокна к его диаметру и т. д.); 3) влияние окружающей среды (температуры, влажности, контактирующей с материалом жидкости и др.); 4) усталостная прочность; 5) чувствительность к надрезам; 6) ползучесть, предел прочности; 7) ударная вязкость; 8) вязкоупругие свойства; 9) статистические данные (осредненные свойства композиционного материала, дисперсия, значения параметров в распределении Вейбулла и др.).

Указанные свойства композитов частично были уже рассмотрены. Ниже изложены лишь те моменты, которые ранее не затрагивались.

7.2. КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ К НАДРЕЗУ

Как можно видеть из рис. 7.2, при рассмотрении композитов можно выделить микроконцентрацию и макроконцентрацию напряжений. При исследовании микроконцентраций напряжений следует иметь в виду, что перемещения и деформации дисперсной фазы в материале матрицы ограничены. В результате этого в местах нарушения непрерывности волокон возникают значительные концентрации напряжений. В материалах, армированных частицами, значительные не-

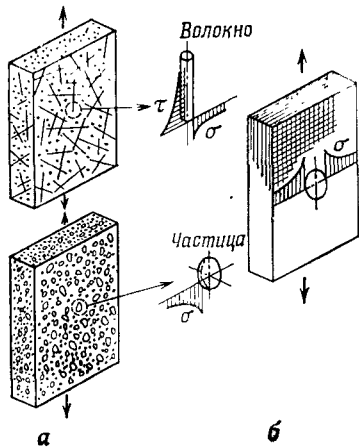


Рис. 7.2. Появление концентрации напряжений; а — микрораспределение напряжений; б — макрораспределение напряжений.

однородности в распределении напряжений имеют место в матрице в окрестностях частиц. Макроконцентрации напряжений основаны на общей неоднородности напряжений и имеют место в случае надрезов, размеры которых существенно превышают диаметры волокон и частиц. Следует иметь в виду, что в композитах указанные концентрации напряжений связаны между собой. Микроконцентрации напряжений присущи самому материалу. Можно считать, что эти концентрации накладываются на макроконцентрации.

При рассмотрении макроконцентраций напряжений принимают во внимание то обстоятельство, что композит представляет собой анизотропное гомогенное упругое тело [7.1, 7.2]. Рассмотрим ортотропный композит. При этом положим, что координатные оси совпадают с основными направлениями материала и что существует функция F — функция напряжений Эйри. Используя условия равновесия и совместности, можно записать следующую зависимость:

$$\frac{1}{E_y} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\nu_x}{E_x} \right) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_x} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0. \quad (7.1)$$

Для решения приведенного уравнения воспользуемся методом Сато [7.3] или методом Икэды [7.4]. При использовании решения Икэды считается, что

$$e = \sqrt{\frac{E_x}{E_y}}, \quad g = \frac{\sqrt{E_x E_y}}{G_{xy}} - 2(1 + \sqrt{\nu_x \nu_y}), \quad (7.2)$$

и уравнение (7.1) записывается в виде

$$e^2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + e(2 + g) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0. \quad (7.3)$$

Для случая, когда g принимает нулевое значение, можно найти решение уравнения, основываясь на решении для изотропного случая. Для рассматриваемого композита, армированного волокнами, в общем случае $g \neq 0$. Следовательно,

$$G_{xy} < \frac{\sqrt{E_x E_y}}{2(1 + \sqrt{\nu_x \nu_y})}. \quad (7.4)$$

При этом считаем, что

$$p_1 = \sqrt{e + \frac{eg}{4}} + \sqrt{\frac{eg}{4}}, \quad p_2 = \sqrt{e + \frac{eg}{4}} - \sqrt{\frac{eg}{4}}. \quad (7.5)$$

Принимая это во внимание, основное уравнение можно переписать в виде

$$p_1^2 p_2^2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + (p_1^2 + p_2^2) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0. \quad (7.6)$$

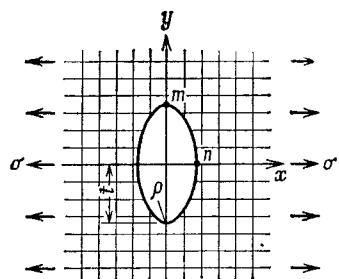


Рис. 7.3. Тонкая ортотропная бесконечная плоская пластина с эллиптическим отверстием при однородном растяжении.

Общее решение этого уравнения записывается как

$$F = \operatorname{Re} [f_1(x + ip_1y) + f_2(x + ip_2y)]. \quad (7.7)$$

Рассмотрим случай, представленный на рис. 7.3, на котором приведена плоская пластина с эллиптическим отверстием, находящаяся под действием однородного растяжения в направлении одной из осей эллипса. Используя полученное выше решение, можно представить напряжения, возникающие на кромке эллиптического отверстия, в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{(\sigma_\theta)_m}{\sigma} &= \\ &= 1 + 2 \sqrt{\frac{t}{\rho}} \sqrt{\sqrt{\frac{E_x}{E_y}} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \frac{\sqrt{E_x E_y}}{G_{xy}} - 2(1 + \sqrt{v_x v_y}) \right\}}, \\ \frac{(\sigma_\theta)_n}{\sigma} &= - \sqrt{\frac{E_y}{E_x}}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Следует иметь в виду, что найденное таким образом напряжение получено для гомогенного анизотропного упругого материала. Поэтому желательно сопоставить концентрацию напряжений с концентрацией, имеющей место в действительности у композитов, армированных волокном. Хираи и др. [7.5] использовали для определения концентрации напряжений метод фотоупругих покрытий, а Хаяси [7.6] проводил экспериментальные исследования концентрации напряжений методом фотоупругости на прозрачных моделях.

На рис. 7.4 показано изменение коэффициента концентрации напряжений от отношения t/ρ (коэффициент концентрации напряжений представляет собой отношение максимального напряжения к напряжению, действующему на значительном удалении и являющемуся однородным). Экспериментальные исследования, проведенные на круглых отверстиях, показали, что опытные данные оказываются ниже расчетных (табл. 7.1). В сообщении, опубликованном Тикутэном и др. [7.7], приве-

Рис. 7.4. Концентрация напряжений в пластине из армированной пластмассы при наличии эллиптического отверстия (растяжение в основных ортотропных направлениях): 1 — полиэфирная смола, армированная стеклотканью с атласным переплетением; 2 — полиэфирная смола, армированная стеклотканью из ровницы (нагрузка действует в направлении (1)); 3 — изотропный однородный материал; 4 — полиэфирная смола, армированная стекловолокном из ровницы (нагрузка действует в направлении (2)).

