

В.Т.ЛИЗИН, В.А.ПЯТКИН

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

**3-е издание, переработанное
и дополненное**

*Рекомендовано Государственным комитетом
Российской Федерации по высшему образованию
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений, обучающихся по
направлению "Авиа- и ракетостроение"*



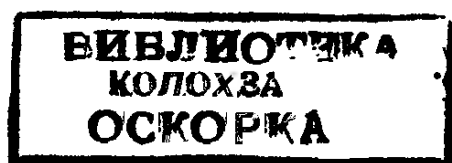
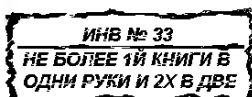
Москва «Машиностроение» 1994

ББК 38.112

Л55

УДК 624.074.43 : 658.512.011.56(075.8)

Издание выпущено в счет дотации, выделенной Комитетом РФ по печати.



Лизин В.Т., Пяткин В.А.

Л55 Проектирование тонкостенных конструкций: Учеб. пособие для студентов вузов — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1994. — 384 с.: ил.
ISBN 5-217-02379-1

Рассмотрены вопросы проектирования оболочечных конструкций минимальной массы, связанные с выбором материалов, расчетных схем, коэффициентов безопасности, критериев эффективности применения материалов. Даны алгоритмы определения параметров конструкций минимальной массы с требуемой несущей способностью. В третьем издании (2-е изд. 1985 г.) исключен устаревший материал, введен новый, в частности, по оболочкам вафельного типа.

Л $\frac{2702000000 - 434}{038(01) - 94}$ 79—92

ББК 38.112

ISBN 5-217-02379-1

© Издательство "Машиностроение", 1976
© В.Т. Лизин, В.А. Пяткин, 1994

ПРЕДИСЛОВИЕ

При проектировании тонкостенных конструкций используются результаты теоретических исследований строительной механики и теории упругости. Однако разобщенность методических сведений затрудняет их практическое использование непосредственно конструктором. Кроме того, большинство имеющихся зависимостей позволяет определить лишь несущую способность конструкции, что не в полной мере удовлетворяет инженера-проектировщика, основная задача которого состоит в определении параметров оптимальной конструкции при заданной нагрузке.

В предлагаемой книге сделана попытка переработать и систематизировать известный методический материал и на этой основе разработать методики определения оптимальных параметров конструкции. Для решения задач проектирования проведен анализ условий оптимальности тонкостенных конструкций и разработаны алгоритмы определения оптимальных параметров для различных видов оболочек и схем нагружения. Для нахождения правильного конструктивного решения, обеспечивающего минимальную массу, необходимо знать, как и в какой степени те или иные параметры и технология изготовления влияют на прочность, а также представлять себе поведение конструкции при разрушении. Предлагаемая книга позволяет решить эти вопросы наиболее простым способом. Разработанные алгоритмы дают возможность включить полученные решения в комплексную задачу определения оптимальных параметров изделия в целом в системе автоматизированного проектирования.

Материал представлен в наиболее простом, удобном, наглядном, доступном для конструктора виде. Используются в основном достаточно простые, проверенные практикой формулы, а сложные и громоздкие приведены к простому виду. В книге изложены также сведения о поведении конструкции под нагрузкой и влиянии технологических факторов на несущую способность.

ЧАСТЬ I

ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ

ГЛАВА 1

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Проектирование — наиболее ответственный этап разработки изделия, в процессе которого определяются его технические характеристики и проверяется возможность реализации поставленной задачи. Определение наилучшего конструктивного решения — сложный процесс, состоящий из работ по обеспечению наилучших эксплуатационных условий нагружения, выбору рациональных компоновочно-силовых схем (КСС), форм деталей и эффективных материалов, способствующих получению минимальной массы конструкции с учетом технологичности и стоимости. Все эти требования в равной мере выполнить нельзя, и, как правило, за основу принимают какое-то одно из них или несколько. Например, для летательных аппаратов основным будет обеспечение минимальной массы.

Необходим комплексный учет всех требований, и в этом — основная трудность проектирования. Процесс создания наилучшей конструкции получил название оптимизации или оптимального проектирования. Казалось бы, нужно только составить математическую модель проектируемого объекта и найти его оптимальные параметры. Однако есть принципиальная трудность, которая не позволяет решить задачу оптимизации разрабатываемого объекта достаточно корректно. Дело в том, что определение оптимальных параметров конструкции возможно лишь для заданной КСС, но остается нерешенным вопрос об оптимальности самой схемы. На практике эту задачу частично решают таким образом, что одновременно разрабатывают несколько КСС, а затем, прооптимизировав каждую, производят выбор наилучшей. Сказать, что она оптимальная, нельзя, так как нет уверенности, что конструктор рассмотрел все варианты. Разработка КСС во многом определяется инженерной изобретательностью, широтой эрудиции, интуицией, опирающейся на опыт, здравый смысл и понимание проектантом условий функционирования создаваемого объекта. Установление наилучшей КСС — более широкая и важная задача, чем определение оптимальных параметров для заданной схемы.

В соответствии с этим в данной работе ставились две основные цели. Во-первых, для разработки вариантов КСС дать некоторые сведения о наиболее рациональных путях решения задачи, эффек-

тивных компоновочных решениях, критериях эффективности материалов, наиболее рациональных формах деталей и конструкциях оболочек, шпангоутов и т. п. Во-вторых, для заданной силовой схемы дать конструктору методики или алгоритмы проектного расчета с определением оптимальных по массе параметров и оценкой эффективности различных конструктивных элементов.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИЛОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Проектирование конструкций базируется на специальных теоретических и экспериментальных методах исследований, на использовании обобщений прошлого опыта и экспериментов. Существующие теории в целом достаточно удовлетворяют практику. Они дают всесторонние методы расчета и позволяют получить надежные результаты. Слабой стороной используемых работ по задачам устойчивости подкрепленных и трехслойных оболочек является недостаточное обобщение и систематизация имеющихся экспериментальных данных. Актуальной стороной методического обеспечения остается освещение практических вопросов проектирования. Некоторые общие вопросы методологии проектирования изложены в [1, 4; 7, 12].

К настоящему времени наметилась тенденция придать проектированию характер целенаправленного научного исследования, ставится задача создания автоматизированных систем, общие принципы построения которых изложены в [7, 12]. Проблематичность таких комплексных задач заключается в необходимости моделирования творческой деятельности коллектива проектировщиков с увязкой теоретических решений ряда дисциплин. Для наиболее сложных объектов проектирования весь этот процесс нельзя воспроизвести в замкнутом виде, поэтому оптимизация общего решения достигается в результате поэтапных оценок результатов, полученных при рассмотрении различных вариантов на основе оптимизации частных решений.

Наибольшее распространение и развитие получили такие частные задачи оптимизации, как установление параметров минимальной массы конструкции при заданной нагрузке. Материал данной книги посвящен вопросам, связанным с решением некоторых частных задач, которые благодаря многолетней практике приобрели законченное выражение в простейшей форме и могут с успехом использоваться в комплексных задачах.

Необходимо подчеркнуть, что реальное проектирование включает одновременное исследование и рассмотрение многочисленных вопросов с увязкой различных условий и ограничений. От проектанта требуется получение немедленного ответа и оперативное решение всех вопросов. Поэтому разработка предложенных в книге методик и алгоритмов проводилась с учетом следующих требований, предъявляемых к проектному методу:

- 1) достоверность теоретических предпосылок при учете всех параметров, влияющих на массу;

2) достаточная точность и нетрудоемкость полученных зависимостей;

3) их увязка с экспериментальными данными по испытаниям аналогичных конструкций или моделей;

4) знание условий выполнения оптимальных решений с определенением параметров оптимальной конструкции;

5) возможность количественной оценки отступления от оптимальных значений в зависимости от технологических и конструктивных ограничений или ограничений по прочности материала;

6) определение количественных требований к прочности материала и параметрам конструкции, при которых решение наилучшим образом приближается к оптимальному;

7) сравнение эффективности по массе рассматриваемой конструктивной системы с другими, уже применяющимися;

8) возможность количественной оценки эффективности различных материалов по массе.

Задачу проектирования конструкции минимальной массы формулируем следующим образом. При первоначально заданных исходных данных, а также данных, устанавливаемых в процессе проектирования, необходимо определить параметры конструкции, при которых ее масса будет наименьшей. Заданными исходными данными являются:

1) основные технические требования, предъявляемые к проекту;

2) ограничения по габаритам;

3) эксплуатационные условия.

К исходным данным, устанавливаемым в процессе проектирования, относятся:

1) компоновочная силовая схема изделия и отдельных отсеков;

2) основные расчетные случаи, величины эксплуатационных нагрузок, коэффициенты безопасности;

3) эмпирические коэффициенты устойчивости для оболочек, работающих на устойчивость;

4) материал деталей и значение его механических свойств;

5) индивидуальные особенности отсеков (заделка торцов, местные вырезы, конструктивные надстройки и т. п.);

6) конструктивные силовые особенности оболочек (места установки шпангоутов, вид заполнителя для трехслойных оболочек и его жесткостные характеристики и т. п.);

7) конструктивные ограничения (по строительной высоте шпангоутов, по толщине пакета трехслойной стенки и т. п.);

8) технологические условия, определяющие качество изготовления (отклонение поверхности оболочки от теоретического контура, несовершенства в районе сварных швов, требуемая сплошность соединения слоев трехслойных оболочек и т. д.);

9) технологические ограничения по используемым заготовкам и материалам (толщинам листов, заполнителя и т. п.).

Перечисленные факторы учитываются во взаимосвязи. Для этого желательно их представить в аналитическом виде или хотя

бы конкретными числовыми значениями. Наиболее важными из влияющих на массу данных являются нагрузки основных расчетных случаев, коэффициенты безопасности и материал, который часто определяет и ограничения по возможным вариантам конструктивных решений в виде технологических условий изготовления.

Основные расчетные случаи, которые в итоге и определяют массу деталей, устанавливаются в результате анализа режимов эксплуатации, включающего рассмотрение всех видов нагружения. Для различных деталей одного отсека могут быть приняты различные расчетные случаи, на которые производится их расчет и определяются основные размеры. При сложном комплексе действующих сил и резко изменяющихся условиях эксплуатации установить основной случай без специального расчета и выбора коэффициента безопасности трудно.

Для определения нагрузок принимается расчетная схема агрегата, выбор которой предполагает определенный теоретический метод решения. Для некоторых конструкций нагрузки устанавливаются по статистическим данным, при достаточном объеме которых оценивается также и вероятность их реализации. Для вновь разрабатываемых конструкций, когда данные по разбросам воздействующих на них сил отсутствуют, расчет проводится в запас прочности по максимальным значениям силовых факторов.

Установление оптимальных эксплуатационных режимов находится в неразрывной связи с принимаемыми проектными решениями и с самой конструкцией. В этом случае расчет нагрузок входит в комплексную задачу как одно из условий оптимизации проектного решения.

ВЫБОР КОМПОНОВОЧНО-СИЛОВОЙ СХЕМЫ И РАЗРАБОТКА ЧЕРТЕЖНОЙ ДОКУМЕНТАЦИИ

На данном этапе определяются принципиальные конструктивные решения, дающие общее представление об устройстве изделия и его составных частях, геометрических характеристиках, способах сочленения агрегатов, мерах, обеспечивающих требуемые характеристики и удовлетворяющих основным требованиям производства, испытаний и эксплуатации. Принятые решения определяют успех дальнейшей разработки, сроки отработки и эксплуатационные качества.

Аналитических методов автоматического выбора рациональной компоновочной схемы в настоящее время не существует, поэтому решающая роль принадлежит проектировщику, который осуществляет анализ перспективных решений и тенденций предшествующего опыта с рассмотрением возможных вариантов и новых идей, основанных на достижениях материаловедения, технологии и пр. Решение задачи достигается синтезированием идей и наиболее перспективных решений при удовлетворении выбранного критерия оптимальности. Этот этап разработки является принципиально

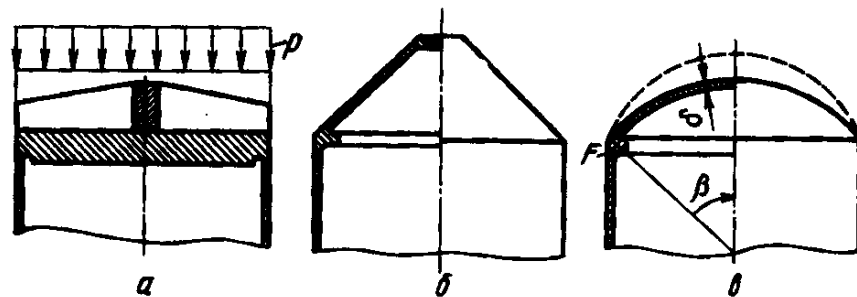


Рис. 1. Варианты днищ в последовательности возрастания их эффективности по массе:

a — плоское оребренное; *б* — коническое; *в* — сферическое

важным потому, что при недостаточной проработке КСС реализованную в проекте несовершенную конструкцию затем практически невозможно будет довести до уровня рациональной.

Выбор рациональной КСС. Совершенство конструкции, ее габариты, масса, надежность, работоспособность зависят от рациональности ее компоновочно-силовой схемы. Под силовой схемой понимают совокупность конструктивных элементов, обеспечивающих геометрическую неизменяемость под действием внешних нагрузок. Рациональной является схема, в которой действующие силы замыкаются на возможно более коротком участке при помощи элементов, работающих преимущественно на растяжение или сжатие, а не на изгиб. Одним из признаков рациональной конструкции является ее компактность. Полезное использование объема уменьшает габариты и массу.

Следует указать на различие между понятиями оптимальности и рациональности, заключающееся в том, что оптимальность связана с минимизацией целевой функции, в то время как рациональность не предполагает существования какого-либо функционала, а выражается в самостоятельном, дополнительном требовании проектировщика к конструкции.

Из опыта проектирования известны преимущества и недостатки возможных КСС и имеются некоторые сравнительные количественные их оценки. При анализе различных вариантов определяется, какой из них наилучшим образом удовлетворяет основным требованиям, дается также оценка различных материалов, способов изготовления основных деталей и конструкции в целом. Выбор материала производится по основным деталям, составляющим основу конструкции, например для тонкостенных конструкций — по оболочкам. Форма несущественных деталей и их взаимная увязка устанавливаются в общих чертах. Эффективное компоновочное решение может быть достигнуто следующими мерами.

1. Уменьшением габаритов конструкции, увеличением плотности компоновки.

2. Выбором наиболее рациональных компоновочных решений отсека в целом, а также отдельных его элементов, которые при оценке вариантов располагаются в последовательности возрастания их эффективности (рис. 1).

Рис. 2. Схемы нагружения:
 а — раздельные для днища и опоры; б — совмещенная схема

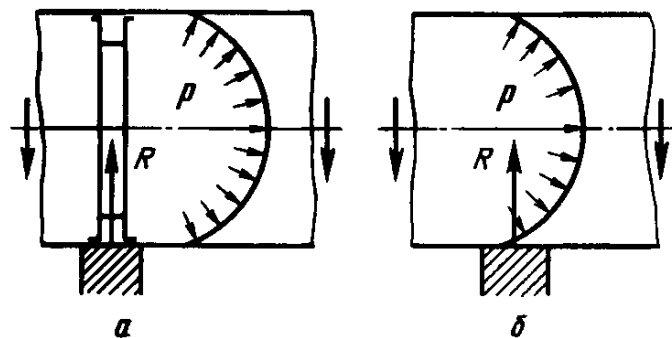
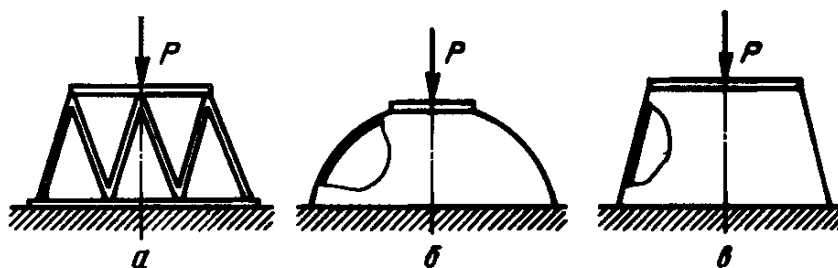


Рис. 3. Варианты конструкций рам для передачи сосредоточенных сил:

а — стержневая; б — сферическая; в — коническая



3. Выбором рациональных соотношений форм деталей.

Например, для днища, работающего под внешним давлением, при увеличении его выпуклости (см. рис. 1, а) уменьшаются толщина оболочки δ и площадь распорного шпангоута F . Однако при этом увеличивается и площадь поверхности детали. Исследованиями оптимальности по углу β установлено, что минимальная масса днища достигается при $\beta = 60^\circ$.

4. Совмещением нескольких силовых функций в одной детали (рис. 2). Это позволяет уменьшить массу, а в некоторых случаях и габариты агрегатов.

5. Выбором наиболее эффективных конструктивных решений.

Например, передача осевой нагрузки может быть осуществлена через стержневую раму (рис. 3, а) или оболочку-раму (рис. 3, б, в). При сравнительно больших значениях сил предпочтительнее будет оболочка.

6. Обеспечением жесткости конструкции способами, не требующими значительного увеличения массы (применением пустотелых и тонкостенных конструкций, блокированием перемещений поперечными связями, рациональным расположением опор и узлов жесткости).

Перечисленные приемы требуют одновременной всесторонней оценки принимаемых решений в части их осуществимости, а также производственных и эксплуатационных трудностей, которые возникнут при реализации проекта. Большое значение имеет проекторочный расчет прочности, позволяющий провести сравнительную оценку массовых характеристик различных вариантов.

Подробная разработка принятого варианта. Одним из основных показателей совершенства конструкции является масса. Ее определение — важнейшая часть предварительного проектирования. На начальной стадии оценка массы кронштейнов, крепежных деталей, арматуры и т. д. производится приближенно, по статистическим данным известных конструкций. Такая оценка для ряда деталей, определяемых конструктивными соображениями, является един-

ственно возможной. Однако для большинства деталей, составляющих основу тонкостенных конструкций (оболочки, шпангоуты) масса устанавливается в результате расчета на прочность.

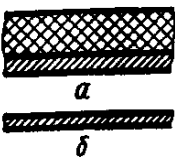
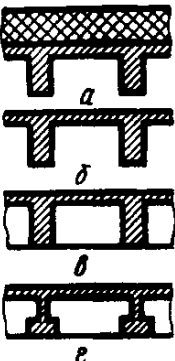
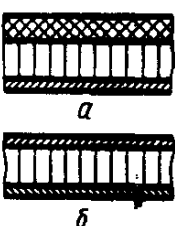
Целью расчета прочности является оценка рациональности силовой схемы отдельных узлов, выбор наиболее эффективного материала, а также более подробный выбор форм деталей и основных размеров, обеспечивающих наименьшую массу. При этом конструктивные подробности отдельных деталей не представляют интереса. Например, нет необходимости устанавливать окончательно профиль сечения распорного шпангоута емкости, достаточно знать только требуемую площадь его сечения. Не представляют также интереса конструктивные подробности вафельной оболочки (вид расположения ребер, их шаг и размеры подкрепления), достаточно только определить эквивалентную толщину, характеризующую массу. Предварительные значения масс — основная расчетная величина для разработки детальной чертежной документации.

Для тонкостенных конструкций принципиальное значение имеет выбор наиболее эффективной конструкции стенки оболочки, так как окончательно принятый вариант определяет силовую схему изделия в целом и особенности его изготовления. Как правило, при установлении того или иного варианта вступают в силу ограничения технологического характера. Возможные варианты конструкций располагают в последовательности возрастания их эффективности по массе (подкрепленные, вафельные, трехслойные).

По конструкции стенки применяют оболочки: однослойные неподкрепленные, двухслойные, подкрепленные шпангоутами или одновременно со шпангоутами и стрингерами, вафельные и трехслойные. Возможны также и комбинированные варианты. Например, на вафельных или трехслойных оболочках дополнительно могут быть установлены промежуточные шпангоуты. Двухслойные оболочки применяют обычно для выполнения требований тепло- или звукоизоляции, при этом силовую основу составляет слой, выполненный из конструкционного материала (композиционного или металлического). Выбор того или иного варианта определяется ограничениями по массе, эксплуатационными условиями, характером и величиной действующих нагрузок. В табл. 1 представлены конструкции стенок, расположенные в последовательности уменьшения массы оболочек, и ориентировочные значения их коэффициентов совершенства по массе K_G . На рис. 4 приведены значения коэффициентов эффективности конструкций по массе N_G для основных конструкций стенок из различных материалов, расположенных в последовательности уменьшения массы. Значения N_G можно рассматривать как ориентировочные, теоретически достижимые без ограничений по прочности материала и прочим параметрам конструкции, которые учитываются при конкретном проектировании. Анализируя рис. 4, можно сделать следующие выводы.

Таблица 1

Конструкции стенок оболочек, расположенные в последовательности уменьшения массы

Конструкция стенок	K_0	Отличительные особенности вариантов
<p>Неподкрепленные</p>  <p style="text-align: center;"><i>a</i> <i>b</i></p>	<p>$>1,0$ (для <i>a</i>) $1,0$</p>	<p>Двухслойная (<i>a</i>) не имеет преимущества по массе по сравнению с однослойной (<i>b</i>) *, применяется при выполнении специальных требований (теплозвукоизоляция и пр.)</p>
<p>Подкрепленные</p>  <p style="text-align: center;"><i>a</i> <i>b</i> <i>c</i> <i>d</i></p>	<p>$>0,6$ (для <i>a</i>) $0,6$</p>	<p>Двухслойная (<i>a</i>) не имеет преимуществ по массе по сравнению с вариантами (<i>b</i>), (<i>c</i>) Однонаправленное подкрепление (<i>b</i>) применяется для цилиндров и конусов под внешним давлением Вафельное подкрепление (<i>c</i>) применяется для цилиндров под осевым сжатием, а также сфер, цилиндров и конусов под всесторонним давлением Применение тавровых сечений ребер (<i>d</i>) по сравнению с прямоугольными обеспечивает снижение массы до 5% (при равной исходной толщине листа)</p>
<p>Трехслойные</p>  <p style="text-align: center;"><i>a</i> <i>b</i></p>	<p>$>0,6$ (для <i>a</i>) $0,6 \dots 0,4$</p>	<p>Несимметричная стенка (<i>a</i>) не имеет преимущества по массе по сравнению с симметричной (<i>b</i>), применяется при выполнении специальных требований (теплозвукоизоляция и пр.)</p>

* Дана сравнительная оценка по эффективности жесткостных характеристик стенок. Известны экспериментальные данные для двухслойных цилиндров под осевым сжатием, где наличие второго сравнительно легкого слоя заметно снижало влияние несовершенств. В этом случае эффективность двухслойной оболочки может оказаться выше.

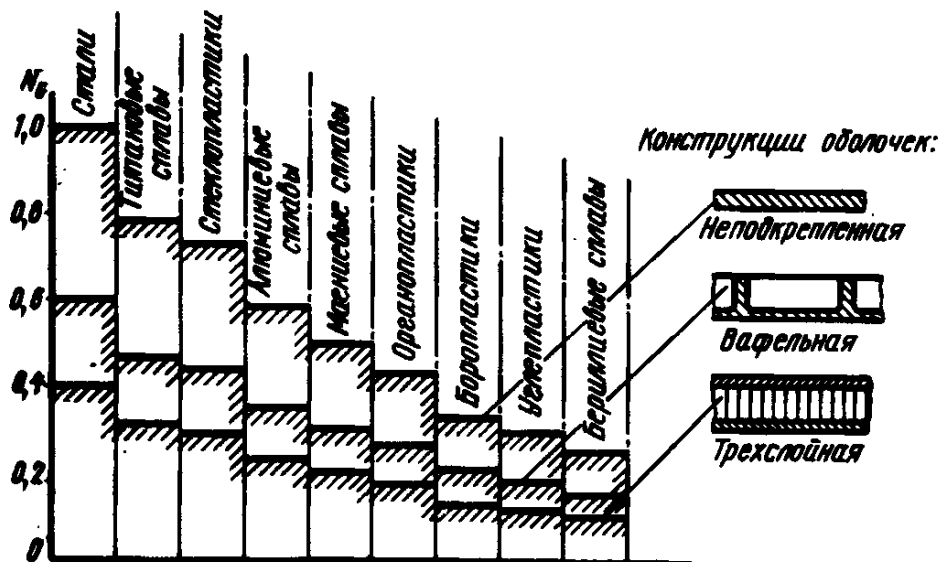


Рис. 4. Коэффициент совершенства оболочек по массе в зависимости от конструкции стенки и материалов

1. Установление наиболее эффективных конструкций следует проводить с одновременной оценкой возможных для применения материалов.

2. Наиболее совершенны конструкции из бериллиевых материалов, за ними следуют боропластиковые, затем — углепластиковые.

3. Наибольшую отдачу по массе можно получить с применением трехслойных конструкций и несколько меньшую для вафельных.

4. Применение перспективных композиционных материалов целесообразно для подкрепленных или трехслойных конструкций. Неподкрепленные однослойные оболочки, выполненные из таких наиболее эффективных материалов, как боропластики и углепластики, оказываются практически равноценными по массе подкрепленным алюминиевым или магниевым.

Разработка детальной чертежной документации. На этом этапе проводится подробный уточненный расчет прочности, который носит одновременно проектировочный и проверочный характер. Качество, точность, быстрота и полнота расчетов оказывают влияние на совершенство конструкций по массе. Производятся выбор конкретных марок материалов, расчет усилий в сечениях деталей, выбор рациональных профилей сечений и определение их размеров. Выбор материалов определяется сравнением показателей их совершенства по массе $K_{G \text{ мат}}$, а также специальными конструктивными требованиями (коррозионной стойкостью, жаростойкостью и т. п.).

Минимальной массы конструкции в целом можно достичь только при обеспечении минимальной массы каждой отдельной детали. Их совершенство обеспечивается выбором рациональных форм и сечений, применением материалов повышенной прочности, выполнением условия равнопрочности. Однако обеспечение полной равнопрочности возможно лишь при некоторых простых видах нагружения (например, при растяжении), при сложных можно только

приблизиться к равнопрочности выравниванием напряжений по сечениям за счет соответствующего выбора их формы и размеров.

Расчет тонкостенных конструкций на устойчивость имеет отличительную особенность, которая связана с тем, что их несущая способность зависит от ряда технологических и конструктивных факторов, учитываемых коэффициентом устойчивости k . Особенностью расчета является эмпирический характер прогнозирования несущей способности. Это означает, что на проектной стадии требуется как бы предугадать разрушающую нагрузку будущей конструкции с учетом всех ее особенностей. Такая задача решается с приближением в два этапа: на проектной стадии коэффициенты k принимаются по данным испытаний аналогичных оболочек, в дальнейшем они уточняются испытаниями натурных конструкций. При разработке же детальной чертежной документации важным и необходимым является формулировка в технических условиях на изготовление требований, ограничивающих максимальную величину несовершенств.

Геометрические несовершенства представляют отклонения поверхности оболочки от теоретического контура, которые могут быть направлены в наружную или внутреннюю сторону с переменным значением прогиба вдоль образующей (рис. 5). Характер отклонений целиком определяется способом изготовления, а также используемым материалом. Как правило, в конструкциях не допускают отклонения, превышающие половину толщины для неподкрепленных гладких оболочек $\Delta \leq 0,5\delta$ и половину приведенной изгибной толщины для вафельных и трехслойных — $\Delta \leq 0,5\delta_{пр}$. Местные несовершенства отмечаются в местах соединения оболочек с другими деталями. Например, в зонах, прилегающих к кольцевым или продольным сварным швам, в местах приварки к оболочке кронштейнов (рис. 6) и т. п. Кроме того, в вафельных оболочках при недостаточной длине утолщения под сварку возможны коробления стенки в отдельных ячейках. С целью их уменьшения и исключения преждевременной местной потери устойчивости увеличивают ширину утолщенного участка зоны шва, уменьшают размер ячеек введением дополнительных ребер или увеличивают толщину стенки в ячейках на 20...25%.

К конструктивным несовершенствам относятся те, которые диктуются ограничениями самой конструкции: местные утолщения

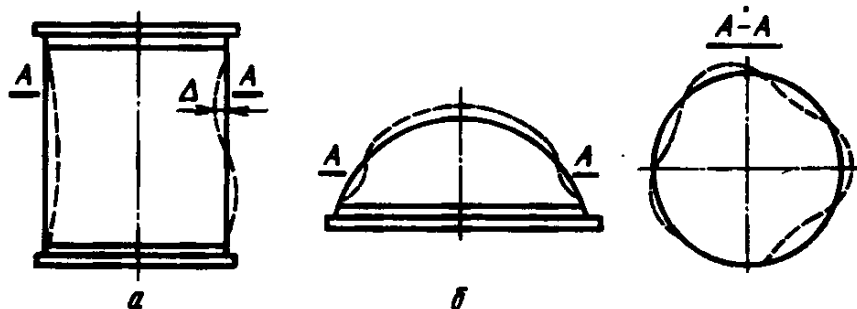


Рис. 5. Общие несовершенства в оболочке:
а — цилиндрической; б — сферической

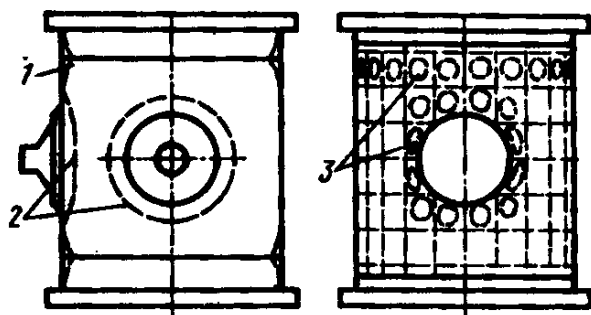


Рис. 6. Местные несовершенства в зонах:

1 — кольцевых сварных швов; 2 — приварных деталей; 3 — в ячейках вафельных оболочек

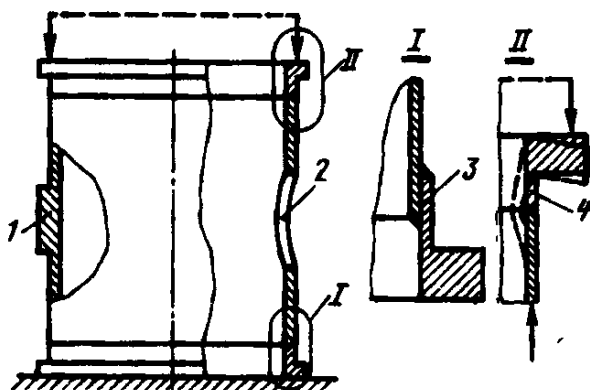


Рис. 7. Конструктивные несовершенства:

1 — местное утолщение; 2 — отверстие; 3 — соединение оболочки со шпангоутом внахлестку; 4 — нагружение оболочки через деформируемый шпангоут

или отверстия в оболочке, соединение торцов оболочки со шпангоутом внахлестку, при котором помимо безмоментных усилий в стенке возникают изгибающие усилия (рис. 7). Последние могут быть и при стыковом соединении из-за недостаточной жесткости шпангоута или нерационального приложения внешней нагрузки (вид II).

Помимо рассмотренных возможны также технологические несовершенства. Например, при соединении оболочки со шпангоутом сваркой в шве и примыкающей к нему зоне имеются остаточные сварочные напряжения. Их величина может быть достаточно большой и зависит от технологии изготовления (режима сварки, подготовительных операций). Для снятия напряжений применяют отжиг конструкции, если это позволяет материал. С целью компенсации снижения несущей способности из-за сварочных напряжений и геометрических несовершенств в околошовной зоне увеличивают жесткость стенки. В вафельных оболочках наиболее просто это достигается увеличением на 20...25% ширины ребер. Практика подтверждает, что при тщательно отработанных технологических процессах подготовки к сварке и режимах сварки можно добиться существенного уменьшения влияния внутренних сварочных напряжений и геометрических несовершенств и избежать необходимости введения локальных усиления.

К технологическим несовершенствам относятся и расслоения в двухслойных, трехслойных стенках. При значительной их площади отмечается снижение несущей способности оболочки.

Многие несовершенства не поддаются теоретической оценке. Их влияние достоверно устанавливается по результатам натурных испытаний в обобщенном виде, т. е. обычно не исследуется влияние каждого фактора в отдельности. При необходимости это может явиться предметом специальных исследований на отсеках с провоцирующим воспроизведением интересующего.

Например, при исследовании закономерности влияния несовершенств изготавливаются отсеки с воспроизведением различных их величин в широком диапа-

зоне значений, в том числе с такими, которые в реальной конструкции обычно не допускаются. Такие исследования и получаемые на их основе методические поправки имеют эмпирический характер.

ВЫБОР КОЭФФИЦИЕНТОВ БЕЗОПАСНОСТИ

Общие положения. Конструкция должна иметь определенный запас прочности, т. е. разрушающая нагрузка $P_{\text{разр}}$ должна превосходить эксплуатационную P_e в некоторое число раз. Это число называют коэффициентом безопасности

$$f = P_{\text{разр}}/P_e. \quad (1)$$

Под эксплуатационной понимают определенную расчетом наибольшую возможную при нормальной эксплуатации нагрузку P_e . Разрушающей называется такая нагрузка, при которой возникает напряженно-деформированное состояние, соответствующее механическому разрушению конструкции или появлению больших деформаций, при которых нарушается ее нормальная работа.

Зависимость коэффициентов безопасности f от всех подлежащих учету факторов не имеет строгой математической формулировки. Их величина устанавливается как некоторый нормативный запас прочности, принимаемый для гарантированной надежности работы конструкции. При этом принимают во внимание следующие факторы.

1. Безопасность обслуживания. Если разрушение конструкции представляет опасность для жизни обслуживающего персонала, то ее рассчитывают с повышенным коэффициентом безопасности.

2. Серьезность последствий, к которым приводит разрушение. Так, например, повреждение конструкции может привести к выходу из строя или разрушению целого комплекса сооружений, стоимость которых иногда в десятки раз превышает стоимость изделия.

3. Срок работы изделия. Для расчета конструкции с продолжительным временем работы берутся повышенные коэффициенты f . Принимают также во внимание возможный износ поверхностей деталей, изменение механических свойств материала и т. п.

4. Требование по жесткости конструкции (ограничения по величине перемещений, отсутствие или допустимость остаточных деформаций).

5. Механические свойства материала. Например, при динамических нагрузках для пластических материалов требуется меньший коэффициент безопасности, чем для хрупких.

6. Точность определения нагрузок. Чем точнее определены нагрузки, тем больше оснований для расчета конструкции с меньшим запасом прочности.

7. Степень соответствия расчетной схемы реальной работе конструкции.

8. Степень статической неопределимости. Для многократно статически неопределимой конструкции разрушение отдельных

элементов не приводит к потере несущей способности всей системы. Поэтому допустимо принять пониженный коэффициент безопасности.

9. Степень новизны силовой схемы, наличие экспериментальных данных о несущей способности аналогичных конструкций.

10. Предполагаемый объем экспериментальной проверки. Возможность опытной отработки прочности позволяет принять более низкий коэффициент f .

11. Чувствительность конструкции к возможным дефектам изготовления. Например, для тонкостенных конструкций, работающих на устойчивость, к выбору коэффициентов безопасности подходят с большей осторожностью.

12. Способ изготовления. Для литых или сварных деталей с неконтролируемым качеством изготовления обычно принимают более высокие запасы прочности.

13. Технический уровень производства. Для конструкций, изготавливаемых в условиях строгой технологической дисциплины, с высоким уровнем контроля качества, принимают меньшие запасы.

Перечисленные факторы дают наглядное представление о важности и сложности процесса выбора коэффициентов безопасности. Чем больше запас прочности, тем надежнее работа узла. Однако увеличение запасов сверх необходимой величины ведет к увеличению массы и габаритов, что не выгодно экономически, а в ряде случаев, например для конструкций летательных аппаратов, недопустимо. Для них устанавливаются минимально возможные коэффициенты безопасности, что требует проведения всесторонней экспериментальной проверки.

В различных отраслях машиностроения по-разному подходят к выбору коэффициентов запаса. В общем машиностроении принят расчет по допускаемым напряжениям, которые определяются как некоторая доля предела прочности. Кроме того, вводится коэффициент запаса по пределу текучести. За допускаемые напряжения принимают наименьшее значение из этих двух величин. В самолетостроении принят расчет по разрушающим нагрузкам, при этом коэффициенты безопасности регламентируются нормами прочности.

Как отмечалось, коэффициентом безопасности иногда учитывается также неточное знание действующих нагрузок и напряжений из-за приближенности методов расчета. Однако для конструкций, лимитированных по массе, правильнее другой подход: принимать значения f исходя только из условия обеспечения гарантированной надежности работы системы; неточность же расчетных методов, принятых при расчете нагрузок и прочности, уточнять в дальнейшем по результатам натурной экспериментальной отработки. Этот подход дает возможность принять наименьшие значения f . Кроме того, при достаточном объеме экспериментальных данных становится возможным использовать вероятностный учет всех входящих параметров. С такой позиции допустимость даль-

нейшего снижения коэффициентов безопасности при разработке нового проекта определяется в результате периодической систематизации и обобщения накопившегося опыта эксплуатации, изготовления и экспериментальной отработки.

Конструкции, работающие на прочность. Расчет прочности проводится с учетом механических свойств материала — пределов прочности σ_b и текучести σ_T . Для конструкций с многократным повторным действием нагрузок напряжения, действующие при эксплуатационной нагрузке, не должны превышать значения предела текучести, так как в противном случае будут иметь место остаточные деформации. Учитывая эти требования, расчет прочности удобнее проводить по эксплуатационным нагрузкам. Определенные расчетом напряжения сравнивают с допускаемыми $[\sigma]$, принимают наименьшее из двух следующих значений:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_b}{f}; \quad [\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}. \quad (2)$$

Принимают $f = 1,3 \dots 2,6$; $n = 1,0 \dots 1,5$. Большие значения коэффициентов f и n относятся к конструкциям с многолетним сроком эксплуатации при многократном и продолжительном нагружении, меньшие — при кратковременном действии нагрузок с малым числом их повторяемости.

Пример. Определим допускаемые напряжения для двух материалов, если заданы $f = 2,6$ и $n = 1,5$:

1) сталь, $\sigma_b = 55 \text{ кН/см}^2$ и $\sigma_T = 20 \text{ кН/см}^2$. Допускаемые напряжения по пределу прочности и пределу текучести

$$[\sigma] = \frac{\sigma_b}{f} = \frac{55}{2,6} = 21,6 \text{ кН/см}^2; \quad [\sigma] = \frac{\sigma_T}{n} = 13,3 \text{ кН/см}^2.$$

Таким образом, для расчетов принимаем $[\sigma] = 13,3 \text{ кН/см}^2$;

2) алюминиевый сплав, $\sigma_b = 40 \text{ кН/см}^2$ и $\sigma_T = 32 \text{ кН/см}^2$.

Определим

$$[\sigma] = \frac{40}{2,6} = 15,4 \text{ кН/см}^2; \quad [\sigma] = \frac{32}{1,5} = 21,3 \text{ кН/см}^2.$$

Здесь минимальные допускаемые напряжения равны $[\sigma] = 15,4 \text{ кН/см}^2$. Как видим, в первом случае определяющим является предел текучести, во втором — предел прочности.

Для деталей резьбовых соединений запасы прочности увеличивают в 1,25 раза. Это обеспечивает их повышенную прочность по отношению к стыкуемым деталям, что повышает надежность узла или целого агрегата и дает также возможность при экспериментальной отработке выявить картину разрушения самой конструкции.

Конструкции, работающие на устойчивость. Принципы выбора коэффициентов безопасности для конструкций, работающих на сжатие, в основном те же, что и для конструкций, работающих на прочность. Однако здесь к безопасности работы следует подходить с большей осторожностью, так как потеря устойчивости может привести к разрушению всей системы, в то время как, например,

явление текучести в растянутом элементе не всегда опасно для конструкций. При выборе коэффициента безопасности сжатых элементов принимают во внимание ряд дополнительных факторов, влияющих на несущую способность. К ним можно отнести качество изготовления, отклонение формы оболочки от теоретических ободьев, отклонение толщин и т. п. Как правило, подобные факторы учитываются при расчете критической нагрузки соответствующим выбором коэффициента устойчивости. Расчет проводится по разрушающим нагрузкам и сводится к определению критической силы потери устойчивости $P_{кр}$, которая должна быть

$$P_{кр} \geq f P_0. \quad (3)$$

Принимают $f = 1,3 \dots 2,6$. Большее значение относится к конструкциям, внедряемым без экспериментальной проверки с продолжительным сроком эксплуатации, при многократном количестве нагружений, меньшее — для конструкций с кратковременным действием нагрузок и малым числом циклов нагружения при достаточном контроле качества изготовления.

ВЫБОР ПОКАЗАТЕЛЯ КРИТЕРИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ПО МАССЕ

Критерий оптимальности по массе является основой большинства исследований совершенства конструкций. В одних случаях, например для летательных аппаратов, он вполне оправдан, так как снижение массы и связанное с этим усложнение технологии почти всегда окупаются конечным повышением эффективности проекта. В других — он лишь позволяет создать образ идеальной конструкции для оценки экономичности обоснованию применения того или иного материала и конструкции.

При исследовании наилучших параметров необходимо прежде всего установить показатель критерия оптимальности. Удобно за основу сравнения принять коэффициент эффективности конструкции по массе, который определяет, какую долю составляет масса рассматриваемой конструкции $G_{рассм.кон}$ от массы однотипной простейшей $G_{прост}$:

$$N_G = \frac{G_{рассм.кон}}{G_{прост}}. \quad (4)$$

Для оболочек, работающих на устойчивость, за простейшую систему принимаем неподкрепленную гладкую оболочку. Тогда для вафельных и трехслойных оболочек

$$N_G = G_{ваф}/G_{гл}, \quad N_G = G_{тр}/G_{гл}.$$

В выражении (4) массы сравниваемых конструкций зависят от геометрических параметров и показателей механических свойств материалов: удельной прочности σ_v/γ — для конструкций, работающих на прочность; удельной жесткости E^a/γ — для конструкций, работающих на устойчивость. Заметим, что отношение показателей механических свойств сравниваемых конструкций не

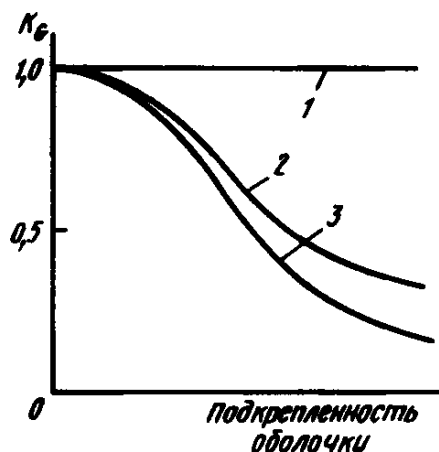


Рис. 8. Коэффициент совершенства по массе для оболочек, работающих на устойчивость:

1 — гладкие; 2 — подкрепленные;
3 — трехслойные

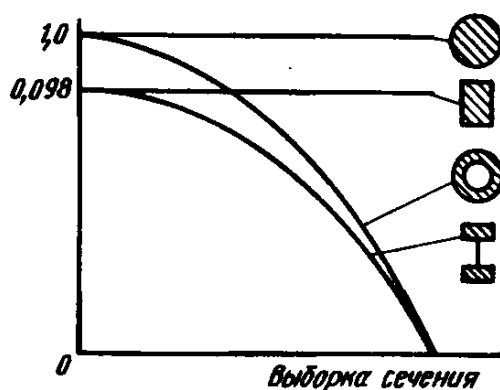


Рис. 9. Коэффициент совершенства по массе для сечений, работающих на прочность при изгибе

зависит от прочих ее параметров. Это позволяет представить выражение (4) в виде произведения двух безразмерных величин

$$N_G = K_{G \text{ мат}} K_G, \quad (5)$$

где $K_{G \text{ мат}}$ — коэффициент совершенства материала и K_G — коэффициент совершенства конструкции по массе.

Предложенная запись коэффициента N_G позволяет дать количественную оценку рассматриваемой конструкции, а также сравнить ее с любой другой (рис. 8), например, трехслойную с вафельной; произвести также комплексное сравнение одновременно всех вариантов тонкостенных конструкций из всех применяемых материалов (металлических и неметаллических).

Особенностью записи показателя (4) является безразмерность его величины и сравнение с худшей по массе системой. Последнее обеспечивает важное в практическом отношении ограничение значений показателя диапазоном $0 < N_G \leq 1$. Такое количественное выражение удобно для использования в практике и совпадает с привычными количественными показателями сравнительных оценок. Например, для подкрепленной оболочки $N_G = 0,6$ означает, что ее масса составляет 60% от массы гладкой оболочки. Ограничение диапазона N_G справа позволяет в задачах оптимизации отбросить из рассмотрения конструкции, применение которых лишено практического смысла. Например, несущая способность трехслойных оболочек зависит от жесткости заполнителя на сдвиг. При маложестком заполнителе трехслойные конструкции, имея $N_G > 1$, проигрывают по сравнению с однослойными гладкими и их применение нецелесообразно. Из условия $N_G = 1$ нетрудно установить область параметров таких конструкций.

Аналогично могут быть получены коэффициенты эффективности по массе для других конструктивных систем. Например, для сечений, работающих на прочность при изгибе, самым несовершенным является сплошное круглое сечение, которое может быть положено в основу сравнения (рис. 9). При проектировании обычно не возникает вопрос об эффективности прямоугольного сечения по сравнению с круглым, так как форма сечений сразу однозначно принимается из конструктивных соображений. Конструктора интересует

целесообразность облегчения сечений и какую конкретно выборку принять, при которой обеспечивается желаемое совершенство. Поэтому сравнение целесообразно провести, как это показано на рис. 9, для одной формы сечения: только круглого или только прямоугольного.

СОвершенство МАТЕРИАЛОВ ПО МАССЕ

Назначение материалов является важным процессом в создании конструкций, лимитированных по массе, так как правильный их выбор может существенно улучшить характеристики изделия и экономичность. При этом действуют ограничивающие требования по коррозионной стойкости, теплостойкости и т. п. Приходится учитывать также стоимость, наличие материалов и их технологические свойства.

В последние годы широкое распространение получили неметаллические композиционные материалы (КМ). Высокая удельная прочность и жесткость, а также технологичность обеспечивают в ряде случаев существенные преимущества по сравнению с традиционными металлическими материалами. Среди отличительных особенностей проектирования и создания изделий из КМ [2, 4...6, 8] отметим следующие.

1. Неотъемлемой частью проектирования является конструирование материала — определение рациональных структур многослойного пакета и разработка технологического процесса изготовления. Все эти стороны создания конструкций из армированных материалов взаимосвязаны и не могут рассматриваться изолированно.

2. Учитываются такие специфические свойства материала:

«старение», т. е. изменение механических характеристик во времени. В связи с этим создание КМ должно сопровождаться в течение длительного времени периодическими исследованиями в естественных условиях и сравнением результатов с полученными при ускоренных испытаниях;

сравнительно низкие модули упругости КМ. С учетом этого могут стать определяющими ограничения по деформативности, которые будут диктовать требования к выбору схем армирования и конструктивным формам;

сравнительно низкие теплостойкость, прочность на сдвиг и жесткость. Это ограничивает применение КМ для некоторых конструкций и условий эксплуатации.

3. Благодаря высокой удельной прочности представляется несомненной эффективность использования КМ в конструкциях емкостей высокого давления.

4. Сложным является вопрос обеспечения геометрической точности узлов. Специфика заключается в том, что изделия получают сразу в готовом виде, без механической обработки. При этом на конечные размеры влияют качество исходных материалов,

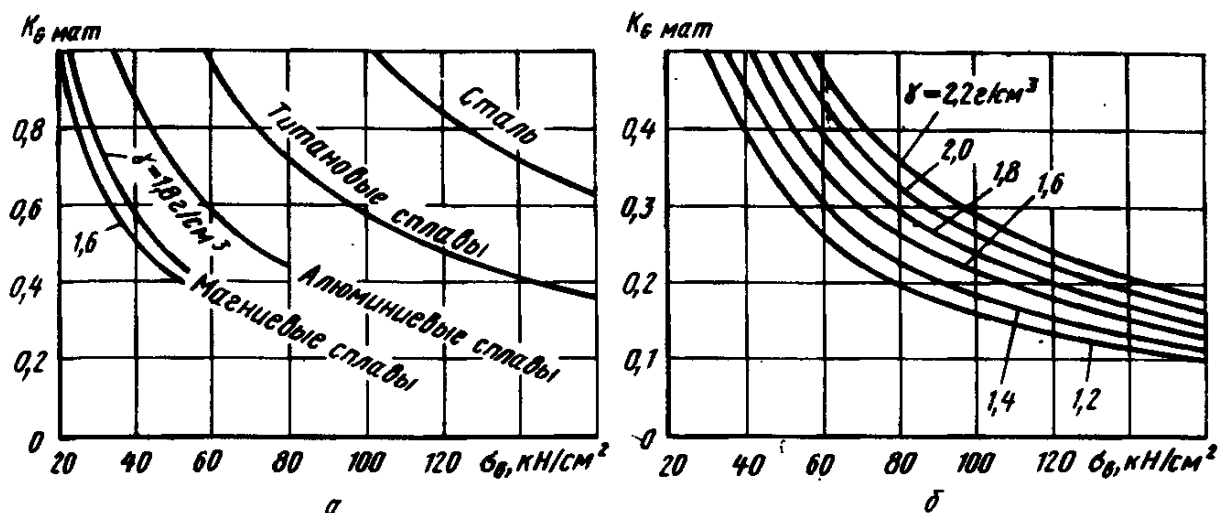


Рис. 10. Коэффициент совершенства по массе металлических (а) и неметаллических (б) материалов

технологические процессы и условия последующей эксплуатации, связанные с процессом старения.

5. Представляет специфику контроль физико-механических характеристик материала в конструкции. В ряде случаев исключается использование какого-либо припуска. Поэтому возрастает необходимость разработки методов неразрушающего контроля.

6. В связи с перечисленным возрастает объем экспериментальной отработки и круг вопросов, подлежащих исследованию.

7. Одним из сложных вопросов проектирования является создание комбинированных конструкций «композиционный материал—металл» и узлов соединений с металлическими отсеками.

В целом для силовых конструкций сложных форм не всегда легко определить наиболее эффективный материал. Различными будут критерии его оценки для конструкций, работающих на прочность и устойчивость. Наиболее просто решается вопрос выбора материалов для деталей с простыми схемами нагружения.

Детали, работающие на прочность. Из выражения (5) запишем коэффициент $K_{G \text{ мат}}$ как отношение удельной прочности условной стали с пределом прочности $\sigma_{\text{в}} = 100 \text{ кН/см}^2$ к удельной прочности рассматриваемого материала

$$K_{G \text{ мат}} = \frac{(\sigma_{\text{в}}/\gamma)_{\text{ст}}}{(\sigma_{\text{в}}/\gamma)_{\text{рассм. мат}}} \quad (6)$$

Здесь $(\sigma_{\text{в}}/\gamma)_{\text{ст}} = 12,8 \text{ км}$. Коэффициент $K_{G \text{ мат}}$ показывает, какую долю составляет масса идеальной детали из рассматриваемого материала от массы детали из условной стали. Наиболее выгодным будет тот материал, который имеет меньший коэффициент $K_{G \text{ мат}}$. Как видно из рис. 10, а, наиболее предпочтительны высокопрочные титановые сплавы с $\sigma_{\text{в}} = 120 \dots 140 \text{ кН/см}^2$, для которых $K_{G \text{ мат}} = 0,48 \dots 0,41$. Алюминиевые сплавы с $\sigma_{\text{в}} = 50 \text{ кН/см}^2$ и магниевые с $\sigma_{\text{в}} = 35 \text{ кН/см}^2$ имеют $K_{G \text{ мат}} = 0,65 \dots 0,7$, при этом масса деталей по сравнению с титановыми сплавами будет больше на 40...55%.

Для неметаллических композиционных материалов конструктивная прочность определяется в основном прочностью армирующих волокон. Коэффициент $K_{G \text{ мат}}$ определялся по выражению (6), при этом под пределом прочности σ_b понимался показатель эквивалентной прочности на разрыв, реализуемой в конструкции. Как видно на рис. 10, б, композиционный материал с конструктивным пределом прочности $\sigma_b = 100..120 \text{ кН/см}^2$ при $\gamma = 1,4 \text{ г/см}^3$ имеет $K_{G \text{ мат}} = 0,179...0,149$, что на 60...70% меньше в сравнении с титановым сплавом, имеющим $\sigma_b = 120 \text{ кН/см}^2$.

Для некоторых металлических конструкций из условия недопустимости остаточных деформаций принимают, чтобы при максимальных эксплуатационных нагрузках напряжения в детали не превышали предел текучести σ_T . Из этого условия следует, что отношение предела прочности к пределу текучести должно быть меньше принятого коэффициента безопасности, т. е. $\sigma_b/\sigma_T \leq f$. Например, материал, имеющий $\sigma_b/\sigma_T = 1,5$, может применяться для конструкций, рассчитываемых с коэффициентом безопасности 1,5 и выше. Однако недопустим расчет с $f = 1,25$. Это условие становится существенным для конструкций одноразового действия, рассчитываемых с низкими коэффициентами безопасности. Таким образом, при $\sigma_b/\sigma_T > f$ коэффициент совершенства рассматриваемого материала равен

$$K_{G \text{ мат}} = \frac{(\sigma_b/\gamma)_{\text{ст}}}{(\sigma_T f/\gamma)_{\text{рассм. мат}}} . \quad (7)$$

Необходимо принять также во внимание, что у ряда материалов предел текучести на сжатие отличается от предела текучести на растяжение в большую или меньшую сторону. У многих марок сталей и титановых сплавов предел текучести сжатия оказывается на 5 ... 15% выше, чем при растяжении, а у некоторых нагартованных сталей, нагартованных алюминиевых сплавов и магниевых — на 20 ... 50% ниже предела текучести на растяжение.

Приведенные данные относятся к деталям, работающим на растяжение или сжатие, где обеспечивается условие полной равнопрочности и механические свойства материала используются полностью. Такими деталями могут быть стержни, оболочки емкостей давления и т. п. Эти данные могут быть использованы также при рассмотрении деталей, элементы которых работают в условиях, близких к равномерному растяжению (распорные шпангоуты емкостей, равнопрочные балки с двутавровым или швеллерным тонкостенным сечением). Однако для многих сложных деталей сравнение материалов по показателям коэффициентов $K_{G \text{ мат}}$ будет весьма ориентировочным. Поэтому значения рис. 10 можно рассматривать как теоретические для идеальной равнопрочной детали. Кроме того, реальное совершенство конструкций отличается от идеального из-за наличия различных конструктивных надстроек, а также ограничений технологического характера (трудность выполнения стенок небольшой толщины, невозможность удаления материала в недоступных для обработки местах и т. п.).

Несилловые детали. Их размеры определяются конструктивными соображениями. Коэффициент совершенства — отношение плотности рассматриваемого материала к плотности стали $K_{G \text{ мат}} = \gamma_{\text{рассм. мат}}/\gamma_{\text{ст}}$. Минимальная масса детали обеспечивается при применении материала с наименьшей плотностью.

Например, масса деталей из магниевых сплавов составляет 20... 23% от массы стальных, а по сравнению с алюминиевыми они оказываются меньше на 34%.

Оболочки, работающие на устойчивость. Из выражения (5) запишем коэффициент совершенства материала по массе как отношение удельной жесткости стали к удельной жесткости рассматриваемого материала:

для цилиндров и конусов под осевым сжатием и сфер под внешним давлением

$$K_{G \text{ мат}} = \frac{(E^{1/2}/\gamma)_{\text{ст}}}{(E^{1/2}/\gamma)_{\text{рассм. мат}}} ; \quad (8)$$

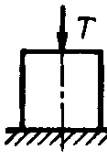
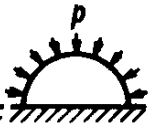
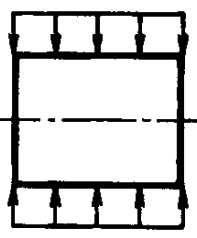
для цилиндров и конусов под внешним давлением

$$K_{G \text{ мат}} = \frac{(E^{2/5}/\gamma)_{\text{ст}}}{(E^{2/5}/\gamma)_{\text{рассм. мат}}} . \quad (9)$$

Коэффициент $K_{G \text{ мат}}$ показывает, какую долю составляет масса оболочки из рассматриваемого материала от массы стальной детали при одинаковой их несущей способности. Значения $K_{G \text{ мат}}$, приведенные в табл. 2, могут учитываться в комплексных задачах

Таблица 2

Коэффициенты совершенства материалов по массе для оболочек

Материал	$E \cdot 10^{-4}$, кН/см ²	γ , г/см ³	$K_{G \text{ мат}}$	
			 1	 2
				 3
Сталь	2	7,8	1,0	1,0
Титановые сплавы	1,1	4,5	0,778	0,729
Алюминиевые сплавы	0,7	2,7	0,585	0,525
Магниевые сплавы	0,43	1,8	0,498	0,424
	0,5	1,6	0,41	0,358
Бериллиевые сплавы	2,1	2,0	0,25	0,252
Стеклопластики	0,3/0,336	2,21	0,732	0,582
Органоластики	0,4/0,448	1,35	0,388	0,316
Боропластики	1,0/1,12	2,0	0,363	0,324
Углепластики	0,85/0,952	1,5	0,295	0,260

* Указаны значения приведенного модуля упругости $E_{\text{пр}}$ двунаправленного материала, которые определены по данным однонаправленного пластика [5, 8] по зависимостям, описанным в ч. III. Данные в числителе относятся к схемам 1, 2; в знаменателе — к схеме 3.

как константы, характеризующие совершенство материалов. Ими можно пользоваться при рассмотрении однослойных гладких, вафельных, а также трехслойных оболочек (см. рис. 4).

Из металлических материалов наименьшей массой (при одинаковых конструкциях стенки) обладают оболочки из бериллиевых сплавов, затем идут магниевые, алюминиевые и наименее выгодными оказываются стальные конструкции. Низкие значения предела текучести могут явиться серьезным ограничением для применения алюминиевых, магниевых и бериллиевых сплавов. Из неметаллических конструкций наибольшую массу имеют стеклопластиковые оболочки, затем идут органопластиковые, боропластиковые и углепластиковые. Необходимо отметить, что наилучшими показателями совершенства в сравнении со всеми металлическими и КМ обладают бериллиевые сплавы.

Бериллий обладает уникальным сочетанием лучших показателей физических и механических свойств. По удельной прочности, теплоемкости и жаропрочности он также превосходит все другие металлы. Американские специалисты относят его к числу выдающихся аэрокосмических материалов. Однако применение бериллия в технике сдерживают три недостатка: хладноломкость, токсичность и высокая стоимость.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОСТИ ОБОЛОЧЕК, ПРОЕКТИРОВОЧНЫЕ МЕТОДЫ

Рассмотрим некоторые общие положения, относящиеся к оптимизации оболочек и определению конструкций минимальной массы. Наиболее просто задача решается для простейших конструкций, работающих на прочность или устойчивость, — неподкрепленных гладких оболочек. После того как марка сплава установлена, сразу однозначно определяются все размеры. Для подкрепленных и трехслойных оболочек оптимальные параметры не устанавливаются однозначно из исходных уравнений состояния. Это объясняется появлением дополнительных ограничений, сложностью исходных уравнений и множеством подлежащих варьированию параметров.

Прежде всего задача оптимизации должна решаться в общей постановке: теоретическое исследование возможностей рассматриваемой конструкции — установление оптимальных параметров. Исследование не должно быть ограничено какими-либо условиями, не существенными для установления оптимальной конструкции. Например, масса вафельной или трехслойной оболочки определяется только из условия обеспечения общей потери устойчивости, местная же устойчивость стенки обеспечивается соответствующим конструированием без дополнительных затрат массы. Аналогично масса трехслойной оболочки зависит в основном от разности несущих слоев, модуля упругости заполнителя на сдвиг и его плотности. Практические же условия реализации конструкций обычно накладывают ряд таких ограничений, как прочность материала, прочность соединения слоев, технологические и конструктивные

ограничения по толщинам, а также по конструкции заполнителя и т. п. Перечисленные ограничения являются важными и могут оказаться даже решающими для осуществления проектируемой конструкции, но они не являются определяющими для теоретической оценки возможностей конструкции.

Полученные результаты исследований оптимальности в общей постановке позволяют со своей стороны выставить конкретные требования к параметрам прочности материала, технологии и т. п., к которым следует стремиться для обеспечения или приближения к оптимальному значению.

Исследование оптимальности может быть осуществлено: на основании прямого расчета нескольких вариантов конструкции; аналитически, методами математического программирования с помощью ЭВМ и аналитически в сочетании с методами математического программирования. Первый метод, широко использующийся в вариантном проектировании, применяется, когда рассматриваемые параметры заранее ограничены узким диапазоном. Аналитический метод предпочтителен, так как дает наиболее универсальную форму результата в виде аналитических зависимостей. Однако он не всегда осуществим из-за сложности используемых уравнений.

Широко применяющиеся в последние годы методы математического программирования с использованием ЭВМ являются наиболее эффективными методами исследования оптимальности. Их недостатком является то, что они не дают аналитическую форму результатов исследований. При большом числе варьируемых переменных результат может быть представлен большим объемом числовых значений, которые затруднительны для использования в комплексных задачах проектирования.

Наиболее эффективный и универсальный для проектирования результат может быть получен с применением аналитического метода в сочетании с методами математического программирования с использованием ЭВМ. При сравнительно сложных для аналитических преобразований зависимостях проводятся приближенные исследования с целью установления структурного вида уравнений, определяющих параметры оптимальной конструкции, область действительных значений и характер их изменения. Использование ЭВМ позволяет определить точные числовые значения и на их основе затем уточнить и скорректировать приближенные зависимости.

Для исследования оптимальности и методического обеспечения проектирования важное место занимает создание прикладных методик. Построение рациональной методики достигается: введением упрощающих допущений, обоснованных анализом точных решений или путем качественного исследования задачи; аппроксимацией отдельных составляющих уравнений или всего выражения; корректировкой полученных методик экспериментальными данными.

При преобразовании используемых зависимостей прежде всего делается оценка входящих параметров и составляющих членов уравнений с точки зрения практической целесообразности их учета и удержания. Например, количество волн, образующихся при потере устойчивости, в подавляющем большинстве не представляет практического интереса и их удержание в исследуемых уравнениях затрудняет использование зависимостей в целях проектирования и исследования оптимальности. Аналогично не имеет практического смысла учет ряда составляющих уравнений, если пренебрежение ими ухудшает точность расчета на 10...15%. Поэтому любое исследование целесообразно завершать получением нетрудоемких зависимостей, в том числе и для более грубого приближенного расчета.

К сожалению, успехи вычислительной техники породили у ряда авторов представление о ненужности прикладного завершения теоретических исследований, поэтому законченность работы часто определяется возможностью использования ее с применением ЭВМ. Это приходится отметить, так как ничем не оправданная сложность многих методик практически исключает их понимание и использование непосредственно конструктором, которому приходится сочетать и увязывать знания многих дисциплин.

Развитие и совершенствование проектировочных методов имеет, во-первых, научное значение, так как требует, с одной стороны, обобщения и систематизации имеющихся теоретических решений, с другой — корректировки с эмпирическими данными; а в дальнейшем — периодического пересмотра и уточнения накопленных знаний.

Во-вторых, проектировщик во всем прежде всего видит качественную сторону. Только с приобретением таких знаний и навыков приходит способность осознанно ориентироваться во всем и быстро получать приближенные оценки. Если это не поддерживать, возникает угроза потери профессиональных навыков — снижение результативности проектных работ. Американские специалисты образно назвали такие проявления «компьютерной атрофией» интеллектуальных навыков. Поэтому остается актуальной разработка упрощенных, но достаточно точных зависимостей, позволяющих проектировщикам видеть физическую сущность процессов и самостоятельно выделять основные и второстепенные параметры. Это представляет конструктору доступный активный инструмент проектирования, простая интерпретация закономерностей способствует формированию научного мировоззрения.

При преобразовании зависимостей устанавливается структурный вид искомых уравнений. Этому помогают имеющиеся зависимости для простейших аналогичных схем, которые являются также и предельным выражением уравнений. Вид зависимостей существенно упрощается, если удастся выразить их в безразмерных параметрах, при этом значительно уменьшается и число варьируемых при проектировании параметров.

Пример 1. При определении критического всестороннего давления для вфельной цилиндрической оболочки требуется вычисление приведенных жесткостей стенки B_1 и D_2 , которые зависят от четырех геометрических параметров (см. часть II): $\delta_{исх}$, δ , c , b . При введении безразмерных параметров φ , ψ выражение критической нагрузки может быть записано в виде

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} F(\varphi, \psi). \quad (10)$$

В пределе при $\psi = 1$, $F(\varphi, \psi) = 1$ зависимость (10) превращается в выражение для неподкрепленной гладкой оболочки. Таким образом, полученная формула для вафельных оболочек в основе включает простейшую схему, а функция F учитывает конструктивные особенности рассматриваемой системы. Аналогично структурные формулы могут быть представлены и для трехслойных оболочек, где функция F будет учитывать специфику таких конструкций — относительный разнос слоев и влияние жесткости заполнителя на сдвиг.

Пример 2. Степень допущений, принимаемых при преобразовании, зависит от требований, предъявляемых к методу. Например, необходимо установить зависимость массы вафельной оболочки от заданной нагрузки. В результате качественного анализа зависимостей установлено, что для оптимальной оболочки масса определяется в основном параметром ψ . Получена упрощенная приближенная формула, связывающая критическое давление с эквивалентной по массе толщиной δ_2 :

$$p_{кр} = 0,45k \frac{E\delta_2^{5/2}}{lR^{3/2}} \psi \sqrt[4]{\psi}.$$

Используя подобный подход, можно получить практические методики для расчета многих конструктивных систем. Так были получены рекомендуемые в книге формулы для расчета вафельных и трехслойных оболочек, краевых перемещений вафельных оболочек, геометрических характеристик тонкостенных сечений и др. Некоторые промежуточные параметры можно получить в виде графиков или числовых табличных данных. Однако итог исследования только тогда приобретает законченную форму, если он представлен в аналитическом виде.

Общую постановку решения задачи оптимизации тонкостенных оболочек и особенности ее решения рассмотрим на примере трехслойной оболочки. Изложенный подход может быть применен для любой другой системы.

Пример 3. Задача оптимального проектирования сводится к отысканию параметров уравнения состояния

$$P_{кр} = P(k, h, \delta, R, l, E, G_{зап}), \quad (11)$$

при которых целевая функция принимает наименьшее значение (обозначения см. в ч. III). Целевой функцией согласно принятому показателю (5) при $K_{G\text{мат}} = \text{const}$ будет коэффициент совершенства трехслойной конструкции по массе

$$K_G = \frac{G_{тр}(k, h, \delta, G_{зап}, \mu, R, l)}{G_{гл}(k, \delta, R, l)}. \quad (12)$$

Задачу удобно решать, если ввести безразмерные параметры $\lambda = h/\delta$ и $d = \frac{l}{R} \left(\frac{h}{R}, \frac{h}{l}, \frac{G_{зап}}{E} \right)$. Запишем выражения (11) и (12) в виде

$$K_G = K(\lambda, d, \mu); \quad f(d, \lambda, \zeta). \quad (13)$$

Рассматривая выражения (13), заметим, что относительная плотность заполнителя μ и параметр исходных данных ζ задаются в начале проектирования в зависимости от конкретных конструктивно-технологических требований. Поэтому данную задачу можно решить следующим образом: задаваясь рядом значений параметров $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots$ и $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots$, определяемым возможным диапазоном их изменении, можем определить параметры оптимальной конструкции λ и d . Таким образом, задача сводится к определению минимума целевой функции лишь двух переменных

$$K_G = K(\lambda, d) \quad (14)$$

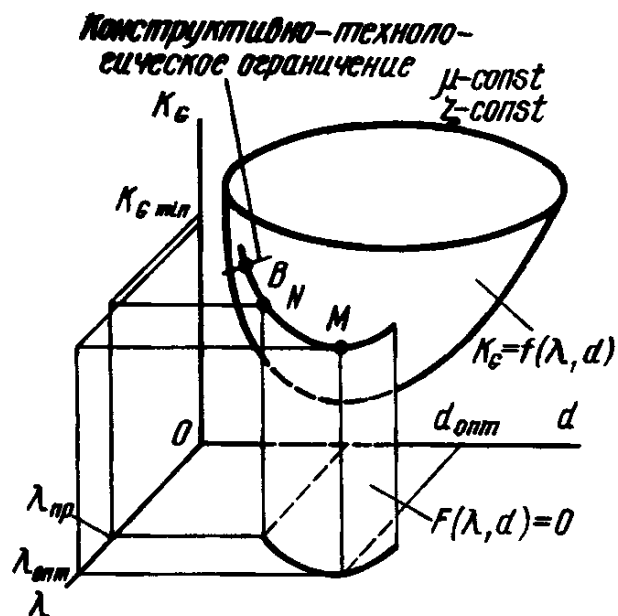


Рис. 11. Определение оптимальных параметров трехслойной оболочки (M) и конструкции минимальной массы (B)

также значение коэффициента совершенства конструкции с этими параметрами

$$K_{G \min} = K(\lambda_{\text{опт}}, d_{\text{опт}}).$$

Понятие оптимальная конструкция употребляется и когда речь идет просто о конструкции минимальной массы, полученной с учетом конструктивно-технологических ограничений. В практическом смысле неправомерным также следует считать установление параметров оптимальной конструкции из уравнений для идеальных оболочек.

В данной книге под оптимальной понимается конструкция наименьшей массы, параметры которой получены из целевой функции с учетом единственного ограничения, описанного уравнением состояния, которое скорректировано по результатам экспериментальных исследований. Такая конструкция, определяемая точкой M , в ряде случаев может рассматриваться только как теоретически возможная. В реальном проектировании вступают в силу ограничения, которые часто существенно отодвигают значения принимаемых параметров от оптимальных в зону точки B . Такую конструкцию и соответствующие ей параметры будем называть конструкцией минимальной массы.

Исследования для трехслойных оболочек показывают, что вблизи точки M целевая функция имеет весьма пологий характер. Это дает основание в реальном проектировании идти на некоторое отступление от экстремальных значений параметров. Поэтому параметры оптимальной оболочки устанавливались с допущением проигрыша массы, который принимался равным 6%. При таком незначительном отступлении от оптимальности достигается существенное уменьшение суммарной толщины пакета трехслойной стенки при большей толщине несущих слоев, что целесообразно принять

при условии, что эти переменные связаны между собой уравнением

$$F(\lambda, d) = 0. \quad (15)$$

Таким образом, в итоге задача представлена системой уравнений (14, 15) с двумя переменными λ и d . Решение может быть получено приближенно аналитическим путем или одним из методов математического программирования с помощью ЭВМ. Уравнение (14) описывает некоторую поверхность в трехмерном пространстве λ , d и K_G , пересеченную цилиндрической поверхностью (15) с образующими, параллельными оси K_G (рис. 11). Задача состоит в том, чтобы на линии пересечения этих двух поверхностей найти точку условного минимума M функции (14). В результате определяются параметры $\lambda_{\text{опт}}$ и $d_{\text{опт}}$, соответствующие минимуму массы конструкции, а

с точки зрения технологии изготовления. Таким образом, взамен математического экстремума M оптимальные конструкции можно представить диапазоном MN , в интервале которого конструкцию будут называть оптимальной.

ГЛАВА 2

ОСОБЕННОСТИ РАБОТ ПО ОБЕСПЕЧЕНИЮ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ

ВЫБОР РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ

Чтобы произвести расчет конструкции, ее необходимо схематизировать, представив в виде простейших элементов, для которых существуют готовые решения (балки, кольца, пластины, оболочки и т. п.). Условия работы конструкции описываются с некоторым приближением: предполагается полная определенность закрепления, геометрических размеров, формы и свойств материалов. Этот процесс идеализации называется выбором расчетной схемы. Разработка расчетных схем проводится в следующей последовательности.

1. Анализ работы конструкции: определение взаимодействия отдельных деталей, оценка степени их участия в общей силовой схеме, установление последовательности передачи сил, общая оценка характера работы (прочность или устойчивость, изгиб, кручение, растяжение и т. п.).

2. Выделение укрупненных расчетных схем, составляющих основу конструкции, расчленение на оболочки, шпангоуты, балки, кольца, рамы и т. д.

3. Анализ работы укрупненных схем и выделение в них элементарных. Например, в шпангоуте под сосредоточенными силами помимо работы его как кольца тонкостенные элементы будут рассматриваться как пластинки; в месте приложения сил и в самом шпангоуте выделяются расчетные схемы для оценки соединений (заклепочных, болтовых, штифтовых и пр.).

4. Определение условий взаимодействия выделенных элементов и оценка возможности аналитического описания.

5. Анализ опубликованных источников, пригодных для применения в качестве методов расчета; при необходимости — назначение плана теоретического исследования для разработки новых методов. Данная работа является составной частью формирования расчетных схем, так как принимаемая схема определяется и возможностями имеющихся теоретических разработок.

6. Описание принимаемых допущений и качественная оценка их влияния на результат расчета.

Процесс схематизации конструкции неизбежно приводит к некоторой погрешности расчета по отношению к реальной прочности. Число и характер принимае-

мых допущений определяется требуемой степенью точности. Большая точность, как правило, достигается ценой значительного усложнения расчета. Принимая допущения, необходимо четко представить, как они могут повлиять на результат расчета. При этом особенно важно правильно оценить каждое допущение: принимается оно в запас прочности или нет. Обычно невозможно дать какую-либо количественную оценку допущений, однако в каждом расчете необходимо следить за тем, чтобы в целом она не повышала запас прочности. Как правило, большинство допущений принимают в запас прочности, особенно в тех случаях, если экспериментальная проверка не предполагается. При выборе расчетной схемы и оценке допущений часто используется предполагаемый характер и порядок разрушения конструкций, который иногда даже определяет выбор расчетной схемы.

Серьезные затруднения могут возникнуть из-за сложности силовой схемы. В таком случае приходится выбирать приближенные расчетные схемы, вследствие чего расчет часто носит весьма условный характер и не выявляет действительно ослабленные сечения. Неработоспособность конструкции, не выявленная при проведении расчетов из-за приближенности, может обнаружиться на поздних стадиях, что приводит к огромным материальным потерям, связанным с доработкой изготовленных изделий. Из этого следует, что конструкция должна по возможности иметь простую силовую схему с явно выраженными в силовом отношении функциями ее узлов и деталей. Трудно рассчитываемая схема неизбежно приводит к неравнопрочной конструкции без достаточных гарантий работоспособности. Ее применение оправдывается только существенными преимуществами.

Подобные затруднения возникают также, когда нет готовых теоретических решений. Если теоретическое решение задачи не представляется возможным из-за сложности или недостатка времени, приходится пользоваться приближенными расчетными схемами, принимая в запас прочности грубые допущения. В итоге это также приводит к неравнопрочности и увеличению массы.

Иногда для расчета одного элемента выбирают несколько расчетных схем. Это делают в тех случаях, когда нет ясности о том, какие действительные граничные условия имеет реальная конструкция. Например, намечаемая расчетная схема представляется в виде двухопорной балки. Реальные условия закрепления имеют что-то среднее между защемлением и опиранием. В этом случае среднее сечение рассчитывают как для шарнирно опертой балки, а концевое (у опоры) — как для защемленной. При этом изгибающие моменты будут несколько завышены.

Выбор расчетной схемы зависит от цели расчета. Для летательных аппаратов большое значение имеют требования, предъявляемые по массе и габаритам. Чем крупнее узел, тем большее значение имеет точность расчета. Точный расчет дает большую экономию массы. Для узла с небольшими напряжениями при отсутствии ограничений по массе не имеет смысла создавать сложную расчетную схему.

Расчетная схема может быть принята также с целью определения перемещений. Достаточно точно они определяются для конструкций под равномерно-распределенными нагрузками. В боль-

шинстве же случаев при действии сосредоточенных сил определение перемещений представляет более сложную задачу, чем расчет напряжений, поэтому наиболее достоверно они могут быть определены экспериментально.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Проектировочный расчет. Проводится на стадии проектной разработки с целью определения наиболее рациональной компоновки, оптимальных параметров и оценки основных размеров. Применяемые здесь методики должны быть достаточно просты, а принимаемые допущения не должны приводить к сомнительным результатам.

Проверочный расчет. Проводится для оценки прочности конструкции в целом и по отдельным деталям. Расчет должен учитывать фактические данные конструкции: размеры, механические свойства материала, а также все существенные для прочности требования, заданные техническими условиями на изготовление, которые необходимо четко представить и правильно учесть. Например, обычно достаточно провести расчет по номинальным размерам. Однако в ряде случаев необходимо знание минимальных размеров. Может быть существенным качество поверхности деталей, наличие концентраторов и способ изготовления (литьем, штамповкой или механическим фрезерованием).

Сравнением вычисленных напряжений σ или τ с допускаемыми $[\sigma]$ определяются коэффициенты расчетного запаса $\eta = [\sigma]/\sigma$ и $\eta = [\tau]/\tau$. Для конструкций, работающих на устойчивость, расчетный запас равен отношению критических нагрузок к расчетным $\eta = P_{кр}/fP_0$. Конструкция удовлетворяет требованиям прочности, если $\eta = 1$. При $\eta > 1$ имеется избыток прочности. Реальная работа конструкции почти никогда не соответствует принятой расчетной схеме, поэтому определение точных значений разрушающих нагрузок теоретическим путем практически невозможно, за исключением некоторых простейших схем. Наиболее достоверно разрушающие нагрузки, как правило, устанавливаются опытным путем. Из приближенности расчетных схем также следует, что к оценке конструктивных изменений по расчетным запасам нужно подходить с осторожностью. Не зная допущений и всех условий, принятых в расчете, можно прийти к неверному выводу.

Последнее время широкое применение для расчетов конструкций находит метод конечных элементов [5], хорошо приспособленный для машинной реализации. Его преимуществом является получение исчерпывающе полной, объемной картины напряженно-деформированного состояния и, как показывает сравнение с экспериментами, высокая точность результатов. Использование метода целесообразно для оценки сложных конструктивно-силовых схем. Важной частью обработки расчетных данных является рациональное представление полученных результатов и графическое изображение состояния конструкции. Метод не позволяет использовать полученные результаты для прикидочных оценок местных изменений конструкции и затруднителен для применения в качестве активного инструмента проектирования.

Проверочный расчет дает основание сделать заключение о прочности конструкции. Расчет может выявить недостаточную прочность некоторых сечений или неработоспособность силовой схемы. Последнее имеет место в случаях, когда проектирование проводилось без расчета.

ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ И КОНСТРУКТОРСКАЯ ОТРАБОТКА

При освоении чертежно-технической документации отрабатывается технология изготовления. На данном этапе выявляются существенные для прочности новые технологические факторы, которые ранее не учитывались в расчетах. Для улучшения технологичности вводятся некоторые изменения. Технологические факторы могут существенно влиять на прочность. Сложность их учета состоит в том, что обычно невозможно дать количественную оценку и, следовательно, нельзя учесть расчетным путем. Например, в тонкостенных конструкциях, работающих на устойчивость, влияние качества изготовления наиболее достоверно учитывается по испытаниям натурных отсеков.

Конструкторская отработка изделия или отдельных его агрегатов проводится в реальных или близких к реальным условиях эксплуатации. При этом могут быть выявлены новые дополнительные случаи нагружения конструкции или отдельных деталей.

Выявленные в процессе отработки новые технологические факторы и условия эксплуатации могут потребовать корректировки расчетов и пересмотра расчетных случаев. При этом может возникнуть необходимость изменения конструкции, а иногда даже всей силовой схемы. Однако в ряде случаев целесообразен другой подход: исходя из фактической прочности разработанной конструкции ввести ограничения в технологические процессы, режимы эксплуатации, изменить конструкцию обслуживающих систем.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОТРАБОТКА КОНСТРУКЦИЙ

Направление исследований и объекты испытаний. Экспериментальные исследования проводятся с целью: проверки и уточнения новых теоретических зависимостей (обычно на модельных образцах); проверки принципиально новых конструкций (на моделях или упрощенных конструкциях, иногда — натурных образцах); отработки натурной конструкции.

Перед началом экспериментальных работ составляется план исследований с перечнем вопросов, подлежащих выяснению, разрабатывается документация на изготовление объектов испытаний. Экспериментальные исследования натурных конструкций обычно требуют больших материальных затрат, связанных с изготовлением исследуемого агрегата, а также специальной оснастки однораз-

вого использования. Поэтому план эксперимента в целом, включая объем измерений, случаи нагружения и их последовательность, продумывается самым тщательным образом. Число предусматриваемых измерений должно дать исчерпывающе полный объем информации. Правильная формулировка вопросов, связанных с построением плана экспериментов, является наиболее сложной и ответственной задачей. В методических исследованиях с особой тщательностью должно быть исключено влияние посторонних и случайных факторов и уменьшено число исследуемых параметров.

Опытная отработка прочности проводится на моделях или натурных образцах. Модели позволяют проверить закономерности используемых теорий, силовую схему конструкции и получить прогнозирующие данные о работе натурального отсека. Модель изготавливается обычно в уменьшенном масштабе, конструктивно подобной натурному отсеку. Конструктивные элементы, несущественные для прочности, не воспроизводятся. Проверка на моделях в отличие от отработки на натуральных узлах имеет такие преимущества:

- 1) простота изготовления и небольшая стоимость моделей;
- 2) сравнительно короткий срок изготовления;
- 3) возможность оценки работоспособности силовой схемы и выявление ее недостатков на стадии проектных разработок;
- 4) возможность сравнительной проверки одновременно нескольких конструктивных вариантов для определения наиболее рационального решения.

Однако ряд существенных недостатков не позволяет всю отработку проводить на моделях. К их числу относятся:

- 1) наличие погрешности, вызванной влиянием масштабного фактора, невозможность полной имитации технологических факторов и качества изготовления;
- 2) ограниченные возможности создания конструктивно подобных моделей, обусловленные технологическими пределами изготовления;
- 3) неизвестность (в ряде случаев) критериев подобия;
- 4) недостаточная точность, полученная на моделях результатов при переходе к натурному образцу для узлов и сборок, спроектированных с низкими коэффициентами безопасности;
- 5) для некоторых конструкций большая стоимость модели по сравнению с натурным узлом.

Для тонкостенных конструкций, работающих на устойчивость, существенная разница технологий, способов и качества изготовления натурального узла и модели может явиться серьезным препятствием в отработке моделированием.

Необходимость испытаний натурной конструкции определяется степенью ее ответственности, сложностью расчетной схемы, достоверностью используемых расчетных методов. Объем исследований зависит от точности применяемых расчетных методов. Испытаниям подвергается натуральный агрегат или часть его. Обязательным усло-

нием является сохранение реальных условий заделки торцов. В экспериментальной сборке должны быть установлены также все конструктивные элементы, влияющие на прочность (приварные элементы, местные вырезы, различные конструктивные надстройки).

Результаты экспериментальной отработки имеют общенаучное и инженерно-познавательное значение.

Конструкции, работающие на прочность. Испытания проводятся с целью определения: разрушающей нагрузки и подтверждения реализации принятого коэффициента безопасности, жесткости конструкции при эксплуатационных нагрузках, напряженного состояния для проверки правильности расчетов.

Испытания натурального узла позволяют получить истинные данные о конструктивной прочности и жесткости с учетом всех особенностей конструкции, технологии и материала. По замеренным напряжениям и виду разрушения проводится анализ работы конструкции, заново рассматриваются принятые ранее расчетные схемы, допущения и при существенном расхождении вносятся корректировка, приближающая расчет к эксперименту. При анализе результатов испытаний необходимо особенно внимательно отнестись к определению истинных причин разрушения, так как часто один вид разрушения является следствием другого. Ошибочность анализа может привести к тому, что действительная причина разрушения останется невыясненной.

Эксперимент может выявить недостаточную прочность отдельных сечений. Причиной этого может быть приближенность расчета, ошибка, допущенная при вычислениях. Испытания могут показать и неработоспособность силовой схемы — следствие неправильно принятой расчетной схемы (обычно в случаях трудно рассчитываемых конструкций) или, если проектирование проводилось без расчета. Испытания помогают выявлять способы повышения надежности конструкции. Иногда оказывается, что с усилением отдельного элемента детали практически без потери массы можно существенно повысить несущую способность всего узла.

Одновременно с устранением всех недостатков выявляются сечения, обладающие избытком прочности, расчетным путем оценивается возможность выполнения равнопрочности всей детали и ее облегчения. Для этого необходимо, чтобы объем измерений давал достаточно полную картину. По результатам испытаний делают заключение о прочности узла и отдельных его элементов с учетом проведенных изменений.

Оболочки, работающие на устойчивость. Их экспериментальная проверка проводится с целью определения минимального уровня несущей способности конструкции. Для этого должен быть набран достаточный статистический материал по нескольким испытаниям. Случайный характер разброса коэффициентов устойчивости k обуславливает возможность использования в расчетах вероятностных методов, которые позволяют установить с заданной вероятностью реализации минимальное значение k , принимаемое

в окончательных расчетах. При ограниченном объеме экспериментальных данных определение коэффициентов k производится с учетом равноценных испытаний аналогичных конструкций.

Отличительной чертой экспериментальных исследований оболочек, работающих на устойчивость, является общий характер накапливаемых данных. Иными словами, каждый эксперимент, который, казалось бы, несет сугубо индивидуальные черты, в действительности обязательно имеет и элементы общего характера, особенности которых повторяются в других конструкциях. Это положение остается справедливым и тогда, когда используемые объекты обнаруживают и явно недопустимые недостатки. Накопленные опытные данные систематизируются по характерным признакам и обобщаются по группам. Этот процесс включает рассмотрение и обобщение всех предшествующих опытных данных, известных по публикациям. Таким образом, обобщение накопленных данных представляет собою диалектический процесс познания действующих закономерностей общего характера (установление уровня k), а также частного (установление факторов, снижающих значения k). Итог обобщений имеет законченный характер, если он представлен в аналитической форме. Это достигается на основе теоретических исследований влияния несовершенств и рациональной обработки опытных данных. Можно выделить два этапа познания. На первом этапе проверяется и уточняется качественный характер действующих закономерностей, на втором — на основе обобщения накопленных эмпирических данных разрабатываются или уточняются рабочие методики.

Анализ полученных результатов. Проводится в следующей последовательности.

1. Сопоставляются замеренные напряжения с расчетными. Наиболее удобно такую оценку проводить по графическим построениям распределения замеренных и расчетных напряжений. Такая обработка позволяет, помимо всего, выявить и скорректировать ошибочные результаты измерений.

2. Определяются действующие силовые факторы и усилия в характерных сечениях, делается их сравнение с расчетными.

3. Оценивается достоверность каждого принятого в расчете допущения.

4. В результате обобщения всех вышеперечисленных данных дается качественная оценка правильности принятых расчетных схем и намечаются пути их уточнения. В ряде случаев намечаются новые расчетные схемы.

5. Уточняется расчетный метод, при необходимости определяются корректирующие расчетные коэффициенты.

6. Для сечений с недостаточной прочностью намечаются необходимые усиления, а для сечений, имеющих избыточные запасы, намечаются облегчения.

7. После принятия окончательного решения по изменению конструкции делается подробный расчет прочности по скорректированной методике.

Если изменения имеют принципиальный характер, проводятся повторные испытания для подтверждения правильности принятых решений. Любое экспериментальное исследование завершается изложением результатов, формулировкой выводов и рекомендаций. Анализ, систематизация и обобщение данных эксперимента — весьма ответственная часть исследований.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ УСТОЙЧИВОСТИ ОБОЛОЧЕК ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

Для оболочек, работающих на устойчивость, анализ экспериментальных данных сводится к определению нижнего уровня несущей способности, который устанавливается по минимальному коэффициенту устойчивости k , принимаемому для расчета. Заданными данными являются n независимых экспериментов в виде ряда значений разрушающих нагрузок $P_1, P_2, P_3, \dots, P_i, \dots, P_n$ и параметры испытанных оболочек. Механические свойства материала устанавливаются по фактическим данным, определенным на нескольких образцах, вырезанных из оболочки. Геометрические характеристики сечения стенки определяются по замерам в нескольких точках на образцах, вырезанных из зон разрушения. За окончательно принимаемую в расчет толщину стенки можно брать среднее значение.

Таким образом, статистический анализ результатов испытаний сводится к анализу разброса одной случайной величины — коэффициента k . В результате вычислений получим статистическую совокупность значений $k_1, k_2, k_3, \dots, k_i, \dots, k_n$. Как показывает статистический анализ обработки данной совокупности по построению гистограмм, плотность распределения случайной величины k подчиняется нормальному закону распределения

$$p(k) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(k-k_{\text{ср}})^2}{2\sigma^2}}, \quad (16)$$

где

$$k_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_i, \quad (17)$$

$k_{\text{ср}}$ — среднее статистическое случайной величины; σ — среднее квадратичное отклонение — параметр, характеризующий степень разброса случайной величины k относительно среднего значения,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (k_i - k_{\text{ср}})^2}. \quad (18)$$

Чем больше величина σ , тем больше рассеяние результатов испытаний относительно среднего значения. Распределения плотности вероятности с большим и малым значениями σ показаны на рис. 12.

Вероятность того, что значения случайной величины будут находиться в каком-то определенном интервале, называют доверительной вероятностью, а этот интервал — доверительным. Границы доверительного интервала (рис. 13)

$$k_p = k_{\text{ср}} \pm d, \quad (19)$$

где d — отклонение случайной величины, $d = t\sigma/\sqrt{n}$.

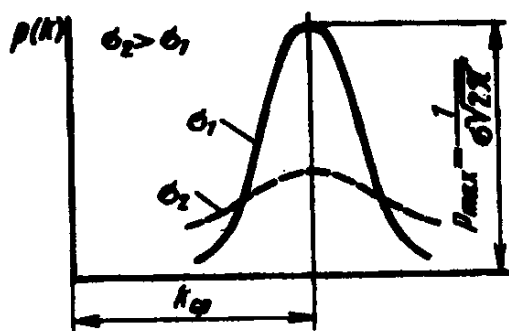


Рис. 12. Закон распределения плотности вероятности с одним значением $k_{ср}$ и различными σ

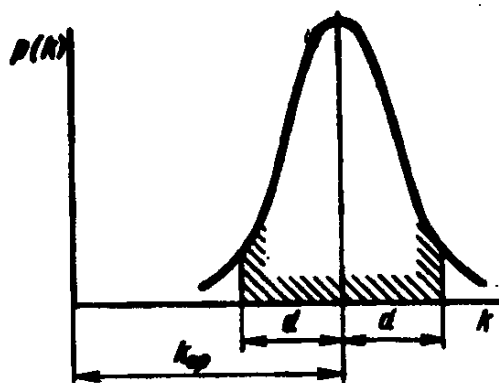


Рис. 13. Вероятность отклонения случайной величины от среднего значения

Если, например, коэффициент k_p определяют при доверительной вероятности $P = 0,95$, это означает, что в 95% случаев равенство (19) окажется справедливым. В математической статистике часто используется правило «трех сигм» $d = 3\sigma$, в соответствии с которым пренебрегают отклонением случайной величины от среднего значения свыше 3σ . Доверительная вероятность при этом $P = 0,997$.

Таблица 3

Значения параметра t в зависимости от доверительной вероятности P и числа экспериментов n

n	P						
	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	1,963	3,08	6,31	12,71	31,80	63,7	63,7
3	1,336	1,896	2,92	4,30	6,96	9,92	31,6
4	1,250	1,638	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
5	1,190	1,533	2,13	2,77	3,75	4,60	8,61
6	1,156	1,476	2,02	2,57	3,36	4,03	6,86
7	1,134	1,440	1,943	2,45	3,14	3,71	5,96
8	1,119	1,415	1,895	2,36	3,00	3,50	5,40
9	1,108	1,397	1,860	2,31	2,90	3,36	5,04
10	1,100	1,383	1,833	2,26	2,82	3,25	4,78
15	1,076	1,345	1,761	2,14	2,62	2,98	4,14
20	1,066	1,328	1,729	2,09	2,54	2,86	3,88
30	1,055	1,311	1,699	2,04	2,46	2,76	3,66
∞	1,036	1,282	1,645	1,960	2,33	2,58	3,29

Коэффициент доверительной вероятности t определяется из табл. 3 в зависимости от задаваемой вероятности P и числа экспериментов n . Таким образом, при заданной вероятности P определим минимальный коэффициент устойчивости, принимаемый для расчета конструкций:

$$k_{p \min} = k_{ср} - d. \quad (20)$$

Пример. Получены результаты испытаний шести гладких оболочек под осевым сжатием:

l	1	2	3	4	5	6
k	0,383	0,216	0,202	0,380	0,346	0,223

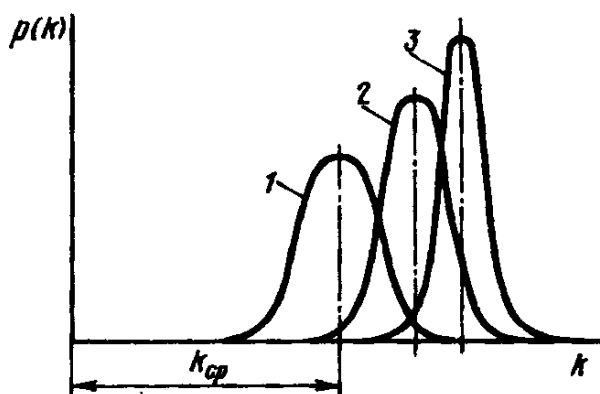


Рис. 14. Распределение плотности вероятности различных групп оболочек: 1 — конструкции этапа отработки; 2 — модели; 3 — серийное изготовление

Определить минимальный коэффициент k при доверительной вероятности $P = 0,99$. По формулам (17) и (18) вычислим $k_{cp} = 0,292$; $\sigma = 0,0865$. Определив по табл. 3 для $n = 6$ и $P = 0,99$ значение $t = 4,03$, по формуле (20) вычислим

$$k_{p \min} = 0,292 - 4,03 \frac{0,0865}{\sqrt{6}} = 0,15.$$

При обработке совокупности экспериментов, состоящих из различных оболочек и групп, требуется оценка их статистической равноценности, т. е. должна быть уверенность в том, что ни одно из анализируемых значений k не является следствием какого-либо в значительной степени влияющего на разрушающую нагрузку фактора, например грубого дефекта и пр.

Неравноценность различных групп можно показать на следующих примерах. Уровень несущей способности оболочек зависит от технологии и качества изготовления и индивидуальных особенностей конструкции. Поэтому условия выполнения моделей, как бы они не были приближены к натуре по жесткости и уровню действующих напряжений, могут отличаться от натуральных образцов в ту или другую сторону (рис. 14). Как показывает сравнение экспериментальных данных вновь разрабатываемых конструкций, изготовленных и испытанных на этапе отработки и результатов периодических испытаний узлов серийного изготовления, уровень несущей способности последних оказывается несколько выше.

КОНТРОЛЬ ПРОЧНОСТИ В СЕРИЙНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Качество изготовления продукции в серийном производстве обеспечивается выполнением требований чертежа. Однако в некоторых конструкциях (например, в сварных, клеевых и паяных соединениях, в деталях из композиционных материалов) прямой контроль качества весьма затруднителен. Кроме того, в процессе изготовления возможны скрытые дефекты в результате воздействий, не оговоренных технологическим процессом. Поэтому для ответственных и сложных узлов предусматривают контроль прочности непосредственно в процессе изготовления: опрессовка каждого узла нагрузкой, превышающей эксплуатационное значение, периодические испытания узлов до разрушения.

Опрессовочные испытания. Им подвергаются баллоны, емкости, работающие под давлением, подъемно-транспортные узлы (гибкие тяги, траверсы, подвески), если конструкция представляет собой сложный сборный узел (наличие сварных, заклепочных соединений и т. п.). При этих испытаниях нагрузка каждого узла составляет 1,15 ... 1,25 от эксплуатационного значения, а для конструкций одноразового действия — 1,05 ... 1,15. При хорошо отлаженном технологическом процессе и качественном из

готовлении разрушение узлов при опрессовочной нагрузке исключено. Опрессовка может привести к повреждению конструкции (образованию местных трещин, поломке отдельных деталей, разрушению всего узла), если в процессе изготовления были допущены грубые отступления от документации или технологического процесса изготовления.

Однако опрессовочные испытания не гарантируют достаточную прочность каждого узла, так как они в принципе не могут показать, имеет ли изготовленный узел требуемый запас прочности.

Периодические испытания. Подвергаются этим испытаниям до разрушения ответственные детали, узлы или агрегаты с высоким уровнем действующих напряжений. К ним относятся баллоны и емкости высокого давления, подъемно-транспортные элементы, узлы крепления двигательных установок. Разрушение таких конструкций в эксплуатации приводит к тяжелым последствиям и представляет опасность для жизни обслуживающего персонала. Разрушение контрольного образца должно происходить при нагрузке, превышающей или равной произведению эксплуатационной величины на нормированный коэффициент безопасности.

Различают периодические испытания деталей от партии и установочные. Испытаниям от партии подвергаются отдельные детали или сравнительно простые узлы (болты, тяги, баллоны давления) в количестве одного или нескольких штук от изготовленной партии. Под партией понимается группа деталей, изготовленных в одинаковых условиях (из металла одной плавки, с одновременной термообработкой всей партии и т. п.).

Периодическим испытаниям подвергаются также сравнительно крупные узлы, агрегаты или все изделие для подтверждения стабильности технологического процесса во времени. В зависимости от требуемой степени надежности конструкции такие испытания назначаются один раз в полгода или один раз в год.

Установочные испытания узлов или агрегатов проводятся в следующих случаях: возобновление производства узлов после продолжительного перерыва; принципиальное изменение технологии изготовления; изготовление продукции на одном заводе по документации и технологическим процессам, освоенным на другом заводе. Известны случаи, когда продукция, изготовленная по одной и той же документации на разных заводах, заметно отличалась по несущей способности. Это связано с различиями культуры производства и квалификации рабочих и многими другими факторами.

Периодические испытания считаются положительными, если разрушение контрольного образца произошло при нагрузке не ниже расчетной. В этом случае вся изготовленная продукция считается годной. Если разрушение произошло при нагрузке ниже расчетного значения, устанавливаются причины разрушения, определяется возможность их повторения на всей изготовленной продукции и после устранения дефектов проводятся повторные

испытания. При отрицательных результатах повторных испытаний изготовленная продукция бракуется.

Необходимо отметить, что периодические испытания не являются непосредственной проверкой прочности каждого узла или агрегата. Такие испытания только гарантируют, что при отлаженном и стабильном технологическом процессе нормированный коэффициент безопасности, заложенный в конструкцию, будет реализован. Однако может оказаться, что в числе продукции, признанной по испытаниям годной, отдельные агрегаты имеют скрытые дефекты. В последнее время для проверки некоторых простых конструкций внедряются неразрушающие методы контроля, позволяющие контролировать конструктивную прочность каждого узла при нагружении его эксплуатационной нагрузкой.

ЧАСТЬ II

УСТОЙЧИВОСТЬ ГЛАДКИХ И ПОДКРЕПЛЕННЫХ ОБОЛОЧЕК И ПЛОСКИХ ПЛАСТИН

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- $\delta_{исх}$ — толщина исходного листа вафельной оболочки;
 δ — толщина гладкой оболочки, стенки вафельной оболочки, пластинки;
 h — высота ребра;
 r — радиус сопряжения ребра со стенкой;
 c, s — ширина кольцевых, продольных (для днищ — радиальных) ребер;
 b, a — шаг кольцевых, продольных (для днищ — радиальных) ребер, размеры сторон пластинки;
 δ_0 — эквивалентная толщина условной гладкой оболочки, которая получается при равномерном «размазывании» ребер по поверхности стенки;
 $\delta_{пр}$ — приведенная толщина стенки вафельной оболочки, характеризующая ее изгибную жесткость;
 ψ — коэффициент эффективности подкрепления;
 φ — коэффициент подкрепления оболочки;
 φ_1, φ_2 — коэффициенты подкрепления оболочки в продольном и кольцевом направлениях;
 l — длина оболочки между шпангоутами;
 L — длина всей оболочки;
 R — радиус кривизны оболочки;
 R_0, R_1 — радиусы окружности малого и большого оснований конуса;
 α — угол полураствора конуса;
 E, ν — нормальный модуль упругости, коэффициент Пуассона материала;
 $T_{кр}$ — критическая осевая сила общей потери устойчивости;
 $T_{кр.м}$ — критическая осевая сила местной потери устойчивости;
 $Q_{кр}$ — критическая поперечная сила общей потери устойчивости;
 $Q_{кр.м}$ — критическая поперечная сила местной потери устойчивости;
 $p_{кр}$ — критическое нормальное давление общей потери устойчивости;

- $p_{кр. м}$ — критическое нормальное давление местной потери устойчивости;
 $\sigma_{кр}$ — критические нормальные напряжения сжатия;
 $\tau_{кр}$ — критические касательные напряжения;
 B_1, D_1 — жесткость сечения стенки оболочки на растяжение (сжатие) и на изгиб в продольном направлении;
 B_2, D_2 — жесткость сечения стенки оболочки на растяжение (сжатие) и на изгиб в кольцевом направлении;
 $\left| \frac{a}{b} \right|$ — числовой коэффициент в формулах для вафельных оболочек:
 a — при $r = h$; b — для оболочек с прямоугольными ребрами ($r = 0$);
 K_G — коэффициент совершенства по массе рассматриваемой оболочки в сравнении с неподкрепленной гладкой;
 $K_{G \min}$ — коэффициент совершенства оптимальной оболочки.