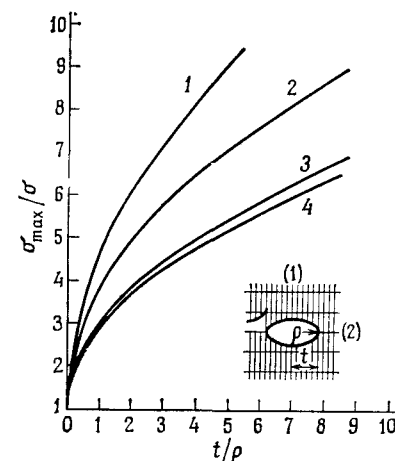
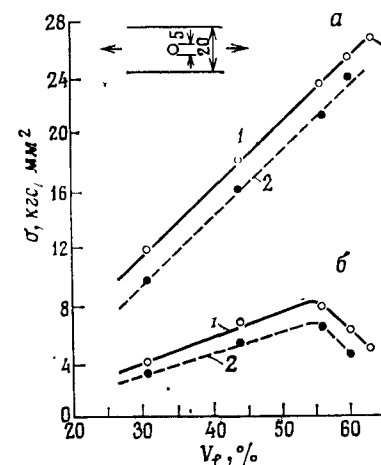


Рис. 7.5. Влияние концентрации напряжений на предел прочности при статическом растяжении (а) и предел выносливости при пульсирующем растяжении (б) ($2\sigma_a N = 10^6$ для полиэфирной смолы, армированной стеклотканью с атласным переплетением); 1 — гладкий образец; 2 — образец с надрезом.



дены зависимости, связывающие концентрацию напряжений с усталостной прочностью и статическим пределом прочности на растяжение.

На рис. 7.5 приведены результаты экспериментальных исследований, полученные для слоистых пластин из полиэфирной смолы, армированной стеклотканью с атласным переплетением, при различном содержании стекловолокна. В качестве концентратора напряжений использовалось круглое отверстие. В ходе исследований определялись статический предел прочности при растяжении и усталостная прочность при пульсирующем растяжении ($2 \cdot 10^6$). Полученные результаты показали, что с увеличением содержания волокна в

Таблица 7.1

Модули упругости пластмасс, армированных волокном,
и коэффициенты концентрации напряжений пластин,
имеющих круглое отверстие

Армированный материал	E_x , кгс/мм ²	E_y , кгс/мм ²	G_{xy} , кгс/мм ²	ν_x	ν_y	$\sigma_{шаг}/\sigma$		
						Аналитическое упругое решение	Метод фотоупругости	Метод конечных элементов
Волокно расположено в одном направлении	2110	604	210	0,26	0,074	4,64	3,02	
Ткань из ровницы	2800	2585	350	0,2	0,185	4,11		2,6
Атласная ткань	964	964	166	0,188	0,188	3,00		

композите происходит уменьшение статического предела прочности при растяжении и усталостной прочности. В рассматриваемом случае можно воспользоваться коэффициентами надреза β_{ks} , β_{kf} , которые, принимая во внимание статический предел прочности при растяжении и усталостную прочность, можно представить следующим образом:

$$\frac{1}{\beta_{ks}} = \frac{\text{Предел прочности при растяжении } (\sigma_B) \text{ образца с надрезом}}{\text{Предел прочности при растяжении } (\sigma_B) \text{ гладкого образца}} = \frac{1}{1,2} \sim \frac{1}{1,1},$$

$$\frac{1}{\beta_{kf}} = \frac{\text{Усталостная прочность при пульсирующем растяжении образца с надрезом } (2\sigma_a)_{2 \cdot 10^6}}{\text{Усталостная прочность при пульсирующем растяжении гладкого образца } (2\sigma_a)_{2 \cdot 10^6}} = \frac{1}{1,3} \sim \frac{1}{1,2},$$

(7,9)

где σ_a — амплитуда напряжения.

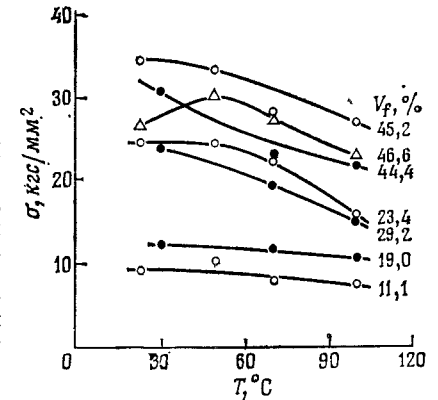
7.3. ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ОКРУЖАЮЩАЯ СРЕДА

Окружающие условия могут оказывать значительное влияние на прочность материалов. К таким условиям следует отнести температуру, влажность, контактирование с различными жидкостями и газами и т. д.

1. Влияние температуры

У полимерных композитов, упрочненных волокном, при температурах, превышающих температуры превращения стекла, может происходить резкое падение прочностных ха-

Рис. 7.6. Влияние температуры на предел прочности при растяжении композитов, армированных стекловолокном. —○— композит из полиэфирной смолы и стеклоткани из ровницы; —●— композит из полиэфирной смолы и стеклоткани с атласным переплетением; —△— композит из полиэфирной смолы и стеклоткани с полотняным переплетением.

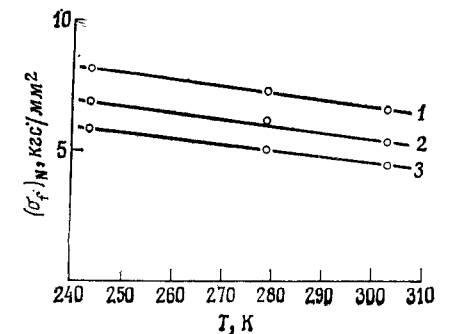


рактеристик и жесткости. Металлические композиты обладают характеристиками, которые в значительной степени зависят от структуры и состава материала. У этих материалов предел текучести не уменьшается и при достаточно высоких температурах.

На рис. 7.6 для различных слоистых материалов из полиэфирной смолы, армированных стеклотканью, приведены зависимости предела прочности при растяжении от температуры [7.8]. Из приведенных данных видно, что наибольшей прочностью композит, упрочненный тканью с полотняным переплетением, обладает при температуре около 50°C. С повышением температуры прочность этого материала падает.

Для материалов, армированных тканью из ровницы и тканью с атласным переплетением при повышенных температурах, прочность оказывается ниже прочности, соответствующей комнатной температуре. Зависимость усталостной прочности от температуры оказывается такой же, как и зависимость предела прочности от температуры при статическом

Рис. 7.7. Влияние температуры на предел выносливости при изгибе композита, армированного стекловолокном: 1 — при $N=10^4$ циклов, $\sigma_f=12,72-0,0189T$; 2 — при $N=10^5$ циклов, $\sigma_f=12,16-0,0211T$; 3 — при $N=10^6$ циклов, $\sigma_f=9,89-0,0163T$.



нагружении. С повышением температуры усталостная прочность композита обычно понижается [7.9].

Экспериментальные исследования Симамуры, проведенные на слоистых пластинах из полиэфирной смолы, упрочненных стеклотканями, показали, что в диапазоне от -30°C до $+32^{\circ}\text{C}$ предел прочности на изгиб $(\sigma_f)_N$ изменяется по формуле $(\sigma_f)_N = A - BT$, где T — абсолютная температура, коэффициенты A, B определяются экспериментально и их значения зависят от числа циклов. На рис. 7.7 показано изменение усталостной прочности с изменением температуры. При построении этих зависимостей в качестве параметра использовалось число циклов.