Тонкостенные оболочечные конструкции широко используются в аэрокосмических аппаратах, объектах транспортного и химического машиностроения, строительных сооружениях, подвергаясь в процессе эксплуатации комбинированному воздействию внешних сил. При достижении некоторого критического уровня нагрузок они теряют устойчивость. Обладая легкостью, пространственная тонкостенная система — оболочка представляет собой исключительно жесткую конструктивную форму. При ее расчете и проектировании приходится учитывать влияние ряда технологических и конструктивных факторов: качество изготовления, отклонения оболочки от теоретических обводов, несовершенство формы в районе сварных швов или конструктивных надстроек. Все они, как правило, учитываются соответствующим выбором коэффициентов устойчивости k . Учет всех факторов представляет весьма сложную задачу, поэтому на практике несущая способность конструкций устанавливается испытаниями натурных образцов. При проектировании же коэффициенты устойчивости принимаются по имеющимся в опубликованных работах рекомендациям или статистическим данным испытаний аналогичных конструкций.

Существующие теоретические решения позволяют определить значения k для наиболее простых случаев, в основном для гладких оболочек. Обобщение теоретических основ расчета устойчивости оболочек содержится в [10, 12, 29 и др.].

Стремление получить конструкцию с наименьшей массой приводит к использованию подкрепленных оболочек, одним из видов которых являются оболочки вафельного типа. Как показывают исследования, их применение обеспечивает снижение массы по сравнению с гладкими оболочками в 1,5 ... 2 раза. Это достигается в основном за счет рационального размещения материала подкрепленной стенки и благодаря меньшей чувствительности к кон-

структивно-геометрическим и технологическим несовершенствам. Критическая нагрузка вафельной оболочки соответственно в 2,5 ... 4 раза больше, чем равной по массе гладкой. Малая чувствительность вафельных оболочек к несовершенствам подтверждается небольшим разбросом экспериментальных данных, что указывает на их потенциальную надежность в сравнении с гладкими оболочками.

Вафельные оболочки изготавливаются штамповкой, химическим травлением, механическим и электроимпульсным фрезерованием (способы названы в последовательности повышения точности изготовления). От способа и точности изготовления существенно зависит их совершенство по массе. Оболочки, изготовленные химическим травлением, имеют нерациональный профиль сечения ребер, так как большая часть материала расположена около нейтральной оси сечения стенки с присоединенным ребром, и поэтому проигрывают в массе до 10% и более. При больших значениях ψ наиболее рациональными в отношении массы будут вафельные оболочки с тавровыми ребрами, изготовленными механическим фрезерованием.

У подкреплённых оболочек сравнительно высокий уровень критических напряжений потери устойчивости, расчетная величина которых может превышать значения предела текучести. По многочисленным экспериментам, проведенным на таких конструкциях для всех видов нагрузок и форм оболочек, отмечено, что достижение действующих напряжений σ_t приводило к потере устойчивости, не позволяя эффективно использовать подкрепление, поэтому ниже для всех случаев рекомендуется выбирать такой материал, при котором обеспечивалось бы условие $\sigma_{кр} \leq \sigma_t$. При необходимости особенности учета работы материала за пределом упругости и обобщение экспериментальных данных для гладких оболочек могут быть найдены в [12].

Приведенные в данной части зависимости для оболочек вафельного типа получены из известных выражений для конструктивно-ортотропных оболочек аналогично тому, как это сделано в гл. 3 для цилиндров под осевым сжатием.

ГЛАВА 3

ОСЕВОЕ СЖАТИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

ГЛАДКИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Устойчивость при центральном сжатии. Потеря устойчивости оболочек при сжатии происходит внезапно, хлопком, с образованием глубоких ромбических вмятин, обращенных к центру кривизны (рис. 1, а). Вдоль образующей располагаются несколько поясов вмятин. Такую форму потери устойчивости называют не-

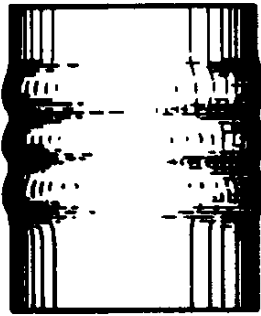


Рис. 1. Формы потери устойчивости цилиндров при осевом сжатии:
а — несимметричная; б — осесимметричная

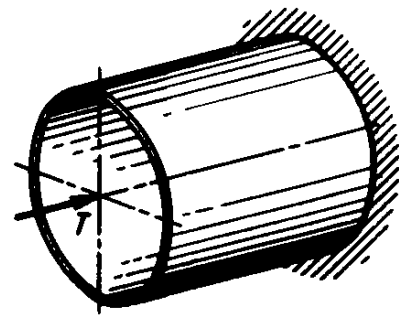


Рис. 2. Цилиндр под действием осевой силы

симметричной. Реже наблюдается осесимметричная форма с образованием в окружном направлении одной кольцевой вмятины (рис. 1, б), обычно на коротких оболочках, а на длинных — при одновременном нагружении осевой силой и внутренним давлением.

Как показывают многочисленные эксперименты, формула критических напряжений для идеальных оболочек $\sigma_{кр} = 0,605 E \delta / R$ дает значения, существенно большие, чем наблюдаемые в ходе опыта. Даже для оболочек, изготовленных с большой тщательностью точением на токарном станке, значения критических напряжений оказываются в 2 ... 3 раза меньше по сравнению с данными для идеальных оболочек. Величина коэффициента устойчивости, при котором происходит разрушение, составляет 0,15 ... 0,3 вместо 0,605. Критические напряжения и осевая сила соответственно (рис. 2)

$$\sigma_{кр} = k \frac{E \delta}{R}; \quad T_{кр} = 2 \pi k E \delta^3. \quad (1)$$

Коэффициент устойчивости k для качественно изготовленных оболочек рекомендуется определять по зависимости, хорошо согласующейся с результатами многочисленных экспериментов, полученных разными авторами при $R/\delta = 100 \dots 1500$ (рис. 3):

$$k = \frac{1}{\pi} \sqrt[8]{\left(\frac{100\delta}{R}\right)^3}. \quad (2)$$

Если оболочки изготовлены недостаточно качественно и начальные несовершенства соизмеримы с толщиной стенки, расчетные значения k снижают примерно вдвое. Несовершенства, заметно превышающие толщину стенки оболочки, вообще недопустимы, так как при этом заметно снижается жесткость конструкции.

Короткий тонкостенный цилиндр, длина которого $l \leq 1,22 \sqrt{R \delta}$ для опертых и $l \leq 2,5 \sqrt{R \delta}$ для защемленных краев, рассчитывается по формуле для широкой пластинки:

$$\sigma_{кр} = k \frac{E \delta^3}{l^3}, \quad (3)$$

где коэффициент k равен 0,9 для опертых и 3,6 для защемленных краев.

Для длинных оболочек эллиптического сечения (рис. 4) критические напряжения определим по формуле [27]

$$\sigma_{кр} = k \frac{E\delta b}{a^2}. \quad (4)$$

Здесь коэффициент k определяется по графику, приведенному на рис. 3, при этом принимается $R = a^2/b$.

Устойчивость при изгибе. Эксперименты показывают, что выпучивание оболочек средней длины при чистом изгибе происходит хлопком с образованием вмятин в сжатой зоне. Наличие растянутой зоны и неравномерность распределения сжимающих напряжений здесь оказывают существенное влияние. При чистом изгибе критические напряжения на 25% превышают величину, соответствующую равномерному сжатию [10]. Начальные вмятины в растянутой зоне не оказывают влияния на несущую способность.

В общем случае внецентренного сжатия критические напряжения определим по формуле

$$\sigma_{кр} = k \frac{E\delta}{R} \left(1 + \frac{\alpha}{8} \right), \quad (5)$$

где $\alpha = 1 - \sigma''/\sigma'$. Здесь σ' — максимальные напряжения сжатия (с учетом знака), σ'' — напряжения в диаметрально противоположной зоне. Коэффициент k определяется по графику на рис. 3.

Действующие на оболочку изгибающий момент M и осевая сила T (рис. 5) приводятся к эквивалентной сжимающей силе:

$$T_{экв} = T + \frac{2M}{R}. \quad (6)$$

Критическая эквивалентная сжимающая сила

$$T_{кр. экв} = T_{кр} \beta, \quad (7)$$

где

$$\beta = \frac{2,5 + RT/M}{2 + RT/M}.$$

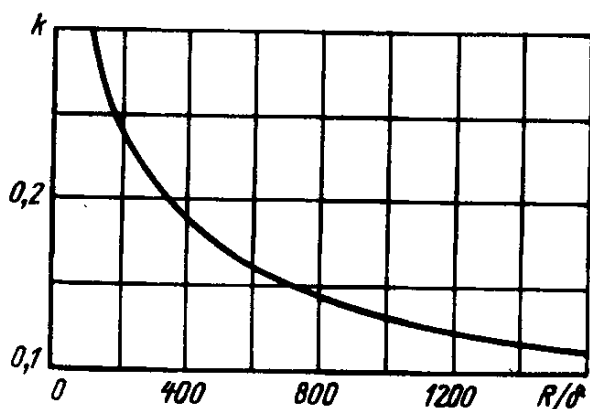


Рис. 3. Коэффициент устойчивости k для гладких цилиндров

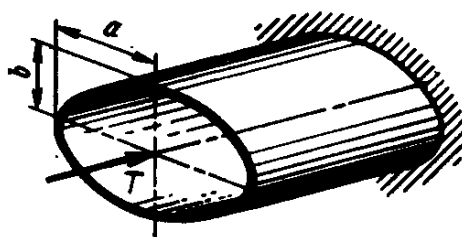


Рис. 4. Цилиндр эллиптического сечения под действием осевой силы

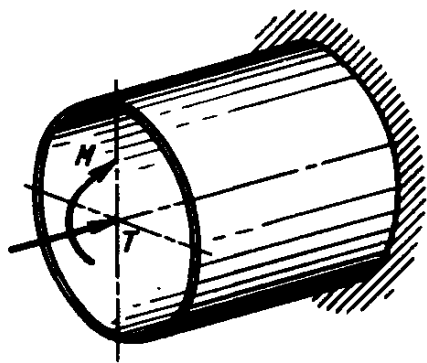


Рис. 5. Цилиндр под действием осевой силы и момента

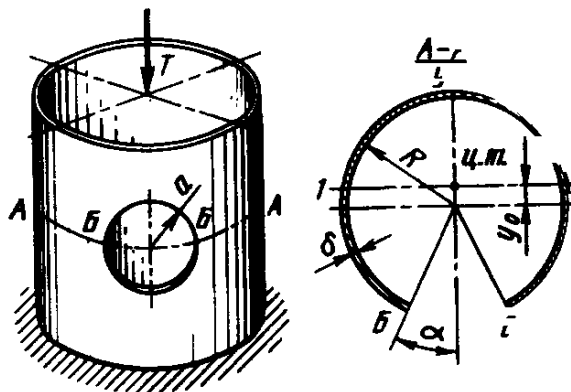


Рис. 6. Оболочка с круговым отверстием под действием осевой силы

Здесь $T_{кр}$ — критическая сила при центральном сжатии. Для чистого изгиба моментом M , когда осевая сила равна нулю $\alpha = 2$, $\beta = 1,25$:

$$\sigma_{кр} = 1,25k \frac{E\delta}{R}; \quad T_{кр. экв} = 1,25T_{кр}. \quad (8)$$

Оболочки с круговым отверстием (рис. 6). По результатам обобщений достаточно обширных экспериментальных данных [11, 16, 28] относительно оболочек с параметрами $0 < a/R \leq 0,5$, $200 \leq R/\delta \leq 1000$ получены следующие данные в зависимости от параметра отверстия $\rho = a/\sqrt{R\delta}$. До значений $\rho = 0,45$ заметного влияния отверстия не обнаруживается. В диапазоне $\rho = 0,45 \dots 2$ отмечается резкое снижение критической нагрузки (рис. 7). Разрушение происходит по общей форме потери устойчивости, такой же, как и у оболочек без отверстия. Область $\rho > 2$ характеризуется менее заметным снижением нагрузки.

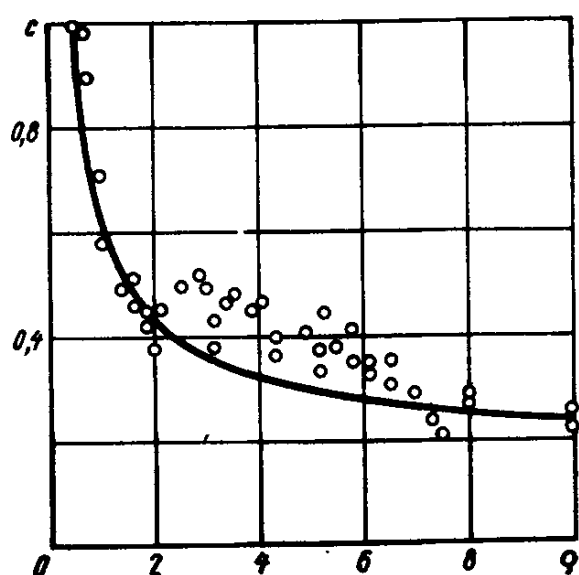


Рис. 7. Изменение коэффициента c (экспериментальные данные)

Вмятины концентрируются в края отверстия и распространяются от него преимущественно в окружном направлении на расстояние, не превышающее двух диаметров отверстий.

Критическая осевая сила равномерно распределенная нагрузка на нагруженном торце оболочки:

$$T_{кр. отв} = T_{кр}c, \quad (9)$$

где при $\rho \geq 0,45$

$$c = \frac{0,46}{\sqrt{\rho^3}} + 0,16.$$

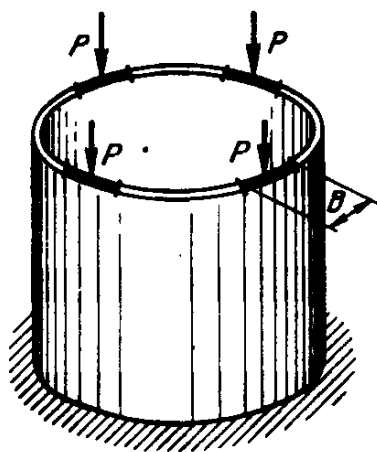


Рис. 8. Цилиндрическая оболочка под действием локальных сил

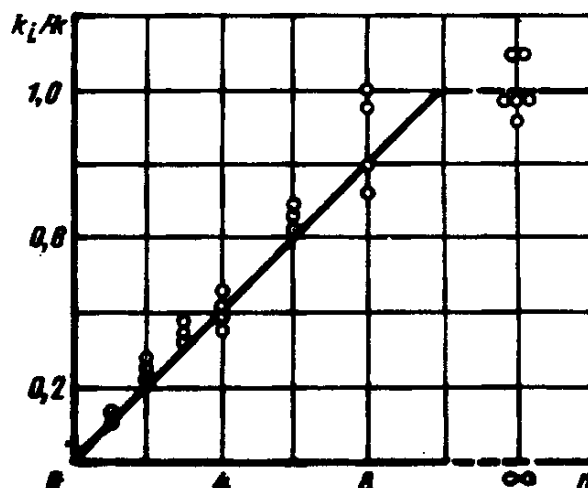


Рис. 9. Расчетные и экспериментальные значения k_l/k в зависимости от n

Максимальные напряжения сжатия в точках B сечения $A-A$

$$\sigma = -\frac{T}{F} - \frac{T y_0 y}{I_1} = -T \left[\frac{1}{F} + \frac{y_0}{I_1} (y_0 + R \cos \alpha) \right],$$

где F , I_1 , y_0 — площадь, собственный момент инерции и координата центра тяжести сечения соответственно.

Оболочки под действием n локальных сил (рис. 8). По данным экспериментальных исследований [17] при $1 < n < 10$ критическая локальная сила и суммарная критическая нагрузка соответственно

$$P_{кр} = 2\pi \cdot 0,1 k E \delta^3; \quad T_{кр} = P_{кр} n = 2\pi k_l E \delta^3. \quad (10)$$

Коэффициент k определяется по формуле (2) или графику на рис. 3. Экспериментальные и расчетные значения отношений k_l/k показаны на рис. 9. При $n \geq 10$ суммарная критическая нагрузка, действующая на оболочку $T_{кр}$, может быть определена по формуле (1) для равномерно распределенной на торце силы. Исследования [17] проводились на стальных оболочках с $R/\delta \approx \approx 200$, ширина площадки нагружения на торце B , определяемая прочностью, равнялась $R/3$. Потеря устойчивости происходила хлопком с образованием вмятин в зонах приложения сил.

Порядок проектировочного расчета. На оболочку действуют сила T и момент M .

1. Определим коэффициент β и эквивалентную силу $T_{экр}$.

2. Приняв коэффициент безопасности f и определив разрушающую нагрузку $T_{кр} = f T_{экр} / \beta$, вычислим

$$\delta = 0,36 \left(\frac{T_{кр} \sqrt[3]{R^3}}{cE} \right)^{0,42}.$$

Для качественно изготовленных оболочек $c = 1$; для оболочек, в которых предполагаются несовершенства, превышающие значение толщины стенки, $c = 0,5$.

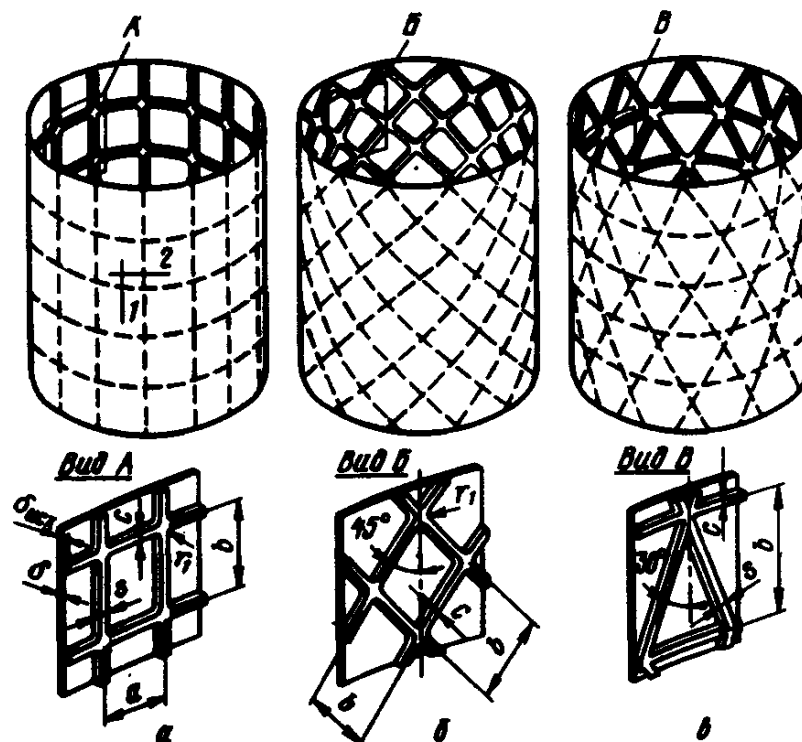


Рис. 10. Вафельные оболочки с расположением ребер:
 а — продольно-кольцевым; б — перекрестным; в — перекрестно-кольцевым

3. При окончательно принятой толщине определим критические напряжения $\sigma_p = T_{кр}/2\pi R\delta$, сравним их с пределом текучести: $\sigma_p \leq \sigma_T$.

АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНОСТИ ВАФЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Под вафельными оболочками будем понимать конструктивно-ортотропные оболочки с часто расположенным подкрепляющим набором, изготовленным заодно со стенкой. Наблюдается общая потеря устойчивости — выпучивание стенки вместе с подкрепляющими ребрами и местное выпучивание стенки, ограниченной ребрами.

Критическая сила идеальной конструктивно-ортотропной оболочки соответственно для несимметричной и симметричной форм потери устойчивости

$$T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1 - \nu^2) B_1 D_2}; \quad T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1 - \nu^2) B_2 D_1}. \quad (11)$$

При выводе расчетных формул полагаем, что в продольном и кольцевом направлениях оболочка имеет одинаковые приведенные жесткости $B_1 = B_2$, $D_1 = D_2$. Такими могут быть вафельные оболочки с продольно-кольцевым, перекрестным или перекрестно-кольцевым набором ребер (рис. 10). Экспериментально установлено при изгибе плоских вафельных панелей, что для первых двух вариантов при всех равных размерах изгибная жесткость в направлениях 1 и 2 одинакова.

Сечение стенки вафельной оболочки описывается четырьмя параметрами: толщиной исходного листа $\delta_{исх}$, толщиной стенки δ ,

шагом ребер b и их шириной c . Расчетные зависимости удобнее выразить двумя безразмерными параметрами $\psi = \delta_{исх}/\delta$ и $\varphi = 2\pi c/b$.

Масса оболочки определяется нагрузкой общей потери устойчивости. Необходимо определить оптимальное соотношение между коэффициентами φ и ψ , т. е. функцию $\varphi_{опт} = f(\psi)$, а также исследовать эффективность вафельных оболочек по массе с целью выбора оптимальной величины коэффициента ψ .

Проведем исследование для оболочки с прямоугольным сечением ребер ($r = 0$). Коэффициент совершенства, показывающий, какую часть составляет масса вафельной оболочки от массы гладкой, равной с ней по несущей способности:

$$K_G = \frac{\delta_o}{\delta_{гл}} = \frac{1 + 0,318\varphi(\psi - 1)}{[1 + 0,28 \sqrt[3]{\varphi^2(\psi^2 - 1)}]^{1/2}}. \quad (12)$$

Из условия $dK_G/d\varphi = 0$ с достаточной точностью получим выражения

$$\varphi_{опт} = \frac{0,55}{\sqrt{\psi}}; \quad (13)$$

$$K_{G \min} = \frac{1 + 0,175 \frac{\psi - 1}{\sqrt{\psi}}}{\left(1 + 0,188 \frac{\psi^2 - 1}{\sqrt[3]{\psi}}\right)^{1/2}}. \quad (14)$$

Для диапазона $4 \leq \psi \leq 10$ с погрешностью менее 1% можно записать

$$K_{G \min} = \frac{1,53}{\sqrt{\psi}}. \quad (15)$$

Изменение коэффициента $K_{G \min}$ показано на рис. 11. На графике приводятся также результаты исследований для оболочек, изготавливаемых химическим фрезерованием (при $r = h$).

В настоящее время такие оболочки практически не применяются, поскольку из-за нерациональной формы ребер они играют в массе механически фрезерованным с прямоугольными ребрами.

В исследованиях оптимальности принимался уровень действующих напряжений равным $0,8\sigma_T$. При этом из условия равнопрочности на общую и местную потерю устойчивости для оболочек из алюминиевых и магниевых сплавов получим диапазон изменения параметра $b/\delta \approx 40 \dots 50$.

Результаты анализа позволяют сделать следующие важные в практическом отношении выводы.

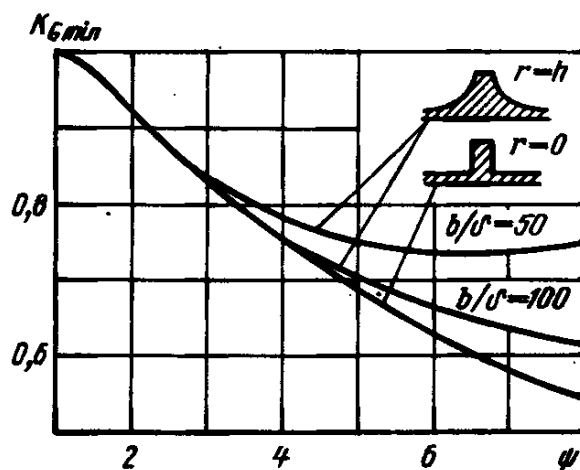


Рис. 11. Коэффициент совершенства по массе вафельных оболочек

1. При малых значениях коэффициента эффективности ($\psi < 3$) вафельные оболочки не имеют ощутимых преимуществ по массе в сравнении с гладкими.

2. При $\psi = 6 \dots 8$ обеспечивается снижение массы в 1,6 ... 1,8 раза. С дальнейшим увеличением χ выигрыш в массе будет менее заметным, однако трудоемкость и стоимость изготовления возрастают, так как увеличивается исходная толщина $\delta_{исх}$. Поэтому применение вафельных оболочек обычно ограничивается значением $\psi \leq 8 \dots 10$.

3. Как показывают оценки, при изменении φ в диапазоне $\varphi = (0,5 \dots 1,5) \varphi_{опт}$ изменение массы оболочки не превышает 5%. Это дает возможность выбирать φ в широком диапазоне при учете конструктивных и технологических факторов.

4. Эффективность оболочек, изготовленных химическим травлением, существенно зависит от уровня критических напряжений. При их значении, близком к пределу текучести материала, в широком диапазоне $4 \leq \psi \leq 8$ исследуемые параметры практически являются постоянными величинами: $\varphi_{опт} \approx 0,24$, $K_{G \min} \approx 0,75$. При $\psi = 8$ проигрыш в массе оболочкам с прямоугольными ребрами составляет около 40%, при $\psi = 5 \dots 6$ — 10 ... 20%. Применение таких оболочек может быть оправдано при низком уровне напряжений порядка $0,2\sigma_T$ ($b/\delta = 100$).

Эти результаты получены при сравнении идеальной гладкой и вафельной оболочек и справедливы и для реальных оболочек при одинаковых коэффициентах устойчивости k . Выигрыш массы в этом случае получен только за счет более рациональной геометрии стенки. Если учесть реальный уровень нижней критической нагрузки вафельных и гладких оболочек, то разница будет еще больше. Например, для гладких оболочек [12] при $R/\delta = 200k = 0,15$; для вафельных — $k = 0,28$. При такой разнице коэффициентов k выигрыш массы увеличится еще в 1,33 раза.

ВАФЕЛЬНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Общая потеря устойчивости. На основании экспериментальной проверки вафельных оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым расположением ребер под действием осевой силы все перечисленные варианты можно считать равноценными по массе. Небольшой разброс экспериментальных данных (не более 20%) при испытании цилиндров с различными габаритами, расположением ребер и способами изготовления (химическим травлением, механическим фрезерованием, электрохимической обработкой), с различной эффективностью подкрепления (φ и ψ) является важным показателем потенциальной надежности вафельных оболочек и их преимуществ перед гладкими. Подкрепляющие ребра изготавливались в цилиндрической заготовке, полученной вальцовкой толстого плоского листа с наложением продольного сварного шва.

Потеря устойчивости оболочек происходит внезапно (хлопком) с образованием в окружном направлении нескольких ромбических вмятин, обращенных к центру кривизны. Каждая отдельная

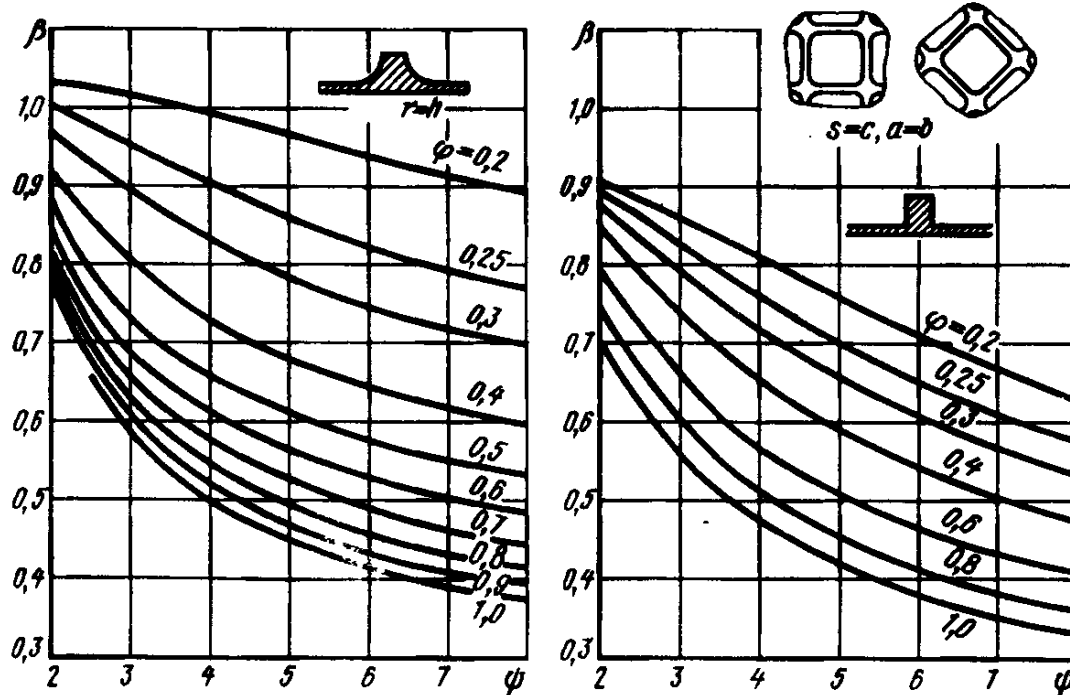


Рис. 12. Коэффициент β для цилиндров под действием осевой силы и сфер под нормальным давлением

вмятина захватывает несколько ячеек с подкрепляющими ребрами. Со стороны гладкой поверхности оболочки вид разрушения аналогичен гладким оболочкам.

По данным тензометрирования, потеря устойчивости наступала при напряжениях, не превышающих предела пропорциональности материала. Все эксперименты подтверждают, что нелинейность показаний тензодатчиков наблюдается при достижении 85% разрушающей нагрузки. На основании этого можно принять разрушающую нагрузку равной $T_{кр} = 1,15T_{нел}$, где $T_{нел}$ — нагрузка, при которой отмечено начало нелинейности по тензодатчикам.

Установлено, что вафельные оболочки обладают малой чувствительностью к местным несовершенствам формы в отдельных ячейках, местах сварных швов, в районе конструктивных элементов. На них практически не влияют несовершенства, не превышающие половины толщины исходного листа.

Критическая сила для оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором ребер

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^3 [1 + \beta \varphi (\psi - 1)^2], \quad (16)$$

где при $r = h$

$$\beta = \frac{0,42}{\sqrt{\varphi}} + \frac{1,17}{\sqrt[3]{\psi}} - 0,65; \quad (17)$$

при $r = 0$

$$\beta = \frac{0,4}{\sqrt[3]{\varphi}} + \frac{1,3}{\sqrt{\psi}} - 0,54. \quad (18)$$

Формулы (17) и (18) получены аппроксимацией графиков функции $\beta = f(\varphi, \psi)$ (рис. 12), значения которых вычислены

Таблица 1

Параметры φ_1 и φ_2

Расположение ребер	φ_1	φ_2
Продольно-кольцевое	$\frac{2\pi s}{a}$	$\frac{2\pi c}{b}$
Перекрестное под углом 45° к образующей	$\frac{2\pi c}{b}$	$\frac{2\pi c}{b}$
Перекрестно-кольцевое (перекрестные ребра под углом 30° к образующей)	$\frac{3\pi s}{b}$	$\frac{2\pi c}{b} + \frac{\pi s}{b}$

при выполнении условия равенства выражений (16) и (11) при $k = 0,605$. Момент инерции ребра с присоединенной стенкой определялся относительно собственной нейтральной оси.

Можно предложить также следующие зависимости, погрешность которых в широком диапазоне параметров φ и ψ не превышает 2% (при $4 \leq \psi \leq 8$ и $0,2 \leq \varphi \leq 1,0$):

при $r = h$

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^3 [1 + 0,29 \sqrt{\varphi} (\psi^3 - 1)]; \quad (19)$$

при $r = 0$

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^3 [1 + 0,28 \sqrt[3]{\varphi^3} (\psi^3 - 1)]. \quad (20)$$

В выражениях (16) ... (20) $\varphi = \sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$, где φ_1 и φ_2 определяются согласно табл. 1.

По экспериментальным данным для всех рассматриваемых видов расположения ребер и способов изготовления при $R/\delta_{пр} \leq 200$ и $2,5 \leq \psi \leq 8$ коэффициент устойчивости находился в диапазоне

$$k = 0,28 \dots 0,34, \quad (21)$$

что в два раза меньше теоретического значения для идеальных оболочек ($k = 0,605$). Для вафельных оболочек, как и для гладких, коэффициент k , очевидно, находится в зависимости от $R/\delta_{пр}$. Однако имеющиеся экспериментальные данные пока не позволяют установить такую связь.

Для оболочек с продольно-кольцевым набором ребер экспериментальные значения коэффициентов k лежат в указанном диапазоне (21) при $1 \leq \varphi_2/\varphi_1 \leq 2,5$.

Исследованный предел φ_2/φ_1 соответствует отношению $\lambda = B_1 D_2 / B_2 D_1 < 1,5$. Для применяемых в практике вафельных оболочек $\lambda < 2$. Принимая во внимание результаты исследований оболочек, подкрепленных только кольцевыми реб-

рами, для вафельных оболочек при очень больших λ можно ожидать резкого падения коэффициента k .

На рис. 13 показан график зависимости $K_G = f(\varphi_2/\varphi_1)$, полученный для диапазона параметров $\psi = 3 \dots 7$ и $\sqrt{\varphi_2 \varphi_1} = 0,2 \dots 1,0$ при $r = 0$ и $r = h$. Коэффициент K_G в очень широком диапазоне значений φ_2/φ_1 оказывается не зависящим от этого параметра и профиля сечения ребер. Минимум массы конструкции достигается, если $\varphi_2 = \varphi_1$, а при $\varphi_2/\varphi_1 = 2,5$ масса оболочки оказывается на 2% больше. Практически же, как видно из графика, для интервала $1 \leq \varphi_2/\varphi_1 \leq 2,5$ массу конструкции можно считать постоянной.

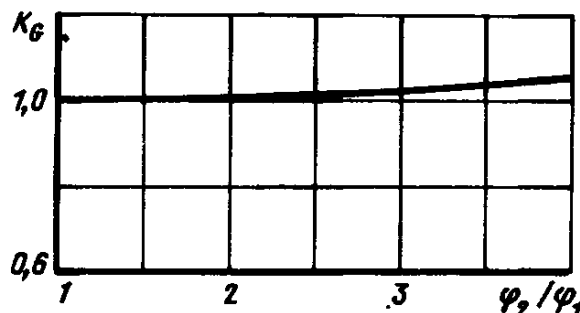


Рис. 13. Коэффициент K_G в зависимости от отношения φ_2/φ_1

Остановимся отдельно на оболочках со сравнительно высокими и узкими ребрами. Изложим результаты проведенных экспериментов.

С увеличением относительной высоты продольных ребер h/s отмечалось увеличение неравномерности распределения напряжений и некоторое снижение коэффициента k в сравнении с рекомендуемым минимальным значением (21). Это, очевидно, объясняется жесткостью ребер. Так, при $h/s = 5,7$ ($\psi = 8,6$, $\varphi = 0,18$) напряжения в продольных ребрах по отношению к обшивке увеличивались в 1,25 раза; снижение k составляло около 5%. При очень высоких ребрах — $h/s = 9,1$ ($\psi = 9,4$, $\varphi = 0,1$) напряжения в ребрах возрастали (в среднем) в 1,5 ... 2 раза, достигая значений σ_T , снижение k составляет 15%.

Интересен следующий эксперимент, характеризующий потенциальную надежность вафельных оболочек при высоких ребрах, в котором $h/s = 10,9$ ($\psi = 9,5$, $\varphi = 0,08$) и $s/\delta = 0,75$. Общей потере устойчивости предшествовала местная в отдельных ячейках, при этом снижение коэффициента k составляло около 20%.

Во всех экспериментах местная потеря устойчивости ребер не отмечалась, оболочки имели $a/\delta = 45 \dots 55$, меньшим значениям соответствуют меньшие h/s .

В экспериментальных конструкциях выполнялось условие $T_{кр} \approx T_{кр.м.}$ В ряде оболочек общей потере устойчивости предшествовала местная, в других — эти формы проявлялись одновременно или общая происходила без местной (визуально не отмечалась). Можно предположить, что выполнение условия равнопрочности также приводило к снижению коэффициента k .

Изложенные эксперименты позволяют высказать следующие рекомендации. Необходимо с осторожностью подходить к проектированию оболочек со сравнительно высокими и узкими ребрами при высоком уровне действующих напряжений. Как показывают оценки, местная устойчивость ребер исключена при выполнении условия $s \geq \delta$. Рекомендуется также обеспечить превышение критической нагрузки местной устойчивости по отношению к общей на 10 ... 15%.

Оболочки с ребрами таврового сечения. Расчеты, основанные на данных экспериментальных исследований, показывают, что применение вафельных оболочек с тавровыми ребрами дает уменьшение массы до 5%. Экспериментальные значения коэффициентов k таких оболочек лежат в диапазоне (21). Их применение целесообразно при достаточно большой толщине исходного листа

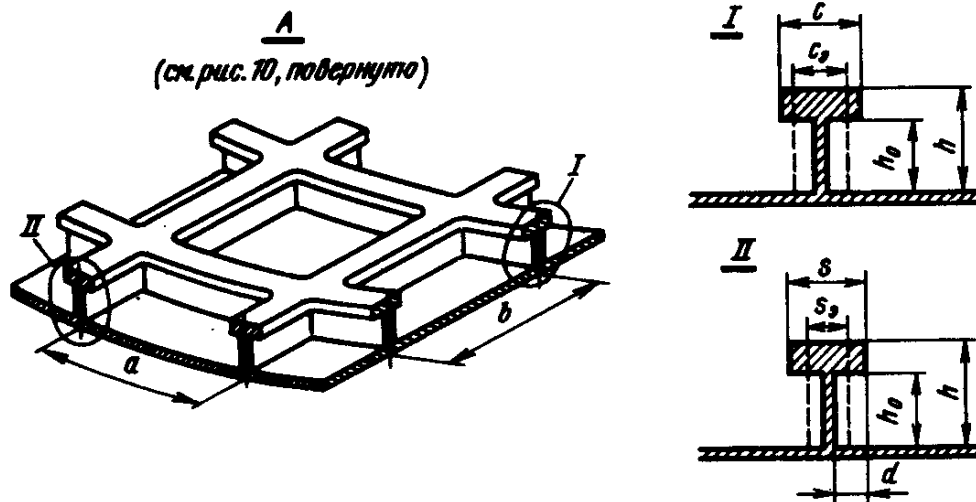


Рис. 14. Панель вафельной оболочки с тавровыми ребрами

$\delta_{исх}$ и $\psi \geq 6$. Наиболее просто и с достаточной точностью расчет геометрических характеристик таврового сечения можно свести к эквивалентному прямоугольному сечению. При определении изгибной жесткости D_2 момент инерции кольцевого ребра определим относительно внутренней поверхности стенки. В жесткости на сжатие B_1 учитывается продольное ребро. С учетом этого эквивалентная ширина таврового сечения кольцевого и продольного ребер соответственно (рис. 14)

$$c_0 = c (1 - \xi_2 \eta^3); \quad s_0 = s (1 - \xi_1 \eta), \quad (22)$$

где $\eta = h_0/h$, $\xi_1 = 2d/s$, $\xi_2 = 2d/c$ — параметры, характеризующие выборку материала в ребре; d — ширина выборки.

Определив коэффициенты подкрепления

$$\varphi_1 = \frac{2\pi s_0}{a}; \quad \varphi_2 = \frac{2\pi c_0}{b}; \quad \varphi = \sqrt{\varphi_1 \varphi_2},$$

дальнейшие расчеты проводим по формулам (16) ... (20).

Действие осевой силы и изгибающего момента. Эквивалентная осевая сила определяется по формуле (6). На основании экспериментальных исследований вафельных оболочек под действием изгибающего момента и осевой силы можно считать, что для расчета будет справедлива зависимость (7).

Местная потеря устойчивости. Выпучивание стенки в отдельных ячейках происходит хлопком. При достаточно жестких ребрах несущая способность конструкции с образованием вмятин в ячейках не исчерпывается, так как форма оболочки сохраняется благодаря каркасу ребер. После сброса нагрузки местные вмятины (по визуальным наблюдениям) исчезали полностью. Местная потеря устойчивости стенки оказывает влияние на величину разрушающей нагрузки общей потери устойчивости, снижает ее на 10 ... 20%.

Для получения рабочих формул рассмотрим расчетную схему нагружения стенки отдельной ячейки оболочек с продольно-

кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором (рис. 15). При нагружении силой T действующие напряжения для схем a и b

$$\sigma_d = \frac{T}{2\pi R\delta \left[1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \varphi_1(\psi - 1) \right]};$$

для схемы b

$$\sigma_d = \frac{T \cos 45^\circ}{2\pi R\delta \left[1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \varphi(\psi - 1) \right]}.$$

Для упрощения расчета при выводе формул будем пренебрегать кривизной отдельной ячейки, принимая за расчетную схему плоскую пластинку. Для применяемых в практике вафельных оболочек это допущение занижает расчетную нагрузку примерно на 20% и будет тем справедливее, чем меньше размер ячеек. Окончательные же значения критической нагрузки принимаются по экспериментальным данным. Отметим также, что допущения при расчете местной устойчивости не влияют на массу конструкции, поскольку оптимальность оболочки не зависит от размеров ячеек.

Критические напряжения в отдельных ячейках для соответственно продольно-кольцевого, перекрестного и перекрестно-кольцевого расположения ребер

$$\sigma_{кр} = k_1 \frac{E\delta^3}{a_0^2}; \quad \sigma_{кр} = k_1 \frac{E\delta^3}{b_0^2}.$$

Коэффициент k_1 зависит от условий закрепления краев, формы и схемы нагружения пластинки. По экспериментальным данным, заделка краев ячеек для всех видов расположения ребер и способов изготовления находится между опиранием и защемлением.

Критическую силу $T_{кр.м}$ получим, приравняв $\sigma_d = \sigma_{кр}$. В табл. 2 приведены коэффициенты k_1 , принятые по экспериментальным данным. В скобках указываются теоретические значения для плоской пластинки соответственно с опертными и защемленными краями. При расчете оболочек с продольно-кольцевым располо-

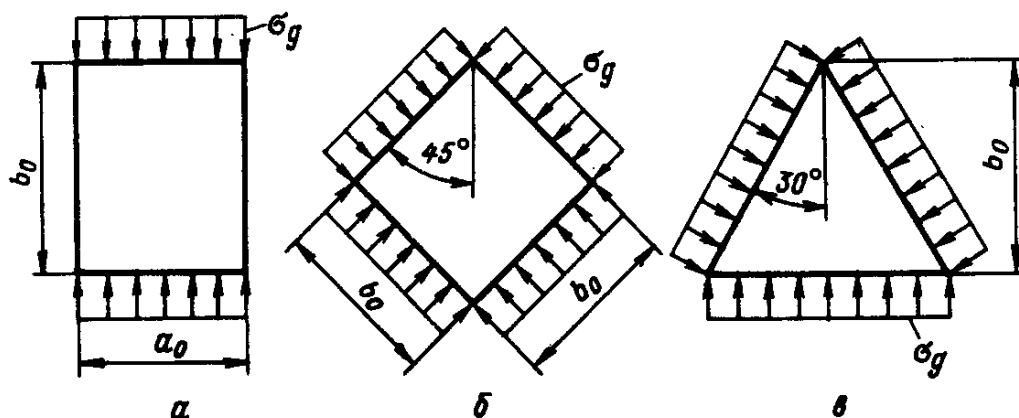
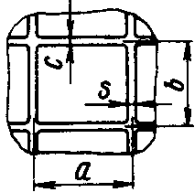
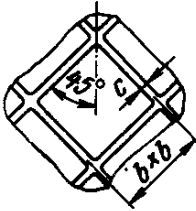
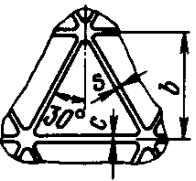


Рис. 15. Расчетная схема отдельной ячейки при нагружении оболочки осевой силой для расположения ребер:

a — продольно-кольцевого; b — перекрестного; v — перекрестно-кольцевого

Формулы для расчета местной устойчивости стенки

Расположение ребер	Расчетные формулы
Продольно-кольцевое 	$T_{кр. м} = 2\pi k_1 E \frac{R\delta^3}{\alpha_0^2} \left[1 + \left \frac{0,26}{0,16} \right \varphi_1(\psi - 1) \right]$ $a_0 = a - s - 2r$ $k_1 = 6 \text{ (3,6; 8,5)}$ <p>Для оболочек с ребрами таврового сечения $a_0 \approx a$</p>
Перекрестное 	$T_{кр. м} = 2\pi k_1 E \frac{R\delta^3}{\cos 45^\circ b_0^2} \left[1 + \left \frac{0,26}{0,16} \right \varphi_1(\psi - 1) \right]$ $b_0 = b - c - 2r$ $k_1 = 3 \text{ (1,81; 4,84)}$
Перекрестно-кольцевое 	$T_{кр. м} = 2\pi k_1 E \frac{R\delta^3}{b_0^2} \left[1 + \left \frac{0,26}{0,16} \right \varphi_1(\psi - 1) \right]$ $b_0 = b - c - 2r$ $k_1 = 6 \text{ (3,6; 8,5)}$

жением ребер рекомендуемое значение k_1 можно принимать для $0,6 \leq b/a \leq 1,5$.

Критические напряжения потери устойчивости продольного ребра для оболочек, имеющих $r = 0$:

$$\sigma_{кр} = k_2 \frac{Es^2}{h^2}.$$

Из условия $\sigma_d = \sigma_{кр}$ получим также критическую осевую силу, при которой происходит местная потеря устойчивости продольных ребер:

$$T_{кр. м} = 2\pi R k_2 k_\sigma \frac{E\delta}{\left(\frac{h}{s}\right)^2} [1 + 0,16\varphi_1(\psi - 1)],$$

где $k_2 = 0,4$ для пластинки с тремя опертными кромками и одной свободной (при $a/h \geq 3$); $k_\sigma = 1$ — коэффициент неравномерности

распределения напряжений в сечении ребра; по экспериментальным данным, для оболочек со сравнительно высокими и тонкими ребрами (см. выше) $k_\sigma = 1,25 \dots 2$.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ВАФЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Исследование оптимальности позволяет получить следующие зависимости и алгоритмы проектных расчетов (при $r = 0$).

Приближенная оценка массы и несущей способности. Когда требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности вафельной оболочки, по заданной нагрузке $T_{кр}$ определить эквивалентную толщину (для оценки массы) или для заданной δ_0 оценить $T_{кр}$, расчет проводится по формулам:

если задано $T_{кр}$

$$\delta_0 = 0,61 \sqrt{\frac{T_{кр}}{kE\psi}}; \quad (23)$$

если задано δ_0

$$T_{кр} = 2,7kE\psi\delta_0^2. \quad (24)$$

На данной стадии проектирования для оценки технологичности конструктору необходимо знать толщину стенки и исходного листа. Их ориентировочное значение можно определить из следующих соотношений: $\delta = (0,6 \dots 0,7) \delta_0$, $\delta_{исх} = \psi\delta$.

Пример 1. Задано: разрушающая нагрузка $T_{кр} = 1500$ кН; материал — алюминиевый сплав с $\sigma_T = 29$ кН/см² и $E = 0,7 \cdot 10^4$ кН/см².

Приняв $k = 0,28$ и $\psi = 6$, по формуле (23) определим

$$\delta_0 = 0,61 \sqrt{\frac{1500}{0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^4 \cdot 6}} \approx 0,22 \text{ см.}$$

При этом ориентировочное значение толщины стенки и исходного листа $\delta = (0,6 \dots 0,7)0,22 = 0,13 \dots 0,15$ см, $\delta_{исх} = 6(0,13 \dots 0,15) = 0,78 \dots 0,9$ см.

Приближенная оценка при ограничении по $\delta_{исх}$. При заданных критической нагрузке $T_{кр}$ и толщине исходного листа $\delta_{исх}$ параметр ψ выбирается из диапазона

$$4,75k\delta_{исх}^2 \frac{E}{T_{кр}} < \psi \leq \frac{7,15(\sigma_T R)^2}{kET_{кр}}. \quad (25)$$

Меньшее значение ψ относится к конструкции, в которой масса набора ребер составляет около 25%, при большем — до 40 ... 45%.

Эквивалентная толщина оболочки для оценки ее массы

$$\delta_0 = 0,28 \frac{T_{кр}}{kE\delta_{исх}}.$$

Область применения. С увеличением эффективности подкрепления ψ (увеличение высоты ребер), ростом несущей способности оболочки возрастает величина критических напряжений $\sigma_{кр}$. Принимая $\sigma_{кр} \approx 0,9\sigma_T$, получим предельно возможное значение

$$\psi_{пред} = \frac{9(\sigma_T R)^2}{kET_{кр}}. \quad (26)$$

Коэффициент совершенства по массе, который реализуется при данном материале:

$$K_{G \min} = 0,51 \frac{\sqrt{kET_{кр}}}{\sigma_T R}. \quad (27)$$

Из выражения (26) определим минимальное значение предела текучести, которое должен иметь материал при принятом ψ :

$$\sigma_T = \frac{0,33 \sqrt{\psi kET_{кр}}}{R}. \quad (28)$$

Пример 2. Исходные данные те же, что в примере 1, но $\sigma_T = 16 \text{ кН/см}^2$. По формуле (26) вычислим

$$\psi_{пред} = \frac{9(16 \cdot 50)^2}{0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^4 \cdot 1500} = 1,96.$$

При принятом значении $\psi = 6$ материал будет работать за пределами упругости, так как $\psi > \psi_{пред}$. По формуле (28) определим требуемое значение предела текучести, при котором можно принять $\psi = 6$.

$$\sigma_T = \frac{0,33 \sqrt{6 \cdot 0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^4 \cdot 1500}}{50} = 28 \text{ кН/см}^2.$$

Порядок проектировочного расчета. Приведенный ниже алгоритм справедлив для всех рассматриваемых вариантов подкрепления оболочек (см. рис. 10) при $r = 0$.

Задано: эксплуатационная нагрузка T , радиус кривизны оболочки R , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим расчетную нагрузку $T_{кр} = fT$, вычислим $\bar{T} = T_{кр}/E$.

2. Принимаем ψ ($\dots 5 < \psi \leq \psi_{пред}$).

3. По формуле (13) определим φ .