2. Контактное взаимодействие композиционного материала с жидкостью

Для работы в воде и агрессивных жидкостях используют специальные композиты, которые обычно имеют на поверхности антикоррозионные покрытия. На рис. 7.8 приведен пример структуры и состава композита с антикоррозионным слоем. В месте контакта материала с жидкостью необходима защита от коррозии. Использование полимерных композитов в большинстве случаев позволяет решить эту проблему.

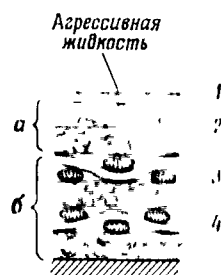


Рис. 7.8. Пример коррозионностойкой конструкции: а — коррозионно-стойкий слой; б — упрочненный слой; в — мат из рубленого волокна; 1 — 50% смолы — поверхностный мат; 2 — 70% смолы — мат из рубленого волокна; 3 — 45% смолы — ткань из ровницы; 4 — 45% смолы — мат из рубленого волокна.

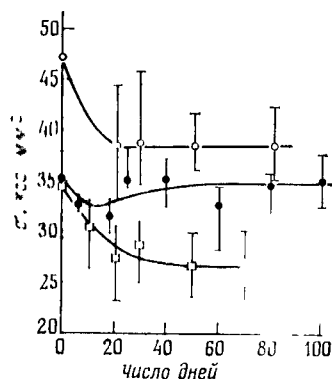


Рис. 7.9. Влияние времени выдержки в воде на прочность слоистой пластины из полиэфирной смолы, армированной тканью из ровницы: ● — растяжение; ○ — изгиб; □ — сжатие.

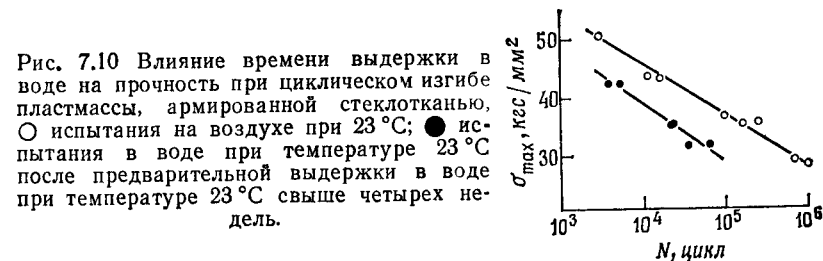
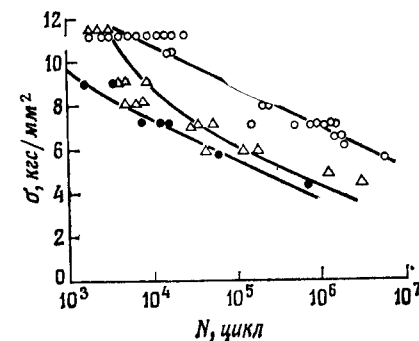


Рис. 7.10. Влияние времени выдержки в воде на прочность при циклическом изгибе пластмассы, армированной стеклотканью. ○ — испытания на воздухе при 23°C ; ● — испытания в воде при температуре 23°C после предварительной выдержки в воде при температуре 23°C свыше четырех недель.

Известны работы [7.10], в которых изложены результаты исследований изменения прочности слоистого композита из полиэфирной смолы и стеклоткани из ровницы при нахождении этих материалов в пресной и морской воде. Результаты, приведенные на рис. 7.9, показывают, что для рассматриваемого материала предел прочности на изгиб и предел прочности на сжатие уменьшаются [7.10]. Причины этого падения могут быть самыми разнообразными. В частности, в [7.11], а также в [7.10] указано, что на прочность композита существенное влияние может оказывать пропитывание материала водой. Проведение испытаний на усталостный изгиб в воде показало, что вода оказывает значительное влияние на снижение усталостной прочности. На рис. 7.10 в качестве примера приведены некоторые результаты экспериментальных исследований влияния времени пребывания в воде на предел прочности при изгибе. Самгин и Уилльямс [7.12] сопоставили результаты исследования на усталость в воздухе и воде эпоксидной смолы, армированной в одном направлении углеродным волокном. Результаты этого исследования представлены на рис. 7.11. Видно, что в воде усталостная прочность композита оказывается ниже.

Рис. 7.11. Влияние времени выдержки в воде на предел выносливости при пульсирующем растяжении слоистой пластины из полиэфирной смолы, армированной стеклотканью из ровницы ($V_f = 50\%$). ○ — испытания на воздухе при температуре 23°C ; △ — испытания в воде при температуре 23°C ; ● — испытания в воде при температуре 23°C после выдержки в воде при температуре 23°C свыше трех недель.



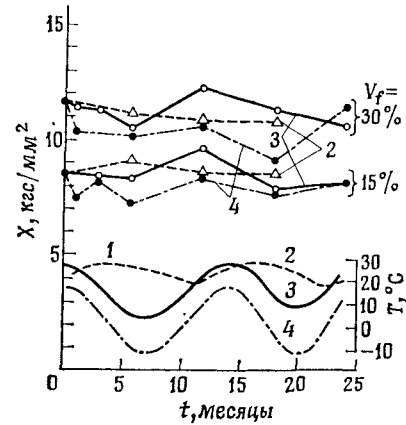


Рис. 7.12. Влияние времени пребывания t (месяцы) в атмосферных условиях на предел прочности на изгиб X слоистой пластины, изготовленной из полиэфирной смолы и стекловолокна 1 — осредненная зависимость 2 — Флорида (США). 3 — Коти (Япония); 4 — Обихиро (Япония).

3. Влияние воздействия атмосферы на композиты

В [7.13] исследовано влияние атмосферных воздействий (ветра, дождя и др.) на пределы прочности при изгибе композитов. Образцы примерно в течение двух лет находились в природных условиях. Полученные результаты показали, что влияние атмосферы на слоистый материал из полиэфирной смолы, упрочненной стекловолокном, оказывается небольшим. На рис. 7.12 в качестве примера показано изменение предела прочности на изгиб во времени.

7.4. НАДЕЖНОСТЬ И РАЗБРОС ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТОВ

Ранее уже указывалось, что композиты состоят из дисперсной фазы и связующего (матрицы). Материалы дисперсной фазы и матрицы существенно отличаются по своим свойствам. Разброс свойств компонентов, из которых составлен композит, и состояний на поверхностях раздела компонентов и др. могут оказывать существенное влияние на характеристики материала.

Известно, что надежности материалов посвящено большое число исследований. Свойства композитов зависят от большого числа факторов, и их исследование с точки зрения надежности представляет собой важную проблему.

В качестве функций, характеризующих распределение свойств композитов, могут быть использованы плотность распределения вероятностей, интегральная функция распре-

деления и функция надежности, которые обозначают соответственно через $f(t)$, $F(t)$, $R(t)$:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}, \quad (7.10)$$

$$F(t) = P[T \leq t] = \int_{-\infty}^t f(\xi) d\xi, \quad (7.11)$$

$$R(t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(\xi) d\xi, \quad (7.12)$$

где $P[T \leq t]$ — вероятность того, что переменная t принимает значения, превышающие некоторое значение T . Плотность распределения вероятностей $f(t)$ характеризует распределение свойств материала. В качестве этой функции могут быть использованы нормальное распределение, логарифмически нормальное распределение, распределение Вейбулла и др.: нормальное распределение

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (7.13)$$

логарифмически нормальное распределение

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L t} \exp\left[-\frac{(\ln t - \mu_L)^2}{2\sigma_L^2}\right], \quad (7.14)$$

распределение Вейбулла

$$f(t) = \frac{\alpha(t-\gamma)^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} \exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right]. \quad (7.15)$$

Здесь σ и σ_L — соответственно стандартные отклонения t и $\ln t$, а μ и μ_L — соответственно средние значения t и $\ln t$. В распределении Вейбулла α — параметр формы; β — параметр масштаба; γ — параметр, характеризующий центр распределения.