4. Определим толщину стенки

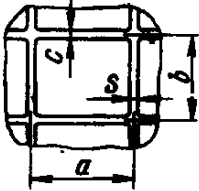
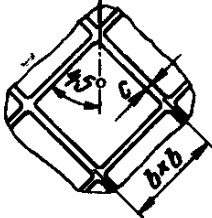
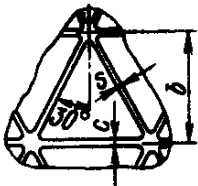
$$\delta = \sqrt{\frac{\bar{T}}{2\pi k [1 + 0,28 \sqrt[3]{\varphi^2} (\psi^2 - 1)]}}.$$

Если есть необходимость увеличить толщину стенки, следует принять уменьшенное φ .

5. Определим толщину исходного листа $\delta_{исх} = \psi\delta$. При необходимости уменьшить $\delta_{исх}$ следует принять уменьшенное ψ (масса конструкции увеличится) или увеличить значение φ , после чего, вычислив по п. 4 δ , определим скорректированное значение $\delta_{исх}$.

6. Принимаем соотношение подкрепления в продольном и кольцевом направлениях φ_2/φ_1 . В диапазоне $\varphi_2/\varphi_1 = 1 \dots 2,5$ масса практически остается постоянной. Для конструкций, воспринимающих только осевую силу, $\varphi_2/\varphi_1 = 1$. Большее значение φ_2/φ_1 предпочтительнее принять для оболочек, которые работают одновременно и на нормальное давление. Для оболочек с перекрестным набором под углом 45° к образующей конструктивный вид расположения ребер предопределяет равенство жест-

Формулы для расчета шага и ширины ребер

Расположение ребер	a, b, c, s
	$a = \frac{2,5\delta}{1 - \frac{\varphi_1}{2\pi}} \sqrt{\frac{k_1 R \delta_{10}}{\bar{T}}}$ $b = (0,8 \dots 1,5) a$ $s = \frac{\varphi_1 a}{2\pi}, \quad c = \frac{\varphi_2 b}{2\pi}$
	$b = \frac{2,97\delta}{1 - \frac{\varphi}{2\pi}} \sqrt{\frac{k_1 R \delta_{10}}{\bar{T}}}$ $c = \frac{\varphi b}{2\pi}$
	$b = \frac{2,5\delta}{1 - \frac{\varphi_1}{3\pi}} \sqrt{\frac{k_1 R \delta_{10}}{\bar{T}}}$ $s = \frac{\varphi_1 b}{3\pi}, \quad c = \left(\varphi_2 - \frac{\varphi_1}{3} \right) \frac{b}{2\pi}$

кости в направлениях 1 и 2, т. е. $\varphi_2/\varphi_1 = 1$ и $\varphi = \varphi_1$. Далее определим

$$\varphi_1 = \frac{\varphi}{\sqrt{\varphi_2/\varphi_1}}; \quad \varphi_2 = \varphi \sqrt{\varphi_2/\varphi_1}.$$

7. Вычислим

$$\delta_{10} = \delta [1 + 0,16\varphi_1 (\psi - 1)].$$

8. Дальнейший расчет, определяющий шаг и ширину ребер, проводится по формулам табл. 3. При необходимости увеличить шаг или ширину ребер, следует уменьшить φ , после чего расчеты по пп. 4 ... 8 повторяются.

9. Для окончательно принятых размеров определим эквивалентную толщину к расчету массы оболочки:

для продольно-кольцевого расположения ребер

$$\delta_0 = \delta + \frac{ch + 0,43r^2}{b} + \frac{sh + 0,43r^2}{a} + \frac{0,86r_1^2 h - sch}{ab}; \quad (29)$$

для перекрестного

$$\delta_0 = \delta + \frac{2ch + 0,86r^2}{b} + \frac{0,86r_1^2 h - c^2 h}{b^2}. \quad (30)$$

Пример 3. Исходные данные те же, что в примере 1. Приняв $\psi = 7$, по формуле (13) определим $\varphi = 0,208$. Вычислим

$$\bar{T} = \frac{1500}{0,7 \cdot 10^4} = 0,214 \text{ см}^2,$$

$$\delta = \sqrt{\frac{0,214}{6,28 \cdot 0,28 [1 + 0,28 \sqrt[3]{0,208^3} (7 - 1)^2]}} = 0,164 \text{ см.}$$

Принимаем $\delta = 0,17$ см. Определим $\delta_{исх} = 7 \cdot 0,17 = 1,19$ см. Приняв $\varphi_2/\varphi_1 = 1$, найдем шаг и ширину продольных ребер:

$$a = \frac{2,5 \cdot 0,17}{1 - 0,208/6,28} \sqrt{\frac{6 \cdot 50 \cdot 0,17}{0,214} [1 + 0,16 \cdot 0,208 \cdot 6]} = 7,46 \text{ см;}$$

$$s = \frac{0,208 \cdot 7,46}{6,28} \approx 0,25 \text{ см.}$$

Приняв шаг кольцевых ребер равным $b \cdot a = 7,46$ см, получим ширину кольцевых ребер $c = s = 0,25$ см.

Порядок расчета при заданном $\delta_{исх}$.

1. Задаем ψ согласно рекомендациям выражения (25).
2. Определим $\delta = \delta_{исх}/\psi$. Если $\delta < \delta_{техн}$ — ограничения толщины по технологии изготовления, принимаем $\psi = \delta_{исх}/\delta_{техн}$.
3. Определим

$$\varphi = \left[\frac{\frac{\bar{T}}{2\pi k \delta^3} - 1}{0,28 (\psi^3 - 1)} \right]^{3/2}.$$

Дальнейший расчет проводится по пп. 6 ... 9 предыдущего алгоритма. При вычислении по п. 8, если есть необходимость увеличить шаг или ширину ребер, следует принять уменьшенное ψ (масса конструкции увеличится).

Оценка влияния изменения исходных данных на параметры конструкции. В процессе конструирования иногда необходимо оценить, как повлияет на массу конструкции изменение исходных данных, принятых первоначально при проектировании: осевой нагрузки T_1 , модуля упругости материала E_1 , радиуса кривизны оболочки R_1 и ее длины L_1 . При этом эквивалентная толщина для расчета массы получена равной $(\delta_3)_1$. В табл. 4 приводится эквивалентная толщина $(\delta_3)_2$, которая получается при изменении одного из исходных данных (увеличении или уменьшении) до значений T_2 , E_2 , R_2 , L_2 .

Новое значение исходной толщины листа при изменении нагрузки (при сохранении ранее принятого ψ)

$$(\delta_{исх})_2 = (\delta_{исх})_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}. \quad (31)$$

Для спроектированной конструкции оценим также изменение первоначально принятых размера ячейки (шага ребер) b_1 , ширины

Эквивалентная толщина $(\delta_3)_2$ для расчета массы

Измененный параметр	T_2	E_2	R_2	L_2
$(\delta_3)_2$	$(\delta_3)_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$	$(\delta_3)_1 \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}$	$(\delta_3)_1$	$(\delta_3)_1$

ребра c_1 и толщины стенки δ_1 с изменением нагрузки (при условии, что ранее принятые φ и ψ остаются теми же):

$$b_2 = b_1 \sqrt[4]{\frac{T_2}{T_1}}; \quad c_2 = c_1 \frac{b_2}{b_1}; \quad \delta_2 = \delta_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}. \quad (32)$$

Формулы (31) и (32) могут служить только для ориентировочных оценок. При существенном изменении нагрузки необходимые размеры устанавливаются в результате подробного проектного расчета.

Пример 4. Задано: критическая сила $T_1 = 1500$ кН; эквивалентная толщина $(\delta_3)_1 = 0,22$ см. Требуется оценить изменение массы конструкции и исходной толщины $(\delta_{исх})_1$ при увеличении нагрузки до $T_2 = 2000$ кН. По табл. 4 определим

$$(\delta_3)_2 = 0,22 \sqrt{\frac{2000}{1500}} = 0,22 \cdot 1,16 = 0,255 \text{ см},$$

т. е. масса оболочки увеличится в 1,16 раза. По формуле (31) определим, что толщина исходного листа также увеличится в 1,16 раза.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ

Расчетные зависимости, экспериментальные данные. Верхнее значение критической силы несимметричной и осесимметричной форм потери устойчивости идеальных оболочек определяется выражениями (11).

Для осесимметричной формы получим

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^3 \sqrt{1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \varphi_2 (\psi - 1)}. \quad (33)$$

Здесь $\varphi_2 = 2\pi c/b$, $k = 0,605$ — для идеальных оболочек.

По результатам экспериментальных исследований таких конструкций (рис. 16) [33] можно сделать следующие выводы.

1. Характер разрушения и величина разрушающей нагрузки зависят от степени подкрепленности

$$\lambda = \frac{B_1 D_2}{B_2 D_1} = \frac{1 + \beta_2 \varphi_2 (\psi - 1)^2}{1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \varphi_2 (\psi - 1)}, \quad (34)$$

где β_2 определяется по зависимостям, приведенным в ч. IV.

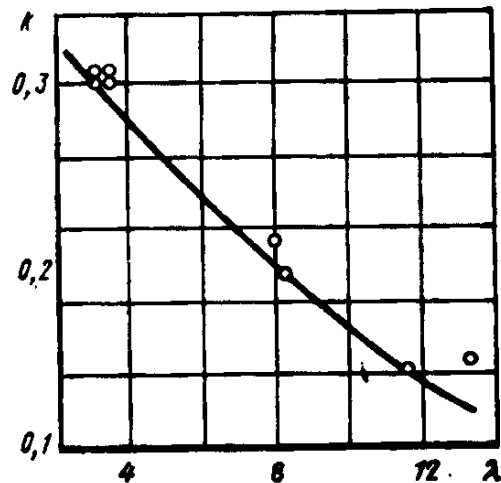
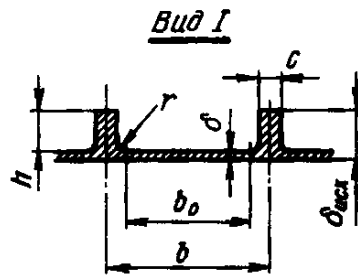
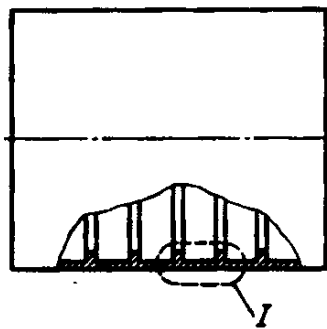


Рис. 16. Цилиндрическая оболочка с кольцевыми ребрами

Рис. 17. Экспериментальные значения коэффициента k

2. Наличие кольцевых ребер снижает влияние общих несовершенств формы оболочки на несущую способность. С ростом λ до 3 наблюдается резкое увеличение $T_{кр}$. С дальнейшим увеличением изгибной жесткости ребер ($\lambda > 3$) при сохранении массы оболочки ее несущая способность не увеличивается.

3. Несимметричная форма разрушения наблюдается при $\lambda \leq 13$. Экспериментальные значения коэффициента k в выражении, полученном из соответствующей формулы (11), приведены на рис. 17 (для идеальных оболочек $k = 0,605$). Из рисунка видно, что с ростом λ коэффициент k уменьшается.

4. Осесимметричная форма потери устойчивости наблюдается при $\lambda > 13$.

5. Анализ результатов экспериментов показывает, что критическая нагрузка не зависит от подкрепления. Из этого следует важный в практическом отношении вывод, что для всех форм разрушения расчет можно проводить по формуле (33), не учитывая изгибную жесткость ребер. Коэффициент k принимается постоянным: $k = 0,2 \dots 0,24$ при $\lambda < 3$; $k = 0,49$ при $\lambda \geq 3$.

Рекомендуемые значения k приняты по нижнему уровню экспериментальных данных, разброс которых составлял около 15%. Испытания проводились на оболочках, изготовленных механическим фрезерованием и химическим травлением.

6. В сравнении с гладкими оболочками применение кольцевых ребер позволяет снизить массу в 1,3 раза. Критическая нагрузка такой оболочки в 1,6 раза больше, чем для равной по массе гладкой, а по сравнению с вафельной — меньше в 2,5 раза. Обеспечивается все это в основном за счет снижения несовершенств формы благодаря постановке кольцевых ребер.

Необходимо также проверить местную устойчивость стенки между кольцевыми ребрами по формуле, в основу которой положено выражение для плоской пластинки:

$$T_{кр.м} = 2\pi k R \frac{E\delta^3}{b_0^3}, \quad (35)$$

где $k = 0,9$; $b_0 = b - c - r$.

Приближенная оценка массы и несущей способности. Если требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности оболочки, по заданной нагрузке $T_{кр}$ определить эквивалентную толщину или для заданной δ_0 оценить $T_{кр}$, расчет проводится по следующим формулам:

если задана $T_{кр}$

$$\delta_0 = 1,2 \sqrt{\frac{T_{кр}}{2\pi k E}}; \quad (36)$$

если задана δ_0

$$T_{кр} = 2\pi k E 0,7\delta_0^2. \quad (37)$$

Эти формулы справедливы для оболочек с прямоугольными ребрами, а также при $r = h$.

Порядок проектировочного расчета. Необходимо обеспечить $\lambda \geq 3$. Это условие выполняется, если $\varphi_2 \geq 0,2$, $\psi \geq \left| \frac{3,0}{3,5} \right|$. Кроме того, рекомендуется, чтобы масса материала ребер составляла не более 25% общей массы оболочки. Это условие выполняется при

$$\varphi_2 \leq \left| \frac{1,27}{2,06} \right| / (\psi - 1).$$

Задано: эксплуатационная сила T , радиус кривизны R , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим $T_{кр} = fT$.

2. Принимаем $\psi \geq \left| \frac{3,0}{3,5} \right|$. Для всех значений ψ совершенство оболочки по массе будет постоянным. Большему значению ψ соответствует конструкция с более высокими ребрами. Приняв значения φ_2 , определим

$$\delta = \sqrt{\frac{T_{кр}}{2\pi k E \sqrt{1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \varphi_2 (\psi - 1)}}}.$$

3. Определим действующие напряжения, сравним их с пределом текучести материала:

$$\sigma = \frac{T_{кр}}{2\pi R \delta} \leq \sigma_T.$$

4. Найдем шаг и ширину кольцевых ребер

$$b = \frac{1}{1 - \varphi_2/2\pi} \left(r + 2,37\delta \sqrt{\frac{RE\delta}{T_{кр}}} \right); \quad c = \frac{\varphi_2 b}{2\pi}.$$

5. Определим эквивалентную толщину

$$\delta_0 = \delta + \frac{ch + 0,43r}{b}.$$

ГЛАДКИЕ КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Теоретическое значение критического погонного усилия для конической усеченной идеальной оболочки, сжатой вдоль оси (рис. 18), получается таким же, как для цилиндра радиусом R_2 [10], т. е. $q_2 = 0,605 E \delta^3 / R_2$. Как показывают эксперименты, потеря устойчивости происходит хлопком с образованием одного или нескольких поясов ромбических вмятин около большого основания. Критические напряжения и осевая сила при $\alpha \leq 60^\circ$

$$\sigma_p = k \frac{E \delta}{R_1} \cos \alpha; \quad T_p = 2\pi k E \delta^3 \cos^3 \alpha. \quad (38)$$

Коэффициент k для качественно изготовленных оболочек определим по формуле (2) или по графику на рис. 3, принимая $R = R_1 / \cos \alpha$. Если оболочки изготовлены недостаточно качественно, с несовершенствами, превышающими толщину, расчетные значения k необходимо снизить вдвое. Для конических оболочек справедливы все замечания и рекомендации, сделанные для цилиндров. Кроме того, при проектировании конструкций с конусами необходимо обеспечить заделку торцов оболочки, исключающую передачу на нее изгибных усилий.

Порядок проектировочного расчета. Задано: эксплуатационная нагрузка T , габаритные размеры R_0 , R_1 , α , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f и определив разрушающую силу $T_p = fT$, вычислим

$$\delta = 0,36 \left[\frac{T_{кр}}{cE} \sqrt[8]{\left(\frac{R_1}{\cos \alpha} \right)^3} \right]^{0,42},$$

где $c = 1$ для качественно изготовленных оболочек; $c = 0,5$ при несовершенствах, превышающих толщину стенки.

2. Определим наибольшие напряжения у малого основания, сравним их с пределом текучести:

$$\sigma = \frac{T_{кр}}{2\pi R_0 \delta \cos \alpha} \leq \sigma_T.$$

3. Если окажется, что $\sigma > \sigma_T$, необходимо увеличить толщину в зоне малого основания до величины

$$\delta_0 = \frac{T_{кр}}{2\pi R_0 \cos \alpha \sigma_T}.$$

Толщину можно задать линейно изменяющейся от δ_0 до δ на длине

$$a = \frac{T_{кр}}{\pi \delta \sigma_T \sin 2\alpha} - \frac{R_0}{\sin \alpha}.$$

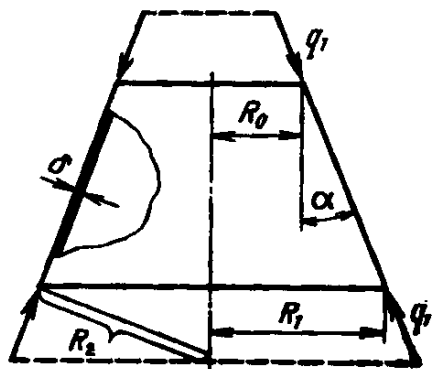


Рис. 18. Усеченный конус под действием сжимающих усилий

ВАФЕЛЬНЫЕ КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Расчетные формулы. Для конических оболочек возможны варианты подкрепления, показанные на рис. 10. Однако применение на конусах перекрестного или поперечно-кольцевого расположения ребер исключается из-за отсутствия преимуществ по массе и большей сложности. Продольно-кольцевое подкрепление позволяет сравнительно просто принять наиболее рациональные размеры, при которых обеспечивается постоянная жесткость стенки вдоль образующей. Учитывая изложенное, рассмотрим расчет и проектирование оболочек только с продольно-кольцевым набором. Критическая осевая сила

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^3 \cos^2 \alpha [1 + \beta \varphi (\psi - 1)^2]. \quad (39)$$

По экспериментальным данным конусов с $\alpha \leq 60^\circ$ и жестко заделанными основаниями, значения коэффициента k находятся в диапазоне (21); β — определяется по формулам (17), (18) или рис. 12.

Можно предложить также следующую зависимость:

$$T_{кр} = T_{цил} \cos^2 \alpha, \quad (40)$$

где $T_{цил}$ определяется по соответствующим формулам (19), (20).

При произвольно заданных размерах ширины и шага ребер необходимо вначале вычислить параметры φ_1 и φ_2 для каждого i -го пролета (i — номер ячеек и кольцевых ребер, отсчет ведется от большого основания, рис. 19). После этого по каждому пролету определяется значение $\varphi = \sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$. Эти вычисления удобнее выполнить по табл. 5. Критическую силу рекомендуется вычислять по минимальному значению φ .

Критическая сила местной потери устойчивости стенки в i -й ячейке

$$T_{кр.м} = 2\pi k_1 E \frac{R \delta^3}{a_{0i}^2} \cos \alpha \left[1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \varphi_{1i} (\psi - 1) \right], \quad (41)$$

где $a_{0i} = a_i - s_i - 2r$; k_1 — принимается из табл. 2. Для оболочек с постоянной толщиной стенки $T_{кр.м}$ достигает наименьшего значения у большого основания конуса ($i = 1$).

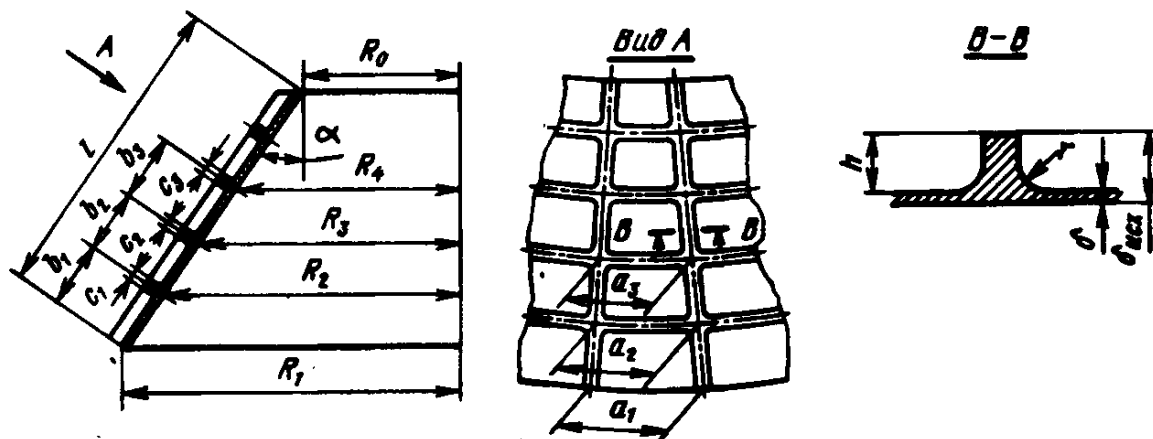


Рис. 19. Вафельная коническая оболочка

Таблица 5

К вычислению коэффициента φ

Номер ячейки	1	2	3	i
φ_1	$\frac{2\pi s_1}{a_1}$	$\frac{2\pi s_2}{a_2}$	$\frac{2\pi s_3}{a_3}$	$\frac{2\pi s_i}{a_i}$
φ_2	$\frac{2\pi c_1}{b_1}$	$\frac{2\pi c_2}{b_2}$	$\frac{2\pi c_3}{b_3}$	$\frac{2\pi c_i}{b_i}$
φ	$(\sqrt{\varphi_1 \varphi_2})_1$	$(\sqrt{\varphi_1 \varphi_2})_2$	$(\sqrt{\varphi_1 \varphi_2})_3$	$(\sqrt{\varphi_1 \varphi_2})_i$

Порядок проектировочного расчета (при постоянной толщине стенки и $r = 0$). Если толщины стенки δ и исходного листа $\delta_{\text{исх}}$ постоянны, равножесткость оболочки (стенка с присоединенным ребром) обеспечивается из условия $\varphi = \text{const}$ соответствующим подбором шага и ширины ребер.

Задано: эксплуатационная сила T , габаритные размеры R_0 , R_1 , α , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f и определив разрушающую силу $T_{\text{кр}} = fT$, вычислим

$$\bar{T} = \frac{T_{\text{кр}}}{E \cos^3 \alpha}.$$

Далее определим все параметры по пп. 2 ... 7 расчета для цилиндрических оболочек.

2. Определим шаг продольных ребер по большому основанию:

$$a_1 = \frac{2,5\delta}{1 - \varphi_1/2\pi} \sqrt{\frac{k_1 R_1 \delta_{12}}{\bar{T} \cos \alpha}}.$$

8. Назначим число продольных ребер $n \leq 2\pi R_1/a_1$. По окончательно принятому n определим $a_1 = 2\pi R_1/n$.

9. Назначим шаг кольцевых ребер $b_1, b_2, b_3, \dots, b_i$, принимая $b_i \leq (0,8 \dots 1,0) a_1$.

Выбор шага подкрепляющих ребер рекомендуется сопровождать чертежом на развертке конуса. Для оболочек с большим углом конусности при сравнительно большой длине образующей рекомендуется начиная с некоторого пролета уменьшить число продольных ребер, обеспечивая при этом требуемое значение $T_{\text{кр.м}}$. Радиус кривизны по 2, 3, 4-му и т. д. кольцевым ребрам определяется по формуле

$$R_i = R_1 - \sin \alpha \sum_{i=2}^i b_{i-1}. \quad (42)$$

10. Определим ширину ребер в каждом пролете:

$$s_i = \frac{\varphi_1 a_i}{2\pi}, \quad c_i = \frac{\varphi_2 b_i}{2\pi}.$$

Проектирование с обеспечением равнопрочности на внутреннее давление. Рассмотрим случай, когда оболочка работает помимо осевого сжатия на внутреннее давление. У конуса минимальной массы из расчета на прочность под действием давления толщина вдоль образующей изменяется по линейной зависимости пропорционально изменению радиуса кривизны. Если при найденной таким образом толщине несущая способность на сжатие окажется гораздо меньше требуемого значения, необходимые размеры вафельной оболочки можно найти соответствующим подбором шага и ширины ребер исходя из условия равновесности

$$A = \delta_i^2 [1 + 0,28 \sqrt[3]{\varphi^2 (\psi_i^2 - 1)}] = \text{const.} \quad (43)$$

По данным испытаний конуса, спроектированного по такому принципу (с переменной толщиной стенки), для расчетов справедлива формула

$$T_{кр} = 2\pi k A \cos^2 \alpha, \quad (44)$$

где коэффициент k при $\alpha \leq 45^\circ$ принимается таким же, как для цилиндрических вафельных оболочек.

При переменной толщине стенки, принятой из условия равнопрочности на действие давления, наименьшее значение $T_{кр.м}$ имеет у меньшего основания.

Поскольку кольцевые ребра при достаточно частой сетке ребер эффективно участвуют в работе конструкции на давление, проектирование можно построить по другому принципу, а именно — приняв толщину стенки постоянной. Первый этап проектировочного расчета можно провести, пользуясь предложенным в данном разделе алгоритмом. После этого проверить оболочку на прочность под действием внутреннего давления по эквивалентной толщине δ_{2i} для каждого i -го пролета. Из этого расчета установить окончательное значение ширины кольцевых ребер.

КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ

Критическая осевая сила

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^2 \cos^2 \alpha \sqrt{1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \varphi_2 (\psi - 1)}, \quad (45)$$

где коэффициент k принимается, как для цилиндров. При произвольно заданных размерах ширины и шага ребер следует вычислить φ_2 для каждого пролета. Разрушающую силу $T_{кр}$ рекомендуется определять по минимальному значению φ_2 .

Критическая сила местной потери устойчивости стенки в пролете между кольцевыми ребрами

$$T_{кр.м} = 2\pi R_i k \frac{E \delta^3}{b_{0i}^2} \cos \alpha, \quad (46)$$

где $k = 0,9$; $b_{0i} = b_i - c_i - r$; R_i вычисляется по формуле (42).

ГЛАВА 4

УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ СДВИГЕ

ГЛАДКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

При действии на оболочку момента $M_{кр}$ (рис. 20) касательные напряжения в стенке

$$\tau = \frac{M_{кр}}{2\pi R^2 \delta}. \quad (47)$$

Потеря устойчивости, как правило, сопровождается хлопком с образованием равномерно расположенных в окружном направлении вмятин, идущих от одного торца к другому по винтовым линиям. Их число вдоль дуги уменьшается по мере увеличения относительной длины оболочки l/R и (менее резко) при увеличении σ/R . У оболочек большой длины число волн равно двум. Исследование влияния защемления краев на критические напряжения показывает, что оно является существенным лишь для коротких оболочек.

Критические касательные напряжения для идеальных средних и коротких оболочек определяются выражениями Доннела, приведенными в [25]:

для оболочек с опертыми краями при $t > 2,44 \sqrt{R\delta}$

$$\tau_{кр} = \frac{E\delta^2}{l^2} \left[3,08 + \sqrt{3,14 + 0,556 \left(\frac{l}{R} \right)^3 \left(\frac{R}{\delta} \right)^{3/2}} \right]; \quad (48)$$

для оболочек с защемленными торцами

$$\tau_{кр} = \frac{E\delta^2}{l^2} \left[5,05 + \sqrt{9,43 + 0,668 \left(\frac{l}{R} \right)^3 \left(\frac{R}{\delta} \right)^{3/2}} \right]. \quad (49)$$

По теоретическим данным, нижнее значение критической нагрузки составляет 80% верхнего, полученного для идеальных оболочек [10]. Для длинных оболочек нижние критические напряжения можно считать совпадающими с верхним значением.

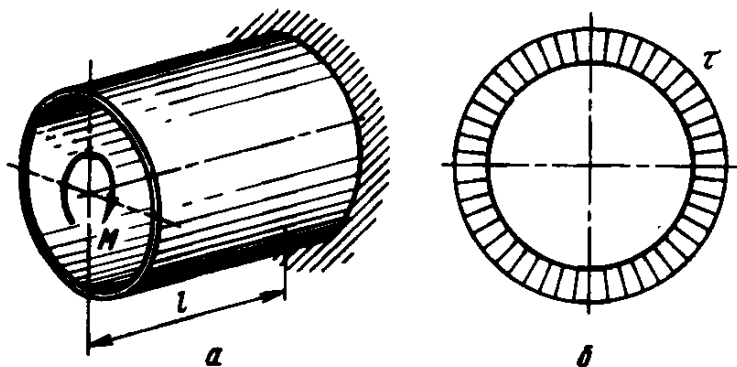
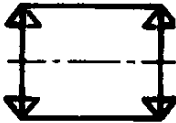
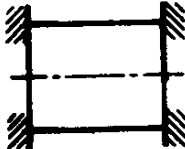


Рис. 20. К расчету оболочки на кручение:

a — схема нагружения крутящим моментом; *b* — эпюра касательных напряжений

Формулы для расчета критических касательных напряжений

	Края оперты	Края зашпелены
Длина оболочки		
Очень короткая	$l \leq 2,5 \sqrt{R\delta}$ $\tau_{кр} = 4,85 \frac{E\delta^3}{l^3}$	$l \leq 3,25 \sqrt{R\delta}$ $\tau_{кр} = 8,2 \frac{E\delta^3}{l^3}$
Короткая	$2,5 \sqrt{R\delta} \leq l \leq 10 \sqrt{R\delta}$ $\tau_{кр} = 2,46k \frac{E\delta}{Rl} \sqrt{R\delta}$	$3,25 \sqrt{R\delta} \leq l \leq 15 \sqrt{R\delta}$ $\tau_{кр} = 3,16k \frac{E\delta}{Rl} \sqrt{R\delta}$
Средняя	$10 \sqrt{R\delta} \leq l \leq 6R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$ $\tau_{кр} = 0,78k \frac{E\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{R\delta}{l^3}}$	$15 \sqrt{R\delta} \leq l \leq 6R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$ $\tau_{кр} = 0,81k \frac{E\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{R\delta}{l^3}}$
Длинная	$l \geq 6R \sqrt{\frac{R}{\delta}}, \quad \tau_{кр} = 0,25E \left(\frac{\delta}{R}\right)^{3/2}$	

Влияние начальных несовершенств возрастает с увеличением отношения R/σ , что учитывается коэффициентом k :

R/δ	250	500	1000	1500
k	0,8	0,7	0,6	0,5

Формулы для расчетов (табл. 6) оболочек средней длины получены из выражений (48) и (49), для коротких — аппроксимацией этих же выражений. Для весьма коротких оболочек рекомендуются формулы плоских пластинок. Диапазон применения формул по длине получен из условия равенства соответствующих выражений $\tau_{кр}$ (при $k = 0,8$).

Критический крутящий момент

$$M_{кр} = 2\pi R^2 \delta \tau_{кр}. \quad (50)$$

ГЛАДКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

При нагружении консольной цилиндрической оболочки поперечной силой Q , приложенной к жесткому кольцу на торце отсека

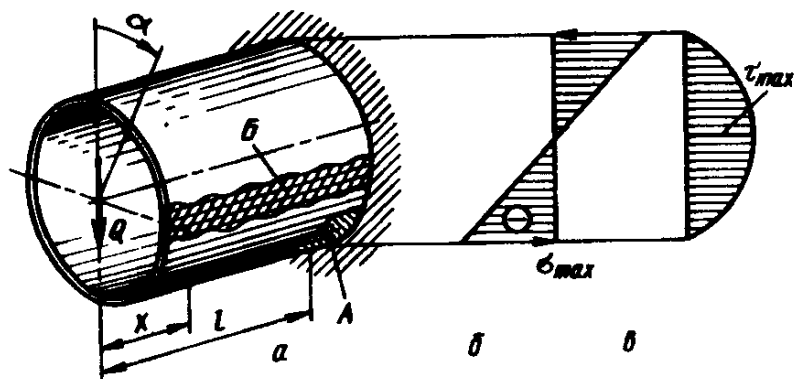


Рис. 21. К расчету оболочки на сдвиг поперечной силой:

a — схема нагружения; *б, в* — эпюры нормальных и касательных напряжений соответственно

(рис. 21), напряженное состояние определяется нормальными и касательными напряжениями:

$$\sigma_1 = \frac{Qx}{\pi R^3 \delta} \cos \alpha; \sigma_2 = 0; \tau = \frac{Q}{\pi R \delta} \sin \alpha.$$

Качественная картина потери устойчивости меняется в зависимости от относительной длины l/R . У длинных оболочек разрушение происходит у корневого сечения (зона А), где действуют наибольшие сжимающие напряжения

$$\sigma_{\max} = - \frac{Ql}{\pi R^3 \delta}. \quad (51)$$

Для коротких оболочек ($l \leq 2R$) главную роль играют наибольшие касательные напряжения в зоне Б, которые от длины оболочки не зависят:

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{\pi R \delta}. \quad (52)$$

Приблизленно длина отсека, при которой потеря устойчивости может произойти одновременно в зонах А и Б, равна $2R$. Потеря устойчивости в зоне Б происходит хлопком и сопровождается образованием наклонных вмятин, несколько напоминающих выпучивание при кручении [13]. В отличие от нагружения крутящим моментом при действии поперечной силы Q распределение напряжений в сечении неравномерное. Точное решение устойчивости оболочки для такого нагружения, очевидно, отсутствует. При расчете используются имеющиеся решения для кручения. Критическая поперечная сила

$$Q_{кр} = \pi R \delta \tau_{кр}, \quad (53)$$

где $\tau_{кр}$ вычисляются по формулам табл. 6.

ВАФЕЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

При действии момента $M_{кр}$ (см. рис. 20) касательные напряжения в сечении цилиндра определяются по формуле

$$\tau = \frac{M_{кр}}{2\pi R^2 \delta \left[1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \varphi_1 (\psi - 1) \right]}. \quad (54)$$

Критический крутящий момент общей потери устойчивости коротких и средних оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором ребер

$$M_{кр} = 2\pi k E R \delta^3 \sqrt[4]{\frac{R\delta}{l^2}} [1 + \beta \varphi (\psi - 1)^{2,25}], \quad (55)$$

где $\varphi = \sqrt[3]{\varphi_1^3 \varphi_2^5}$ (φ_1 и φ_2 определяются согласно табл. 1).

Коэффициент β определяется по графику, приведенному на рис. 22, или формулам:

при $r = h$

$$\beta = \frac{0,44}{\sqrt{\varphi}} + \frac{1,25}{\sqrt[3]{\psi}} - 0,69; \quad (56)$$

при $r = 0$

$$\beta = \frac{0,42}{\sqrt[3]{\varphi}} + \frac{1,42}{\sqrt{\psi}} - 0,58. \quad (57)$$

Можно предложить также следующие зависимости, погрешность которых не превышает 2% (при $4 \leq \psi \leq 8$ и $0,2 \leq \varphi \leq 1,0$):
при $r = h$

$$M_{кр} = 2\pi k E R \delta^3 \sqrt[3]{\frac{R\delta}{l^2}} [1 + 0,3 \sqrt{\varphi} (\psi^{2,25} - 1)]; \quad (58)$$

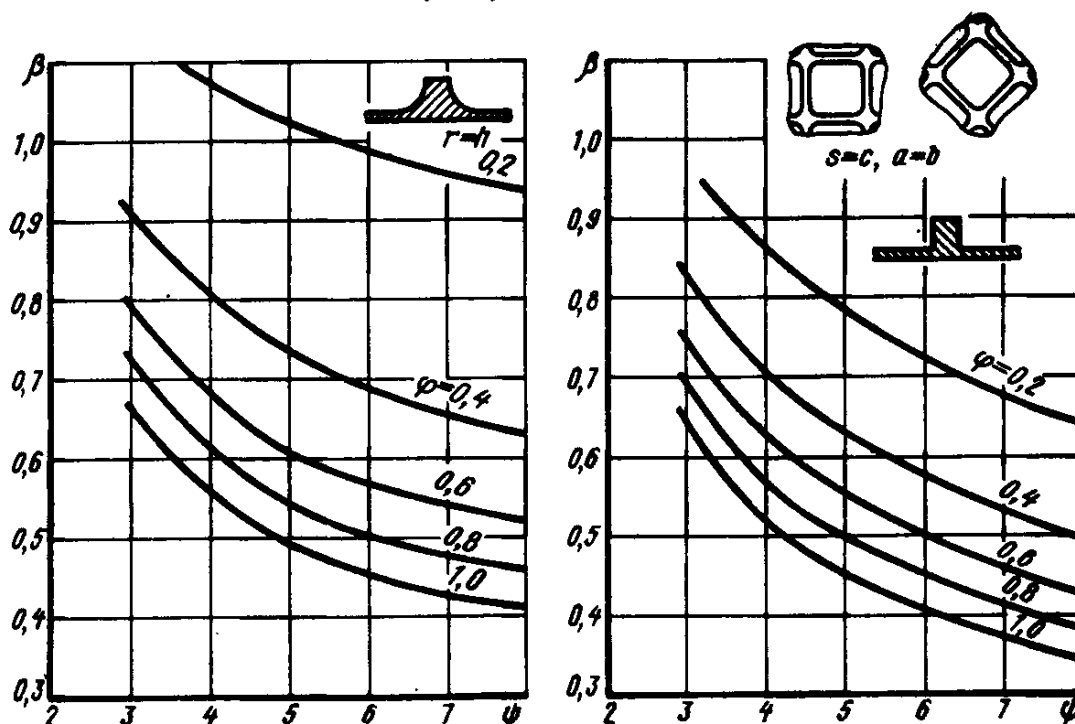


Рис. 22. Коэффициент β для цилиндров под действием крутящего момента

при $r = 0$

$$M_{кр} = 2\pi k E R \delta^3 \sqrt[4]{\frac{R\delta}{r^3}} [1 + 0,28 \sqrt[3]{\varphi^2} (\psi^{2,25} - 1)]. \quad (59)$$

По экспериментальным данным, для оболочек с перекрестным набором и относительной длиной $l/R = 1,45$ коэффициент $k = 0,72$ (для идеальных оболочек $k = 0,78$). Разрушение происходит хлопком с образованием в окружном направлении нескольких вмятин, вытянутых от одного торца к другому по винтовым линиям. Со стороны гладкой поверхности форма разрушения подобна гладким оболочкам. По данным тензометрирования, потеря устойчивости наступала при напряжениях, не превышающих предел пропорциональности материала. Нелинейность показаний тензодатчиков наблюдалась при достижении 85% критической нагрузки.

Принимая во внимание сравнительные данные экспериментов для оболочек с перекрестным и продольно-кольцевым набором под действием поперечной силы, можно ожидать, что уровень коэффициентов устойчивости для всех рассматриваемых вариантов подкрепления будет одинаков.

Критический крутящий момент местной потери устойчивости стенки в отдельных ячейках

$$M_{кр.м} = 2RQ_{кр.м},$$

где $Q_{кр.м}$ вычисляется по формулам табл. 7.

ВАФЕЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

Общая потеря устойчивости. При нагружении поперечной силой (см. рис. 21) максимальные касательные напряжения определяются по формуле

$$\tau_{max} = \frac{Q}{\pi R \delta \left[1 + \left| \begin{smallmatrix} 0,26 \\ 0,16 \end{smallmatrix} \right| \varphi_1 (\psi - 1) \right]}. \quad (60)$$

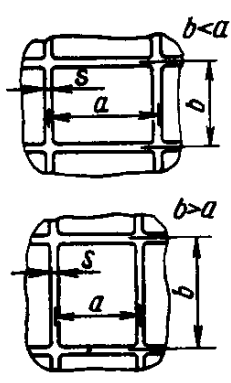
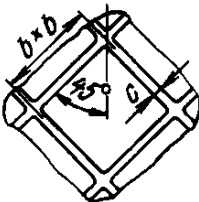
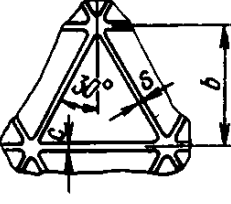
При поперечном сдвиге вафельные оболочки обладают гораздо меньшей чувствительностью к общим и местным несовершенствам, чем при внешнем давлении или осевом сжатии, и совершенно нечувствительны к вмятинам, расположенным по плоскости действия силы.

Проводились эксперименты на поперечный сдвиг оболочек, испытанных внешним давлением до разрушения с образованием ограниченного количества вмятин (одной, двух). При расположении вмятин в плоскости действия силы (в растянутой зоне) разрушение отсека происходило при нагрузке не ниже расчетной.

Критическую нагрузку общей потери устойчивости определим, основываясь на зависимости, полученной для кручения $Q_{кр} = M_{кр}/2R$, откуда запишем

$$Q_{кр} = \pi k_1 E \delta^3 \sqrt[4]{\frac{R\delta}{r^3}} [1 + \beta \varphi (\psi - 1)^{2,25}]. \quad (61)$$

Формулы для расчета местной устойчивости стенки

Расположение ребер	Расчетные формулы
<p>Продольно-кольцевое</p> 	<p>При $b < a$</p> $Q_{кр. м} = \pi k_1 E \frac{R \delta^3}{b_0^2} \left[1 + \left \frac{0,26}{0,16} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right],$ <p>где $k_1 = 4,85 + 3,6 \left(\frac{b}{a} \right)^2$, $b_0 = b - c - 2r$</p> <p>При $b > a$</p> $Q_{кр. м} = \pi k_1 E \frac{R \delta^3}{a_0^2} \left[1 + \left \frac{0,26}{0,16} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right],$ <p>где $k_1 = 4,85 + 3,6 \left(\frac{a}{b} \right)^2$, $a_0 = a - s - 2r$</p>
<p>Перекрестное</p> 	$Q_{кр. м} = \pi k_1 E \frac{R \delta^3}{\cos 45^\circ b_0^2} \left[1 + \left \frac{0,26}{0,16} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right],$ <p>где $k_1 = 8,45$, $b_0 = b - c - 2r$</p>
<p>Перекрестно-кольцевое</p> 	$Q_{кр. м} = \pi k_1 E \frac{R \delta^3}{b_0^2} \left[1 + \left \frac{0,26}{0,16} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right],$ <p>где $k_1 = 8,45$, $b_0 = b - c - 2r$</p>

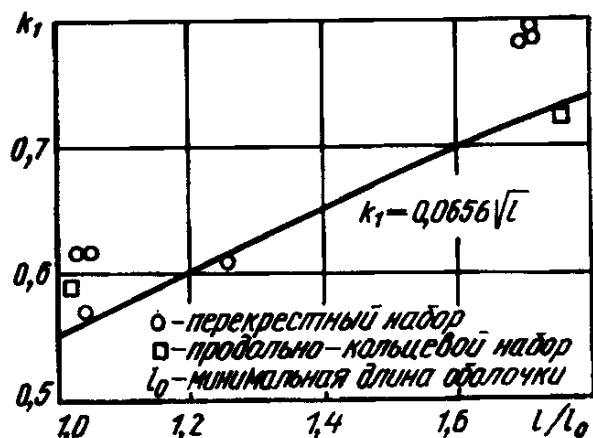


Рис. 23. Экспериментальные значения коэффициента k_1

Экспериментальные исследования проводились на оболочках различных габаритов с относительной длиной $l/R = 1,17 \dots 1,65$ с перекрестным или продольно-кольцевым набором. Ребра изготавливались химическим травлением или механическим фрезерованием в предварительно отвальцованной из плоского листа цилиндрической заготовке с продольным швом.

Отмечен большой разброс значений k_1 (до 40%) (рис. 23). Замечено, что коэффициент устойчивости является функцией длины оболочки:

$$k_1 = 0,0656 \sqrt{l}. \quad (62)$$

Эксперименты позволяют сделать следующие выводы. В диапазоне исследованных отношений l/R критическая сила не зависит от длины оболочки. Оболочки с перекрестным и продольно-кольцевым набором имеют практически одинаковый уровень коэффициентов устойчивости. Для оболочек с относительной длиной $l/R > 1$ получим из выражения (61) с учетом (62)

$$Q_p = 0,0656\pi E\delta^3 \sqrt[4]{R\delta} [1 + \beta\varphi(\psi - 1)^{2,25}]. \quad (63)$$

На основе зависимостей (58), (59) с учетом (62) предложим также следующие формулы:

при $r = h$

$$Q_p = 0,0656\pi E\delta^3 \sqrt[4]{R\delta} [1 + 0,3 \sqrt{\varphi} (\psi^{2,25} - 1)];$$

при $r = 0$

$$Q_{кр} = 0,0656\pi E\delta^3 \sqrt[4]{R\delta} [1 + 0,28 \sqrt[3]{\varphi^2} (\psi^{2,25} - 1)].$$

Местная потеря устойчивости. Критическая сила местной потери устойчивости определяется по формулам табл. 7, полученным так же, как для случая осевого сжатия. За расчетную схему принималась плоская пластинка с опертыми кромками. Экспериментальные исследования местной устойчивости при сдвиге не проводились. Для оболочек, спроектированных на действие осевого сжатия или внешнего давления, критическая сила местной потери устойчивости обычно не определяет несущую способность конструкции на сдвиг, так как здесь обеспечивается условие $Q_{кр.м} > Q_{кр.}$

ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

Касательные напряжения в сечении цилиндра определяются по формуле (47). Критический крутящий момент общей потери устойчивости коротких и средних оболочек с кольцевыми реб-

рами, изготовленными за одно целое со стенкой, определяется по формуле (55), где $\varphi = \varphi_2 = 2\pi c/b$. Коэффициент β при $r = h$

$$\beta = \frac{0,36}{\sqrt{\varphi}} + \frac{1,8}{\sqrt[3]{\varphi^3}} - 0,56; \quad (64)$$

при $r = 0$

$$\beta = \frac{0,32}{\sqrt{\varphi}} + \frac{1,7}{\sqrt[3]{\varphi^3}} - 0,52. \quad (65)$$

Экспериментальные исследования таких конструкций не проводились. Однако принимая во внимание опытные данные для поперечного сдвига, можно ожидать, что коэффициент устойчивости будет ниже, чем для вафельных оболочек, и поэтому можно рекомендовать $k = 0,44$.

Критический момент местной потери устойчивости стенки в пролете между кольцевыми ребрами

$$M_{кр. м} = 2\pi R^2 \delta \tau_{кр}. \quad (66)$$

Здесь $\tau_{кр}$ вычисляются по формулам табл. 6, где принимается $l = b_0 = b - c - r$. Край рекомендуется принимать опертыми.

ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

Максимальные напряжения определяются по формуле (52), критическая нагрузка — по (61).

По ограниченному числу экспериментов на оболочках с различными длинами и радиусами из формулы (61) получено $k_1 = 0,44 \dots 0,46$. Как видим, эти значения меньше, чем для вафельных оболочек.

Критическая сила местной потери устойчивости стенки в пролете между ребрами

$$Q_{кр. м} = \pi R \delta \tau_{кр}.$$

Здесь $\tau_{кр}$ определяются по формулам табл. 6, где $l = b_0 = b - c - r$. Край рекомендуется принять опертыми.

ГЛАВА 5

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ И КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

При действии внешнего давления потеря устойчивости оболочек происходит хлопком с образованием нескольких равномерно расположенных в окружном направлении вмятин. Вдоль образующей каждая вмятина распространяется на всю длину оболочки.

На величину разрушающей нагрузки помимо геометрических параметров конструкции и упругости материала оказывают влия-

ние условия закрепления краев и несовершенства оболочки: отклонение образующей после вальцовки плоского листа и выполнения продольного сварного шва, местные вмятины в районе сварных швов, а также внутренние сварочные напряжения и т. п. Уровень нижней критической нагрузки составляет около 70%, а при начальных несовершенствах формы, превышающих толщину оболочки, 40...60% верхнего теоретического значения для идеальных оболочек. По мере увеличения длины различие между верхней и нижней критическими нагрузками сглаживается, и для весьма длинных оболочек теоретические зависимости можно считать окончательными для практических расчетов.

Обобщение основных результатов теоретических и экспериментальных исследований для гладких оболочек приведено в [10, 12]. В основе расчета обычно лежит зависимость Мизеса [25] для оболочек с шарнирно опертыми краями, которая в пределе для оболочек средней длины переходит в известную формулу Папковича.

Для рассматриваемых задач условия закрепления краев играют более существенную роль, чем при сжатии. Влияние граничных условий на величину критического давления исследовалось в [3, 26], а наиболее содержательные и полные результаты представлены в [12, 29]. К сожалению, остается не освещенным учет упругости опорного контура оболочки. Теоретические зависимости в этой части отсутствуют. Особенно актуальна эта задача для конических днищ, где действуют значительные распорные усилия.

По учету несовершенств формы гладких оболочек результаты исследований изложены в [10, 12]; общепринятыми для расчетной практики являются рекомендации монографии [10], полученные на основании обобщения экспериментальных данных.

ГЛАДКИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Оболочки с шарнирно опертыми краями. Критическое давление для идеальной оболочки произвольной длины (кроме весьма короткой, $l < 2,5 \sqrt{R\delta}$) определяется формулой Мизеса

$$p_{кр} = \frac{E\delta}{R} \frac{\lambda^4 + \frac{\delta^2}{12(1-\mu^2)R^2} (\lambda^2 + n^2)^4}{(\lambda^2 + n^2)^2 e}, \quad (67)$$

где

$$\lambda = \frac{\pi}{c} \sqrt{\frac{R}{\delta}}, \quad c = \frac{l}{\sqrt{R\delta}};$$

$e = n^2 + \lambda^2/2$ — для всестороннего давления; $e = n^2$ — для бокового давления (рис. 24).

Число волн ($n = 2, 3, 4, \dots$) подбирают таким, чтобы $p_{кр}$ приняло минимальное значение. Для расчета можно воспользоваться формулой

$$n_{кр} = 2,7 \sqrt[4]{\frac{R}{\delta}} \sqrt{\frac{R}{l}}. \quad (68)$$

Проведенные вычисления показывают, что при $l > 10 \sqrt{R\delta}$ формула (68) справедлива для точных расчетов (для всестороннего и бокового давлений), а при $l < 10 \sqrt{R\delta}$ может быть использована для предварительного расчета с погрешностью до 10...20%.

Представим зависимость (67) в виде

$$p_{кр} = k_p 0,92 \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}}. \quad (69)$$

Здесь коэффициент k_p есть функция $k_p = f(c, R/\delta)$. Результаты вычислений значений k_p , минимизированных по числу волн n , показывают, что коэффициент k_p не зависит от R/δ и определяется только параметром c . Значения k_p приведены в табл. 8 и показаны на рис. 25. Можно предложить также следующую формулу, которая при $l > 6 \sqrt{R\delta}$ хорошо согласуется с точной зависимостью:

$$k_p = \frac{c}{c-a}, \quad (70)$$

где $a = 0,655$ для всестороннего, $a = 1,31$ для бокового давлений.

Из формулы (70) можно заметить, что с увеличением параметра c значения k_p асимптотически приближаются к единице. При

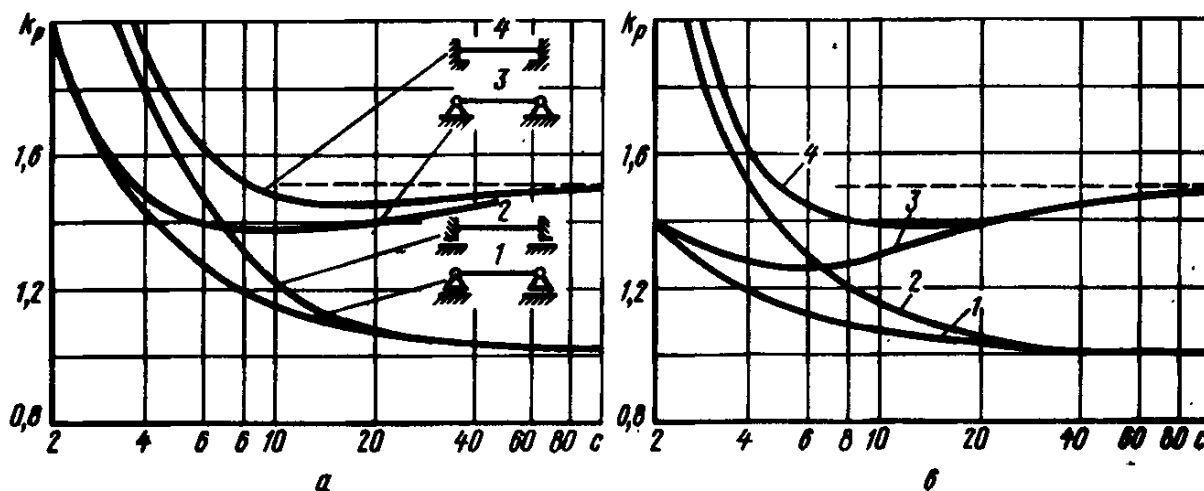


Рис. 25. Значения k_p для бокового (а) и всестороннего (б) давлений в зависимости от условий закрепления краев:

1 — шарнирное опирание; 2 — жесткое закрепление; 3 — шарнирное опирание, осевые смещения запрещены; 4 — жесткое закрепление, осевые смещения запрещены

Таблица 8

Коэффициент k_p

Давление	с					
	2,5	3	4	6	10	100
Всестороннее	1,325	1,26	1,18	1,12	1,07	1,0
Боковое	1,85	1,64	1,44	1,27	1,15	1,0

$c \geq 20$ для всестороннего и $c \geq 40$ для бокового давлений можно принять $k_p = 1$. При этом условии зависимость (69) переходит в формулу Папковича

$$p_{кр} = 0,92 \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}}. \quad (71)$$

Оболочки с другими граничными условиями. Значения коэффициента k_p для граничных условий, встречающихся в практике, приведены на рис. 25. При рассмотрении графиков можно отметить следующее.

1. Коэффициент k_p , представляющий отношение внешнего давления к критическому значению, определяемому по формуле Папковича, зависит от граничных условий на краях оболочки и параметра относительной длины c .

2. Для оболочек средней длины ограничение осевых смещений краев (схемы 3 и 4) увеличивает величину критического давления в сравнении со свободно опертой оболочкой (схема 1) в 1,5 раза.

3. Ограничение по углу поворота краев заметно влияет только на короткие оболочки, имеющие $c < 10$ (сравните схемы 1 и 2).

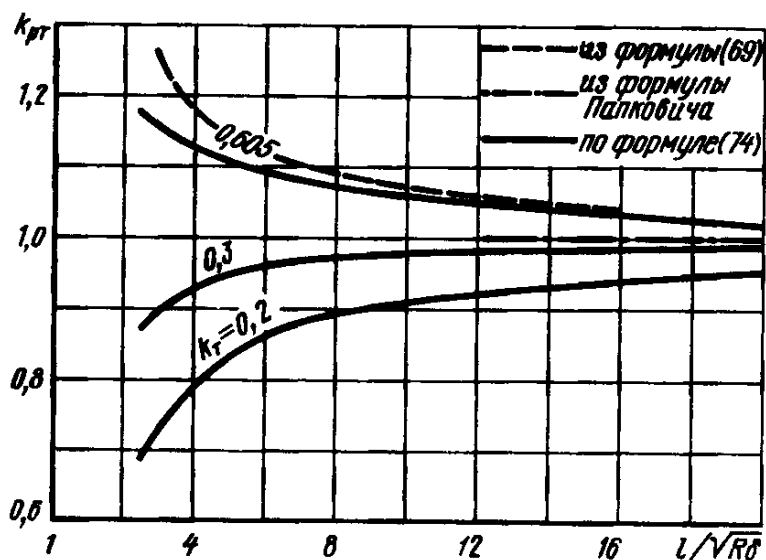
4. Значения коэффициента k_p при всестороннем и боковом давлении практически совпадают до значений $c > 20$. Для меньших c критические нагрузки при всестороннем давлении меньше, чем при чисто боковом, что объясняется действием осевой составляющей внешней нагрузки.

Рассматривая реальные оболочки при всестороннем давлении, необходимо принять во внимание, что критическая нагрузка при осевом сжатии снижается в 2 ... 3 раза по сравнению с идеальной оболочкой. В случае же только бокового давления это снижение составляет 20 ... 30%. Для оценки влияния осевой составляющей нагрузки воспользуемся выражением (121), приняв $\alpha = 1$. Критическое всестороннее давление с учетом одновременного действия осевого сжатия запишем в виде

$$p_{кр} = \frac{p_{кр. б}}{1 + \frac{\pi R^2 p_{кр. б}}{T_{кр}}}, \quad (72)$$

где $p_{кр. б}$ — критическое боковое давление ($T = 0$); $T_{кр} = 2\pi k_T E\delta^3$ — критическая сила при осевом сжатии ($p = 0$). Здесь коэффициент k_T принимается в соответствии с рис. 3.

Рис. 26. Коэффициент k_{pT} для расчета оболочек под действием всестороннего давления



Представим формулу (72) в виде

$$p_{кр} = k_{pT} 0,92 \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}}, \quad (73)$$

где

$$k_{pT} = \frac{k_p}{1 + \frac{0,46k_p}{ck_T}}. \quad (74)$$

Здесь k_p — коэффициент для бокового давления.

Изменение коэффициента k_{pT} показано на рис. 26. При вычислении k_{pT} по формуле (74) введена поправка на нижнее значение критической нагрузки только для осевой составляющей. На давление эта поправка учитывается непосредственно при расчете конструкции.

Значения k_{pT} , вычисленные по формуле (74), в пределе для идеальной оболочки ($k_T = 0,605$) не совпадают с данными, полученными из формулы (67) для всестороннего давления. Это объясняется приближенностью учета выражением (72) совместности действия силовых факторов. Всякое уточнение здесь имеет принципиальное значение только в теоретическом плане.

Из графика на рис. 26 можно сделать вывод, что для качественно изготовленных оболочек при $l > 10 \sqrt{R\delta}$ формула Папковича будет справедлива для расчета при всестороннем давлении.

Формулы для практических расчетов. Из четырех рассматриваемых схем граничных условий (см. рис. 25) схемы 3 и 4, у которых запрещены сближения краев, в реальных конструкциях практически не встречаются. Такой может быть, например, конструктивная система, в которой края оболочки заделаны на расположенный во внутренней ее полости абсолютно жесткий на сжатие в продольном и окружном направлениях стержень. В схемах 1 и 2, соответствующих шарнирному опиранию и жесткому закреплению краев, осевые смещения неограничены, однако запрещены радиальные перемещения краев.

Анализ многочисленных и разнообразных экспериментальных данных позволяет отметить следующее. Обычно оболочки заделываются на торцовые шпангоуты. При абсолютно жестком на кручение и сжатие в радиальном направлении шпангоуте закреплении краев будут соответствовать схеме 2. Такими могут быть условия

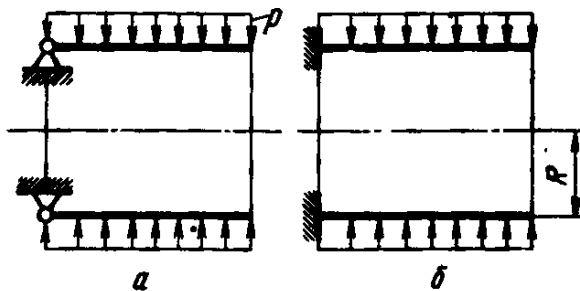


Рис. 27. Оболочка, у которой один торец свободный, а другой:
а — шарнирно опертый; б — жестко закрепленный

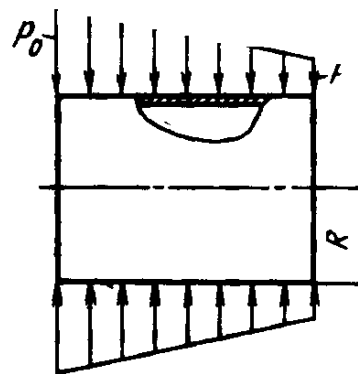


Рис. 28. Оболочка под действием неравномерного давления

закрепления оболочки баков на распорные шпангоуты днищ. Встречаются системы, у которых реальные граничные условия занимают промежуточное положение между схемами 1 и 2. При сравнительно высоком уровне критических напряжений и достаточно жестких на радиальное сжатие шпангоутах условия закрепления могут приближаться к схеме 1, например, когда края оболочки подкреплены Т-образными промежуточными шпангоутами. Теоретические зависимости по учету упругости шпангоутов отсутствуют, в практических расчетах конструкций обычно используют формулу Папковича для оболочек с шарнирно опертыми краями, скорректированную данными экспериментов.

Формулы для расчетов приведены в табл. 9. Для средних и коротких оболочек влияние начальных несовершенств учитывается коэффициентом k . Это влияние увеличивается с увеличением отношения R/δ . Для очень коротких оболочек в основу рекомендуемой формулы положено выражение критических напряжений плоских пластинок с шарнирно опертыми краями. Критическая нагрузка длинных оболочек (труб) не зависит от длины. Поэтому нижние критические напряжения можно принимать равными верхним значениям для идеальных оболочек. Диапазон применения длинных и средних оболочек получен из условия равенства их критических давлений.

Приведем также зависимости для расчета других конструктивно-силовых схем, встречающихся в практике. Критическое давление для оболочки, у которой один край свободен, а другой шарнирно оперт или жестко закреплен [3, 6] (рис. 27):

$$(p_{кр})_{св} = 0,6 p_{кр}, \quad (75)$$

где $p_{кр}$ — критическое давление для оболочки с обоими закрепленными краями, определяемое в соответствии с рекомендациями табл. 9.

Оболочка нагружена переменным по длине давлением, изменяющимся по линейному закону (рис. 28). Значение давления p_0 , при котором происходит потеря устойчивости оболочки [27]:

$$(p_{кр})_0 = \alpha p_{кр}, \quad (76)$$

Таблица 9

Формулы для расчета критического давления

Длина оболочки	Расчетные формулы												
Очень короткая, $l \leq 2,5 \sqrt{R\delta}$	$P_{кр} = k \frac{E\delta^3}{Rl^3}$ $k = 1,8$ — для всестороннего давления $k = 3,6$ — для бокового давления												
Короткая, $l \leq 15 \sqrt{R\delta}$	$P_{кр} = k_p 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}}$ Значение коэффициента k_p рекомендуется принимать: для бокового давления при абсолютно жестком шпангоуте по рис. 25; для всестороннего — $k_p = k_{pT}$ определяется по формуле (74) Коэффициент k принимается в соответствии с рекомендациями для оболочки средней длины												
Средняя, $l > 15 \sqrt{R\delta}$	$P_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}}$ <table><tr><td>R/δ</td><td>100</td><td>250</td><td>500</td><td>1000</td><td>1500</td></tr><tr><td>k</td><td>1,0</td><td>0,7</td><td>0,6</td><td>0,5</td><td>0,4</td></tr></table> <p>При несовершенствах формы, превышающих толщину стенки, значения k снижаются в 1,5 ... 2 раза</p>	R/δ	100	250	500	1000	1500	k	1,0	0,7	0,6	0,5	0,4
R/δ	100	250	500	1000	1500								
k	1,0	0,7	0,6	0,5	0,4								
Длинная (труба), $l \geq 3,35R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$	$P_{кр} = 0,275 \frac{E\delta^3}{R^3}$												

где $p_{кр}$ — критическое давление при равномерном его распределении вдоль образующей; $\alpha = 2/(1 + p_1/p_0)$ — для оболочек с обоими закрепленными краями; $\alpha = 4/(1 + 3p_1/p_0)$ — для оболочек с одним свободным краем, а другим закрепленным (см. рис. 27).

Рассмотрим оболочку с обоими закрепленными краями с идеальным продольным шарниром. Решение такой задачи для различных граничных условий получено в работе [29]. Приведем более простую зависимость, предложенную в работе [18], которая дает тождественные с первой результаты. Исследованиями [18, 29] установлено, что потеря устойчивости оболочки происходит в некоторой ограниченной области, включающей шарнир. Наличие шарнира снижает критическую нагрузку в два раза:

$$(p_{кр})_{ш} = 0,5p_{кр}. \quad (77)$$

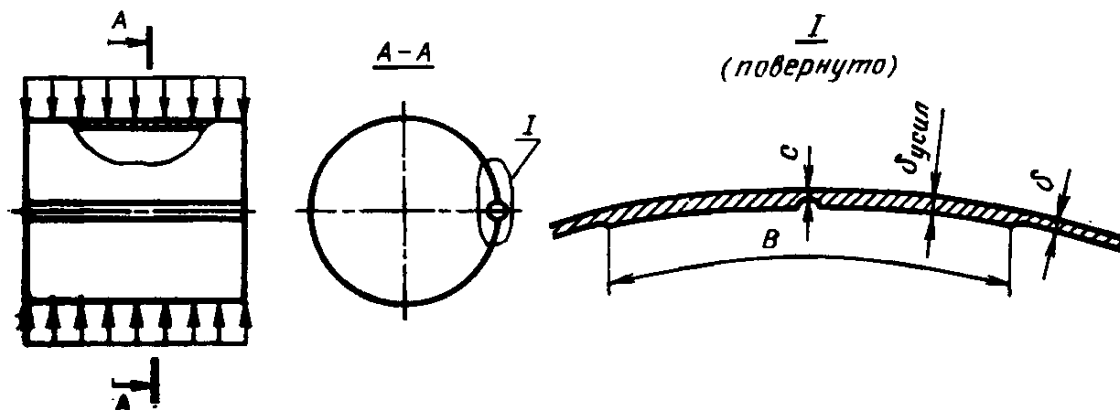


Рис. 29. Оболочка с продольным шарниром и компенсирующее усиление

При нескольких шарнирах, достаточно удаленных друг от друга, можно считать, что критическое значение давления будет таким же, как и для оболочки с одним шарниром.

Соотношение (77) позволяет обоснованно задать компенсирующее усиление оболочки при наличии продольного шарнира или локального продольного утонения в оболочке до толщины $c \leq \delta$ (рис. 29, вид I). Из формулы (71) найдем, что толщина $\delta_{\text{усил}}$ должна быть больше δ в 1,32 раза. Ширину усиления B определим, воспользовавшись выражением для зоны распространения вмятины в области шарнирного соединения [29]

$$B = \pi R \sqrt{\frac{I}{R}} \sqrt[4]{\frac{\delta}{R}}.$$

ГЛАДКИЕ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННЫЕ ШПАНГОУТАМИ

Постановка шпангоутов существенно повышает несущую способность конструкции. По сравнению с неподкрепленной гладкой оболочкой масса снижается в 1,5 раза. Кроме того, наличие шпангоутов в тонкостенных отсеках позволяет снизить влияние несовершенств и получить более надежную конструкцию.

Шпангоут с оболочкой может быть соединен точечной сваркой или заклепками, прерывистым или сплошным угловым сварным швом, стыковым швом (рис. 30). Если не обеспечивается совместная работа шпангоута и оболочки (при соединении их редкой связью), происходит существенное снижение критической нагрузки. В момент, когда начинается волнообразование, между шпангоутом и оболочкой развиваются значительные усилия сдвига, воспринимаемые соединением. При достаточно частом соединении общее сечение шпангоута и оболочки при изгибе остается плоским и обеспечивается совместность их работы.

Снижение критической нагрузки может быть вызвано неудовлетворительным качеством изготовления. У оболочек с приклепанными или приваренными шпангоутами кроме дефектов, обычных для гладких оболочек, могут иметь место такие, как неплоскостность шпангоута, перекося плоскости шпангоута по отношению к оси оболочки, начальные несовершенства стенок профиля, из кото-

рого изготовлен шпангоут. Нужно иметь также в виду, что критическое давление может снизиться в результате недостаточной жесткости шпангоута на кручение при несимметричном профиле, показанном, например, на рис. 30, *а*.

В коротких и средних оболочках продольные ребра незначительно влияют на величину критической нагрузки. С увеличением частоты стрингерного набора увеличивается и число волн, образующихся при потере устойчивости. Однако даже при частом расположении стрингеров значение p_r увеличивается лишь на 5...10%. Применение же оболочек, подкрепленных только шпангоутами, оправдывается и технологическими соображениями. Следует, однако, помнить, что необходимость обеспечения устойчивости оболочки в пролетах между шпангоутами при сравнительно больших давлениях может потребовать затраты большого количества материала на оболочку. Поэтому постановка стрингерного набора может быть целесообразной. Одним из видов таких конструкций являются оболочки вафельного типа.

Для оболочки, подкрепленной шпангоутами, возможны общая потеря устойчивости вместе со шпангоутами и местная — в пролете между шпангоутами. Последнее можно рассматривать как потерю устойчивости неподкрепленной оболочки. В расчетах местной устойчивости используют зависимости для схем с шарнирно-опертыми краями. Это положение дает надежные результаты, что подтверждается многочисленными экспериментами на различных конструкциях, в которых выбор подкрепляющих шпангоутов производился из условия обеспечения общей устойчивости.

Местная потеря устойчивости в пролетах между шпангоутами исследовалась на модельных оболочках, геометрические параметры которых изменялись в диапазонах $l/\sqrt{R\delta} = 10 \dots 35$, $R/\delta = 600 \dots 900$. Наблюдалось местное прохлопывание оболочки с образованием в каждом пролете нескольких вмятин, расположенных в окружном направлении, вдоль образующей длина вмятины ограничивалась шпангоутами. Число вмятин примерно совпадало со значением, вычисленным по формуле (68). Отношение значений экспериментальной нагрузки потери устойчивости к расчетной, определенной по формуле Папковича (71), равнялось 0,7 ... 0,9; для некоторых оболочек отмечено снижение до значения 0,65.

Критическое всестороннее или боковое давление общей потери устойчивости оболочки с равномерно расположенными шпангоутами получим из зависимости для конструктивно-ортотропных

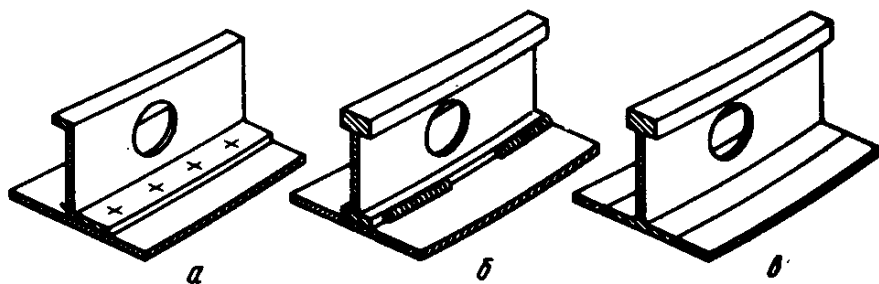


Рис. 30. Варианты соединений шпангоутов с оболочкой:

а — точечной сваркой или заклепками; *б* — прерывистым сварным швом; *в* — стыковым швом

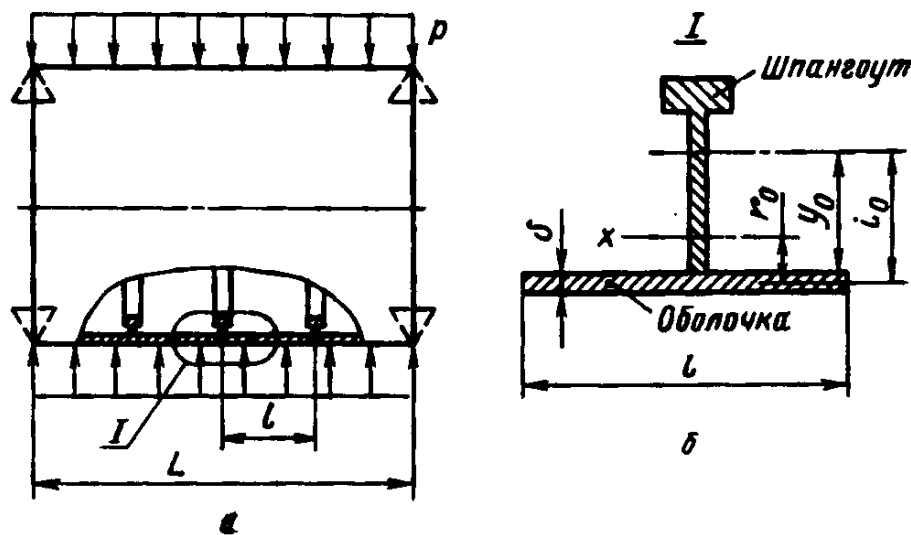


Рис. 31. Схема нагружения подкрепленной оболочки (а) и совместное сечение шпангоута с присоединенной оболочкой (б)

оболочек с шарнирно опертыми краями, принимая $D = E\bar{I}/l$:

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{LR^{3/2}} \zeta^{3/4}, \quad (78)$$

где $k = 0,5 \dots 0,8$ — коэффициент, учитывающий качество изготовления (большее значение принимается для качественно изготовленных оболочек); ζ — относительная жесткость оболочки, подкрепленной шпангоутами:

$$\zeta = \frac{12(1-\nu^2)\bar{I}}{l\delta^3}. \quad (79)$$

Здесь \bar{I} — момент инерции совместного сечения шпангоута с присоединенной оболочкой (за присоединенную оболочку принимается длина пролета между шпангоутами, рис. 31):

$$\bar{I} = I + F(i_0 - r_0)^2 + \frac{l\delta^3}{12(1-\nu^2)} + l\delta r_0^2, \quad (80)$$

где F , I — площадь и собственный момент инерции сечения шпангоута; r_0 — расстояние от центра тяжести совместного сечения до средней поверхности оболочки; i_0 — расстояние от центра тяжести сечения шпангоута до средней поверхности; y_0 — координата центра тяжести.

$$r_0 = \frac{F i_0}{F + l\delta}; \quad i_0 = y_0 + \frac{\delta}{2}. \quad (81)$$

Если совместность работы шпангоута и оболочки не обеспечивается (шпангоут соединен с оболочкой редкими сварными точками или заклепками), при вычислении ζ принимается $\bar{I} = I$.

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПОДКРЕПЛЕННОЙ ШПАНГОУТАМИ ОБОЛОЧКИ

Анализ оптимальности. Необходимо определить, при каких значениях параметров (толщины оболочки, числа шпангоутов, их сечения) конструкция имеет минимальную массу при заданной несущей способности.

Толщину оболочки определим из формулы (71). Учитывая, что $l = L/n$, где n — число пролетов между шпангоутами, получим

$$\delta = \delta_{г\lambda}/n^{0.4}. \quad (82)$$

Момент инерции шпангоутов $I_{ш}$ найдем из выражения (82), предварительно определив из условия равнопрочности местной и общей устойчивости $\zeta = 0,458n^{5/3}$. В результате получим

$$I_{ш} = \frac{L\delta_{г\lambda}^3}{22,5} \frac{1}{n^{8/15}}; \quad (83)$$

здесь за $I_{ш}$ будем принимать: при непрерывной связи шпангоута с оболочкой — момент инерции относительно оси, проходящей по внутренней поверхности оболочки; при соединении редкими связями — собственный момент инерции шпангоута.

Запишем геометрические характеристики сечения шпангоута в виде

$$F_{ш} = a_F h \delta; \quad I_{ш} = a_I h^3 \delta, \quad (84)$$

где a_F , a_I — числовые коэффициенты, определяемые при расчете геометрических характеристик сечения.

Приравняв выражения для момента инерции (83), (84) и приняв в запас прочности $n^{2/45} \approx 1$, получим $h = \sqrt[3]{L\delta_{г\lambda}^2/3} \sqrt[3]{a_I}$. Тогда выражение для площади сечения шпангоута запишем в виде $F_{ш} = \chi \delta \sqrt[3]{L\delta_{г\lambda}^2}$, где $\chi = a_F/3 \sqrt[3]{a_I}$. Эквивалентная толщина подкрепленной оболочки $\delta_v = \delta + F_{ш}/l$.

Коэффициент совершенства подкрепленной оболочки

$$K_G = \frac{\delta_v}{\delta_{г\lambda}} = \frac{1}{n^{0.4}} + \lambda n^{0.6}. \quad (85)$$

Здесь

$$\lambda = \chi \beta, \quad \beta = \left(\frac{\rho}{kE} \right)^{0.267} \left(\frac{R}{L} \right)^{0.4}.$$

Оптимальное по массе число пролетов определится из условия $dK_G/dn = 0$. В результате получим

$$n_{\text{опт}} = \frac{2}{3\lambda}. \quad (86)$$

Подставив зависимость (86) в формулу (85), получим выражение коэффициента совершенства оптимальной конструкции

$$K_{G \text{ min}} = 1,96\lambda^{0.4}. \quad (87)$$

Зависимость (87) представлена на рис. 32, из которого видно, что существуют оболочки ($\lambda > 0,15$), для которых подкрепление шпангоутами нерационально. Это относится к коротким оболочкам. Однако в практически встречающихся задачах $\lambda < 0,1$, и эффективность подкрепления будет тем ощутимее, чем меньше λ .

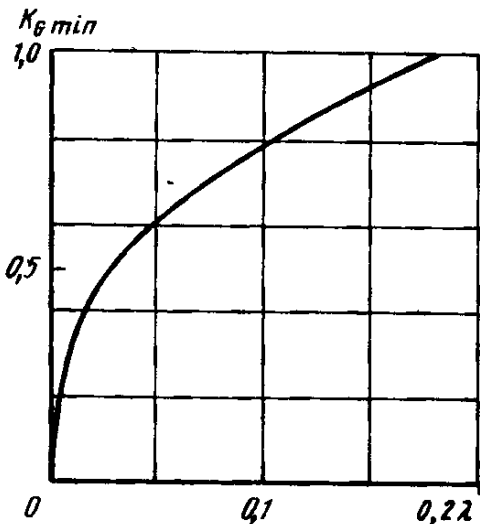


Рис. 32. Коэффициент совершенства оптимальной подкрепленной оболочки

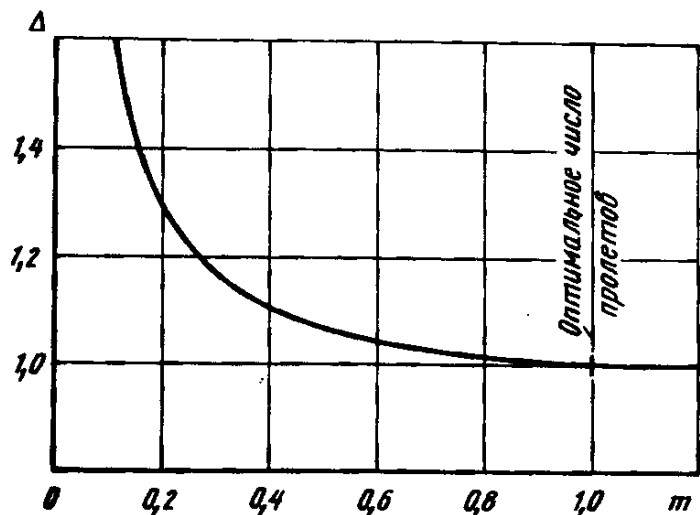


Рис. 33. Увеличение массы Δ при отступлении от оптимального числа пролетов

Оценим увеличение массы при отступлении от оптимальности, $m = n/n_{\text{опт}}$ (при $\lambda \ll 1$):

$$\Delta = \frac{K_G}{K_{G \min}} = \frac{3 + 2m}{5m^{0.4}}. \quad (88)$$

Как видно из графика функции $\Delta = f(m)$ (рис. 33), даже значительные отклонения от оптимального числа пролетов ведут к незначительному увеличению массы. При уменьшении числа пролетов в 2...3 раза по сравнению с оптимальной конструкцией увеличение массы составляет 6...17%. Практически число пролетов можно принять $n_{\text{пр}} = (0,4...0,5) n_{\text{опт}}$.

Приближенная оценка массы. Когда требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности подкрепленной оболочки, определить эквивалентную толщину для оценки массы, расчет проводится по формуле

$$\delta_0 = 1,95 \Delta \chi^{0.4} \sqrt{\frac{p_{\text{кр}}}{kE}} \sqrt[4]{R^3 L}. \quad (89)$$

Рекомендуется принимать $\Delta = 1,05...1,1$; $\chi = 0,6...0,75$. Большшему значению Δ соответствует оболочка с меньшим числом пролетов. Меньшее значение χ принимается для шпангоутов, выполненных из прессованных профилей. Чтобы получить более надежный результат для разных видов подкрепляющих профилей, рекомендуется величину χ определить расчетом.

Пример 1. Задано: спроектировать оболочку из алюминиевого сплава, $E = 0,7 \cdot 10^4$ кН/см²; $R = 50$ см; $L = 150$ см; $p_{\text{кр}} = 0,14$ кН/см². Приняв $k = 1$, $\chi = 0,7$, $\Delta = 1,1$, по формуле (89) определим

$$\delta_0 = 1,95 \cdot 1,1 \cdot 0,7^{0.4} \sqrt{\frac{0,14}{0,7 \cdot 10^4}} \sqrt[4]{50^3 \cdot 150} = 0,545 \text{ см.}$$

Порядок проектировочного расчета. Задано: $p_{\text{кр}}$, L , R , E .
1. Определим коэффициент исходных данных β . Если $\beta > 0,4$, подкрепление шпангоутами нерационально.

Таблица 10

Коэффициенты формы сечений шпангоутов

Профиль сечения			
Обеспечение совместности работы шпангоута с оболочкой	Обеспечивается		Не обеспечивается
a_F	$1,6\alpha$	α	$1,8\alpha$
a_I	$0,873\alpha$	$0,334\alpha$	$0,28\alpha$
χ	$0,56 \sqrt[3]{\alpha^3}$	$0,48 \sqrt[3]{\alpha^3}$	$1,13 \sqrt[3]{\alpha^3}$

2. Принимаем профиль сечения шпангоута. Все толщины сечения выразим через δ , а длины через высоту шпангоута h . Вычислим коэффициенты $a_F = F_{\text{ш}}/h\delta$, $a_I = I_{\text{ш}}/h^3\delta$, коэффициент формы χ и λ .

Для шпангоутов, у которых совместность работы с оболочкой обеспечивается, $I_{\text{ш}}$ определим относительно внутренней поверхности оболочки, если не обеспечивается — относительно собственной нейтральной оси. И в том и в другом случае оболочку не учитываем. Для некоторых профилей сечений в табл. 10 приведены рекомендуемые соотношения размеров и коэффициенты формы, где принято $\alpha = \delta_1/\delta$.

3. По формуле (86) определим $n_{\text{опт}}$. С увеличением массы на 6...10% можно принять $n = (0,4...0,5) n_{\text{опт}}$. Если n принимается с отступлениями от рекомендуемых значений, увеличение массы в сравнении с оптимальной конструкцией оценивается по формуле (88) или рис. 33.

4. Вычислим толщину оболочки и высоту шпангоутов $\delta = L\beta^{3/2}/n^{0,4}$, $h = \lambda L/a_F$.

5. Найдем эквивалентную толщину δ_0 для оценки массы.

Пример 2. Заданные исходные данные те же, что в примере 1. Определим

$$\beta = \left(\frac{14}{0,7 \cdot 10^4} \right)^{0,267} \left(\frac{50}{150} \right)^{0,4} = 0,0358.$$

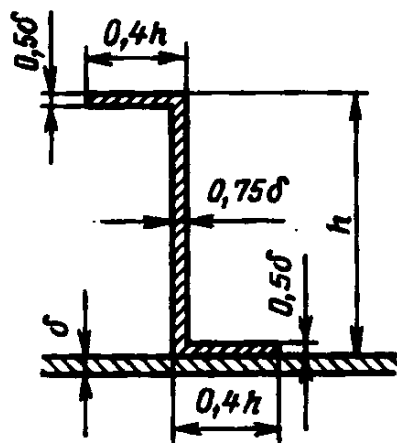


Рис. 34. Принятые соотношения размеров сечения шпангоута

Оболочку будем подкреплять профилями z-образного сечения. Шпангоут соединен с оболочкой точечной сваркой, совместность работы не обеспечивается. Принятые соотношения размеров сечений показаны на рис. 34. В результате вычислений получим $F_{ш} = 1,15h\delta$; $I_{ш} = 0,162h^3\delta$; $a_F = 1,15$; $a_I = 0,162$; $\chi = 1,15/3 \sqrt[3]{0,162} = 0,7$; $\lambda = 0,0358 \cdot 0,7 = 0,025$. Для оптимальной оболочки найдем $n_{опт} = 2/3 \cdot 0,025 = 28$. Приняв $n = 0,4n_{опт}$, определим $n = 0,4 \cdot 28 = 11,2$.

Принимаем $n = 10$. По формуле (88) оценим увеличение массы в сравнении с оптимальной конструкцией:

$$\Delta = \frac{3 + 2 \cdot 0,357}{5 \cdot 0,357^{0,4}} = 1,125, \text{ т. е. на } 12,5\%.$$

Определим параметры подкрепленной оболочки:

$$l = \frac{1500}{10} = 150 \text{ мм}; \quad \delta = \frac{1500 \cdot 0,0358 \sqrt[3]{0,0358}}{10^{0,4}} = 4,06 \text{ мм};$$

$$h = \frac{1500 \cdot 0,025}{1,15} = 33 \text{ мм}; \quad \delta_a = 4,06 (1 + 0,025 \cdot 10) = 5,1 \text{ мм}.$$

Как видим из сравнения значений δ_a , полученных в примерах 1 и 2, приближенная формула (89) дает достаточно точный результат (расхождение 6,5%).

РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ОПТИМАЛЬНОСТИ ВАФЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Коэффициент совершенства по массе вафельной оболочки с прямоугольным сечением ребер ($r = 0$)

$$K_G = \frac{\delta_a}{\delta_{гл}} = \frac{1 + 0,318\varphi(\psi - 1)}{[1 + 0,28 \sqrt[3]{\varphi^3} (\psi^{5/2} - 1)]^{0,4}}.$$

Для оптимальной оболочки:
коэффициент подкрепления

$$\varphi_{опт} = \frac{1,15}{\psi};$$

коэффициент совершенства

$$K_{G \min} = \frac{1 + 0,366 \frac{\psi - 1}{\psi}}{\left[1 + 0,307 \frac{\psi^{5/2} - 1}{\sqrt[3]{\psi^3}} \right]^{0,4}}. \quad (90)$$

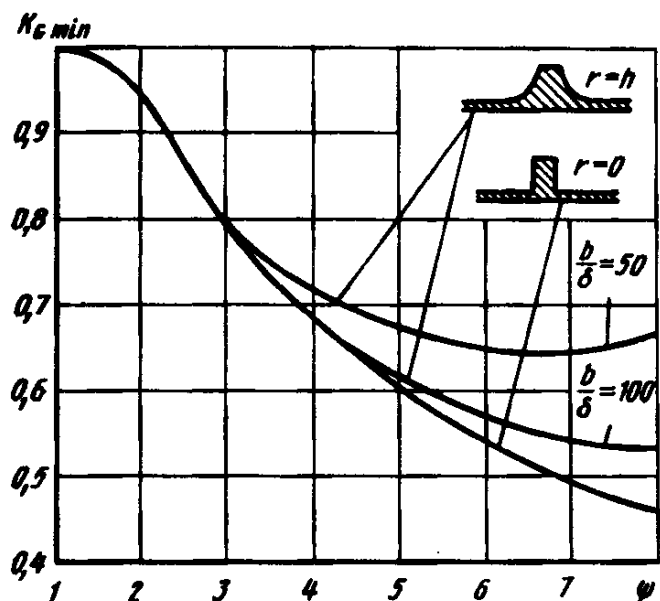
Для диапазона $4 \leq \psi \leq 10$ с погрешностью около 1%

$$K_{G \min} = \frac{1,33}{\sqrt{\psi}}.$$

Рис. 35. Коэффициент совершенства по массе вафельных оболочек

Изменение коэффициента $K_{G \min}$ показано на рис. 35, на котором приводятся также результаты исследований для оболочек, изготавливаемых химическим фрезерованием ($r = h$).

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы. При значениях $\psi < 3$ вафельные оболочки не имеют ощутимых преимуществ по массе в сравнении с гладкими. При $\psi = 6 \dots 8$ обеспечивается снижение массы в 1,85...2,2 раза, с дальнейшим увеличением ψ выигрыш будет менее заметен, поэтому обычно ограничиваются значениями $\psi \leq 10$. При изменении ψ в диапазоне $\psi = (0,7 \dots 1,5) \varphi_{\text{опт}}$ изменение массы оболочки не превышает 5%. Применение оболочек, изготавливаемых химическим травлением, ограничивается значениями $\psi = 5 \dots 6$.



ВАФЕЛЬНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Общая потеря устойчивости. Воспользуемся зависимостью для идеальной конструктивно-ортотропной оболочки с шарнирно опертыми краями

$$p_{кр} = \frac{1,75\pi}{lR^{3/2}} \sqrt[4]{(1-\nu^2) B_1 D_2^3}. \quad (91)$$

Из трех рассматриваемых вариантов расположения ребер (см. рис. 10) предпочтительны оболочки с продольно-кольцевым и перекрестно-кольцевым набором, так как они позволяют принять более жесткие кольцевые ребра (в 3...4 раза шире продольных), что дает уменьшение массы до 10%. По сравнению же с оболочками, подкрепленными только кольцевым набором, оболочки вафельного типа проигрывают в массе 3...5% (речь идет об идеальных оболочках). Однако в реальных конструкциях вафельное подкрепление в большинстве случаев предпочтительно. Продольные ребра, несущественно влияя на величину разрушающей нагрузки, позволяют увеличить шаг кольцевых ребер, обеспечивают более надежную конструкцию с меньшей чувствительностью к общим и местным несовершенствам. Рекомендуемые зависимости и экспериментальные данные относятся к оболочкам с постоянной жесткостью подкрепления вдоль образующей. Следует отметить, что наиболее рациональной будет оболочка, которая в центре пролета имеет более широкие (жесткие) кольцевые ребра.

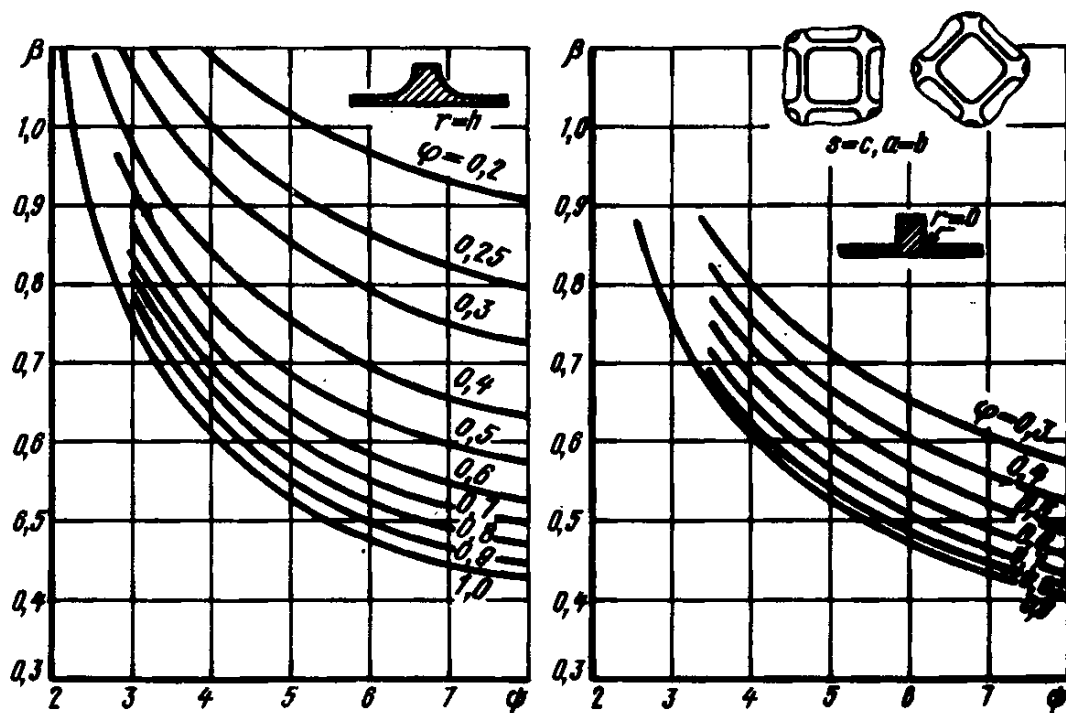


Рис. 36. Коэффициент β для вафельных оболочек под действием давления

Вафельные оболочки мало чувствительны к общим и местным несовершенствам. Экспериментально установлено, что на несущую способность не влияют местные прогибы в отдельных ячейках и в районе сварных швов, превышающие толщину стенки, непрямолинейность образующей, если она не превышала половины приведенной (по жесткости) толщины.

Критическое давление для оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} [1 + \beta\varphi(\psi - 1)^{5/2}], \quad (92)$$

где при $r = h$

$$\beta = \frac{0,45}{\sqrt{\varphi}} + \frac{1,7}{\psi} - 0,7; \quad (93)$$

при $r = 0$

$$\beta = \frac{0,44}{\sqrt[3]{\varphi}} + \frac{1,41}{\sqrt{\psi}} - 0,57. \quad (94)$$

Формулы (93) и (94) получены аппроксимацией значений кривых на рис. 36, которые вычислены при выполнении условия равенства выражений (91) и (92) при $k = 1$.

Предложим также следующие зависимости, погрешность которых в диапазоне $4 \leq \psi \leq 8$ и $0,2 \leq \varphi \leq 1,0$ не превышает 2%: при $r = h$

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} [1 + 0,28\sqrt{\varphi}(\psi^{5/2} - 1)]; \quad (95)$$

при $r = 0$

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} [1 + 0,28\sqrt[3]{\varphi^2}(\psi^{5/2} - 1)]. \quad (96)$$

В выражениях (92)...(96) $\varphi = \sqrt[4]{\varphi_1 \varphi_2^3}$, где φ_1 , φ_2 вычисляются в соответствии с табл. 1.

По экспериментальным данным большого числа оболочек можно рекомендовать:

$k = 1,0 \dots 1,2$ — при заделке торцов на недеформируемые шпангоуты;

$k = 0,7 \dots 0,9$ — для сравнительно больших давлений (уровень напряжений $\sigma \approx 0,8\sigma_T$) при заделке торцов на деформируемые шпангоуты.

Рекомендуемые экспериментальные значения k относятся к качественно изготовленным оболочкам. Для оболочек с большими прогибами, превышающими приведенную толщину $\delta_{пр}$, значения k следует снижать на 20...30%.

Строго говоря, выражением (92) должно учитываться влияние граничных условий закрепления краев аналогично гладким оболочкам. Данные рис. 25 очевидно могут быть отнесены и к конструктивно-ортотропным оболочкам, при этом вместо δ следует принимать $\delta_{пр}$, т. е. $c = 1/\sqrt{R\delta_{пр}}$. Однако многочисленные эксперименты с различными конструкциями подтверждают, что при выборе коэффициента k достаточно руководствоваться вышеприведенными рекомендациями.

На рис. 37 показано изменение коэффициента совершенства по массе оболочки K_G в зависимости от отношения $\chi = \varphi_2/\varphi_1$. Коэффициент K_G равен отношению массы оболочки с произвольным χ к массе оболочки с $\chi = 1$. Анализируя полученные результаты, можно сделать следующие выводы.

1. В диапазоне рассматриваемых значений φ и ψ коэффициент K_G практически не зависит от этих параметров (с погрешностью менее 3%).

2. Наиболее ощутимый выигрыш массы ($\approx 10\%$) получается в диапазоне $\chi = 1 \dots 4$. С дальнейшим увеличением χ выигрыш будет незаметным. При проектировании рекомендуется принимать $\chi = 3 \dots 4$.

3. Вафельные оболочки, имеющие $\chi = 3 \dots 4$, в сравнении с идеальными, подкрепленными только кольцевыми ребрами, проигрывают в массе 3...5%.

Оболочки с ребрами таврового сечения. Значения эквивалентной ширины c_3 , s_3 определяются согласно (22), после чего дальнейшие расчеты проводятся по формулам для оболочек с прямоугольным сечением ребер. При действии всестороннего давления наиболее рацио-

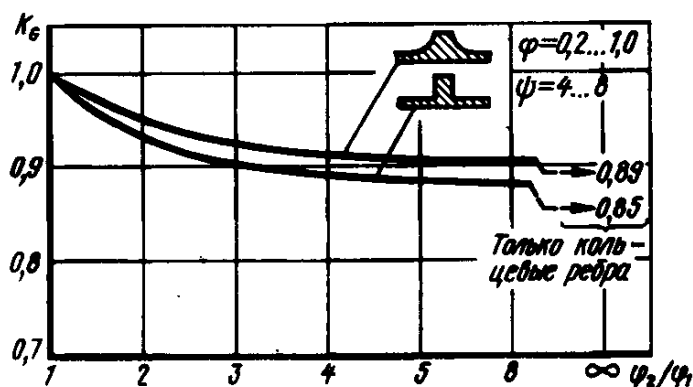


Рис. 37. Зависимость совершенства по массе K_G (для идеальных оболочек) от отношения φ_2/φ_1

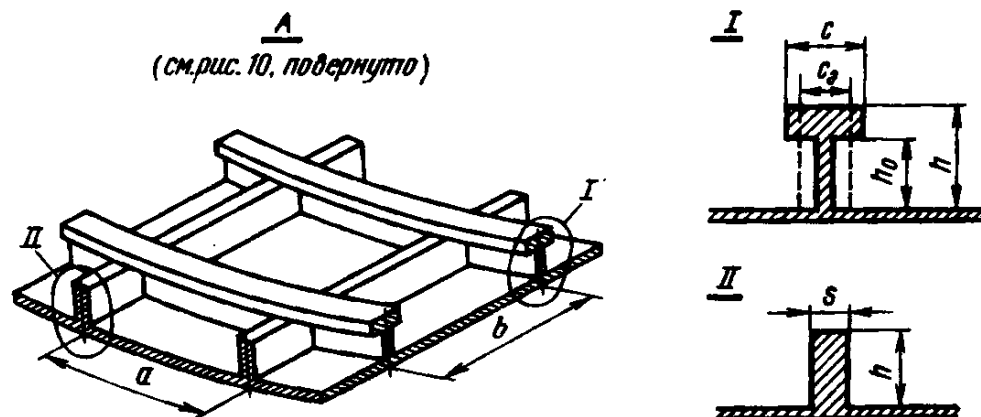


Рис. 38. Элемент вафельной оболочки с тавровыми ребрами

нальной будет конструкция с тавровыми кольцевыми и прямоугольными продольными ребрами (рис. 38). Роль последних сводится к обеспечению местной устойчивости стенки и осевой составляющей критической нагрузки. Высота продольных ребер в сравнении с кольцевыми может быть уменьшена. На основании экспериментальных данных для таких конструкций коэффициент k может быть принят в соответствии с изложенными рекомендациями.

Местная потеря устойчивости стенки в отдельных ячейках. Критическое давление для оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором

$$p_{кр. м} = k_1 \frac{E\delta^3}{Rb_0^2}. \quad (97)$$

Формула (97) получена аналогично случаю осевого сжатия оболочек, при этом действующие напряжения в запас определялись по толщине стенки без учета ребер.

Коэффициент k_1 , зависящий от условий закрепления краев ячейки, на основании экспериментальных исследований можно принять следующим: $k_1 = 3...6$ (2,45; 6,45) для продольно-кольцевого расположения ребер (клетка квадратная); $k_1 = 2,5...4,5$ (1,81; 4,84) — для перекрестного. Меньшие значения принимаются для сравнительно большого давления. В скобках указаны теоретические значения k_1 для плоской пластинки соответственно с опертыми и защемленными краями. По экспериментальным данным, реальная заделка для различных видов расположения ребер и способов изготовления находится между опиранием и защемлением. При напряженном состоянии, близком к пределу текучести, на некоторых оболочках отмечено снижение коэффициента k_1 до уровня, соответствующего условиям опирания.

Местная потеря устойчивости при сравнительно больших давлениях проявлялась в двух формах: внезапном хлопке стенки отдельных ячеек или интенсивном увеличении прогиба стенки без хлопка. В последнем случае местное деформирование имело упругий характер: прогиб достигал величины порядка толщины стенки и исчезал полностью (по визуальным наблюдениям) после сброса нагрузки. Интересно отметить, что образование вмятин наблюдалось одновременно во всех ячейках и имело рельефный вид. Это, однако, не повлияло на величину разру-

шающей нагрузки общей потери устойчивости (вафельные ребра располагались с наружной поверхности оболочки). При разрушении же хлопком вмятины после снятия нагрузки оставались. Дать точную зависимость, отражающую количественно обе формы разрушения, не представляется возможным. Однако можно с уверенностью принять, что до значения k_1 , соответствующего условиям опирания, описанные формы разрушения не проявляются.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ВАФЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Ниже изложены зависимости для оболочек с прямоугольным сечением ребер ($r = 0$).

Приближенная оценка массы и несущей способности. Когда требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности вафельной оболочки, по заданному давлению p_p определить эквивалентную толщину (для оценки массы) или для заданной δ_0 оценить p_p , расчет проводится по формулам:

если задано $p_{кр}$,

$$\delta_0 = 1,3 \left(\frac{p_{кр} l R^{3/2}}{0,92 k E} \right)^{0,4} \frac{1}{\sqrt{\psi}}; \quad (98)$$

если задано δ_0 ,

$$p_{кр} = 0,48 \frac{k E \delta_0^{5/2}}{l R^{3/2}} \psi \sqrt[4]{\psi}. \quad (99)$$

Толщину стенки и исходного листа ориентировочно можно оценить из соотношений: $\delta = (0,6 \dots 0,7) \delta_0$; $\delta_{исх} = \psi \delta$.