Три указанные выше формулы часто используются в качестве зависимостей, характеризующих распределение свойств материала. Для прочностных характеристик наиболее подходящим оказывается распределение Вейбулла, поскольку оно основано на теории самого слабого звена. Надежность для

каждого распределения можно представить таким образом:

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^t \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx, \quad x \geq 0 \quad (\text{нормальное распределение}),$$

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L} \int_0^t \frac{1}{t} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu_L)^2}{2\sigma_L^2}\right] dx \quad (\text{логарифмически нормальное распределение}), \quad (7.16)$$

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\beta}\right)^a\right] \quad (\text{распределение Вейбулла}).$$

1. Полимерные композиты, армированные волокном

Свойства композита зависят от волокна, матрицы и особенности его изготовления.

Результаты определения статического предела прочности при растяжении с использованием приведенных выше распределений не будут существенно различаться. На рис. 7.13 представлены данные, полученные Хатогои и доложенные на семинаре по прочностному проектированию и надежности пластмасс, армированных стекловолокном [7.14]. В качестве примера рассмотрен разброс предела прочности на изгиб слоистого материала из полиэфирной смолы, армированной стеклотканью с атласным переплетением. Построение выполнено на бумаге, предназначенной для нормального распределения. В рассматриваемом случае общее количество испытаний составляло 2486, стандартное отклонение равно 2,65 кгс/мм²,

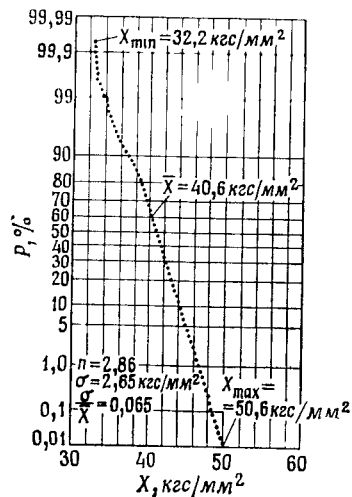


Рис. 7.13. Зависимость вероятности разрушения P от прочности на изгиб X слоистой пластины, составленной из полиэфирной смолы и стеклоткани.

а коэффициент разброса 0,065. В области низких напряжений распределение отклоняется от прямой линии. В рассматриваемом случае распределение не является идеально нормальным. Однако в окрестностях средних значений можно считать, что имеет место практически нормальное распределение.

Ранее указывалось, что прочность композита, армированного волокном, может быть подобрана соответствующим образом за счет изменения содержания волокна в материале. При этом разброс прочности может быть сведен к небольшой величине. Однако следует иметь в виду, что в действительности трудно избежать разброса содержания волокна.

Таблица 7.2

Весовое содержание стекла в пластмассе, армированной стекломатом

Тип композита	Стекло-мат	Смола	Весовое содержание стекла		Коэффициент вариации	Количество экспериментальных образцов
			Среднее значение, %	Стандартное отклонение, %		
A ₁	СМ 405	8010	19,8	1,83	0,092	30
A ₂	СМ 405	8010	19,7	1,47	0,073	30
B ₁	СМ 455	8010	22,1	2,10	0,095	30
B ₂	СМ 455	8010	25,1	1,55	0,062	30
C ₁	СМ 505	8010	24,8	1,79	0,072	29
C ₂	СМ 505	8010	26,2	2,48	0,095	29
D ₁	СМ 455	8060	19,0	2,00	0,105	30
D ₂	СМ 455	8060	20,9	1,65	0,079	30

Таблица 7.3

Прочность при растяжении пластмассы, армированной стекломатом

Тип композита	A	B	C	D
Стекломат Смола	СМ 405 8010	СМ 455 8010	СМ 505 8010	СМ 455 8060
Прочность при растяжении (среднее значение), кгс/мм ²	6,4	6,4	8,2	5,9
Стандартное отклонение	0,26	0,46	0,43	0,37
Коэффициент вариации	0,041	0,072	0,052	0,063
Модуль упругости (среднее значение), кгс/мм ²	706	757	847	750

В табл. 7.2 и 7.3 в качестве примера приведены результаты исследований разбросов предела прочности при растяжении, а также разброса содержания волокна в слоистых пластинах, изготовленных из полиэфирной смолы и матов

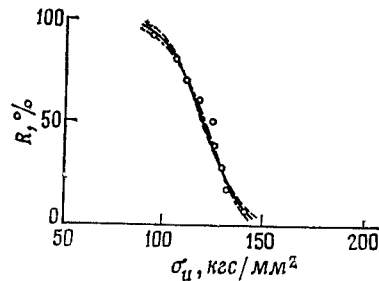


Рис. 7.14. Зависимость надежности R от статистического предела прочности σ_u при растяжении полиэфирной смолы, армированной углеродным волокном в одном направлении; — нормальное распределение; — — — логарифмически нормальное распределение; — — — распределение Вейбулла.

из стекловолокна [7.15]. При проведении испытаний использовались четыре типа слоистых пластин, толщина которых составляла $1,25 \pm 0,05$ мм. Для набора пластин применялись три типа стекломатов с различным содержанием стекловолокна и два типа смол (атмосферостойкая смола обычного назначения и трудновоспламеняемая атмосферостойкая смола). Полученные результаты показали, что коэффициент разброса предела прочности при растяжении в стандартных условиях составляет 0,04—0,07. По сравнению с металлами, для которых указанный коэффициент равен примерно 0,03, коэффициент получается довольно большим.

Для анализа надежности можно воспользоваться результатами испытаний на растяжение слоистых пластин из эпоксидной смолы, армированной в одном направлении углеродным волокном. При помощи трех указанных выше типов распределения были построены соответствующие зависимости надежности и проведено их сравнение (рис. 7.14). Из приведенных данных видно, что распределения отличаются друг от друга незначительно [7.16].

На основе правила смесей прочность материала, армированного в одном направлении волокном, можно представить следующей зависимостью:

$$\sigma_c = \sigma_{fu} V_f + (\sigma_m)_{sfu} V_m. \quad (7.17)$$

В этой зависимости содержится слагаемое, учитывающее прочность пучка волокон. Вполне естественно, что на прочность пучка волокон оказывает влияние разброс прочности отдельных волокон. На рис. 7.15 в качестве примера показаны результаты испытаний, при которых определялся разброс предела прочности при растяжении для волокна из стекла Е. Для полученных результатов хорошо подходит распределение Вейбулла [7.17].

Исследуя с вероятностной точки зрения процесс разрушения композитов, в частности материалов, армированных волокном, необходимо обращать внимание на то, по какому из

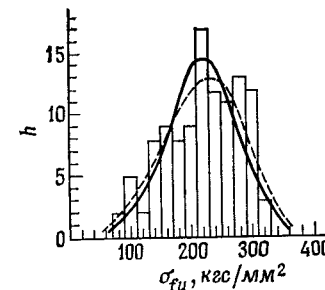


Рис. 7.15. Распределение предела прочности при растяжении одиночного стекловолокна Е; h — частотность; — нормальное распределение: среднее значение 221,5 кгс/мм², стандартное отклонение 59,1 кгс/мм²; — — — распределение Вейбулла: формпараметр равен 4, масштабный параметр равен 248,9 кгс/мм².

указанных ниже двух путей происходит его разрушение [7.18]:

- 1) постепенное нерегулярное разрушение упрочняющего материала;
- 2) при разрушении одного или нескольких волокон происходит изменение распределения напряжений, что приводит к появлению неустойчивости и быстрому разрушению материала.

Если воспользоваться распределением Вейбулла, вероятность разрушения

$$F(\sigma_{fu}) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_{fu}}{\beta} \right)^\alpha \right]. \quad (7.18)$$

Используя гамма-функцию, получаем коэффициент разброса CV

$$CV = \left[\frac{\Gamma(1 + 2/\alpha)}{\Gamma^2(1 + 1/\alpha)} - 1 \right]^{1/2}. \quad (7.19)$$

Для слоистых пластин, представляющих собой композиции углеродное волокно — эпоксидная смола и борволокно — эпоксидная смола, в табл. 7.4 и 7.5 в качестве примера приведены значения α и β . Если воспользоваться распределением Вейбулла, надежность в рассматриваемом случае можно представить как [7.19]

$$R(\sigma_c) = \exp \left[- \left(\frac{\sigma_c}{\beta} \right)^\alpha \right], \quad (7.20)$$

где

$$\sigma_c = \beta \left[\ln \left(\frac{1}{R(\sigma_c)} \right) \right]^{1/\alpha}. \quad (7.21)$$

Проведенные исследования показывают, что α зависит от методики проведения испытаний, размеров экспериментального образца и условий формирования композиционного материала. На величину β оказывают влияние содержание армирующего материала в композите, направление слоев и окружающие условия.

Таблица 7.4

Сопоставление параметров Вейбулла, установленных для прочности при растяжении слоистых плит, состоящих из углеродного волокна и эпоксидной смолы

Особенности расположения слоев	Параметр формы α	Параметр положения β , кгс/мм ²	Начальное разрушение	Температура
0	10,11	151,8	Волокно	Комнатная
0/90	10,91	76,5	»	»
0/±45	10,8	66,9	»	»
0/±45/90	11,46	49,4	»	»
0/±45/90				
Имеется отверстие	11,5	39,2	—	»
Имеется паз	10,8	39,8	—	»
90	7,54	5,3	Матрица	»

Таблица 7.5

Сопоставление параметров Вейбулла, установленных для прочности при растяжении слоистых плит, состоящих из борволокна и эпоксидной смолы

Особенности расположения слоев	Параметр формы α	Параметр положения β , кгс/мм ²	Экспериментальный образец	Начальное разрушение	Температура, °С
0	24,3	192,2	A	Волокно	Комнатная
0	10,8	213,6	B	»	»
0	26,1	241,1	C	»	»
90	15,2	9,62	A	Матрица	»
90	9,2	13,66	B	»	»
90	13,6	15,97	C	»	»
0	27,9	247,5	C	Волокно	—54
0	19,5	203,8	C	»	662
0	8,6	176,4	C	»	788
90	21,1	17,59	C	Матрица	149
90	16,0	11,19	C	»	662
90	17,4	8,26	C	»	788
0/±45/90	19,8	60,9	A	Волокно	Комнатная
0/±45	18,7	106,6	A	»	»
90 ₂ /±45	19,8	16,1	A	Матрица	»

A — образец на растяжение в виде пластины;
B — составная балка;
C — образец для испытаний на изгиб.

При проектировании необходимо знать распределение прочностных характеристик и коэффициент безопасности, который рассматривается как заданная вероятность разрушения. Принимая во внимание разброс, можно представить предельное напряжение в виде

$$\sigma_{\text{limit}} = \bar{\sigma}_{\text{mean}} - K\sigma. \quad (7.22)$$

Таким образом, под предельным напряжением следует понимать разность среднего предела прочности и произведения стандартного отклонения σ на односторонний толерантный множитель K . Такой подход позволяет обеспечить лучшую прочность, чем использование в качестве предельного напряжения среднего значения. Величина K зависит от сочетания материалов и надежности. В каждом конкретном случае необходимо определять значение этой величины [7.20].

7.5. ПРОЧНОСТЬ СЛОИСТЫХ ПЛАСТИН

При рассмотрении прочности слоистой пластины положим, что слои являются однородными и ортотропными и что для каждого слоя подходит закон разрушения ортотропных пластин. Разрушение начинается с наиболее слабого слоя. После разрушения слой уже не может нести нагрузку, что приводит к изменению распределения напряжений. Таким образом, разрушение постепенно прогрессирует до наступления полного разрушения.

Схематически процесс разрушения можно представить в виде, показанном на рис. 7.16. Чтобы использовать условие прочности последовательно для каждого слоя, необходимо определить составляющие напряжений для каждого слоя. При помощи составляющих в основном направлении можно получить условие прочности. Составляющие напряжений, относящиеся к каждому слою, следует преобразовать в составляющие, соответствующие основному направлению, и определить для каждого слоя средние напряжения, при которых имеет место текучесть. Если известен слой или несколько слоев, находящихся в состоянии текучести, необходимо исключить эти слои из рассмотрения и рассчитать перераспределение напряжений. Этот алгоритм нужно последовательно использовать до тех пор, пока не наступит текучесть всех слоев. Выражению, содержащему показатель нагрузки L , соответствуют значения X , Y , S , входящие в уравнение (5.10).

На рис. 7.17, а показан процесс разрушения трехслойной ортотропной пластины, состоящей из трех одиночных пластин, армированных в одном направлении непрерывным