Пример 1. Задано: разрушающая нагрузка $p_{кр} = 0,1$ кН/см²; $R = 50$ см; $l = 50$ см; материал — алюминиевый сплав; $E = 0,7 \cdot 10^4$ кН/см².
Приняв $k = 0,8$ и $\psi = 6$, определим

$$\delta_0 = 1,3 \left(\frac{0,1 \cdot 50 \cdot 50^{3/2}}{0,92 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 10^4} \right)^{0,4} \frac{1}{\sqrt{6}} = 0,346 \text{ см.}$$

Сравнение с точным расчетом (пример 3, $\delta_0 = 3,23$ мм) показывает, что формула (98) дает достаточно точные результаты.

Ориентировочные значения толщин стенки и исходного листа $\delta = (0,6 \dots 0,7) 0,367 = 0,22 \dots 0,257$ см; $\delta_{исх} = 6 (0,22 \dots 0,257) = 1,32 \dots 1,54$ см.

Приближенная оценка при ограничении по $\delta_{исх}$. При заданных критической нагрузке $p_{кр}$ и толщине исходного листа $\delta_{исх}$ параметр ψ выбирается из диапазона

$$\delta_{исх}^2 \left(\frac{0,92 k E}{p_{кр} l R^{3/2}} \right)^{0,8} < \psi \leq 0,85 \sigma_T^2 \left(\frac{l}{0,92 k E R p_{кр}^{3/2}} \right)^{0,8} \quad (100)$$

Меньшее значение ψ относится к конструкции, в которой масса набора ребер составляет около 25%, при большем — до 40...45%.

Эквивалентную толщину оболочки для оценки ее массы и критическое давление определим по формулам

$$\delta_a = 1,3 \left(\frac{p_{кр} l R^{3/2}}{0,92 k E} \right)^{0,8} \frac{1}{\delta_{исх}};$$

$$p_p = 0,65 \frac{k E (\delta_a \delta_{исх})^{1,25}}{l R^{3/2}}.$$

Область применения. С увеличением эффективности подкрепления ψ (увеличение высоты ребер), с ростом несущей способности оболочки возрастает величина критических напряжений $\sigma_{кр}$. Принимая $\sigma_p \approx 0,9\sigma_T$, получим предельно возможное значение

$$\psi_{пред} = \sigma_T^2 \left(\frac{l}{0,92 k E R p_{кр}^{3/2}} \right)^{0,8}. \quad (101)$$

Коэффициент совершенства по массе, который реализуется при данном материале:

$$K_{G \min} = \frac{1,28}{\sigma_T} \left(\frac{k E R p_{кр}^{3/2}}{l} \right)^{0,4}. \quad (102)$$

Из выражения (101) определим минимальное значение предела текучести, которое должен иметь материал при принятом ψ :

$$\sigma_T = \sqrt{\psi} \left(\frac{0,92 k E R p_{кр}^{3/2}}{l} \right)^{0,4}. \quad (103)$$

Пример 2. Исходные данные те же, что в примере 1, но $\sigma_T = 16$ кН/см². По формуле (101) вычислим

$$\psi_{пред} = 16^2 \left(\frac{50}{0,92 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 10^4 \cdot 50 \cdot 0,1^{3/2}} \right)^{0,8} = 4,35.$$

При принятом $\psi = 6$ материал будет работать за пределом упругости, так как $\psi > \psi_{пред}$. По формуле (103) определим требуемое значение σ_T , при котором можно принять $\psi = 6$:

$$\sigma_T = \sqrt{6} \left(\frac{0,92 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 10^4 \cdot 50 \cdot 0,1^{3/2}}{50} \right)^{0,4} = 18,8 \text{ кН/см}^2.$$

Порядок проектировочного расчета. Приведенный ниже алгоритм справедлив для всех рассматриваемых вариантов подкрепления (см. рис. 10) при $r = 0$.

Задано: эксплуатационное давление p , радиус R и длина оболочки l , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим расчетную нагрузку $p_p = f p$, вычислим

$$B = \frac{p_{кр} l R^{3/2}}{0,92 k E}.$$

2. Принимаем ψ ($5 < \psi \leq \psi_{пред}$).

3. Определим $\varphi = \varphi_{опт}$.

4. Определим толщину стенки

$$\delta = \left[\frac{B}{1 + 0,28 \sqrt[3]{\varphi^3} (\psi^{5/2} - 1)} \right]^{0,4}.$$

Если есть необходимость увеличить толщину стенки, следует принять уменьшенное значение φ .

5. Определим $\delta_{исх} = \psi\delta$. Для уменьшения $\delta_{исх}$ наиболее эффективным средством будет введение промежуточного шпангоута, при этом длина пролета l уменьшится. Можно уменьшить также ψ (масса конструкции увеличится) или увеличить значение φ . После этого определяется скорректированное значение $\delta_{исх}$.

6. Принимаем соотношение подкрепления в продольном и кольцевом направлениях $\chi = \varphi_2/\varphi_1$. Для оболочек с перекрестным набором $\chi = 1$, с продольно-кольцевым — $\chi = 1...4$. При $\chi = 3...4$ выигрыш массы в сравнении с $\chi = 1$ составляет приблизительно 10%. Большие значения относятся к оболочкам, имеющим сравнительно широкие кольцевые и узкие продольные ребра.

7. Вычислим $\varphi_2 = \varphi \sqrt[4]{\chi}$, определим шаг и ширину кольцевых ребер:

$$b = \frac{\delta}{1 - \varphi_2/2\pi} \sqrt{\frac{k_1 E \delta}{\rho_{кр} R}}; \quad c = \frac{b \varphi_2}{2\pi}.$$

При необходимости увеличить шаг или ширину ребер следует уменьшить φ , после чего расчеты по пп. 4...7 повторяются.

8. Вычислив $\varphi_1 = \varphi_2/\chi$ и приняв шаг продольных ребер a , определим ширину ребер: продольных $s = a\varphi_1/2\pi$ (продольно-кольцевой набор); перекрестных $s = b\varphi_1/3\pi$ (перекрестно-кольцевой набор).

9. По формуле (29) или (30) определим δ_s .

Пример 3. Исходные данные те же, что в примере 1, но $\sigma_T = 24$ кН/см², $k = 0,8$. Вычислим

$$B = \frac{0,1 \cdot 50 \cdot 50^{3/2}}{0,92 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 10^4} = 0,343 \text{ см}^{5/2}.$$

Принимаем $\psi = 6$, $\chi = 3$. Определим $\varphi = \varphi_{опт} = 0,192$. На основании прикидочных расчетов с целью уменьшения значения $\delta_{исх}$ и увеличения s , принимаем $\varphi = 0,35$. Определим толщину стенки

$$\delta = \left[\frac{0,343}{1 + 0,28 \sqrt[3]{0,35^3} (6^{5/2} - 1)} \right]^{0,4} = 0,233 \text{ см};$$

принимаем $\delta = 0,24$ см; $\delta_{исх} = 6 \cdot 0,24 = 1,44$ см. Вычислим $\varphi_2 = 0,35 \sqrt[4]{3} = 0,46$. Определим шаг кольцевых ребер, приняв $k_1 = 3$, и их ширину

$$b = \frac{0,24}{1 - 0,46/6,28} \sqrt{\frac{3 \cdot 0,7 \cdot 10^4 \cdot 0,24}{0,1 \cdot 50}} \approx 8,1 \text{ см};$$

$$c = \frac{8,1}{6,28} \cdot 0,46 = 0,6 \text{ см}.$$

Эквивалентная толщина $(\delta_2)_2$ для расчета массы

Измененный параметр	p_2	E_2	R_2	l_2
$(\delta_2)_2$	$(\delta_2)_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{0,4}$	$(\delta_2)_1 \left(\frac{E_2}{E_1} \right)^{0,4}$	$(\delta_2)_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{0,6}$	$(\delta_2)_1 \left(\frac{l_2}{l_1} \right)^{0,4}$

Приняв шаг продольных ребер $a = 8$ см и вычислив $\varphi_1 = 0,46/3 = 0,153$, найдем ширину продольных ребер

$$s = \frac{8,0}{6,28} \cdot 0,153 = 0,195 \text{ см}; s = 0,2 \text{ см.}$$

По формуле (29) вычислим $\delta_2 = 3,23$ мм, принимая $r_1 = 0,7$ см.

Порядок расчета при заданном $\delta_{исх}$.

1. Задаемся ψ согласно рекомендациям (100).
2. Определим $\delta = \delta_{исх}/\psi$. Если $\delta < \delta_{тех}$ — ограничения по технологии изготовления, принимаем $\psi = \delta_{исх}/\delta_{тех}$.
3. Определим

$$\varphi = \left[\frac{\frac{B}{\delta^{5/2}} - 1}{0,28 (\psi^{5/2} - 1)} \right]^{3/2}.$$

Дальнейший расчет проводится по пп. 6...9 предыдущего алгоритма.

Оценка влияния изменения исходных данных на параметры конструкции. Ее масса зависит от разрушающего давления p_1 , модуля упругости E_1 , радиуса кривизны R_1 и длины оболочки l_1 , которые первоначально заданы. При этом эквивалентная толщина для расчета массы получена равной $(\delta_2)_1$. В табл. 11 приводятся значения эквивалентной толщины $(\delta_2)_2$, которая получается при изменении исходных данных (увеличении или уменьшении) до значений p_2 , E_2 , R_2 , l_2 .

Новое значение исходной толщины листа при изменении давления (ранее принятое значение ψ сохраняется)

$$(\delta_{исх})_2 = (\delta_{исх})_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{0,4}.$$

Для спроектированной конструкции оценим также изменение размера ячейки (шага ребер) b_1 , ширины ребер c_1 и толщины стенки δ_1 с изменением давления (при условии, что ранее принятые φ и ψ остаются теми же):

$$b_2 = b_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{0,1}, \quad c_2 = c_1 \frac{b_2}{b_1}, \quad \delta_2 = \delta_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{0,4}.$$

Эти зависимости могут служить только для ориентировочных оценок. При существенном изменении нагрузки необходимые раз-

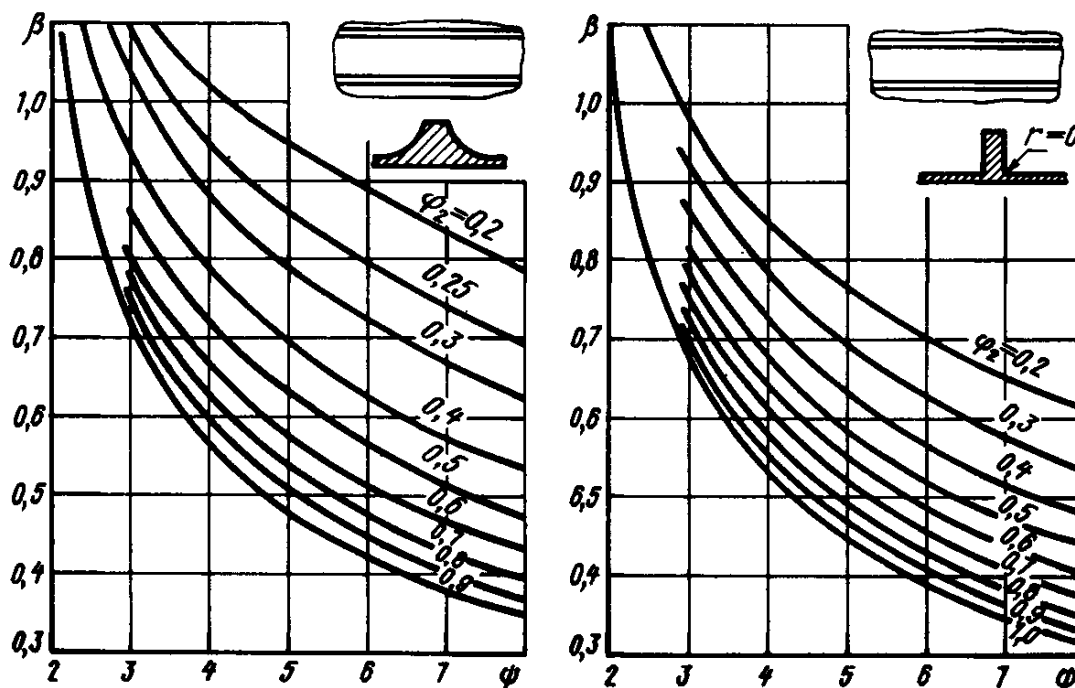


Рис. 39. Коэффициент β для цилиндров с кольцевыми ребрами под внешним давлением

меры устанавливаются в результате подробного проектировочного расчета.

Пример 4. Задано: разрушающее давление $p = 0,1$ кН/см², $(\delta_a)_1 = 0,364$ см. Требуется оценить изменение массы конструкции и исходной толщины $(\delta_{исх})_1$ при увеличении давления до $p_2 = 0,13$ кН/см². Определим

$$(\delta_a)_2 = 0,364 \left(\frac{0,13}{0,1} \right)^{0,4} = 0,392 \text{ см,}$$

т. е. масса оболочки увеличится в 1,1 раза.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННЫЕ КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ

Идеальные оболочки с кольцевыми ребрами, изготовленными как одно целое со стенкой (см. рис. 16), по массе практически равноценны вафельным. Их применение целесообразно при сравнительно малых давлениях и радиусе кривизны. Они обладают малой чувствительностью к общим несовершенствам. Местная потеря устойчивости стенки приводит к разрушению всего отсека, что не характерно для вафельных оболочек. Поэтому при напряженном состоянии, близком к пределу текучести, и при наличии конструктивных элементов, создающих местные несовершенства, предпочтительно вафельное подкрепление.

Критическое давление для оболочек средней длины

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} [1 + \beta\varphi_2 (\psi - 1)^{5/2}]. \quad (104)$$

Коэффициент β определяется по графику (рис. 39) или по формулам: при $r = h$

$$\beta = \frac{0,4}{\sqrt{\varphi_2}} + \frac{1,57}{\sqrt{\psi}} - 0,63;$$

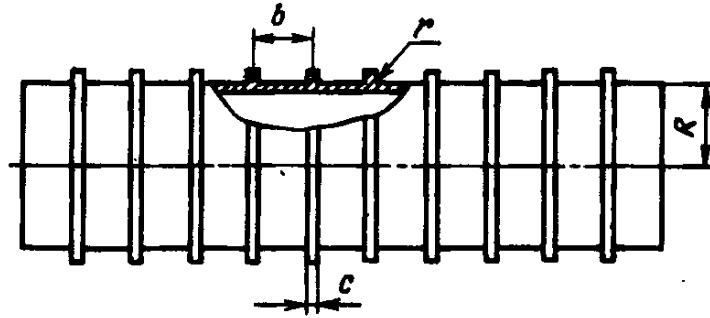


Рис. 40. Длинная труба, подкреплённая кольцевыми ребрами

при $r = 0$

$$\beta = \frac{0,41}{\sqrt[3]{\varphi_2}} + \frac{1,85}{\sqrt[3]{\psi^3}} - 0,56.$$

Коэффициент k может быть принят в соответствии с рекомендациями для вафельных оболочек. Обратите внимание, что заделка торцов здесь оказывается менее жесткой, чем в вафельных оболочках (особенно при больших давлениях).

Предложим также следующую формулу, погрешность которой в диапазоне $3 \leq \psi \leq 8$; $0,2 \leq \varphi \leq 1,0$ не превышает 3%:

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} \left[1 + 0,26 \sqrt[3]{\varphi^2} (\psi^{5/2} - 1) \right]. \quad (105)$$

Для длинной трубы с кольцевыми ребрами (рис. 40) критическое давление общей потери устойчивости [10] $p_{кр} = 3D_2/R^3$, откуда получим

$$p_{кр} = 0,25 \frac{E\delta^3}{R^3} [1 + \beta_2 \varphi_2 (\psi - 1)^3]; \quad (106)$$

β_2 — определяется по формулам, приведенным в ч. IV. Критическое давление местной устойчивости стенки определяется по формулам табл. 9, где $l = b_0 = b - c - r$, а заделку торцов рекомендуется принять шарнирно опертой.

Приближенная оценка массы и несущей способности. Когда требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности оболочки, по заданному давлению $p_{кр}$ определить эквивалентную толщину (для оценки массы) или по заданной δ_0 оценить $p_{кр}$, расчет проводится по формулам (при $r = 0$):

если задано $p_{кр}$,

$$\delta_0 = 1,18 \left(\frac{p_{кр} l R^{3/2}}{0,92kE} \right)^{0,4} \frac{1}{\sqrt[3]{\psi}}; \quad (107)$$

если δ_0 ,

$$p_{кр} = 0,6 \frac{kE\delta_0^{5/2}}{lR^{3/2}} \psi \sqrt[3]{\psi}. \quad (108)$$

Ориентировочное значение толщин стенки и исходного листа соответственно $\delta = (0,6 \dots 0,7) \delta_0$, $\delta_{исх} = \psi \delta$.

ВАФЕЛЬНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ И ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ, ПОДКРЕПЛЕННЫЕ ШПАНГОУТАМИ

Для средних и длинных оболочек, у которых $L > R$, рационально комбинированное подкрепление, когда помимо вафельных ребер ставят промежуточные шпангоуты, шаг которых назначают равным: $l = (0,6...1,0)R$ при сравнительно большом давлении и $l = (1,0...1,5)R$ при малых давлениях. Увеличение частоты шпангоутов может оказаться целесообразным и по технологическим соображениям, так как с уменьшением длины пролета l уменьшается и толщина исходного листа $\delta_{исх 1}$.

Критическое давление общей потери устойчивости отсека получим из зависимости для конструктивно-ортотропных оболочек по аналогии с формулой (78):

$$p_{кр} = 0,92k_1 \frac{E\delta^{5/2}}{LR^{3/2}} [1 + \beta\varphi(\psi - 1)^{5/2}] \zeta^{3/4}, \quad (109)$$

где β , φ определяются по соответствующим формулам для оболочек вафельных или с кольцевыми ребрами: $k_1 = 0,5...0,8$, большее значение принимается для качественно изготовленных оболочек.

В соответствии с принятой расчетной схемой (рис. 41, б) параметры совместного сечения шпангоута с присоединенной оболочкой:

$$\zeta = \frac{12(1-\nu^2)\bar{I}}{l\delta_{2a}^3};$$

$$\bar{I} = I + F(i_0 - r_0)^2 + \frac{l\delta_{2a}^3}{12(1-\nu^2)} + l\delta_{2a}r_0^2,$$

$$i_0 = y_0 + \frac{\delta_{2a}}{2}, \quad r_0 = \frac{Fi_0}{F + l\delta_{2a}}, \quad \delta_{2a} = \delta + \frac{ch + 0,43r^2}{b}.$$

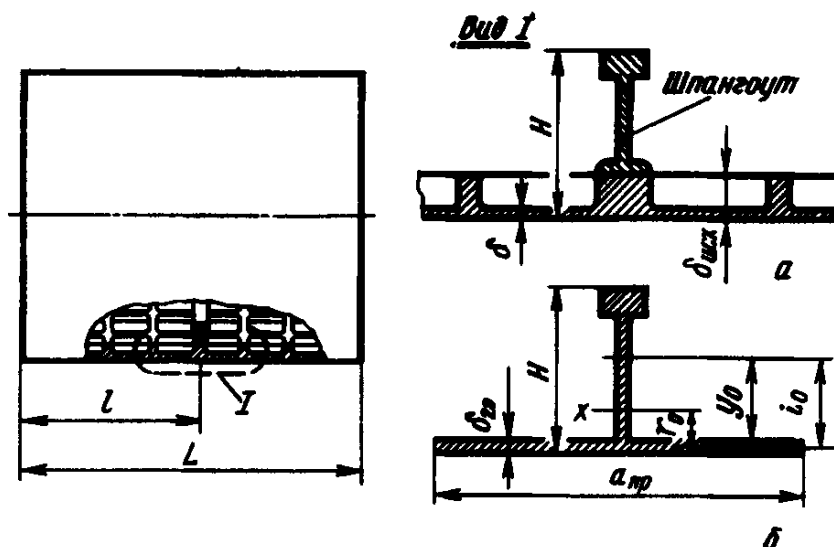


Рис. 41. Вафельная оболочка, подкрепленная шпангоутом:

а — конструкция; б — расчетная схема сечения шпангоута с присоединенной оболочкой

Здесь F , I — площадь и собственный момент инерции сечения шпангоута; l — длина присоединенной оболочки, при больших пролетах между шпангоутами принимается не более $5\sqrt{R\delta_{1\text{пр}}}$; $\delta_{1\text{пр}}$, $\delta_{2\text{пр}}$ — приведенные толщины для соответствующих направлений.

Если шпангоут соединен с оболочкой редкими связями, совместность их работы не обеспечивается. В этом случае принимается $\bar{I} = I$.

Экспериментальные исследования проводились с равномерно расположенными шпангоутами, у которых длины пролетов находились в диапазоне значений $l = (0,4 \dots 2,0) R$, с различным уровнем напряженного состояния. Расчетные значения критического давления, определенные по рекомендуемым зависимостям, были не выше опытных.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ

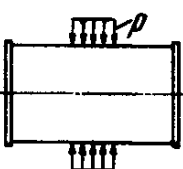
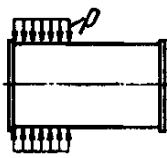
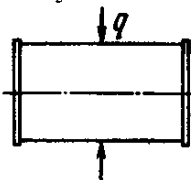
Впервые задача устойчивости оболочек под действием неравномерного давления рассматривалась в работах [22, 23], затем в [19]. В работе [6] проанализирован случай нагружения узким поясом равномерного давления. В результате установлено, что при осесимметричном неравномерном давлении учет моментности состояния до потери устойчивости не оказывает существенного влияния на величину критического давления для достаточно широкого класса нагрузок. Величина критической нагрузки может быть определена как $p_{\text{кр}} = \mu p_0$, где p_0 — критическое осесимметричное давление, равномерно распределенное по длине, а коэффициент пропорциональности μ зависит от граничных условий, длины нагруженного участка и вида нагрузки. Эти результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [7, 32].

Задачи устойчивости оболочек для случаев несимметричного нагружения находятся в начальной стадии изучения [12]. Их особенностью является разнообразие возможных форм потери несущей способности, а также моментность состояния оболочки [4, 12]. Наиболее полно выполнен анализ двух частных видов несимметричных нагрузок: «полосового» вдоль образующей давления [4, 5] и неравномерных в окружном направлении давлений [14, 15]. Установлено, что критические значения амплитуды неравномерного давления могут быть меньше равномерного. Величина различия зависит как от вида нагрузки, так и от исходного состояния оболочки. Экспериментальные исследования этой задачи, несмотря на значительный практический интерес, носят единичный и незавершенный характер, что, по-видимому, объясняется сложностью воспроизведения в экспериментах неравномерных нагрузок.

Осесимметричное давление на части длины. Приведенные ниже формулы (табл. 12) приняты на основании теоретических

Критическое осесимметричное давление на части длины

p_0 — критическое давление при равномерном распределении вдоль образующей; определяется для гладких оболочек средней длины ($l \geq 15 \sqrt{R\delta}$) по формуле табл. 9, для вафельных — по формулам (92) или (95), (96)

Схема нагружения	Расчетные формулы
	$p_{кр} = p_0 \alpha$ $\alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{l}{a_1} \right) \text{ — для шарнирно опертых краев оболочки}$ $\alpha = 1 + \frac{l}{2a_1} \text{ — края жестко закреплены}$
	$p_{кр} = p_0 \alpha$ $\alpha = \frac{l}{a_1} \text{ — для шарнирно опертых краев}$ $\left. \begin{aligned} \alpha &= 1,35 \frac{l}{a_1}, \quad a_1 \ll l \\ \alpha &= 1,5 \frac{l}{a_1}, \quad a_1 \geq 0,5l \end{aligned} \right\} \text{ — края жестко закреплены}$
	$q_{кр} = p_0 \frac{l}{2}$

исследований [6] и хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований на гладких оболочках [7, 32]. Испытания [7] проводились при нагружении оболочек в середине пролета и на участке, примыкающем к одному из торцов (рис. 42). Длина

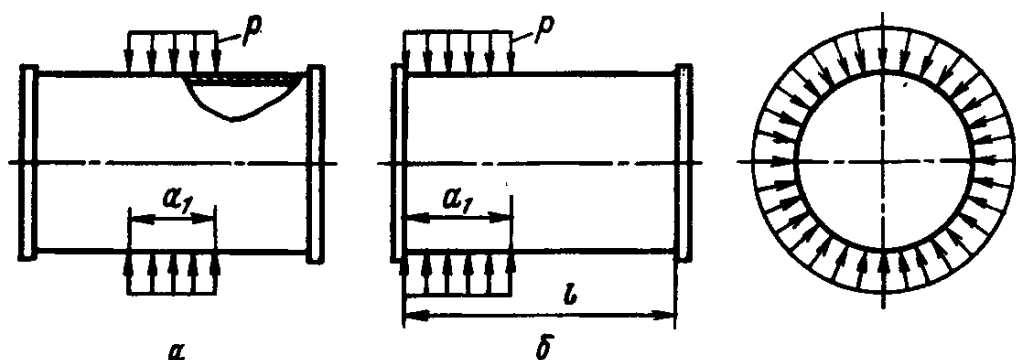


Рис. 42. Оболочка, нагруженная равномерным давлением на части длины: а — в середине пролета; б — на участке, примыкающем к торцу

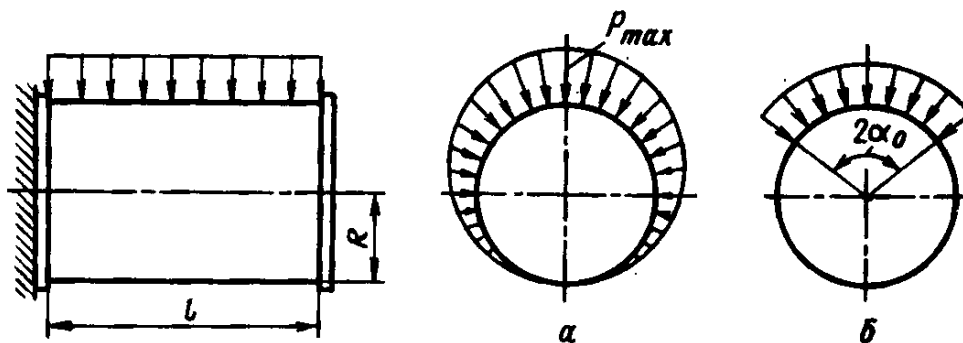


Рис. 43. Нагружение оболочки несимметричным давлением:
 а — плавно изменяющимся по окружности; б — равномерным

участка нагружения менялась в пределах $a_1 = (0,1 \dots 1,0) l$, относительная толщина стенки равнялась $\delta/R = 0,01$. Потеря устойчивости сопровождалась хлопком с образованием в окружном направлении нескольких вмятин, а вдоль по образующей цилиндра — одной вмятины с центром в середине участка нагружения (нагрузка в середине оболочки). Каждая вмятина распространялась за зону участка нагружения. С изменением a_1/l в широком диапазоне число волн изменялось незначительно.

Испытуемые оболочки [7] изготавливались из листовой стали. Сварные швы (шов внахлестку вдоль образующей и швы приварки листа к торцовым шпангоутам), выполненные точечной сваркой, герметизировались. Нагружение производилось сжатым воздухом. Нижние значения критических давлений, зафиксированных в эксперименте, были не выше расчетных для шарнирного опирания. Для зоны нагружения $a_1 \geq 0,2l$ отмечается весьма незначительный разброс опытных данных. Наибольший разброс был при $a_1 = 0,1l$, при этом экспериментальные точки лежали ниже расчетных значений. Очевидно, в этом случае моментное состояние, предшествующее потере устойчивости, сказывалось сильнее.

По экспериментальным данным работы [32], при испытании трех оболочек с нагружением в середине пролета образование первой вмятины происходило на уровне расчетного значения. Параметры оболочек и ширина нагрузки составляли: $R/\delta = 300$, $a_1 = 0,14l$. Нагружение осуществлялось гидравлическим давлением. Интересно отметить, что на двух отсеках образование первой вмятины происходило по продольному шву, вторая — образовывалась при нагрузке в 1,4 ... 1,5 раза большей, а последующие — при нагрузке, которая в 2 раза больше, чем для первой вмятины (полное число вмятин равнялось десяти).

Несимметричное давление. Исследованиями на гладких оболочках установлено, что при плавно изменяющемся в окружном направлении давлении (рис. 43, а) максимальное давление потери устойчивости равнялось $p_{\max} = p_0$. При равномерном давлении экспериментальными исследованиями [8] установлено, что при достаточно большом угле участка нагружения $2\alpha_0$ потеря устойчивости происходит при нагрузке, равной критическому осесимметричному давлению p_0 . Толщины оболочки и несовершенства формы вдали от нагруженной зоны не оказывают влияния на несущую способность.

Аналогичные результаты получены для вафельных оболочек. Экспериментальные исследования проводились на оболочках, торцы которых были заделаны на достаточно жесткие шпангоуты. Вдоль образующей давление распределялось равномерно на неко-

торой части длины, а в окружном — равномерно или с незначительной неравномерностью. На любом направлении контур площадки нагружения охватывал не менее двух ячеек. В окружном направлении обеспечивалось нагружение ложементного типа или сосредоточенного на малой площадке. Проводились также испытания с некоторой разрядкой между участками нагружения (рис. 44, в).

В процессе всего нагружения отмечалось общее незначительное деформирование контура сечения оболочки, визуально незаметное (фиксирувалось датчиками перемещений). Для нагрузки сосредоточенного типа в момент, предшествующий разрушению, визуально наблюдалось общее и местное интенсивное деформирование оболочки. Разрушение происходило хлопком или в виде плавно нарастающей вмятины. Длина вмятин в продольном направлении равнялась примерно $a_1 + 5\sqrt{R\delta_{пр}}$. На основании обширных экспериментальных исследований на оболочках с перекрестным и продольно-кольцевым наборами, изготовленными различными способами с относительными параметрами $l/R = 0,7...2,0$, $R/\delta_{пр} \leq \leq 200$, $a_1/l = 0,15...0,6$, сделаны следующие выводы.

1. При действии ложементной нагрузки (рис. 44, а) критическое давление определяется по формулам табл. 12 для оболочек с шарнирно опертыми краями, при этом $k = 1,5$, если $a_1/l \approx 0,5$; $k = 1,0...1,2$ для $a_1/l \approx 0,2$.

2. При углах $2\alpha_0 < 0,09\sqrt{R/\delta_{пр}}$ наблюдалось резкое снижение критического давления по сравнению с ложементной нагрузкой (примерно в два раза), что объясняется увеличением роли моментности исходного состояния. Критическое давление для нагрузки сосредоточенного типа (см. рис. 44, б) определяется по формулам табл. 12, при этом принимается $k = 0,5...0,6$.

3. Прерывистую нагрузку (см. рис. 44, в) можно считать ложементной при расстоянии между краями площадок нагружения $d \leq \sqrt{R\delta_{пр}}$. При размерах d , даже незначительно превышающих это значение, наблюдалось резкое падение величины критического давления (в два раза). В этом случае расчет проводится для каждой отдельной площадки независимо от других, как для нагрузки сосредоточенного типа согласно рекомендациям п. 2.

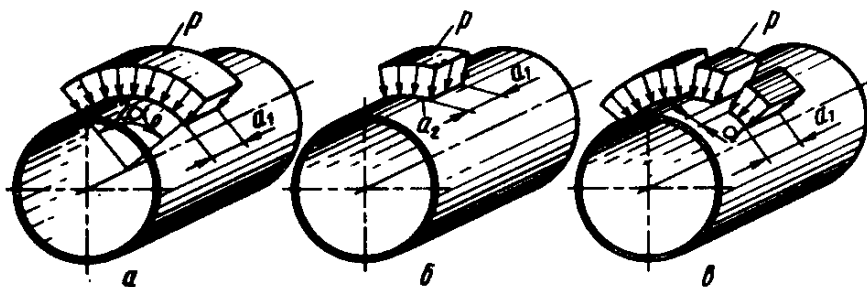
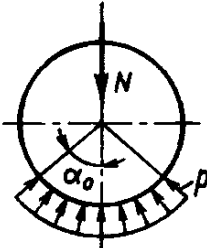
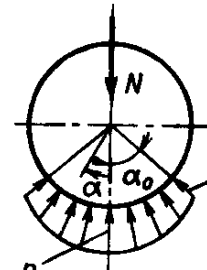
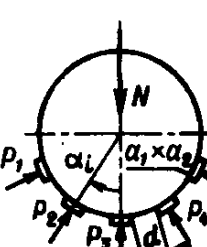
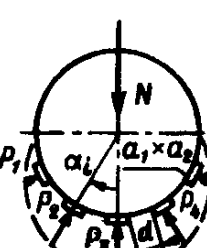


Рис. 44. Виды локальных нагрузок:

а — ложементная; б — сосредоточенная; в — прерывистая

Формулы для расчета критической опорной реакции

Схема распределения давления	Результирующая критическая реакция
	<p>Давление в окружном направлении распределено равномерно, $p = \text{const}$</p> $N_{\text{кр}} = 2Ra_1 \sin \alpha_0 p_{\text{кр}}$
	<p>Давление распределено в окружном направлении по закону $p = p_{\text{max}} \cos \alpha$</p> $N_{\text{кр}} = Ra_1 \left[\alpha_0 + \frac{1}{2} \sin 2\alpha_0 \right] p_{\text{кр}}$
	<p>В окружном направлении приложено несколько одинаковых сил, каждая из которых равномерно распределена на площадке $a_1 \times a_2$</p> $N_{\text{кр}} = a_1 a_2 p_{\text{кр}} \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i$ <p>n — число сил; i — порядковый номер силы; a_1, a_2 — размеры площадки нагружения в продольном и окружном направлениях</p>
	<p>В окружном направлении приложено несколько сил, изменяющихся по закону $P_i = P_{\text{max}} \cos \alpha_i$</p> $N_{\text{кр}} = a_1 a_2 p_{\text{кр}} \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i$

Изложенные данные относятся к оболочкам, нагруженным в середине пролета. Когда нагрузка прикладывалась вблизи торцов, отмечалось повышение критического давления.

При расчете оболочки на действие реакции ложементов (рис. 45) критическая реакция $N_{кр}$ (результатирующая давления на ось y) вычисляется в зависимости от характера распределения нагрузки в окружном направлении по формулам табл. 13. При этом критическое давление $p_{кр}$ определяется по зависимостям, приведенным в табл. 12.

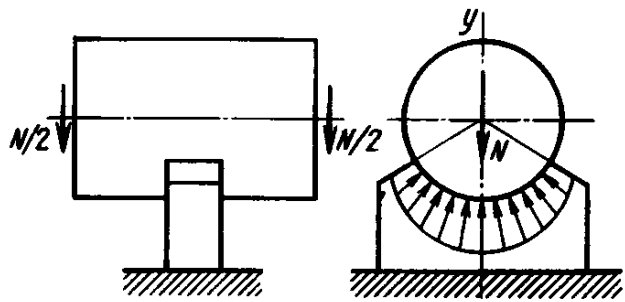


Рис. 45. Нагруженные оболочки реакцией ложементов

ГЛАДКИЕ КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Потеря устойчивости оболочек происходит хлопком с образованием в окружном направлении нескольких вмятин. Вдоль образующей конуса каждая распространяется на всю длину, центр вмятин смещен в сторону к большему основанию.

Оболочки постоянной толщины (рис. 46, а). На основании зависимостей, приведенных в работе [10], представим критическое давление для конусов в виде

$$p_{кр} = k\rho \frac{E\delta^{5/2}}{lR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \alpha; \quad (110)$$

$$\text{при } R_0/R_1 \leq 0,6 \quad \rho = 3,1 - 2,47 \frac{R_0}{R_1}; \quad (111)$$

$$\text{при } 0,6 \leq R_0/R_1 \leq 1,0 \quad \rho = 2,66 - 1,74 \frac{R_0}{R_1}.$$

Для замкнутого в вершине конуса $\rho = 3,0$.

Коэффициент k , учитывающий влияние несовершенств оболочки, принимается в соответствии с рекомендациями, приведенными

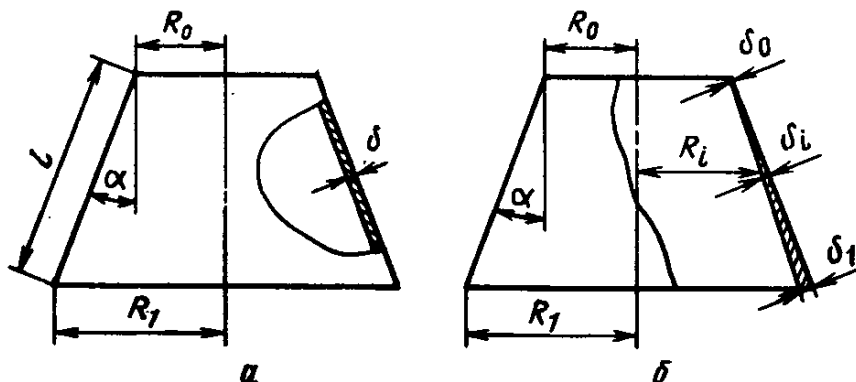


Рис. 46. Конические оболочки:

а — постоянной толщины; б — переменной

в табл. 9, в зависимости от отношения R_{cp}/δ (здесь $R_{cp} = (R_0 + R_1)/2 \cos \alpha$).

Формула (110) относится к оболочкам с шарнирно опертыми краями. Сведения о влиянии различных граничных условий закрепления для гладких цилиндров могут быть использованы и для конусов (см. [12]). Существенное влияние на величину критической нагрузки при значительном угле конусности ($\alpha > 35^\circ$) оказывает упругость распорного шпангоута, теоретические зависимости отсутствуют (некоторые рекомендации к проектированию и сведения по экспериментальным данным изложены в следующем подразделе).

Оболочки переменной толщины (рис. 46, б). В равнопрочной оболочке, работающей на равномерное давление, толщина вдоль образующей изменяется от значения δ_1 до δ_0 по линейному закону $\delta_i = \delta_1 R_i / R_1$. Критическое всестороннее давление для такой оболочки с шарнирно опертыми краями [21] представим в виде

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta_0^{5/2}}{lR_0^{3/2}\xi} \cos^{3/2} \alpha, \quad (112)$$

где $k = 0,6 \dots 0,8$, $\xi = \frac{2,3}{R_1/R_0 - 1} \left(\lg \frac{R_1}{R_0} - 0,28 \lg \alpha \sqrt{\frac{\delta_0 \cos \alpha}{R_0}} \right)$.

Формула (112) справедлива при

$$\lg \frac{R_1}{R_0} \geq 1,13 \lg \alpha \sqrt{\frac{\delta_0 \cos \alpha}{R_0}}.$$

Критическое давление для оболочки, замкнутой в вершине (края шарнирно оперты):

$$p_{кр} = 0,25k \frac{E\delta_1^{5/2}}{lR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \alpha. \quad (113)$$

КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ, ВАФЕЛЬНЫЕ И С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ

Критическое давление общей потери устойчивости вафельной оболочки с продольно-кольцевыми ребрами и оболочки, подкрепленной только кольцевыми ребрами:

$$p_{кр} = k\rho \frac{E\delta_1^{5/2}}{lR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \alpha [1 + \beta\varphi (\psi - 1)^{5/2}]. \quad (114)$$

Предложим также следующие зависимости (при $r = 0$), погрешность которых в диапазонах $4 \leq \psi \leq 8$ и $0,2 \leq \varphi \leq 1,0$ не превышает 2...3%:

для вафельных оболочек

$$p_{кр} = k\rho \frac{E\delta_1^{5/2}}{lR_1^{3/2}} [1 + 0,28 \sqrt[3]{\varphi^2} (\psi^{5/2} - 1)];$$

для оболочек с кольцевыми ребрами

$$p_{кр} = k\rho \frac{E\delta^{5/2}}{lR_1^{3/2}} [1 + 0,26 \sqrt[3]{\varphi_2^2 (\psi^{5/2} - 1)}].$$

Здесь ρ определяется по формулам (111); β_4 — по формулам, приведенным для цилиндров; коэффициент $\varphi = \sqrt[4]{\varphi_1\varphi_2^3}$, где φ_1 и φ_2 вычисляются согласно табл. 5; для оболочек с кольцевыми ребрами $\varphi = \varphi_2$.

Приведенные зависимости справедливы для оболочек с постоянной жесткостью стенки вдоль образующей. При произвольно заданных размерах рекомендуется определять $p_{кр}$ по среднему значению φ в центральной зоне предполагаемой вмятины. Коэффициент $k = 0,5 \dots 1,0$. Меньшее значение принимается для сравнительно больших давлений при заделке днища на деформируемый шпангоут, большее — при жестком шпангоуте. Увеличение радиальной податливости шпангоута снижает несущую способность днища. Теоретические зависимости в этой части отсутствуют. Как правило, при проектировании исходят из выполнения условия: действующие при критическом давлении напряжения растяжения в шпангоуте не должны превышать предела текучести.

В подкрепленных днищах отмечается сравнительно высокий уровень напряжений в оболочке и распорном шпангоуте. При нагружении днища наружным давлением на шпангоут действуют радиальные распорные усилия, растягивающие опорный контур днища. Помимо этого в заделке оболочки имеют место также и изгибные деформации. Понятно из качественных представлений и экспериментально проверено, что заметное увеличение податливости шпангоута приводит к снижению коэффициента k . Кроме того, при некотором увеличении площади распорного шпангоута четко фиксировалось повышение значений k .

Критическое давление местной потери устойчивости стенки

$$p_{кр.м} = k_1 \frac{E\delta^3}{b_{0i}^2 R_i} \cos \alpha, \quad (115)$$

где $b_{0i} = b_i - c_i - 2r$; R_i определяется по формуле (42); k_1 принимается в соответствии с рекомендациями для цилиндров.

Для оболочек с кольцевыми ребрами $p_{кр.м}$ определяется по формулам для цилиндрических коротких оболочек (см. табл. 9). При этом принимается $l = b_{0i} = b_i - c_i - r$; $R = R_{ср} = (R_i + R_{i+1})/2 \cos \alpha$.

Порядок проектировочного расчета. Если принять толщину стенки и исходного листа постоянными, то равножесткость подкрепленной оболочки будет обеспечиваться при условии $\beta\varphi = \text{const}$, которое выполняется соответствующим подбором шага и ширины ребер. Задано: эксплуатационное давление p , габаритные размеры R_0 , R_1 , α , механические свойства материала E и σ_T .

Приняв коэффициент безопасности f , определим требуемое разрушающее давление $P_{кр} = f\rho$, вычислим

$$B = \frac{\rho_{кр} l R_1^{3/2}}{k\rho E \cos^{3/2} \alpha}.$$

Дальнейший расчет рекомендуется сопровождать чертежами сетки ребер на развертке конуса.

Оболочки с продольно-кольцевым набором (см. рис. 19). Сначала выполним вычисления по пп. 2...6 проекровочного расчета для цилиндров.

1. Определим шаг 1-го кольцевого ребра (при $r = 0$)

$$b_1 = \frac{\delta}{1 - \varphi_1/2\pi} \sqrt{\frac{k_1 E \delta \cos \alpha}{R_1 \rho_{кр}}};$$

k_1 принимается в соответствии с рекомендациями к формуле (97).

2. Шаг последующих кольцевых ребер определим из условия обеспечения равнопрочности местной устойчивости

$$b_i = b_1 \sqrt{\frac{R_1}{R_i}}, \text{ где } R_i = R_1 - \sin \alpha \sum_{l=2}^n b_{l-1}.$$

При высокой точности изготовления без ущерба для массы конструкции можно принять шаг всех кольцевых ребер равным b_1 .

3. Вычислим ширину каждого кольцевого ребра $c_i = \varphi_2 b_i / 2\pi$.

4. Приняв шаг продольных ребер по большому основанию равным $a_1 = (1,0...1,2) b_1$, определим число продольных ребер $n = 2\pi R_1 / a_1$. Для оболочек с большим углом конусности α и сравнительно большой длиной образующей, начиная с некоторого i -го пролета, число продольных ребер можно уменьшить.

5. Определим ширину продольных ребер в каждом пролете

$$s_i = a_i \frac{\varphi_2}{2\pi\chi}, \text{ где } a_i = \frac{2\pi R_i}{n}.$$

КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННЫЕ ШПАНГОУТАМИ

Подкрепление гладких оболочек шпангоутами позволяет уменьшить массу конструкции в 1,5 раза. Выигрыш массы для вафельных оболочек, подкрепленных шпангоутами (по сравнению с неподкрепленными вафельными), зависит в основном, от технологического предела толщины применяемого исходного листа $\delta_{исх}$. Если нет ограничений по $\delta_{исх}$, то нет и необходимости применения шпангоутов. Из этого ясно, что постановка шпангоутов дает возможность применить исходный лист меньшей толщины, что во многих случаях целесообразно по технологическим соображениям и более экономично по затрате материала.

Наиболее простым для изготовления является шпангоут Т-образного сечения. Однако при экспериментальном исследовании

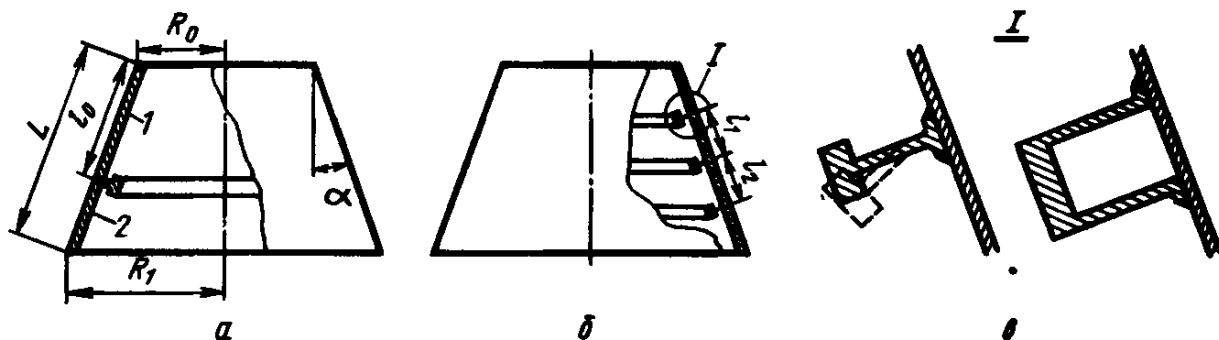


Рис. 47. К определению места установки шпангоута (а); отсек, подкрепленный несколькими шпангоутами (б); варианты сечений шпангоутов (в)

напряженного состояния замечено, что при высоком уровне напряжений и большом угле конусности происходит заметное деформирование шпангоута из его плоскости, что приводит к снижению несущей способности отсека. Для исключения этого недостатка применяют шпангоуты П-образного сечения.

Место установки шпангоута определим из условия равнопрочности пролетов 1 и 2 (рис. 47) на местную устойчивость. Промежуточный шпангоут должен быть поставлен на расстоянии от малого основания $l_0 = \lambda L$. Коэффициент λ принимается в зависимости от параметра $f = L \sin \alpha / R_0$:

f	0	0,4	0,8	1,0	1,5	2,0	4,0	∞
λ	0,5	0,58	0,64	0,66	0,69	0,71	0,75	0,783

Каждый пролет в свою очередь также может быть подкреплен промежуточным шпангоутом.

Критическое давление общей потери устойчивости отсека

$$p_{кр} = k_p \frac{E \delta^{5/2}}{l R_1^{3/2}} \cos^{3/2} \alpha \zeta^{3/4}. \quad (116)$$

При вычислении параметра ζ по формуле (79) принимаем среднее значение длины пролетов, примыкающих к шпангоуту, $l = (l_1 + l_2)/2$.

ГЛАВА 6

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КОМБИНАЦИИ НАГРУЗОК

ОСЕВОЕ СЖАТИЕ И ВНУТРЕННЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Гладкие оболочки. Экспериментальные исследования гладких оболочек показывают, что при действии внутреннего давления критические сжимающие напряжения вначале повышаются, а начиная с некоторого значения давления p^* падают. При сравнительно больших давлениях критические сжимающие напряжения могут оказаться меньше, чем при нагружении только осевой силой.

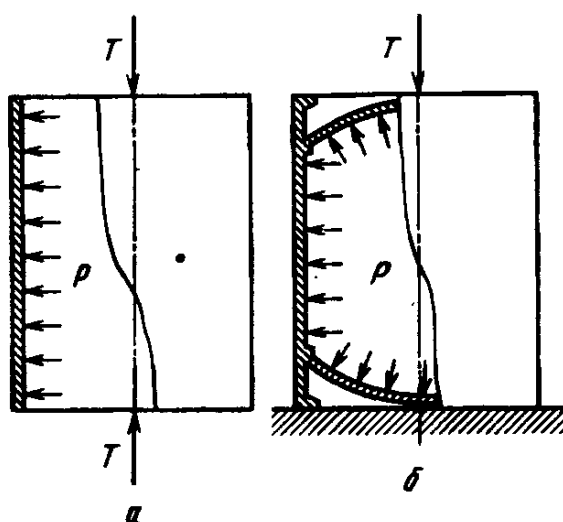


Рис. 48. Оболочка под действием осевой силы и внутреннего давления:
а — в окружном направлении; б — в окружном и продольном направлениях

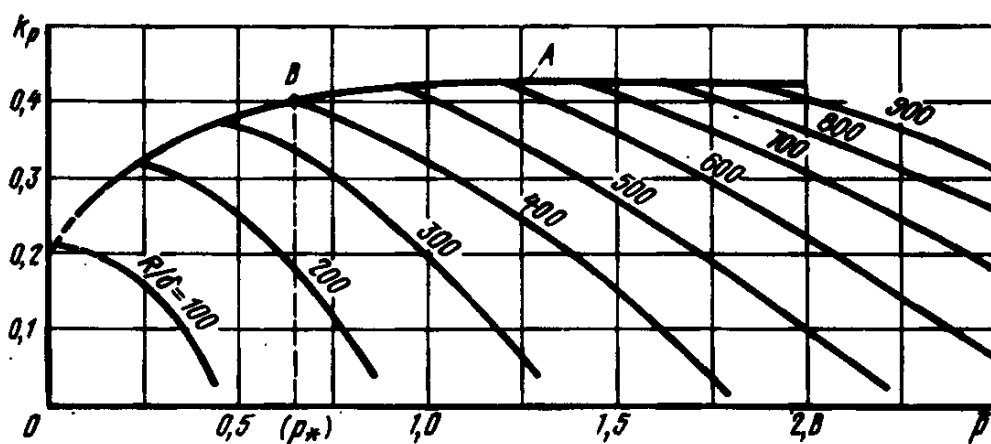


Рис. 49. Коэффициент k_p для гладких оболочек под действием осевой силы и внутреннего давления

С увеличением интенсивности давления форма потери устойчивости непрерывно изменяется. При нагружении только осевой силой образуются ромбовидные вмятины, и по мере увеличения давления длина вмятин вдоль дуги усиливается. При значительном давлении образуются сплошные кольцевые складки, что соответствует осесимметричной форме потери устойчивости. Критические напряжения сжатия с учетом одновременного действия давления p

$$\sigma_{кр} = k_p \frac{E\delta}{R}. \quad (117)$$

Разрушающая осевая сила при нагружении оболочки давлением только в окружном направлении (рис. 48, а) $T_{кр} = 2\pi R\delta\sigma_{кр}$. Значения коэффициентов $k_p = f(\bar{p}, R/\delta)$, полученные по результатам многочисленных экспериментальных исследований, представлены на рис. 49, где $\bar{p} = \frac{p}{E} \left(\frac{R}{\delta}\right)^2$ — безразмерный параметр давления. Как видно из графиков, с увеличением \bar{p} коэффициент k_p вначале увеличивается. Кривая А может быть представлена выражениями

$$k_p = k + 0,265 \sqrt{\bar{p}}; \quad (118)$$

$$\text{при } \bar{p} > 0,8$$

$$k_p = k + 0,24. \quad (119)$$

Здесь $k = 0,18$. Начиная с давления \bar{p}_* (см. точку B), наблюдается снижение коэффициента k_p . Чем больше R/δ , тем при больших давлениях \bar{p}_* наступает начало снижения k_p . Для конструкций, в которых оболочка является частью емкости, несущая способность на сжатие увеличивается за счет действия в продольном направлении разгрузки от давления. С учетом этого абсолютная величина разрушающей осевой силы

$$T = 2\pi R\delta\sigma_{кр} + \pi R^2 p. \quad (120)$$

Пример. Определить разрушающую осевую нагрузку цилиндрической оболочки емкости (см. рис. 48, б), нагруженной внутренним давлением $p = 0,1$ кН/см², если $R = 60$ см, $\delta = 0,15$ см, $E = 2 \cdot 10^4$ кН/см². Определим

$$\bar{p} = \frac{0,1}{2 \cdot 10^4} \left(\frac{60}{0,15} \right)^2 = 0,8.$$

По рис. 49 для $\bar{p} = 0,8$ и $R/\delta = 400$ найдем $k_p = 0,37$. По формуле (117) вычислим

$$\sigma_{кр} = 0,37 \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 0,15}{60} = 18,5 \text{ кН/см}^2.$$

По формуле (120) определим

$$T = 6,28 \cdot 60 \cdot 0,15 \cdot 18,5 + 3,14 \cdot 60^2 \cdot 0,1 = 2176 \text{ кН}.$$

Вафельные оболочки. Теоретические исследования отсутствуют. В любом случае наиболее приемлемыми для практических расчетов будут рекомендации, основанные на экспериментальных исследованиях.