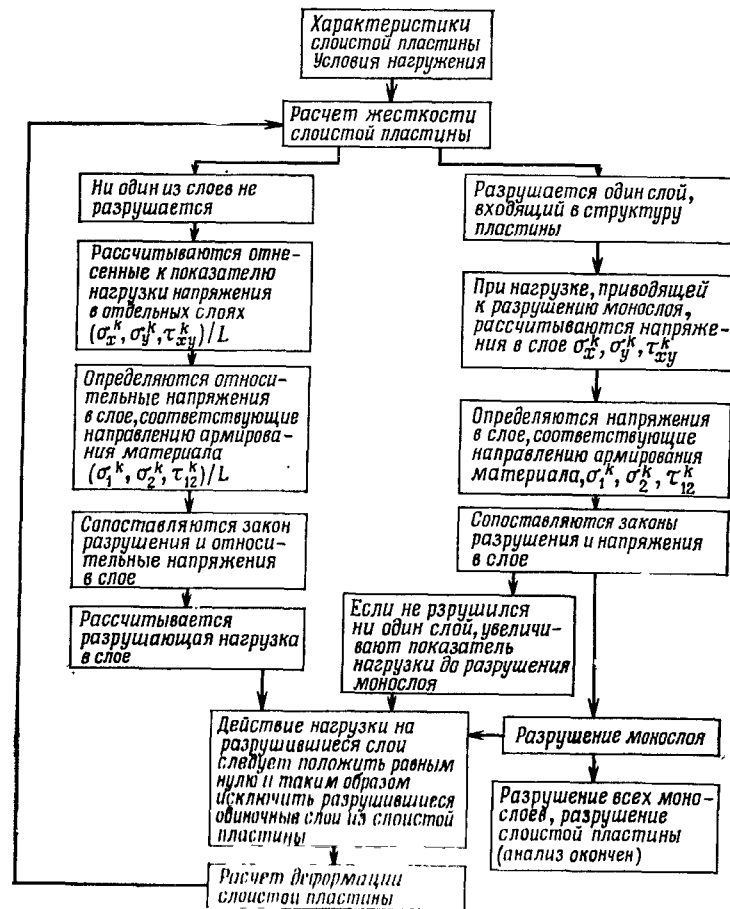


Рис 7.16. Схема алгоритма прочности слоистой пластины и ее деформаций при действии нагрузки (L —показатель нагрузки).

волокном (отношение суммы толщин нечетных слоев к сумме толщин четных слоев $M=0,2$) [7.21]. На рис. 7.17, б приведены случаи, когда величина M изменяется в пределах $0,2 \div 4,0$ [7.22].

В настоящее время достигнут довольно значительный прогресс в составлении программ, позволяющих провести численные экспериментальные исследования поведения композитов при разрушении [7.23, 7.24].

При анализе прочности возникают проблемы, связанные с критериями разрушения, видом разрушения и т. д. При

Таблица 7.6

Механические свойства пластмасс, армированных волокном, при различных слоистых структурах

Слоистая структура	Толщина плиты, мм	Направление слоев, град	Прочность при растяжении, кгс/мм ²	Модуль упругости первого рода, кгс/мм ²	Коэффициент Пуассона
М, 4 слоя	6	0	9,0	780	0,32
		45	8,7	830	0,33
		90	9,7	820	0,31
R, 3 слоя	2,5	0	23,0	1920	0,19
		45	7,1	1050	0,50
		90	25,1	2050	0,18
С, 8 слоев	3	0	13,7	1580	0,16
		45	9,0	800	0,40
		90	15,8	1430	0,17
С, 2 слоя М, 4 слоя С, 2 слоя	7,3	0	10,0	1040	0,27
		45	8,5	910	0,41
		90	10,7	1070	0,27
С, 2 слоя R, 3 слоя С, 2 слоя	4,0	0	18,9	1590	0,18
		45	7,9	880	0,52
		90	18,8	1640	0,19
М, 1 слой С, 1 слой R, 1 слой	2,0	0	11,8	1050	—
		45	6,6	550	—
		90	11,5	1030	—
М, 1 слой R, 2 слоя	2,0	0	11,8	1190	—
		45	6,6	540	—
		90	11,5	950	—

Примечание. М—стекломат из рубленого волокна + ненасыщенная полиэфирная смола; R—стеклоткань из ровницы + ненасыщенная полиэфирная смола; С—стеклоткань с плотным переплетением + ненасыщенная полиэфирная смола.

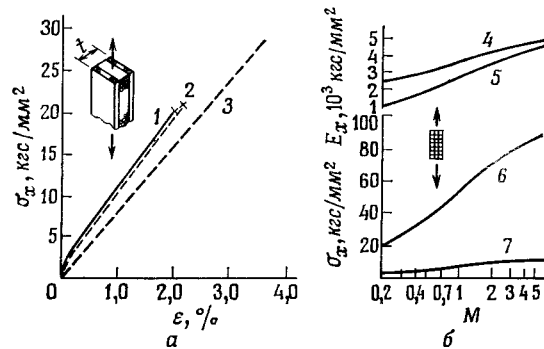


Рис. 7.17. Прочность ортотропных слоистых пластин: а — диаграмма напряжения — деформация; б — влияние коэффициента ортотропного пакетирования слоев M (коэффициент M равен отношению суммарной толщины нечетных слоев к суммарной толщине четных слоев); 1 — теория; 2 — эксперимент; 3 — теория ячеек; 4 — начальная жесткость; 5 — конечная жесткость; 6 — предельная прочность; 7 — напряжение надлома.

проведении расчетов, связанных с этими проблемами, используют ЭВМ, что является довольно трудоемким. Поэтому в диапазоне практического использования для различных сочетаний слоистых пластин определяют предел прочности и модуль упругости. В табл. 7.6 в качестве примера приведены результаты такого определения [7.25]. В табл. 7.7 для различных сочетаний стеклоткани и стекломатов даны значения

Таблица 7.7

Усталостная прочность при изгибе
и усталостная прочность
при растяжении слоистых композитов, имеющих различные структуры

Структура слоистого материала	Объемное содержание, %	Предел прочности при растяжении, кгс/мм ²	Усталостная прочность (σ_d) $5 \cdot 10^6$, кгс/мм ²	
			Растяжение ¹⁾	Изгиб ²⁾
CRRRRRRRC	23, 65..., 23 (35,8)ср.	35,8	5,2	10,5
CMMMMMC	28, 15..., 28 (30,2)ср.	30,2	1,7	6,0
CMRMRMC	(21,1)ср.	19,4	3,3	7,5
CMRRRRC	(24,3)ср.	11,0	3,6	
CMMRMC	(20,2)ср.	10,6	2,1	

C — стеклоткань с пологатым переплетением + ненасыщенная полиэфирная смола,
R — стеклоткань из ровницы + ненасыщенная полиэфирная смола;
M — мат из рубленого стекловолокна + ненасыщенная полиэфирная смола.

¹⁾ Частота изменения нагрузки 1150 цикл/мин.

²⁾ Частота изменения нагрузки 1800 цикл/мин.

пределов прочности при растяжении и усталостной прочности при растяжении и изгибе [7.26, 7.27].

Исследованию прочности композитов с наполнителем посвящен ряд работ. В работе [7.28] приведены результаты исследования предела прочности при статическом растяжении, а в работах [7.29, 7.30] — результаты исследования на усталостную прочность при изгибе. В рассматриваемом случае происходят различные виды разрушения, среди которых имеют место разрушение поверхностных слоев, разрушение наполнителя, разрушение на границах, отделяющих поверхностные слои от наполнителя. Это обстоятельство необходимо учитывать при рассмотрении прочностных характеристик.

7.6. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИЙ

Оптимизацию проектирования математически можно представить таким образом. Имеется совокупность проектных переменных, которые можно рассматривать как элементы матрицы. Этим элементам матрицы соответствует вектор \mathbf{D} . Для вектора проектных переменных $\mathbf{D}(D_1, D_2, \dots)$ можно задать несколько ограничивающих условий, при которых надо оптимизировать целевую функцию

$$M = M(\mathbf{D}), \quad (7.23)$$

т. е. установить экстремальное значение этой функции и определить проектные переменные. Под оптимальным состоянием можно понимать минимальный вес, минимальную стоимость и т. д. Ограничивающими условиями могут быть разрушаемость, непоявление нежелательных деформаций и др. Обычно ограничивающие условия представляют собой ограничения, наложенные на диапазоны изменения проектных переменных.

Задача синтеза рассматриваемой конструкции представляет собой задачу нелинейного программирования. Следовательно, можно воспользоваться методами нелинейного программирования. Алгоритмы этих методов являются самыми разнообразными и строятся при помощи штрафных функций, метода последовательных приближений и др. [7.31].

Рассмотрим в качестве наиболее простого случая изгиб слоистой пластины, состоящей из однородных пластин, армированных стекловолокном [7.32]. Под ограничивающим условием будем понимать постоянство массы m , которая приходится на единицу площади слоистой пластины. В качестве целевой функции рассмотрим изгибающую жесткость и изгибающий момент. Переменным проектным параметром является

содержание стекловолокна V_f в композите. Необходимо установить оптимальное значение этого содержания.

Для толщины пластины t и масс ρ_f , ρ_m , приходящихся на единицу объема слоистой пластины, имеем

$$m = \rho t = \rho_f t_f + \rho_m t_m, \quad (7.24)$$

где t_f , t_m — соответственно толщины стекловолокна и смолы.

Если положить, что изгибная жесткость равна

$$Et^3 = (\alpha V_f E_f + V_m E_m) t^3 \approx (\alpha V_f E_f + E_m) \left(\frac{m}{\rho} \right)^3.$$

то, используя условие

$$dEt^3/dV_f = 0, \quad (7.25)$$

можно определить

$$(V_f)_{\text{opt}} = \frac{\rho_m}{2(\rho_f - \rho_m)} - \frac{3}{2\alpha} \frac{E_m}{E_f}. \quad (7.26)$$

Для композита, армированного волокном в одном направлении, при $\rho_f = 2,5$, $\rho_m = 1,0$, $E_f/E_m = 20$ можно установить, что $\alpha = 1,0$ и $(V_f)_{\text{opt}} = 25\%$. В случае же ортотропной слоистой пластины $\alpha = 0,5$, $(V_f)_{\text{opt}} = 18\%$. Когда же армирование осуществляется матами из стекловолокна при $\alpha = 3/8$, имеем $(V_f)_{\text{opt}} = 13\%$.

Перейдем теперь к рассмотрению изгибающего момента M . При этом пользуются обозначениями: y — расстояние от нейтральной оси изгиба до поверхностного слоя слоистой пластины; e_{fu} — деформация, разрушающая волокна в поверхностном слое. Для изгибающего момента можно записать

$$M = e_{fu} \frac{EI}{y} \approx e_{fu} (\alpha V_f E_f + E_m) \frac{m^3}{12 (\alpha V_f + \rho_m)^3} \frac{\alpha V_f + \rho_m}{m/2}. \quad (7.27)$$

Следовательно, если положить

$$dM/dV_f = 0, \quad (7.28)$$

то

$$(V_f)_{\text{opt}} = \frac{\rho_m}{\rho_f - \rho_m} - \frac{2}{\alpha} \frac{E_m}{E_f}. \quad (7.29)$$

Если провести вычисления для материалов, использованных при рассмотрении изгибной жесткости, то можно установить следующие значения $(V_f)_{\text{opt}}$: для материала, армированного волокном в одном направлении, 57%; для материала с ортотропным расположением слоев 47%; в случае армирования стекломатами 40%.

Рассмотрим в качестве примера проектирование конструкции, которая представляет собой цилиндрическую стойку.

В качестве ограничивающих условий заданы действующая нагрузка P и длина L . Для конкретизации ограничивающих условий используют показатель нагрузки. В рассматриваемом случае можно задать величину P/L^2 . Целевой функцией является вес стойки. Необходимо выбрать такие проектные параметры, при которых вес стойки является минимальным. В качестве дополнительного условия следует воспользоваться тем обстоятельством, что условия устойчивости стойки по Эйлеру являются такими же, как условия локальной устойчивости цилиндрической поверхности. Если обозначить через m полную массу цилиндра, через ρ массу, отнесенную к единице объема, через E кажущийся модуль упругости, то

$$\frac{m}{L^3} = (0,075)^{-1/3} \rho E^{-2/3} \left(\frac{P}{L^2} \right)^{2/3}, \quad (7.30)$$

где

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_f V_f + \rho_m V_m, \\ E &= \alpha E_f V_f + E_m V_m \approx \alpha E_f V_f. \end{aligned}$$

Используя соотношение

$$\partial \left(\frac{m}{L^3} \right) / \partial V_f = 0 \quad (7.31)$$

и рассматривая V_f как проектную переменную, можно определить $(V_f)_{\text{opt}}$ в виде $(\rho_f - \rho_m)/2\rho_m$. Этот результат рассматривается как приближенный, полученный в предположении, что тело является изотропным и однородным. При $\rho_f = 2,5$ и $\rho_m = 1,0$ величина $(V_f)_{\text{opt}}$ равна 75%.

Проблемами оптимизации при проектировании конструкций занимался Хаяси [7.31]. В своем исследовании он определил показатели материала (например, X/ρ , Y/ρ , S/ρ) и конструктивные показатели. Эти показатели применяются при проведении оптимальных расчетов.