Испытания проводились на длинных оболочках ($l > R$) различных диаметров, видов расположения ребер и параметров подкрепления ($\psi = 3,8 \dots 8,3$; $\varphi = 0,18 \dots 0,5$; $\varphi_2/\varphi_1 = 1 \dots 3,0$) при $R/\delta_{пр} \leq 200$. Некоторые оболочки имели промежуточные шпангоуты с шагом $l_{ш} \approx 0,6R$. Торцы оболочек приваривались к жесткому фланцевому шпангоуту, обеспечивающему безмоментную передачу усилий на оболочку (при $p = 0$).

Схема нагружения оболочки показана на рис. 50. При малых и больших давлениях разрушение происходило по осесимметричной форме (см. рис. 1, б) с обра-

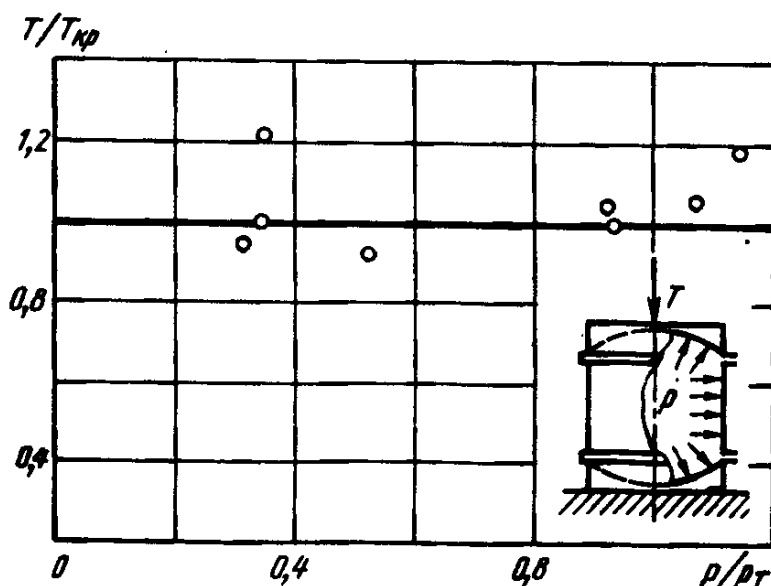


Рис. 50. Результаты экспериментальных исследований вафельных оболочек

зованием одной кольцевой вмятины, вытянутой в окружном направлении почти по всему периметру оболочки. Вмятина располагалась или в середине пролета, или вблизи заделки.

Сделаны следующие важные для практики выводы.

1. В широком диапазоне давлений $p \geq (0...1,1) p_T$ несущая способность вафельной оболочки при нагружении осевой силой T определяется значением $T/T_{кр} = 1$ (см. рис. 50), т. е. в расчетах можно принимать $T = T_{кр}$. Здесь p_T — давление, при котором напряжения в оболочке равны $\sigma_s = \sigma_T$; $T_{кр}$ — критическая осевая сила вафельной оболочки при $p = 0$. Отмечены также отдельные случаи, когда $T/T_{кр} < 1$.

2. Установлено, что порядок нагружения (увеличение T при постоянном p или увеличение p при постоянном T) не влияет на несущую способность.

3. Экспериментально установлено, что внутреннее давление способствует повышению несущей способности местной устойчивости. Можно считать, что даже небольшое давление исключает возможность местной потери устойчивости стенки в оболочке, спроектированной с учетом условия равнопрочности.

ОСЕВОЕ СЖАТИЕ И ВНЕШНЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Гладкие оболочки. Потеря устойчивости при комбинированном нагружении (рис. 51) сопровождается волнообразованием смешанного типа. Вмятины оказываются более вытянутыми вдоль образующей, чем при сжатии. Если же основной нагрузкой является внешнее давление, то разрушение происходит с образованием в окружном направлении нескольких вмятин, вытянутых в продольном направлении на всю длину образующей. Критическое состояние оболочки определяется уравнением

$$\left(\frac{T}{T_{кр}}\right)^{\alpha} + \frac{p}{p_{кр}} = 1, \quad (121)$$

где T , p — действующие осевая сила и давление; $p_{кр}$ — критическое давление при $T = 0$; $T_{кр}$ — критическая сила при $p = 0$.

Для гладких оболочек с достаточной надежностью можно принять $\alpha = 1$. Рекомендуемое значение α определяет уровень расчетного предельного состояния оболочки при комбинированном нагружении, который лежит не выше уровня экспериментальных данных [10, 14].

Для практических расчетов формулу (121) удобнее выразить относительно одного из силовых факторов с учетом влияния второго. Критическое давление с учетом одновременного действия сжатия

$$p_{кр T} = p_{кр} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{кр}}\right)^{\alpha} \right] = c_1 p_{кр}. \quad (122)$$

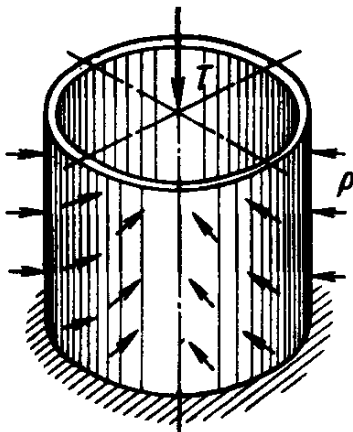


Рис. 51. Оболочка под действием осевой силы и внешнего давления

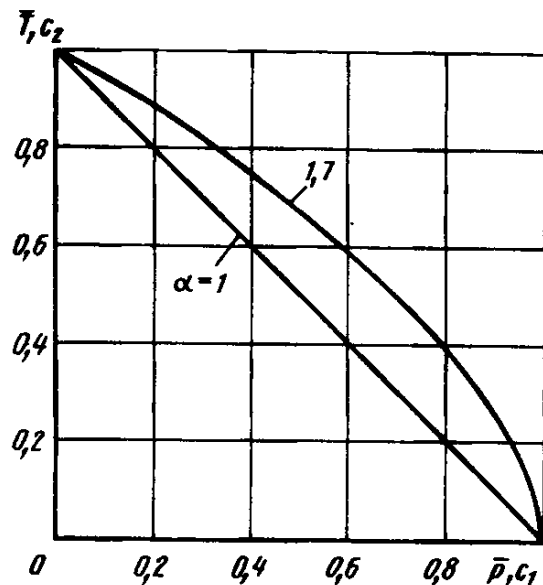


Рис. 52. Коэффициенты c_1 и c_2

Критическая осевая сила с учетом одновременного действия давления

$$T_{кр\ p} = T_{кр} \left(1 - \frac{p}{p_{кр}} \right)^{1/\alpha} = c_2 T_{кр}. \quad (123)$$

Коэффициенты c_1, c_2 определяются с помощью рис. 52, где $\bar{T} = T/T_{кр}$, $\bar{p} = p/p_{кр}$.

Вафельные оболочки. Расчет общей потери устойчивости проводится по формулам (121)...(123). На основании экспериментальных данных можно принять $\alpha = 1,7$. Все опытные значения лежат выше этого уровня. Местная потеря устойчивости стенки здесь исключалась.

В результате экспериментальной проверки местной устойчивости стенки, ограниченной ребрами, установлено, что даже сравнительно небольшое внешнее давление снижает разрушающую осевую силу. Потеря устойчивости стенки происходила хлопком без общего разрушения отсека.

Оболочки, подкрепленные кольцевыми ребрами. При комбинированном нагружении таких конструкций необходимо иметь в виду, что только при раздельном действии силовых факторов возможно несколько форм разрушения, каждая из которых приводит к потере несущей способности всего отсека. К числу этих форм относятся: для внешнего давления — общая потеря устойчивости, местное разрушение стенки; для осевого сжатия — общая потеря устойчивости по несимметричной (нежесткие ребра) или осесимметричной (жесткие ребра) форме, местная потеря устойчивости.

Ввиду многочисленности форм разрушения экспериментальное исследование таких конструкций при комбинированном нагружении осложнено и требует четкого представления всех возможных форм разрушения, особой корректности при постановке эксперимента и обработке результатов.

КРУЧЕНИЕ ИЛИ ПОПЕРЕЧНЫЙ СДВИГ И ВНУТРЕННЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Гладкие оболочки. Критические касательные напряжения с учетом одновременного действия внутреннего давления для оболочек средней длины $l \geq 20 \sqrt{R\delta}$ [13]

$$\tau_{кр\ p} = \sqrt{0,582 \frac{E^2 \delta^{5/2}}{l R^{3/2}} + 0,635 p E}. \quad (124)$$

Формулу (124) удобнее записать в виде

$$\tau_{кр\ p} = \tau_{кр} \sqrt{1 + \frac{p}{p_{кр}}}, \quad (125)$$

где $\tau_{кр}$ — критические напряжения при $p = 0$; p — действующее внутреннее давление; $p_{кр}$ — критическое внешнее давление при $\tau = 0$.

Как видно из формулы (125), внутреннее давление существенно повышает несущую способность оболочки. Например, при $p/p_{кр} = 3$ критические напряжения возрастут в два раза.

Критический крутящий момент с учетом одновременного действия внутреннего давления (рис. 53, а)

$$M_{кр\ p} = 2\pi R^2 \delta \tau_{кр} \sqrt{1 + \frac{p}{p_{кр}}}. \quad (126)$$

Критическая поперечная сила с учетом одновременного действия внутреннего давления

$$Q_{кр\ p} = \pi R \delta \tau_{кр} \sqrt{1 + \frac{p}{p_{кр}}}. \quad (127)$$

Вафельные оболочки. Для расчетов критического крутящего момента или поперечной силы при одновременном действии внутреннего давления можно рекомендовать формулы

$$\begin{aligned} M_{кр\ p} &= M_{кр} \sqrt{1 + \frac{p}{p_{кр}}}; \\ Q_{кр\ p} &= Q_{кр} \sqrt{1 + \frac{p}{p_{кр}}}. \end{aligned} \quad (128)$$

Здесь $M_{кр}$, $Q_{кр}$ — критические нагрузки при $p = 0$.

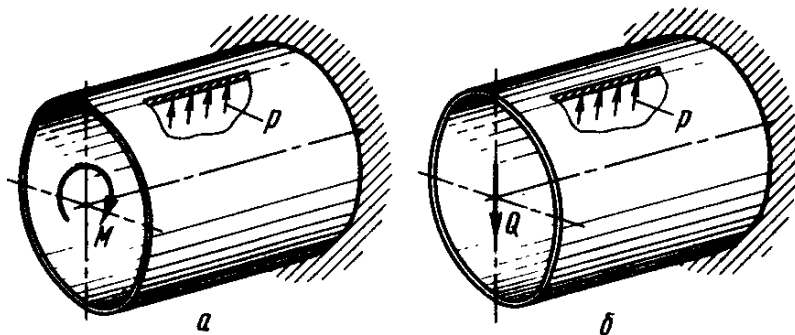


Рис. 53. Оболочка под действием внутреннего давления и крутящего момента (а) и поперечной силы (б)

КРУЧЕНИЕ ИЛИ ПОПЕРЕЧНЫЙ СДВИГ И ВНЕШНЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Критический крутящий момент или поперечная сила (рис. 54) при одновременном действии внешнего давления

$$\begin{aligned} M_{кр\ p} &= M_{кр} \sqrt{1 - \frac{p}{p_{кр}}}; \\ Q_{кр\ p} &= Q_{кр} \sqrt{1 - \frac{p}{p_{кр}}}. \end{aligned} \quad (129)$$

Как видно из выражений (129), внешнее давление снижает критические силы. Например, при $p/p_{кр} = 0,75$ по сравнению со случаем $p = 0$ критические нагрузки снизятся в два раза.

ПОПЕРЕЧНЫЙ СДВИГ И ОСЕВОЕ СЖАТИЕ

Критическое состояние оболочки определяется выражением, значения которого лежат ниже экспериментальных точек:

$$\frac{T}{T_{кр}} + \left(\frac{Q}{Q_{кр}} \right)^2 = 1. \quad (130)$$

Формулу (130) удобнее выразить относительно одной из нагрузок с учетом влияния второй. Критическая осевая сила с учетом одновременного действия поперечной силы и критическая поперечная сила с учетом осевой силы соответственно

$$\begin{aligned} T_{кр\ Q} &= T_{кр} \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{кр}} \right)^2 \right]; \\ Q_{кр\ T} &= Q_{кр} \left(1 - \frac{T}{T_{кр}} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (131)$$

ПОПЕРЕЧНЫЙ СДВИГ, ОСЕВОЕ СЖАТИЕ И ВНЕШНЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Критическое состояние гладкой оболочки при действии данной комбинации нагрузок определяется выражением [10]

$$\frac{T}{T_{кр}} + \left(\frac{Q}{Q_{кр}} \right)^2 + \frac{p}{p_{кр}} = 1. \quad (132)$$

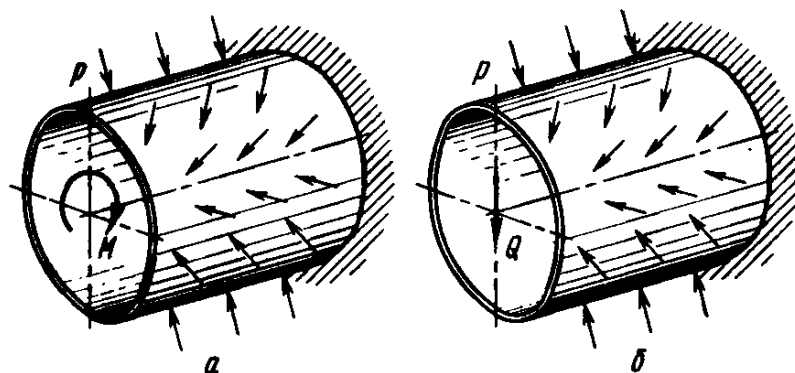


Рис. 54. Оболочка под действием внешнего давления и крутящего момента (а) и поперечной силы (б)

Если основными нагрузками являются осевая или поперечная сила, расчет удобнее проводить по следующим формулам:

критическая осевая сила с учетом одновременного действия поперечной силы Q и внешнего давления p

$$T_{кр\ Q, p} = T_{кр} \left[1 - \frac{p}{p_{кр}} - \left(\frac{Q}{Q_{кр}} \right)^2 \right]; \quad (133)$$

критическая поперечная сила с учетом одновременного действия осевой силы T и внешнего давления p

$$Q_{кр\ T, p} = Q_{кр} \sqrt{1 - \frac{p}{p_{кр}} - \frac{T}{T_{кр}}}. \quad (134)$$

ВНУТРЕННЕЕ И ЛОКАЛЬНОЕ ВНЕШНЕЕ ДАВЛЕНИЯ

Экспериментальные исследования совместного действия внутреннего и локального внешнего давлений (рис. 55) проводились на оболочках вафельного типа. Локальная нагрузка передавалась жестким телом. При действии нагрузки ложементного типа (см. рис. 44, а) внутреннее давление не оказывало заметного влияния на величину критического давления, повышая несущую способность конструкции только как разгрузка. Разрушающее абсолютное внешнее давление с учетом действия внутреннего давления

$$p_{кр\ p} = p_{кр} + p. \quad (135)$$

Здесь p — внутреннее давление; $p_{кр\ p}$ — критическое локальное давление при $p = 0$. Вполне очевидно, что данное выражение будет справедливо и для гладких оболочек.

При действии локальной нагрузки сосредоточенного типа (см. рис. 44, б) внутреннее давление оказывало заметное влияние на несущую способность. С проведенными экспериментами хорошо согласуется эмпирическая формула

$$p_{кр\ p} = p_{кр} + p \left(1 + \frac{5\sqrt{R\delta_{пр}}}{a_2} \right). \quad (136)$$

ЛОКАЛЬНОЕ ВНЕШНЕЕ ДАВЛЕНИЕ И ОСЕВОЕ СЖАТИЕ

Экспериментальные исследования вафельных оболочек под действием осевого сжатия и локального давления (рис. 56) показали следующее.

1. При осевом сжатии локальное давление влияет на несущую способность конструкции не в большей мере, чем равномерное

осесимметричное давление. Это сравнительно слабое влияние локальной нагрузки при осевом сжатии (чем можно было бы ожидать), очевидно, объясняется тем, что

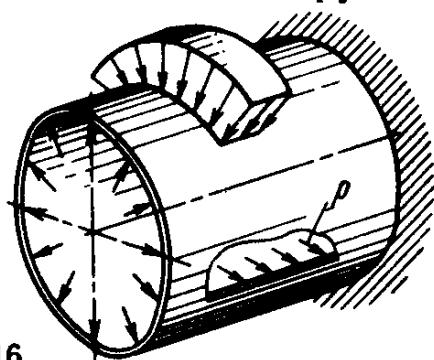


Рис. 55. Оболочка под действием внутреннего и локального внешнего давлений

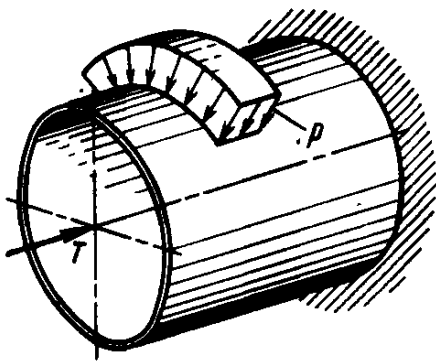


Рис. 56. Оболочка под действием локального внешнего давления и осевой силы

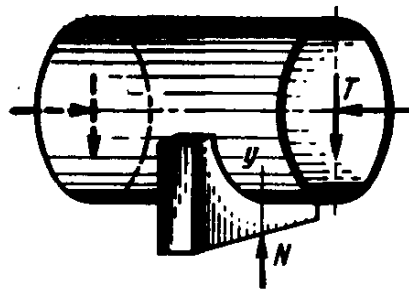


Рис. 57. Оболочка под действием реакции ложементa и осевой силы

вафельные оболочки мало чувствительны к несовершенствам как при осевом сжатии, так и при внешнем давлении.

2. Последовательность нагружения оболочки (увеличение T при постоянном p , увеличение p при постоянном T) не влияет на несущую способность конструкции.

3. Для практического расчета вафельных оболочек можно рекомендовать формулы (122) и (123), принимая $\alpha = 1,7$.

Критическая реакция ложементa (результатирующая нормального давления на оси y) (рис. 57) с учетом действия осевой силы

$$N_{кр T} = N_{кр} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{кр}} \right)^\alpha \right] = c_1 N_{кр}, \quad (137)$$

где $N_{кр}$ — критическая реакция ложементa при $T = 0$; c_1 определяется по графику на рис. 52 в зависимости от отношения $\bar{T} = T/T_{кр}$.

ГЛАВА 7

СФЕРИЧЕСКИЕ И ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ ГЛАДКИЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

Потеря устойчивости сферических оболочек под внешним давлением происходит хлопком, как правило, с образованием группы воли (несимметричная форма), соединяющихся затем в одну глубокую вмятину. Как показывают многочисленные эксперименты, формула критического давления для идеальных оболочек

$$p_{кр} = 1,21 \frac{E\delta^3}{R^2} \quad (138)$$

дает в 4...6 раз большие значения, чем получаемые из опыта. Величина коэффициента, при котором происходит хлопок, составляет 0,2...0,3 вместо 1,21. Критическое давление зависит от начальных несовершенств формы и с их увеличением заметно уменьшается. При несовершенствах, равных толщине оболочки и превосходящих ее, критическое давление снижается еще в 1,5...2 раза.

В конструкциях сферических оболочек различают выпуклые сегменты, у которых подъем H сравним с радиусом кривизны R , и пологие, у которых величина подъема не превышает $H \leq 4\delta$. Чаще всего сферические оболочки применяют в качестве днищ емкостей. На их несущую способность влияют такие технологические факторы, как начальные несовершенства в виде отклонений от теоретического контура, местные вмятины или остаточные после штамповки или сварки и др. Перечисленные факторы учитываются в расчете соответствующим выбором коэффициента устойчивости k .

Сведения о влиянии граничных условий закрепления краев оболочки могут быть найдены в работе [12]. Существенное влияние на величину критической нагрузки оказывает упругость распорного шпангоута днища. Теоретические зависимости отсутствуют, известны попытки учесть площадь опорного кольца [9, 10]. Как правило, при проектировании исходят из того, чтобы действующие в шпангоуте напряжения от распорных усилий при давлении $p_{кр}$ не превышали предела текучести. Кроме того, из-за неправильной силовой схемы распорного узла в месте заделки днища могут действовать значительные усилия изгиба, приводящие также к снижению критической нагрузки. Сварное соединение днища со шпангоутом должно быть выполнено швом встык с ограниченным смещением свариваемых кромок. Следует также избегать установки на оболочке приварных деталей, так как это неизбежно приводит к появлению местных несовершенств.

Критические давление и напряжение потери устойчивости

$$p_{кр} = k \frac{E\delta^2}{R^3}, \quad \sigma_{кр} = k \frac{E\delta}{2R}. \quad (139)$$

Коэффициент k для качественно изготовленных оболочек при $250 \leq R/\delta \leq 800$ определяется по формуле

$$k = \frac{1}{2,36} \sqrt[8]{\left(\frac{100\delta}{R}\right)^3} \quad (140)$$

или по рис. 58. Для области $R/\delta \leq 250$ в соответствии с рекомендациями [10] можно принять $k = 0,3$. Если оболочка изготовлена недостаточно качественно и начальные несовершенства достигают величины толщины стенки, k обычно снижают в 1,5...2 раза [10].

Порядок проектировочного расчета. Задано: эксплуатационное давление p , радиус кривизны днища R , механические свойства материала E и σ_T . Для днища цилиндрической емкости из условия минимальной массы принимают радиус сферы $R = 1,15r_d$ (r_d — радиус цилиндрической оболочки).

Приняв коэффициент безопасности f , определим критическое давление $p_{кр} = fp$ и толщину днища

$$\delta = \left(\frac{p_{кр} R^2 \sqrt[8]{R^3}}{2,38cE} \right)^{0,42}, \quad (141)$$

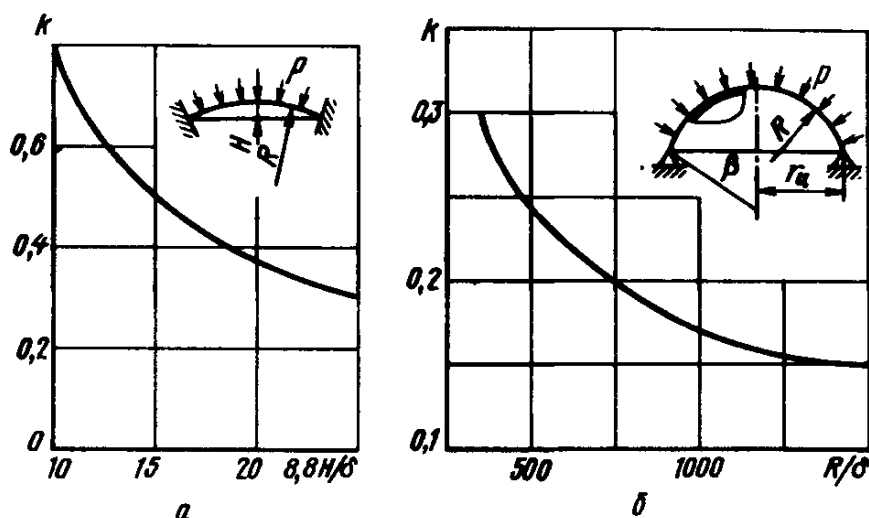


Рис. 58. Коэффициент k для сферических сегментов:
 a — вогнутых; b — выпуклых

где $c = 1$ — для качественно изготовленных оболочек: $c = 0,5$, если несовершенства превышают толщину. Формула справедлива при $R/\delta = 250 \dots 800$.

Для окончательно принятой толщины определим критические напряжения, сравним их с пределом текучести:

$$\sigma_{кр} = \frac{p_{кр} R}{2\delta} \leq \sigma_{т.}$$

ВАФЕЛЬНЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

Для сферических оболочек возможно радиально-кольцевое, перекрестное и только радиальное расположение ребер (рис. 59). Экспериментальной проверкой установлено, что перечисленные

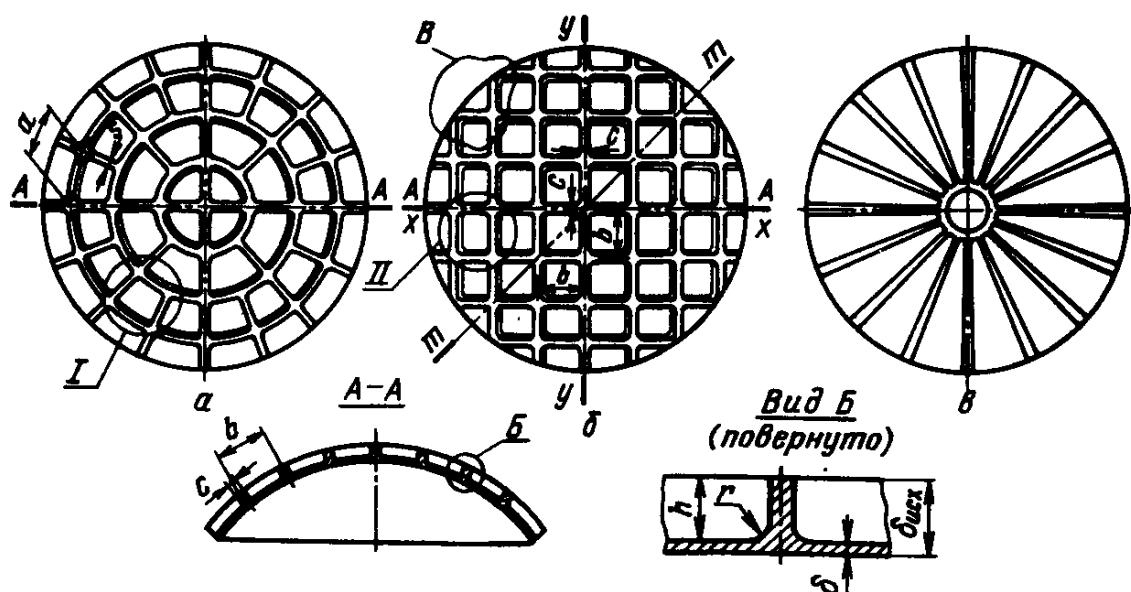


Рис. 59. Конструктивный вид подкрепленных сферических оболочек с расположением ребер:

a — радиально кольцевым; b — перекрестным; c — радиальным

варианты следует считать равноценными по массе. Радиально-кольцевое и перекрестное расположения ребер применяют при изготовлении механическим фрезерованием, которое обеспечивает наиболее высокую точность выполнения данных размеров. Электроимпульсное фрезерование применяют при радиально-кольцевом расположении ребер.

Изготовление днищ химическим травлением целесообразно в случае перекрестного расположения ребер, при котором ребра обоих направлений ориентируют под одинаковым углом к направлению линий проката $m - m$ в исходном листе. Этим обеспечивается одинаковая скорость травления в направлении к ширине ребер, а следовательно, более высокая точность изготовления размеров и в итоге получение меньшей массы. Разница же скорости травления в направлениях вдоль проката и поперек может быть существенной из-за анизотропии материала. Например, для алюминиевых сплавов она составляет порядка 20%. Форма ячеек вблизи осей x и y близка к квадрату. С удалением от этих осей ячейки приобретают некоторую ромбовидность. Наибольшую ромбовидность имеют ячейки в четырех зонах B . Для днищ с углом раствора 2β , близким к 180° , в зонах B ячейки приобретают форму сильно вытянутого ромба, что затрудняет их изготовление. Перекрестное расположение ребер целесообразно для днищ с углом раствора $2\beta \leq 120^\circ$. При этом все ячейки занимают примерно одинаковую площадь, благодаря чему обеспечивается равнопрочность местной устойчивости. Равные площади ячеек при химическом травлении обеспечивают более высокую точность изготовления ширины ребер, а также толщины стенки. Последнее обстоятельство особенно важно при большой глубине травления. Для днищ, имеющих $2\beta = 180^\circ$, применяют также и комбинированное подкрепление: полюсная зона ($2\beta = 120^\circ$) — перекрестное, а оставшаяся часть — радиально-кольцевое.

Экспериментальные исследования проводились на днищах различных габаритов, вариантов расположения ребер, способов изготовления (химическим травлением, механическим или электроимпульсным фрезерованием), при расположении ребер с внутренней или с наружной поверхности. В последнем случае разницы несущей способности не замечено.

Для днищ с подкреплением вафельного типа возможна местная потеря устойчивости отдельных ячеек и общая — с образованием в окружном направлении нескольких вмятин. В обоих случаях разрушение происходит хлопком.

Экспериментальная проверка на нескольких оболочках (расположение ребер внутреннее или наружное) показала, что местная потеря устойчивости несущественно влияет на общую устойчивость. Исследовалась оболочка с очень малой толщиной стенки, у которой $p_{кр. м} = p_p$. Ребра располагались с наружной стороны. После прихлопывания всех ячеек по каркасу ребер днище не потеряло сферическую форму. Общая потеря устойчивости произошла

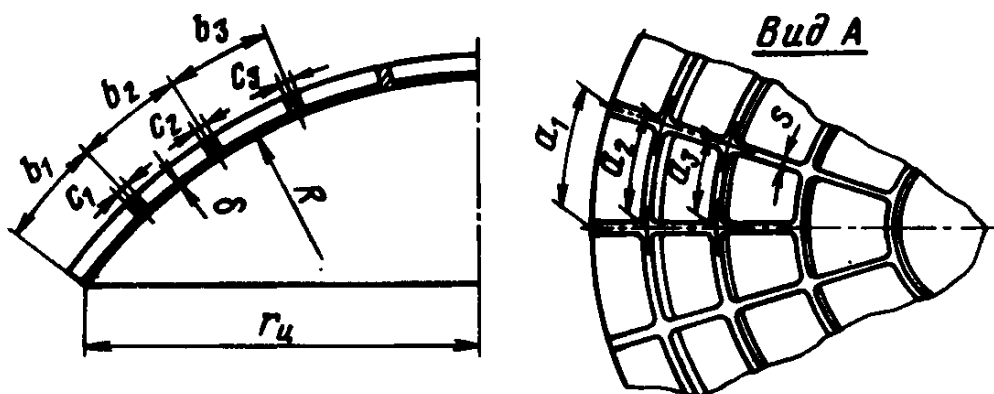


Рис. 60. К расчету вафельных днищ с радиально-кольцевым набором

при значении, близком к расчетному. При проектировании, однако, следует обеспечивать условие $p_{кр.м} \geq p_{кр.}$

Критическое давление общей потери устойчивости оболочек с перекрестным или продольно-кольцевым набором

$$p_p = k \frac{E\delta^3}{R^3} [1 + \beta\varphi(\psi - 1)^2], \quad (142)$$

где $\varphi = 2\pi c/b$ — для оболочек с перекрестным набором; $\varphi = \sqrt{\varphi_1\varphi_2}$ — для оболочек с радиально-кольцевым набором. Здесь $\varphi_1 = 2\pi s_i/a_i$, $\varphi_2 = 2\pi c_i/b_i$, i — номера ячеек (ребер), отсчет ведется от основания сферы (рис. 60).

При произвольно заданных размерах ширины и шага ребер следует определить коэффициенты φ_1 , φ_2 , а затем φ для каждого пролета. Вычисления удобнее выполнять в соответствии с табл. 5. Критическое давление рекомендуется определять по минимальному значению, хотя правильнее будет принять среднее значение φ в центральной зоне ожидаемой вмятины. Коэффициент β определяется по формулам (17), (18).

Можно предложить также следующие зависимости (погрешность не превышает 2% при $4 \leq \psi \leq 8$ и $0,2 \leq \varphi \leq 1,0$):

при $r = h$

$$p_{кр} = k \frac{E\delta^3}{R^3} [1 + 0,29 \sqrt{\varphi} (\psi^2 - 1)];$$

при $r = 0$

$$p_{кр} = k \frac{E\delta^3}{R^3} [1 + 0,28 \sqrt[3]{\varphi^2} (\psi^2 - 1)].$$

Коэффициент k по экспериментальным данным для рассматриваемых видов подкреплений и способов изготовления при $R/\delta_{пр} \leq \leq 200$ находился в диапазоне $k = 0,28 \dots 0,33$. Площадь распорного шпангоута была такова, что действующие от распорных усилий напряжения не превышали предела текучести. Теоретические зависимости, учитывающие упругость распорного шпангоута, отсутствуют. Некоторые сведения и рекомендации, приведенные в гл. 5 для вафельных конических днищ под внешним давлением, целиком могут быть отнесены и к сферическим днищам.

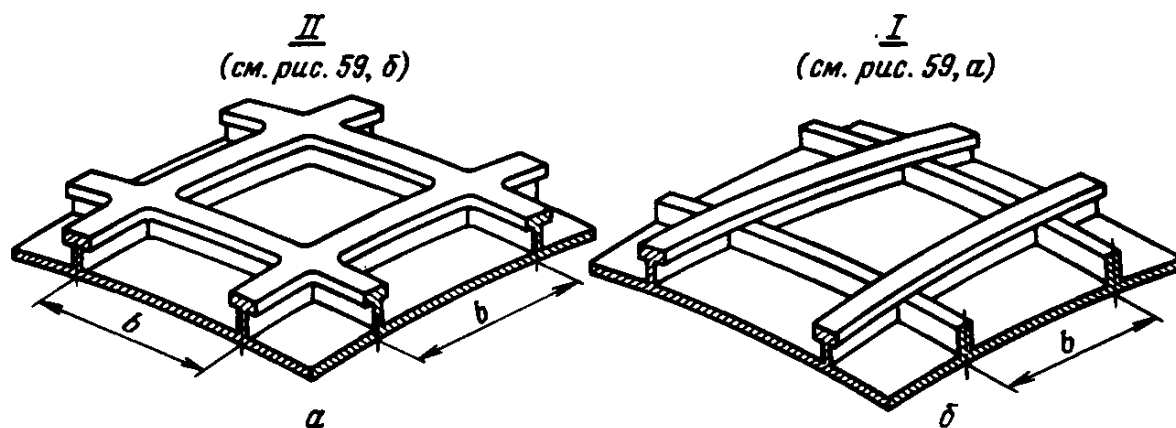


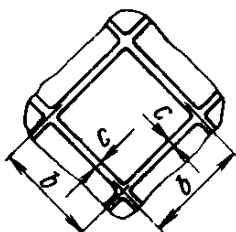
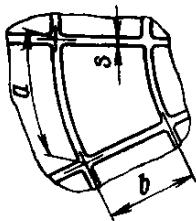
Рис. 61. Вид отдельной ячейки вафельного днища с ребрами таврового сечения: а — для перекрестного ребрения; б — для радиально-кольцевого

Для оболочек с тавровым сечением ребер (рис. 61) эквивалентные по жесткости ширины ребер s_1 и s_2 определяются по формулам (22), затем после вычисления φ_1 , φ_2 , $\varphi = \sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$ критическое давление p_p определяется по приведенным выше формулам. По экспериментальным данным, значения коэффициентов k лежат в диапазоне, полученном для оболочек с прямоугольными ребрами. Применение ребер с тавровым сечением целесообразно при сравнительно большой толщине исходного листа $\delta_{исх}$ и позволяет получить дополнительное снижение массы до 5%.

Критическое давление местной потери устойчивости стенки определяется по формулам табл. 14. При выводе формул, полученных аналогично формулам для осевого сжатия цилиндров, действующие напряжения определялись по толщине стенки без учета ребер. Коэффициент k_1 зависит от условий закрепления кромок ячейки и ее формы. По экспериментальным данным, полученным при испытаниях оболочек, изготовленных химическим травлением, механическим или электроимпульсным фрезированием, условия заделки кромок не ниже среднего значения между условиями опирания и защемления. Рекомендуемые значения k_1 приняты по экспериментальным данным для вафельных оболочек с ячейками квадратной формы или близкой к ней. В скобках указываются теоретические значения для плоской пластинки с опертым и защемленным контурами.

Замечено, что краевые усилия, действующие в зоне заделки днища на шпангоуте, могут привести к преждевременной местной потере устойчивости. В среднем в краевой зоне $k_1 \approx 2,2$. Это, однако, не влияло на величину критического давления общей потери устойчивости (в том числе при расположении ребер на внутренней поверхности). По крайней мере, результаты проведенных испытаний не выявили это влияние. Если требуется сохранить геометрию днища в процессе его работы, при проектировании необходимо предусмотреть соответствующие конструктивные мероприятия, исключающие прохлопывание ячеек. Например, уменьшить в краевой зоне шаг ребер. Преждевременное местное про-

Формулы для расчета местной устойчивости стенки

Распределение ребер	Расчетные формулы														
<p>Перекрытное</p> 	$p_{кр. м} = 2k_1 \frac{E\delta^3}{Rb_0^2}$ $b_0 = b - c - 2r$ $k_1 = 3 (1,81; 4,84)$														
<p>Радиально-кольцевое</p> 	<p>Для $b \geq a$</p> $p_{кр. м} = 2k_1 \frac{E\delta^3}{Ra_0^2}$ $a_0 = a - s - 2r$ <table><tr><td>b/a</td><td>. . .</td><td>1</td><td>1,2</td><td>1,6</td><td>2,0</td><td>3,0</td></tr><tr><td>k_1</td><td>. . . .</td><td>3 (1,81; 4, 84)</td><td>2,54</td><td>2,1</td><td>1,87</td><td>1,66</td></tr></table> <p>Для $b < a$ в расчетной формуле и при определении k_1 необходимо изменить обозначения a на b и b на a</p>	b/a	. . .	1	1,2	1,6	2,0	3,0	k_1	3 (1,81; 4, 84)	2,54	2,1	1,87	1,66
b/a	. . .	1	1,2	1,6	2,0	3,0									
k_1	3 (1,81; 4, 84)	2,54	2,1	1,87	1,66									

хлопывание стенки может быть вызвано также влиянием смещения кромок свариваемых деталей, внутренними технологическими напряжениями или короблениями стенки от сварки.

Исследовались днища, подкрепленные только радиальными ребрами (см. рис. 59, а), изготовленные химическим травлением, а также механическим фрезерованием с $R/\delta_{пр} < 300$ и $2\beta \approx 120^\circ$. Теоретических данных для расчета таких конструкций нет. Существующие зависимости относятся к конструктивным системам, жесткость стенки которых в продольном и окружном направлениях одинакова. Вызывает также затруднение расчет местной устойчивости.

Разрушение днищ происходило хлопком в результате общей потери устойчивости. Образовавшаяся вмятина захватывала несколько радиальных ребер и располагалась между полюсом днища и шпангоутом. Местная потеря устойчивости стенки не наблюдалась. Анализ испытаний показывает, что роль радиальных ребер весьма существенна. В отношении массы такие конструкции, вероятно, близки или равноценны вафельным. Отсутствие теоретических зависимостей не позволяет дать количественную оценку. Однако для качественного сравнения особенно показательным будет следующий эксперимент. Первоначально были изготовлены и испытаны вафельные конструкции. В последующих сборках, изготовленных с такими же размерами, что и первые, были удалены кольцевые ребра. Критическое давление доработанных сборок оказалось практически одинаковым с разрушающим давлением вафельной конструкции. Из этого можно сделать важный в практическом отношении вывод: в подкрепленных днищах основную роль в обеспечении несущей способности играют радиальные ребра. Поэтому для

днищ вафельного типа с радиально-кольцевым набором рациональной будет конструкция, имеющая широкие радиальные ребра и сравнительно узкие кольцевые.

Для расчета общей потери устойчивости оболочек с радиальными ребрами может быть использована формула (142), где $\varphi = 2\pi s/a$, а коэффициент β , определенный по формулам (17), (18), необходимо умножить на 0,85, 0,9. Меньшее значение относится к оболочкам, имеющим $r = h$.

Для оценки местной устойчивости воспользуемся формулой табл. 14, при этом расчет проведем по максимальному шагу радиальных ребер в основании днища, а числовой коэффициент $k_1 \approx 1,5 \dots 2$.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ВАФЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Результаты анализа оптимальности. Качественные и количественные результаты, полученные для цилиндров под осевым сжатием, можно целиком отнести и к сферическим вафельным оболочкам. Для практических расчетов коэффициента совершенства K_G , $K_{G \min}$ и $\varphi_{\text{опт}}$ воспользуемся зависимостями и рекомендациями гл. 3.

Приближенная оценка массы и несущей способности. Когда требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности вафельной оболочки, по заданному давлению p_p определить необходимую эквивалентную толщину (для оценки массы) или для заданной δ_a оценить p_p , расчет проводится по формулам:

если задано p_p

$$\delta_a = \left| \frac{1,78}{1,48} \right| R \sqrt{\frac{p_{кр}}{kE\psi}}; \quad (143)$$

если задано δ_a

$$p_{кр} = \left| \frac{0,32}{0,46} \right| k \frac{E\delta_a^2}{R^2} \psi. \quad (144)$$

Толщину стенки и исходного листа оценим из соотношений: $\delta = (0,6 \dots 0,7) \delta_a$, $\delta_{исх} = \psi \delta$.

Пример 1. Задано: разрушающее давление $p_{кр} = 0,1$ кН/см², $R = 80$ см, материал — алюминиевый сплав с $\sigma_T = 18$ кН/см² и $E = 0,7 \cdot 10^4$ кН/см². Способ изготовления — механическое фрезерование.

Приняв $k = 0,28$ и $\psi = 6$, определим эквивалентную толщину

$$\delta_a = 1,48 \cdot 80 \sqrt{\frac{0,1}{0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^4 \cdot 6}} = 0,345 \text{ см.}$$

Ориентировочные толщины стенки и исходного листа: $\delta = (0,6 \dots 0,7) 0,345 = 0,207 \dots 0,242$ см; $\delta_{исх} = 6 (0,207 \dots 0,242) = 1,24 \dots 1,45$ см.

Приближенная оценка при ограничении по $\delta_{исх}$. При заданных критической нагрузке p_p и толщине исходного листа $\delta_{исх}$ параметр ψ выбирается из диапазона

$$0,76k \left(\frac{\delta_{исх}}{R} \right)^2 \frac{E}{p_{кр}} < \psi \leq 4,5 \frac{\sigma_T^2}{kE p_{кр}}. \quad (145)$$

Меньшее значение ψ относится к конструкции, в которой масса ребер составляет около 25%, при большем — до 40 ... 45%.

Эквивалентная толщина оболочки для оценки ее массы

$$\delta_0 = 1,66 \frac{\rho_{кр} R^2}{kE\delta_{исх}}.$$

Область применимости. С увеличением эффективности подкрепления ψ , с ростом несущей способности оболочки возрастает величина критических напряжений σ_p . Принимая $\sigma_p \approx 0,9\sigma_T$ получим предельно возможное значение

$$\psi_{пред} = 5,2 \frac{\sigma_T^2}{kE\rho_{кр}}. \quad (146)$$

Коэффициент совершенства по массе, который реализуется при данном материале:

$$K_{G \min} = 0,67 \frac{\sqrt{kE\rho_{кр}}}{\sigma_T}. \quad (147)$$

Из выражения (146) определим минимальное значение предела текучести, которое должен иметь материал при принятом ψ :

$$\sigma_T = 0,44 \sqrt{kE\rho_{кр}\psi}. \quad (148)$$

Пример 2. Исходные данные те же, что в примере 1, но $\sigma_T = 12 \text{ кН/см}^2$. По формуле (146) вычислим

$$\psi_{пред} = 5,2 \frac{12^2}{0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^4 \cdot 0,1} = 3,82.$$

При принятом $\psi = 6$ материал будет работать за пределом упругости, так как $\psi > \psi_{пред}$. По формуле (148) определим требуемое значение

$$\sigma_T = 0,44 \sqrt{0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \cdot 6} = 15,1 \text{ кН/см}^2.$$

Порядок проектировочного расчета. Задано эксплуатационное давление p .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим $p_p = fp$, вычислим $B = p_p R^2 / kE$.

2. Принимаем ψ ($5 < \psi \leq \psi_{пред}$).

3. По формуле (13) определим ϕ .

4. Определим толщину стенки

$$\delta = \sqrt{\frac{B}{1 + 0,28 \sqrt[3]{\phi^3 (\psi^2 - 1)}}}.$$

Если есть необходимость увеличить толщину стенки, следует принять уменьшенное ϕ .

5. Определим $\delta_{исх} = \psi\delta$. При необходимости уменьшить $\delta_{исх}$ следует принять уменьшенное ψ (масса конструкции увеличится) или увеличить значение ϕ , после чего, вычислив по п. 4 δ , определим скорректированное значение $\delta_{исх}$.

6. Для оболочек с радиально-кольцевым набором принимаем соотношение подкрепления в окружном и радиальном направлениях $\phi_2/\phi_1 = 0,5 \dots 1,0$. В рекомендуемом диапазоне ϕ_2/ϕ_1 масса конструкции практически остается постоянной. На основании

данных анализа экспериментов рационально принять $\varphi_2/\varphi_1 = 0,5$. Для оболочек с перекрестным набором $\varphi_2/\varphi_1 = 1$. Далее определим

$$\varphi_1 = \frac{\varphi}{\sqrt{\varphi_2/\varphi_1}}, \quad \varphi_2 = \varphi \sqrt{\varphi_2/\varphi_1}.$$

7. Для оболочек с перекрестным набором шаг и ширина ребер

$$b = \frac{1,415\delta}{1 - \varphi/2\pi} \sqrt{\frac{k_1 E \delta}{R \rho_{кр}}}, \quad c = \frac{\varphi b}{2\pi}.$$

Для оболочек с радиально-кольцевым набором определим шаг радиальных ребер по основанию сферы радиуса r_d (см. рис. 60)

$$a_1 = \frac{1,415\delta}{1 - \varphi_1/2\pi} \sqrt{\frac{k_1 E \delta}{R \rho_{кр}}}.$$

8. Принимаем число радиальных ребер $n = \frac{2\pi r_d}{a_1}$. По окончательно принятому n определим скорректированное значение $a_1 = 2\pi r_d/n$.

9. Принимаем шаг кольцевых ребер $b_1, b_2, b_3, \dots, b_l$, при этом $b_l \leq a_1$. Выбор шага ребер рекомендуется сопровождать чертежом сетки ребер. Для оболочек с большим углом раствора (2β) рекомендуется начиная с некоторого пролета уменьшить число радиальных ребер, как это показано на рис. 60.

10. Определим ширину радиальных и кольцевых ребер в каждом пролете:

$$s_i = \frac{\varphi_1 a_i}{2\pi}, \quad c_i = \frac{\varphi_2 b_i}{2\pi}.$$

Порядок расчета при заданном $\delta_{исх}$.

1. Задаемся φ согласно рекомендациям (145).
2. Определим $\delta = \delta_{исх}/\varphi$. Если $\delta < \delta_{техн}$ — ограничения толщины по технологии изготовления, принимаем $\varphi = \delta_{исх}/\delta_{техн}$.
3. Определим

$$\varphi = \left[\frac{\frac{B}{\delta^2} - 1}{0,28(\varphi^2 - 1)} \right]^{3/2}.$$

Дальнейший расчет проводится по пп. 6 ... 10 предыдущего алгоритма. При вычислении по п. 7, если есть необходимость увеличить шаг или ширину ребер, следует принять уменьшенное φ (масса конструкции увеличится).

Оценка влияния изменения исходных данных на параметры конструкции. Первоначально принятыми при проектировании данными являлись: разрушающее давление p_1 , модуль упругости E_1 и радиус кривизны оболочки R_1 . При этом эквивалентная толщина для расчета массы получена равной $(\delta_0)_1$. В табл. 15 приводится значение $(\delta_0)_2$, которое получается при изменении исходных данных (увеличении или уменьшении) до значений p_2, E_2, R_2 .

Эквивалентная толщина $(\delta_0)_2$ для расчета массы

Измененный параметр	p_2	R_2	E_2
$(\delta_0)_2$	$(\delta_0)_1 \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}$	$(\delta_0)_1 \frac{R_2}{R_1}$	$(\delta_0)_1 \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}$

Новое значение исходной толщины листа при изменении давления (ранее принятое ψ сохраняется)

$$(\delta_{исх})_2 = (\delta_{исх})_1 \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}. \quad (149)$$

Для спроектированной конструкции оценим также изменение размера ячейки (шага ребер) b_1 , ширины ребра c_1 и толщины стенки δ_1 с изменением давления (при условии, что ранее принятые ϕ и ψ остаются теми же):

$$b_2 = b_1 \sqrt[4]{\frac{p_2}{p_1}}; \quad c_2 = c_1 \frac{b_2}{b_1}; \quad \delta_2 = \delta_1 \sqrt[3]{\frac{p_2}{p_1}}.$$

При существенном изменении давления необходимые размеры устанавливаются в результате подробного проектировочного расчета.