- 7.3. Сато Ц. Новые методы решения для плоского напряженного состояния. — Сэйкацуся, 1948 (на японск. яз.).
- 7.4. Икэда Т. — Коку гаккай си, 1942, т. 9, с. 1209 (на японск. яз.).
- 7.5. Хираи Ц., Катаяма Д., Ивасэ Д. — Дзайрё, 1976, т. 25, с. 436 (на японск. яз.).
- 7.6. Хаяси Т. — Оё буцури, 1962, т. 31, с. 808 (на японск. яз.).
- 7.7. Тикутэн Т., Фудзии Т., Оцуки М. — Доклады 3-го симпозиума по облегчению конструкций (Дай 3 кай кодзо-но кэйрёка симподзиуму коэнсю), 1962, т. 11 (на японск. яз.).
- 7.8. Амидзима С. и др. — Дзайрё, 1972, т. 21, с. 76 (на японск. яз.).
- 7.9. Симамура А. — Дзайрё сикэн, 1959, т. 8, с. 868 (на японск. яз.).
- 7.10. Масуда Ю. — Кёка пурасутиккусу, 1972, т. 18, с. 481 (японск.).
- 7.11. Эндо К., Ватанабэ М. — Нихон кикай гаккай ромбунсю, 1974, т. 40, с. 2462 (на японск. яз.).
- 7.12. Sumison H. T., Williams D. P. Fatigue of Composite Materials. — STP 569, ASTM, 1975, p. 226.
- 7.13. Хосэгава Д. — Кёка пурасутиккусу, 1975, т. 21, с. 337 (японск.).
- 7.14. Фудзии Т. — Дзайрё, 1972, т. 21, с. 911 (на японск. яз.).
- 7.15. Мики Х. Доклады 1-го симпозиума по композиционным материалам (Дай 1 кай фукуго дайрё симподзиуму коэнсю). — Никка гирэн, 1968, с. 441 (на японск. яз.).
- 7.16. Nakayama H., Mackawa Z., Fujii T., Mizukawa K. — Proc. 19th J. C. M. R., 1976.
- 7.17. Никка Х. Доклады 2-го симпозиума по композиционным материалам (Дай 2 кай фукуго дайрё симподзиуму коэнсю). — Никка гирэн, 1969, с. 1 (на японск. яз.).
- 7.18. Джонс Б. Х. Вероятностные методы и надежность конструкций. — В кн.: Композиционные материалы./Под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. Пер. с англ. Т. 8, ч. 2. — М.: Машиностроение, 1978, с. 42—80.
- 7.19. Halpin J. C., Koff J. R., Goldberg W. J. — Composite Materials, 1970, v. 4, p. 462.
- 7.20. Чамис К. К. Проектирование элементов конструкций из композитов. — В кн.: Композиционные материалы./Под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. Пер. с англ. Т. 8, ч. 2. — М.: Машиностроение, 1978, с. 214—252.
- 7.21. Tsai S. W. — NASA CR-224, 1965.
- 7.22. Tsai S. W., Adms D. F., Doner D. R. — NASA CR-620, 1966.
- 7.23. Кокубу М. Программа COMPOSITE-II расчета композиционных материалов. — В кн.: Доклады симпозиума по композиционным материалам (Фукуго дайрё симподзиуму ромбунсю), 1975 (японск.).
- 7.24. Миёси Т., Сиратори М. Анализ деформаций и поведения конструкций при разрушении методом конечных элементов. — Дзиккё скупан, 1976, с. 206 (на японск. яз.).
- 7.25. Технический совет по армированным пластмассам (Кёка пурасутиккусу гидзюцу кёкай). Введение в армированные пластмассы, 1968, с. 57 (на японск. яз.).
- 7.26. Fujii T., Mizukawa K. — Proc. 24th Annual Tech. Conf., S. P. I., Sec. 14 D, 1969.
- 7.27. Эндо К. — Дзайрё, 1970, т. 19, с. 956 (на японск. яз.).
- 7.28. Симамура А. Конструкции с заполнителем. — Никкан когё симбунсю, 1964 (на японск. яз.).
- 7.29. Nordby G. M., Crisman W. C. — Modern Plastics, 1966, v. 43, p. 120.
- 7.30. Fujii T., Mizukawa K., Yoshida S., Yamaguchi Y. — Proc. 12th J. C. M. R. 1969, p. 171.
- 7.31. Эндо К. — Нихон кикай гаккай си, 1973, т. 76, с. 713 (японск.).
- 7.32. Pound G. R. D. — Composites, 1973, v. 4, p. 65.

ОГЛАВЛЕНИЕ

От редактора перевода	5
Предисловие	7
Глава 1. КОМПОЗИЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ	9
1.1. Появление композиционных материалов	9
1.2. Определение композиционного материала	10
1.3. Типы композитов	13
1.3.1. Композиты, армированные волокном	13
1.3.2. Композиты с дисперсными частицами	17
Глава 2. МЕХАНИКА КОМПОЗИТОВ	22
2.1. Композит как механическая система	22
2.2. Стрoение композитов	25
2.3. Правило смесей	27
2.4. Теория ячеек	29
2.5. Теория ортотропных материалов	32
2.6. Композиты, армированные дискретными волокнами	
2.7. Оценка значений для верхней и нижней границ модуля упругости энергетическим методом	36
2.8. Механика слоистых пластин	40
2.8.1. Характеристики слоистых пластин [2.14—2.16]	40
Глава 3. РАСЧЕТ КОМПОЗИТОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	51
3.1. Метод конечных элементов	51
3.1.1. Принцип виртуальных работ [3.3]	51
3.1.2. Матрица жесткостей элементов	52
3.1.3. Функция перемещений и матрица деформаций — перемещений	53
3.1.4. Матрица напряжений — деформаций	56
3.1.5. Матрица жесткостей	56
3.2. Примеры использования метода конечных элементов	58
3.2.1. Микроподход	58
3.2.2. Макроподход	62
3.2.3. Расчет слоистых пластин с наполнителем	72
Глава 4. КОМПОЗИТЫ И МЕХАНИКА РАЗРУШЕНИЯ	75
4.1. Линейная и нелинейная механика разрушения	75
4.2. Коэффициент интенсивности разрушения	77
4.3. J-интеграл	79
4.4. Испытания на трещиностойкость	81
4.4.1. Испытания на трехточечный изгиб	81
4.4.2. J-интеграл	85

4.4.3. Определение \mathcal{K}	89
4.4.4. Распределение напряжений и развитие трещины	93
4.4.5. Коэффициент поворота	95
4.5. Метод Бомона [4.9]	98
4.6. Метод Си и др. [4.12]	101
Глава 5. РАЗРУШЕНИЕ КОМПОЗИТОВ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ	107
5.1. Поведение композитов при статическом нагружении	107
5.2. Теоретические аспекты разрушения композитов	109
5.3. Основы прочности композитов, армированных непрерывными волокнами	113
5.4. Основы прочности композитов, армированных дискретными волокнами	120
5.4.1. Модель Кокса [5.16]	121
5.4.2. Модель Аугутера [5.17]	122
5.4.3. Модель Дау [5.18]	122
5.4.4. Модель Розена [5.11]	123
5.5. Основы прочности композитов, армированных частицами	127
5.6. Квазистатическое деформирование композитов и их поведение при разрушении	131
5.6.1. Влияние скорости нагружения на деформации и разрушение композитов	131
5.6.2. Уравнение состояния и механика поведения композита во времени	134
5.6.3. Ползучесть композитов и предел ползучести	139
Глава 6. ДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ КОМПОЗИТОВ И ИХ ПОВЕДЕНИЕ ПРИ РАЗРУШЕНИИ	147
6.1. Поведение композитов при высоких скоростях деформаций	147
6.1.1. Метод механического моделирования	150
6.1.2. Уравнение состояния при высокоскоростном деформировании и фронт ударной волны	154
6.1.3. Испытания на удар	158
6.1.4. Процесс разрушения при ударе и плотность энергии удара	168
6.2. Усталостное поведение композитов и предел прочности	175
6.2.1. Процесс усталостного разрушения композитов	175
6.2.2. Усталость и механика разрушения	180
6.2.3. Усталостная прочность полимерных композитов, армированных волокнами	188
6.2.4. Усталостная прочность металлических композитов, армированных волокном	195
6.2.5. Усталостная прочность композитов с дисперсными частицами	198
Глава 7. ПРОЧНОСТНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОМПОЗИТОВ	201
7.1. Особенности прочностного проектирования композитов	201
7.2. Концентрация напряжений и чувствительность к надрезу	202
7.3. Прочностные характеристики и окружающая среда	206
7.4. Надежность и разброс характеристик композитов	210
7.5. Прочность слоистых пластин	217
7.6. Оптимизация проектирования конструкций	221
Литература	224