ЕМКОСТИ С ЭЛЛИпсоИДАЛЬНЫМИ ОБОЛОЧКАМИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

Сплюснутый эллипсоид (рис. 62, а) образован вращением вокруг малой оси эллипса. Разрушение происходит с образованием вмятин в зоне полюсов А, где главные радиусы кривизны имеют наибольшее значение $R = a^2/b$. Поэтому в конструкциях необходимо обращать внимание на качество изготовления полюсов. Критическое давление потери устойчивости [10]

$$p_{кр} = k \frac{E\delta^2 b^2}{a^4}, \quad (150)$$

где a и b — большая и малая полуоси эллипса. Для идеальных оболочек теоретический коэффициент $k = 1,21$. В расчетах для качественных оболочек коэффициент k может быть определен по графику, приведенному на рис. 58, б, при этом принимается $R = a^2/b$. Рекомендуемые значения коэффициента k согласуются с экспериментальными данными.

Вытянутый эллипсоид (см. рис. 62, б), образован вращением вокруг большой оси эллипса $y-y$. Разрушение происходит с образованием вмятин в зоне экватора В, так как главные радиусы кривизны здесь наибольшие. В конструкциях необходимо обра-

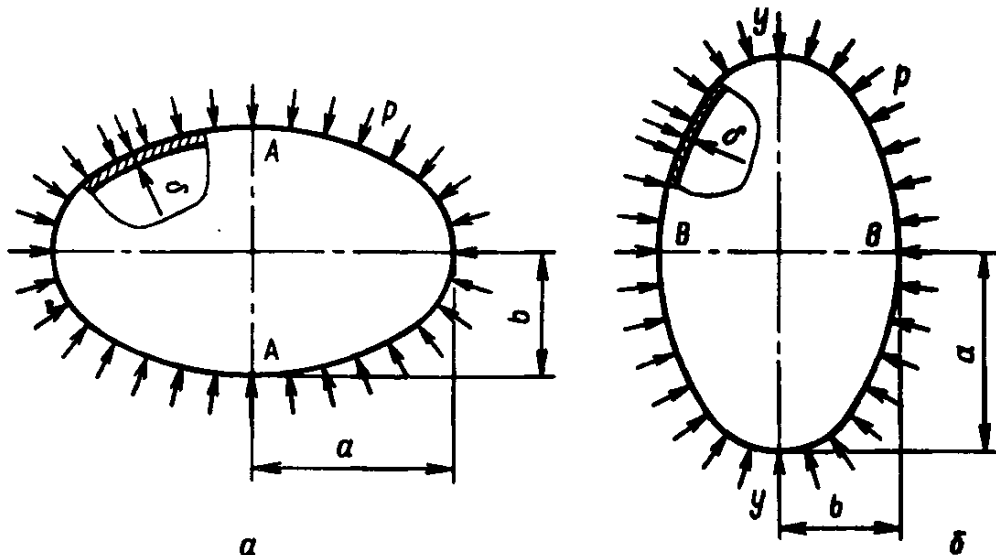


Рис. 62. Емкости под внешним давлением:
 а — сплюснутый эллипсоид; б — вытянутый

щать внимание на качество изготовления оболочки в экваториальной зоне. Критическое давление потери устойчивости [10]

$$p_p = k \frac{E\delta^3}{2a^3 - b^3} \quad (151)$$

Теоретически коэффициент k для идеальных оболочек равен 1,21. В расчетах для качественных оболочек можно принять $k = 0,2 \dots 0,3$.

Цилиндрические емкости с эллиптическими днищами (рис. 63). Возможна потеря устойчивости оболочек в двух зонах: цилиндрического участка и эллиптического днища.

Разрушение цилиндрического участка происходит с образованием вмятин, захватывающих часть эллиптического днища. Расчет цилиндрического участка проводится по соответствующим формулам, приведенным в гл. 5, при этом за расчетную длину оболочки принимается длина цилиндрического участка и двух соединенных участков днища; для схемы а $l = l_{\text{ц}} + 2b/3$, для схемы б $l = l_{\text{ц}} + 2 \cdot 2a/3$.

Расчет эллиптического днища (см. рис. 63, а) проводится по формуле (150). Для емкости, показанной на рис. 63, б, разрушение в зоне полюса днища возможно, если толщина стенки будет значительно меньше толщины зоны экватора. С уверенностью можно считать, что разрушающее давление днища будет не ниже значения, вычисленного по формуле (151).

ЕМКОСТИ С ЭЛЛИпсоИДАЛЬНЫМИ И ТОРОСФЕРИЧЕСКИМИ ОБОЛОЧКАМИ ПОД ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

Сплюснутый эллипсоид (рис. 64). При соотношении полуосей $a > b\sqrt{2}$ под внутренним давлением в зоне, примыкающей к экватору, возникают кольцевые сжимающие напряжения σ_z , которые

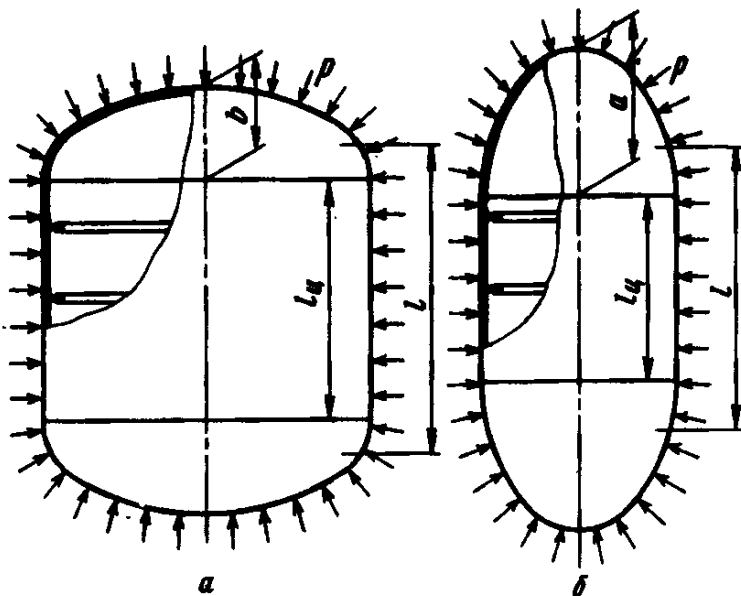
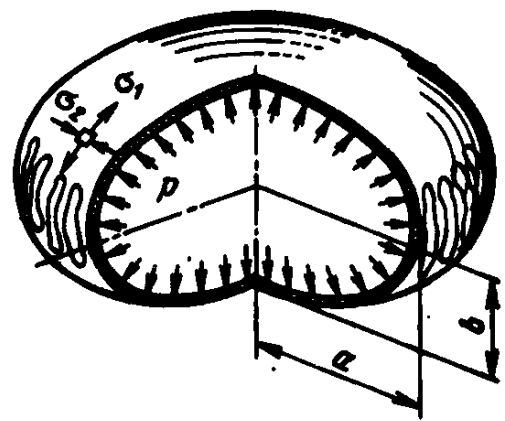


Рис. 63. Цилиндрические емкости под внешним давлением с эллиптическими днищами:
а — сплюснутым; б — вытянутым

Рис. 64. Образование складок в сплюснутом эллипсоиде под внутренним давлением



могут вызвать образование складок в зоне экватора. Критическое давление потери устойчивости [10]

$$p_{кр} = k \frac{E\delta^3}{a^2 - 2b^2}. \quad (152)$$

Для идеальных оболочек теоретический коэффициент $k = 1,21$. При расчетах качественных оболочек следует принимать $k = 0,2 \dots 0,3$.

Цилиндрическая емкость с эллиптическими днищами (рис. 65, а). Критическое давление эллиптических днищ можно оценить по формуле (152). Потеря устойчивости сопровождается образованием складок в экваториальной зоне А. По экспериментальным данным, на днищах, соединенных с цилиндрической оболочкой распорным шпангоутом или жестким фланцем, при $a = 2b$ коэффициент устойчивости был не ниже $k > 0,45$ (в проведенных экспериментах потеря устойчивости не наблюдалась).

Цилиндрическая емкость с торосферическими днищами (см. рис. 65, б). Применение торосферических днищ позволяет избежать постановки распорного шпангоута, что может оказаться рациональным по конструктивным или технологическим сообра-

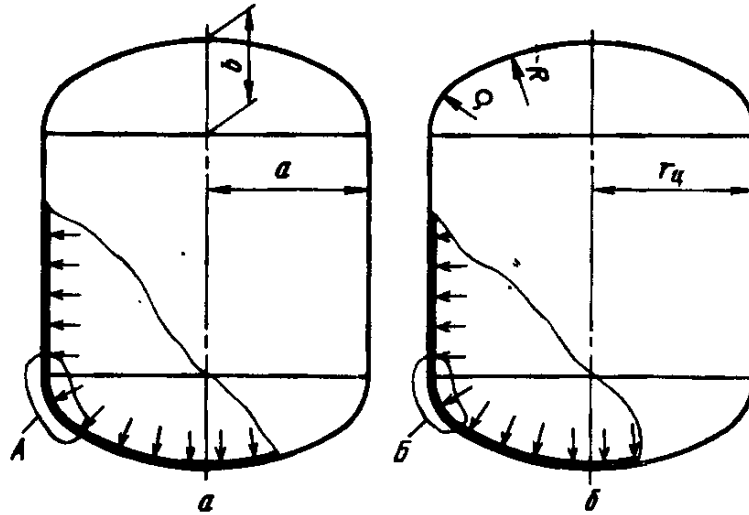


Рис. 65. Цилиндрические емкости под внутренним давлением:
 а — с эллиптическими днищами; б — с торосферическими днищами

жениям. При сравнительно малом радиусе кривизны торового скругления ρ и $R \geq 1,3r_{\text{ц}}$ в тороидальном участке действуют сжимающие напряжения, которые могут привести к потере устойчивости в зоне Б.

Точные зависимости для расчета устойчивости тороидального участка отсутствуют. Для оценки критического давления воспользуемся формулой (152). Принимая во внимание, что радиус кривизны эллиптического днища в зоне экватора равен $\rho = b^2/a$ и $a = r_{\text{ц}}$, получим

$$p_{\text{кр}} = k \frac{E\delta^3}{r_{\text{ц}}^2} \frac{1}{1 - 2\rho/r_{\text{ц}}}, \quad (153)$$

где $k = 0,2 \dots 0,3$.

Используя формулу (153), изложим порядок проекторочного расчета торосферического днища. Задано: внутреннее давление p , радиус цилиндрической емкости $r_{\text{ц}}$, механические свойства материала $\sigma_{\text{т}}$, $\sigma_{\text{в}}$ и E .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим разрушающее давление $p_{\text{кр}} = fp$.

2. Принимаем радиус сферы. Из расчета на прочность оптимальное по массе днище имеет $R \approx 1,15r_{\text{ц}}$.

3. Определим толщину сферы $\delta = pR/2[\sigma]$.

4. Принимаем толщину тороидального участка $\delta_{\text{т}} = \delta$. Если необходимо получить днище с малым ρ , следует принять большее значение $\delta_{\text{т}}$. Определим радиус кривизны тороидального перехода

$$\rho = \frac{r_{\text{ц}}}{2} \left(1 - \frac{kE\delta_{\text{т}}^2}{p_{\text{кр}}r_{\text{ц}}^2} \right). \quad (154)$$

ГЛАВА 8

ТОРОИДАЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ

ЕМКОСТИ С ТОРОИДАЛЬНЫМИ ОБОЛОЧКАМИ КРУГОВОГО СЕЧЕНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДАВЛЕНИЙ

Гладкие тороидальные оболочки. Теоретические основы расчета полного тора под внешним давлением изложены в работе [10]. Опытные исследования таких конструкций с различными соотношениями геометрических параметров практически отсутствуют. Среди имеющихся работ отметим [36].

Экспериментальные исследования полного тора кругового сечения показывают, что потеря устойчивости оболочки имеет локальный характер и происходит хлопком с образованием нескольких вмятин в зонах *A*, вытянутых в направлении касательной к оси тора (рис. 66). Центр вмятины вблизи оси тора несколько смещен в сторону внешнего обвода (вид в плане). Края вмятины ограничены внешним обводом тора. Геометрически тор представляет собой «изогнутый цилиндр». Учитывая характер волнообразования, для прикидочных расчетов используем формулу Папковича для цилиндрической оболочки под внешним давлением. За длину оболочки примем прямую *BC*, касательную к оси тора и равную длине вмятины. В результате получим

$$p_{кр} = 0,4k \frac{E\delta^{5/2}}{R^2 \sqrt{r}}. \quad (155)$$

Коэффициент *k* принимается в соответствии с рекомендациями табл. 9 в зависимости от отношения *R/δ*. Для всех соотношений *r/R* расчет по формуле (155) дает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными. В испытанном полном торе кругового сечения (*r/R* = 2, *R/δ* = 90) разрушающее давление было в 1,3 раза больше в сравнении с расчетным, вычисленным по формуле (155); по анализу данных работы [36] разница составляет 1,15.

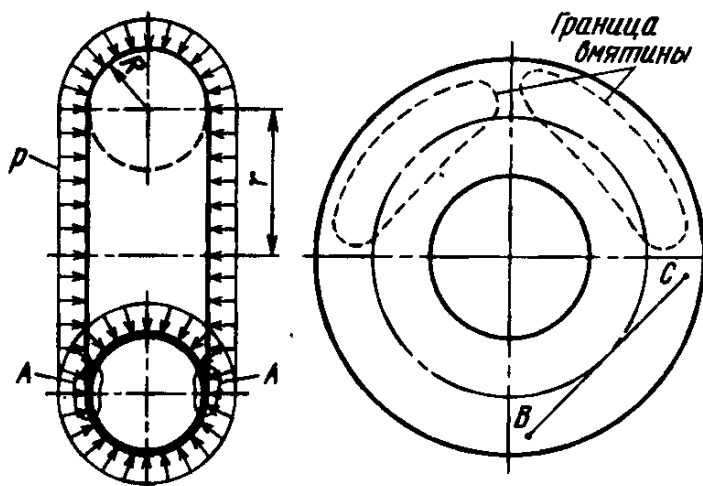


Рис. 66. Полный тор кругового сечения под внешним давлением

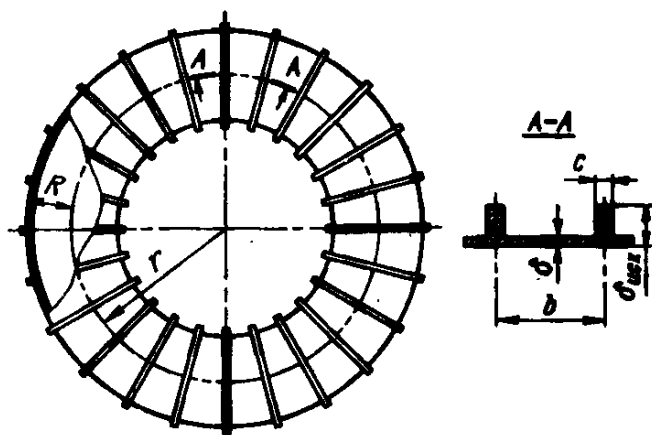


Рис. 67. Тороидальная оболочка, подкрепленная кольцевыми ребрами

Подкрепленные тороидальные оболочки. При сравнительно больших давлениях и отношениях R/δ для получения конструкции минимальной массы рационально подкрепление торовой

оболочки кольцевыми ребрами (рис. 67). Критическое давление общей потери устойчивости такой оболочки

$$p_{кр} = 0,4k \frac{E\delta^{5/2}}{R^2 \sqrt{r}} [1 + \beta\varphi_2 (\varphi - 1)^{5/2}], \quad (156)$$

где $k = 1$, $\varphi_2 = 2\pi c/b$.

Коэффициент β определяется по графику на рис. 39. Критическое давление местной потери устойчивости стенки в пролете между ребрами определим по формулам для гладкой цилиндрической оболочки радиуса R , принимая $l = b_0 = b - c$.

Тороидальная емкость, образованная торовыми и цилиндрическими оболочками. Применение тороидальных днищ (рис. 68) по сравнению со сферическими может обеспечить выигрыш массы благодаря малому радиусу кривизны. Кроме того, торовое днище не требует установки распорного шпангоута. Критическое давление потери устойчивости торового днища 1 определим по формулам для полного тора.

Цилиндрическая оболочка 2 работает на устойчивость под внешним давлением. Для обеспечения минимальной массы конструкции рационально применить подкрепленную оболочку. Цилиндрическая оболочка 3 работает на устойчивость под действием

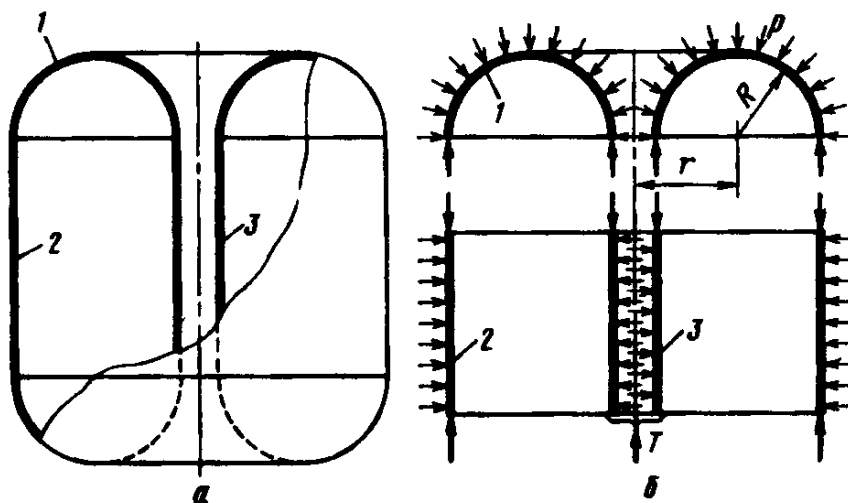


Рис. 68. Тороидальная емкость:
а — конструктивный вид; б — расчетная схема

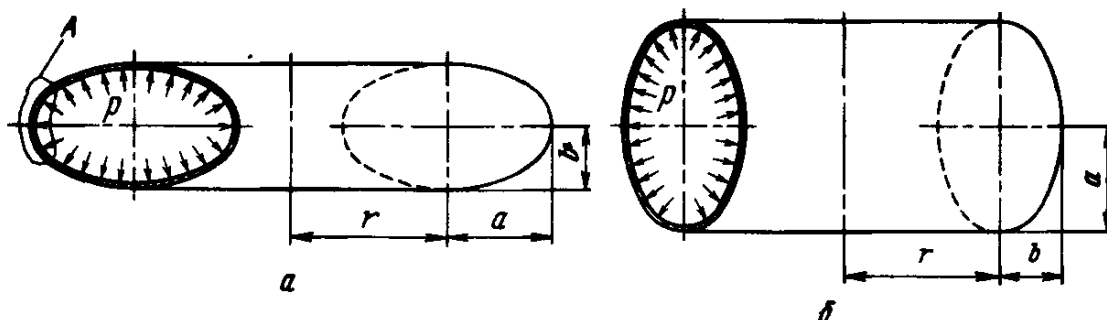


Рис. 69. Эллипсоидальные торовые емкости под внутренним давлением со сплюснутым (а) и вытянутым (б) сечениями

внутреннего давления p и осевой сжимающей силы T , которая приблизительно равна

$$T = p [\pi r^2 - \pi (r - R)^2]. \quad (157)$$

При сравнительно малом диаметре оболочки δ необходимо проверить ее на устойчивость как для сжатого стержня.

ЭЛЛИпсоиДАЛЬНЫЕ ТОРОВЫЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

Эллипсоидальные торовые оболочки (рис. 69) используются как самостоятельные конструкции емкостей или в качестве днищ баков. При $a > b\sqrt{2}$ возможна потеря устойчивости с образованием вмятин в экваториальной зоне А. Критическое давление определим по формулам, которые удовлетворительно согласуются с экспериментами [1]:

$$p_{кр} = \frac{0,358E\delta^2}{\left[2\left(\frac{r}{a} + 1\right)\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right) + 1\right]a^2}. \quad (158)$$

Для тора, вытянутого в направлении вертикальной оси:

$$p_{кр} = \frac{0,358E\delta^2}{\left[2\left(\frac{r}{a} - 1\right)\left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right) - 1\right]b^2}. \quad (159)$$

ГЛАВА 9

ПЛОСКИЕ ПЛАСТИНКИ

При проектировании различных тонкостенных конструкций приходится рассматривать возможность местной потери устойчивости их стенок. При этом используются зависимости для плоских пластинок. В данной главе рассмотрены расчетные схемы пластинок, наиболее часто используемые в расчетной практике. Коэффициент Пуассона принимался равным $\nu = 0,3$.

ДЕЙСТВИЕ СЖИМАЮЩИХ УСИЛИЙ

1. Прямоугольная пластинка сжата усилиями, равномерно распределенными по двум противоположным сторонам (рис. 70). Критические напряжения потери устойчивости:

$$\begin{aligned} \text{при } \frac{a}{b} \geq 1 \quad \sigma_p &= k \frac{E\delta^3}{b^3}; \\ \text{при } \frac{a}{b} < 1 \quad \sigma_{кр} &= k \frac{E\delta^3}{a^3}, \end{aligned} \quad (160)$$

где k — коэффициент устойчивости, зависящий от способа закрепления краев пластинки и соотношения сторон a/b , определяется по графику, представленному на рис. 71 [24, 31]. Наименьшее значение, определяющее предел применимости формул (160), т. е. точку B' на кривой продольного изгиба (рис. 72), равно

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{пр} = \sqrt{\frac{kE}{\sigma_T}}. \quad (161)$$

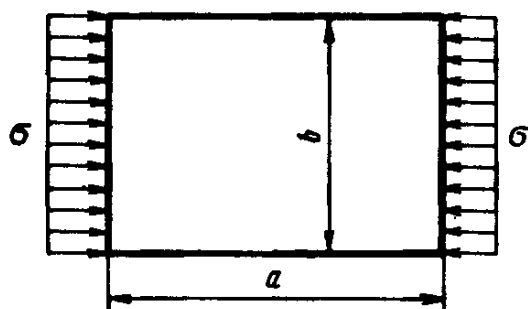


Рис. 70. Прямоугольная пластинка, сжатая с двух сторон

Рис. 71. Коэффициент k для прямоугольных пластинок, сжатых с двух сторон

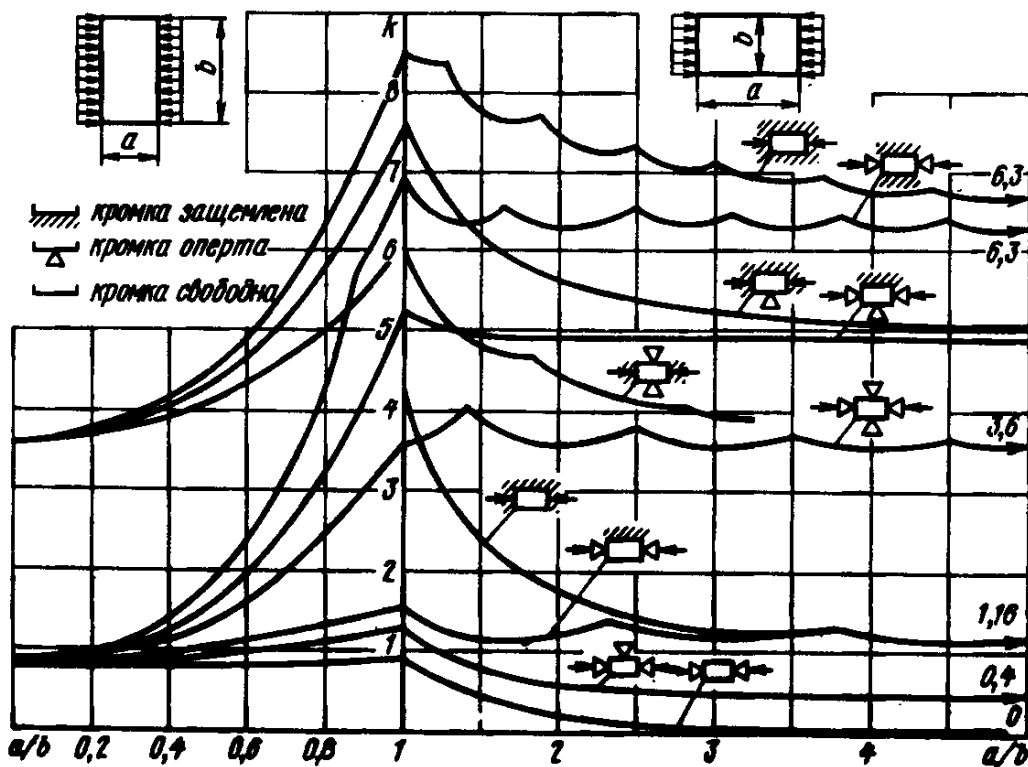
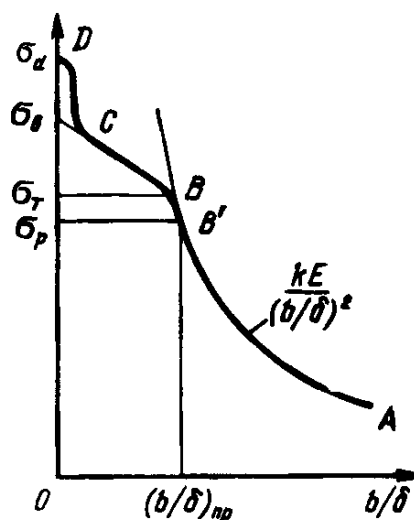


Рис. 72. К расчету пластинок за пределом упругости

Строго говоря, величина предельного напряжения, при котором материал еще работает в упругой области, равна пределу пропорциональности σ_p . Однако ввиду сложности наблюдения за поведением пластинки при напряжениях, равных σ_p , обычно принимают $\sigma_T = \sigma_{02}$, тем более, что величина σ_{02} является характеристикой, которая приводится в справочниках по материалам. Следует отметить, что для некоторых материалов величина σ_T при сжатии может быть несколько меньше, чем при растяжении.



При увеличении толщины пластинки критическое напряжение растет и при $b/\delta \rightarrow 0$ становится равным пределу прочности, т. е. разрушающему напряжению материала на сжатие σ_d . Обычно имеет место неравенство $\sigma_d > \sigma_b$. Опыты неизменно дают кривые, сходные по характеру с кривыми продольного изгиба, т. е. состоящие из трех типичных ветвей: AB — упругой, BC — малых пластических деформаций, CD — больших пластических деформаций (с упрочнением).

Для расчета за пределом упругости можно принять прямую BC , проходящую через точку σ_b и точку пересечения σ_T с кривой, определяемой уравнением (160). В результате получим

$$\sigma_{кр} = \sigma_b - \frac{\sigma_b - \sigma_T}{\left(\frac{b}{\delta}\right)_{пр}} \frac{b}{\delta}. \quad (162)$$

2. Прямоугольная пластинка сжата двумя сосредоточенными силами, приложенными в середине больших сторон (рис. 73). Критическая сила [10]

$$P_{кр} = k \frac{E\delta^3}{b}. \quad (163)$$

Коэффициент k для шарнирно опертой по контуру пластинки:

a/b	0,5	0,75	1	1,5	2,0	3,0	∞
k	5,09	3,44	2,35	1,52	1,36	1,32	1,15

Для пластинки с заземленными длинными краями при $a \geq 2b$ $k = 2,3$.

3. Прямоугольная пластинка с двух сторон подвергается эксцентричному сжатию (рис. 74). Такое нагружение наблюдается, когда с двух противоположных сторон действуют одновременно продольный изгибающий момент и равномерно распределенные

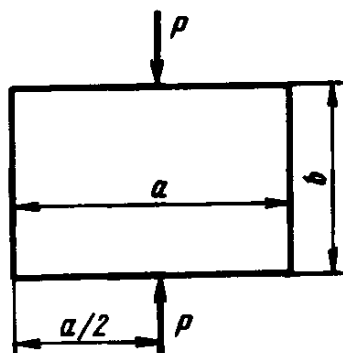


Рис. 73. Прямоугольная пластинка под действием двух сосредоточенных сил

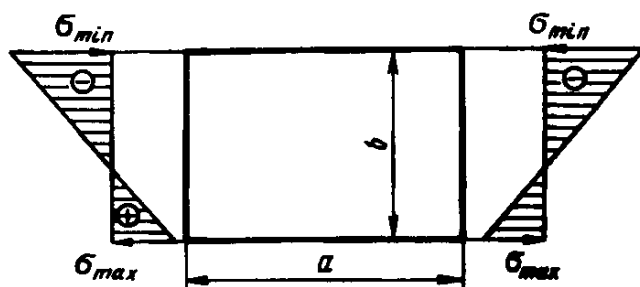


Рис. 74. Прямоугольная пластинка под действием эксцентричного сжатия

осевые усилия. Критические напряжения в упругой зоне определяются формулой (160), где коэффициент берется в соответствии с рис. 75 в зависимости от отношения напряжений на краю пластинки $\alpha = \sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ [10, 31]. Величина $\alpha = 1$ соответствует

равномерному сжатию, а $\alpha = -1$ чистому изгибу.

4. Прямоугольная пластинка подвергается одновременному сжатию в двух направлениях (рис. 76). Критические напряжения в направлении

$$\sigma_{кр} = k \frac{E\delta^3}{b^3}. \quad (164)$$

Коэффициент k для шарнирно закрепленной по всем краям пластинки определяется из табл. 16 в зависимости от отношения сжимающих усилий $\varphi = \sigma_2/\sigma_1$.

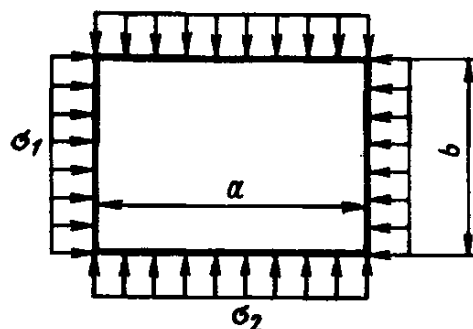


Рис. 76. Прямоугольная пластинка, сжатая с четырех сторон

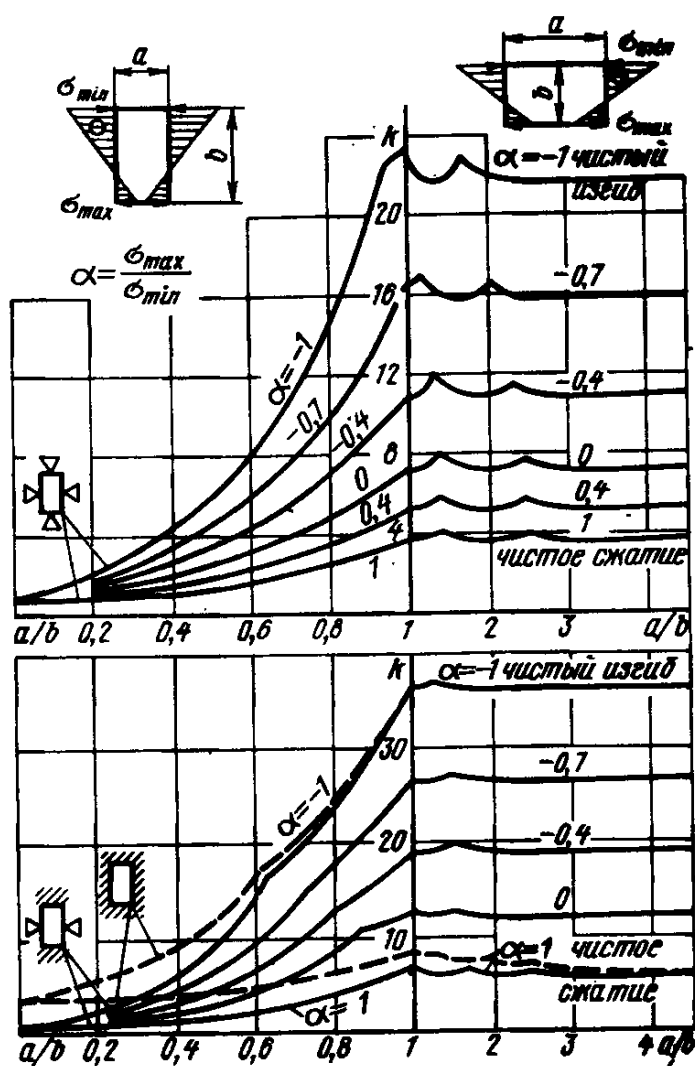


Рис. 75. Коэффициент k для эксцентрично сжатых прямоугольных пластинок

Коэффициент k

a/b	φ						
	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0
1,0	3,48	3,19	2,67	2,26	2,01	1,81	1,2
2,0	3,23	2,86	2,17	1,66	1,35	1,13	0,623
3,0	3,18	2,80	2,10	1,57	1,23	1,02	0,524
∞	3,16	2,75	2,05	1,51	1,13	0,91	0,45

Сравнение значений, приведенных в табл. 16 и на рис. 71 для квадратной пластинки с опертыми кромками, показывает, что при сжатии с четырех сторон равными усилиями ($\sigma_1 = \sigma_2$) критические напряжения составляют только половину величины $\sigma_{кр}$ для такой же пластинки, сжатой с двух сторон.

Для защемленной по всем краям пластинки расчет проводится по формуле (164), где

$$k = \frac{9,68 \beta}{1 + \varphi \left(\frac{a}{b} \right)^2}, \quad (165)$$

где

$$\beta = 0,25 + 0,375 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + \frac{0,375}{\left(\frac{a}{b} \right)^2}.$$

Выражение (165) дает хорошие результаты, если пластинка по форме близка к квадратной и при условии, что напряжения σ_1 и σ_2 мало отличаются одно от другого. Для квадратной пластинки при $\sigma_1 = \sigma_2$ $\beta = 1$, $k = 4,84$.

Для расчетов в пластической зоне можно ограничиться приближениями, подобными указанным в начале главы.

5. Равносторонняя треугольная пластинка, шарнирно опертая по всему контуру, подвергается сжатию со всех сторон (рис. 77). Критические напряжения

$$\sigma_{кр} = 3,62 \frac{E \delta^3}{a^2}. \quad (166)$$

6. Пластинка, имеющая форму параллелограмма, равномерно сжата в направлении, параллельном двум сторонам (рис. 78). Критические напряжения

$$\sigma_{кр} = k \frac{E \delta^3}{f^3}. \quad (167)$$

Здесь за f принимают меньшую из двух величин: $c = b \sin \varphi$, $d = a \sin \varphi$. Коэффициент k для шарнирно опертой по всем краям пластинки определяется по табл. 17.

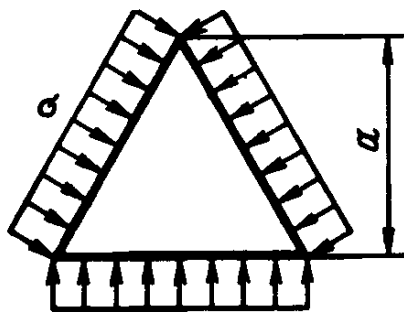


Рис. 77. Треугольная пластинка, сжатая с трех сторон

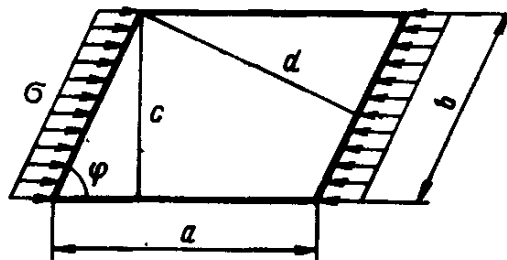


Рис. 78. Пластинка в форме параллелограмма, сжатая с двух сторон

Таблица 17

Коэффициент k

$\varphi, ^\circ$	a/b						
	0	1/2	2/3	1	2	3	∞
90	0,90	1,40	1,87	3,60	3,60	3,60	3,6
60	1,18	1,75	2,34	4,49	4,08	3,72	3,6
45	1,67	2,23	2,88	5,36	4,50	3,82	3,6
30	2,44	2,95	3,91	6,01	4,77	3,92	3,6

7. Круглая пластинка подвергается действию радиальных сжимающих усилий, равномерно распределенных вдоль контура (рис. 79). Критические напряжения

$$\sigma_{кр} = k \frac{E\delta^2}{b^2}, \quad (168)$$

где $k = 0,388$ для шарнирно закрепленного контура; $k = 1,36$ для зашцеиленного.

8. Кольцевая пластинка сжата радиальными усилиями одинаковой интенсивности $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, равномерно распределенными

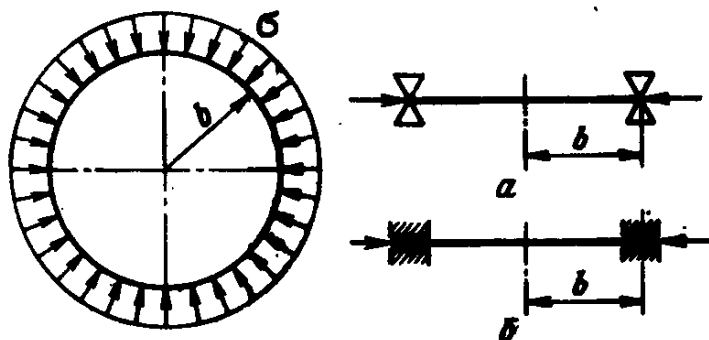


Рис. 79. Круглая пластинка под действием радиальных сжимающих усилий при различном закреплении контура:
а — шарнирном; б — зашцеиленном

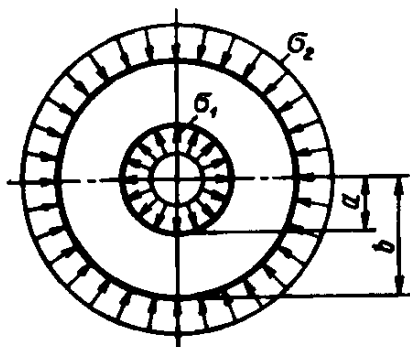


Рис. 80. Кольцевая пластинка, сжатая радиальными усилиями на внутреннем и наружном контурах

по внутреннему и наружному контурам (рис. 80). Критические напряжения

$$\sigma_{кр} = k \frac{E\delta^2}{b^3}. \quad (169)$$

Коэффициент k определяется по графику, приведенному на рис. 81.

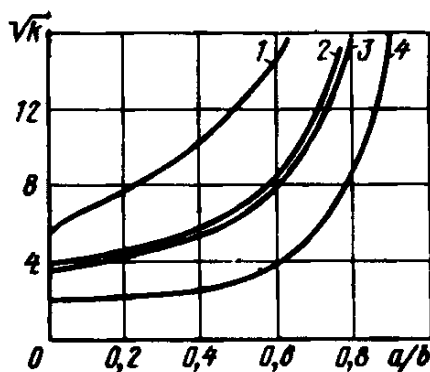


Рис. 81. Коэффициент k в зависимости от способа закрепления:

1 — защемление по наружному и внутреннему краям; 2 — шарнирное опирание по обоим краям; 3 — защемление по внешнему краю и свободное смещение (без поворота) по внутреннему; 4 — шарнирное закрепление по внешнему краю и свободное смещение по внутреннему

ДЕЙСТВИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ УСИЛИЙ

1. Прямоугольная пластинка подвергается действию равномерно распределенных по всем кромкам касательных усилий (рис. 82). Критические напряжения

$$\tau_{кр} = k \frac{E\delta^2}{b^3}. \quad (170)$$

Здесь b — всегда меньшая сторона; $k = 4,85 + 3,6 (b/a)^2$, если все кромки оперты; $k = 8 + 5 (b/a)^2$, если все кромки защемлены.

Коэффициент k можно определить также по графику, приведенному на рис. 83, рассматривая который можно заметить, что полное защемление всех кромок увеличивает критиче-

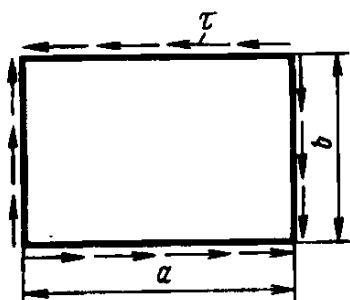


Рис. 82. Прямоугольная пластинка под действием касательных усилий

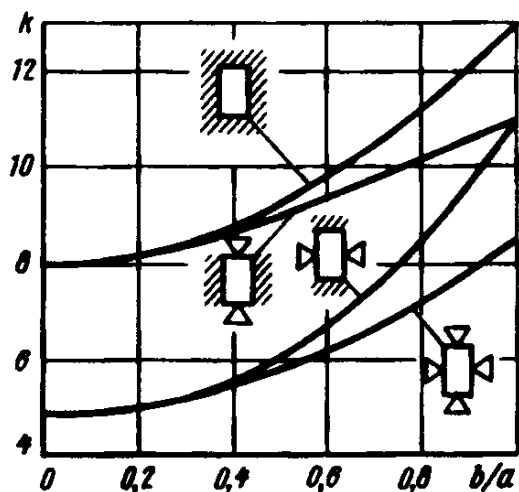


Рис. 83. Коэффициент k для прямоугольных пластинок под действием касательных усилий

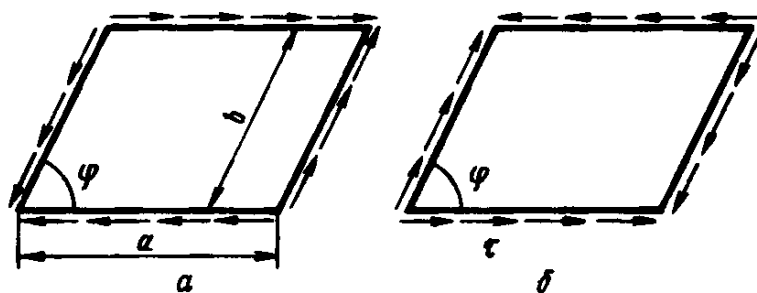


Рис. 84. Пластика в форме параллелограмма под действием сдвига:
 a — положительного; b — отрицательного

ские напряжения примерно в 1,5 раза. За пределом упругости можно воспользоваться зависимостью

$$\tau_{кр} = \tau_v - \frac{\tau_v - \tau_T}{\left(\frac{b}{\delta}\right)_{пр}} \frac{b}{\delta}, \quad (171)$$

где $\left(\frac{b}{\delta}\right)_{пр} = \sqrt{\frac{kE}{\tau_T}}$. Можно принять $\tau_T \approx 0,6\sigma_T$, $\tau_v \approx 0,6\sigma_v$.

2. Пластика, имеющая форму параллелограмма, подвергается действию равномерно распределенных по всем кромкам касательных усилий. Следует различать положительный (рис. 84, a) и отрицательный (см. рис. 84, b) сдвиги. Критические напряжения

$$\tau_{кр} = k \frac{E\delta^2}{l^2}. \quad (172)$$

Коэффициент k для шарнирно опертой по всем кромкам пластины определяется по табл. 18 (в числителе указываются значения коэффициента при положительном сдвиге, а в знаменателе — при отрицательном).

Т а б л и ц а 18

Коэффициент k

$\frac{b}{a}$	$\varphi, ^\circ$				
	90	75	60	45	30
1,0	8,45	$\frac{12,45}{6,0}$	$\frac{18,65}{4,29}$	$\frac{28,9}{3,24}$	$\frac{48,4}{2,22}$
0,7	6,57	$\frac{9,6}{4,75}$	$\frac{14,05}{3,43}$	$\frac{21,5}{2,44}$	$\frac{35,9}{1,61}$
0,4	5,6	$\frac{8,95}{3,89}$	$\frac{11,5}{2,9}$	$\frac{17,1}{1,96}$	$\frac{27,6}{1,24}$
0	4,84	$\frac{6,89}{3,42}$	$\frac{9,9}{2,38}$	$\frac{14,55}{1,62}$	$\frac{23,4}{1,0}$

ДЕЙСТВИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ УСИЛИЙ

1. Прямоугольная пластинка одновременно подвергается сжатию усилиями, равномерно распределенными по двум противоположным сторонам, и сдвигу (рис. 85). Критическое состояние пластинки определяется следующим образом:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{кр}} + \left(\frac{\tau}{\tau_{кр}} \right)^{\alpha} = 1. \quad (173)$$

При расчетах удобнее пользоваться следующими выражениями: критические сжимающие напряжения с учетом одновременного действия касательных напряжений

$$\sigma_{кр \tau} = \sigma_{кр} \left[1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{кр}} \right)^{\alpha} \right] = c_1 \sigma_{кр}; \quad (174)$$

критические касательные напряжения с учетом одновременного действия сжимающих напряжений

$$\tau_{кр \sigma} = \tau_{кр} \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_{кр}} \right)^{1/\alpha} = c_2 \tau_{кр}, \quad (175)$$

где σ , τ — действующие нормальные и касательные напряжения; $\sigma_{кр}$ — критические нормальные напряжения при $\tau = 0$, τ_p — критические касательные напряжения при $\sigma = 0$.

Показатель степени α , по данным экспериментов, изменяется в пределах $1 < \alpha \leq 2$, обычно принимают $\alpha = 1,7$. Коэффициент c_1 определяется по графику, представленному на рис. 86, по отношению τ/τ_p , c_2 — по отношению σ/σ_p .

2. Прямоугольная пластинка одновременно подвергается растяжению усилиями, равномерно распределенными по двум противоположным сторонам, и сдвигу (рис. 87). Критические касательные напряжения с учетом одновременного действия растягивающих усилий

$$\tau_{кр \sigma} = \tau_{кр} \left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_{кр}} \right)^{1/\alpha}; \quad (176)$$

здесь $\tau_{кр}$ определяется по формуле (170); $\sigma_{кр}$ — по формуле (160).

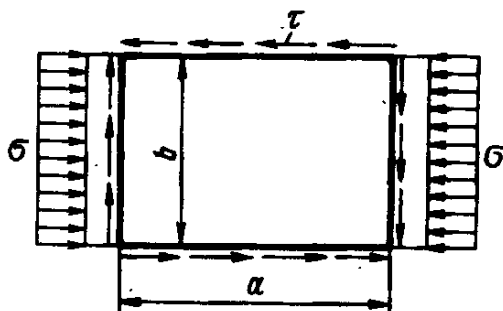


Рис. 85. Прямоугольная пластинка под действием сжатия с двух сторон и сдвига

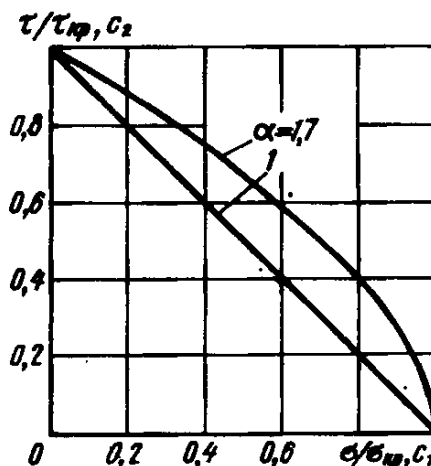


Рис. 86. Коэффициенты c_1 , c_2

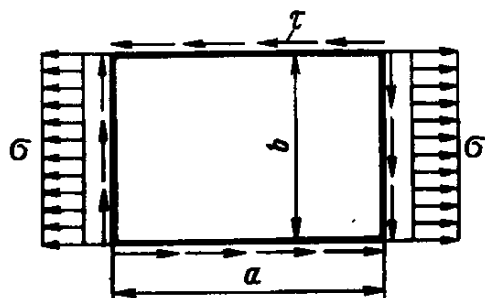


Рис. 87. Прямоугольная пластинка под действием растяжения и сдвига

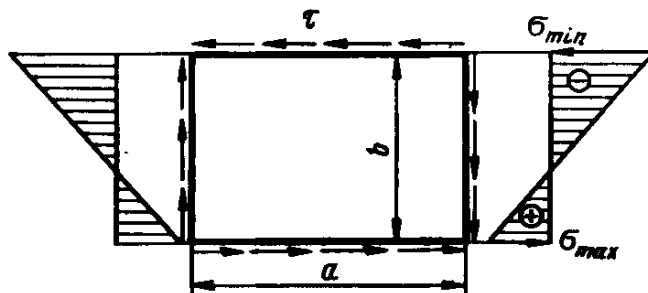


Рис. 88. Прямоугольная пластинка под действием эксцентричного сжатия и сдвига

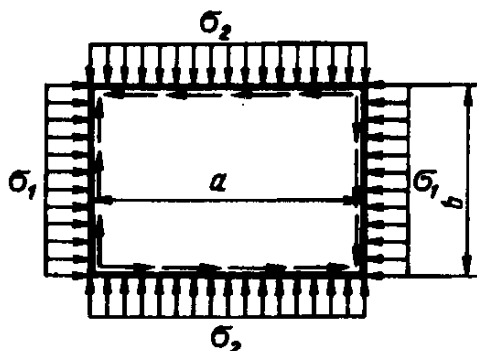


Рис. 89. Прямоугольная пластинка под действием сжатия в двух направлениях и сдвига

3. Прямоугольная пластинка одновременно подвергается действию эксцентричного сжатия и сдвигу (рис. 88). Критическое состояние определяется выражением

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{кр}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{кр}}\right)^2 = 1. \quad (177)$$

4. Прямоугольная пластинка одновременно подвергается сжатию (растяжению) в двух направлениях и сдвигу (рис. 89). Критические касательные напряжения с учетом одновременного действия сжимающих усилий

$$\tau_{кр} = k_{\sigma} \frac{E\delta^2}{b^2}. \quad (178)$$

Коэффициент k_{σ} соответственно для шарнирно опертой и защемленной по краям пластинки [10] соответственно

$$k_{\sigma} = 1,81 \sqrt{(\sqrt{1 - \varphi\beta} + 1 - 0,5\beta)(\sqrt{1 - \beta} + 3 - 0,5\varphi\beta)};$$

$$k_{\sigma} = 2,09 \times$$

$$\times \sqrt{(\sqrt{4 - \varphi\beta} + 0,576 - 0,433\beta)(\sqrt{4 - \varphi\beta} + 0,346 - 0,433\beta)}$$

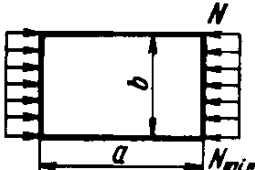
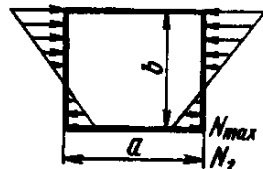
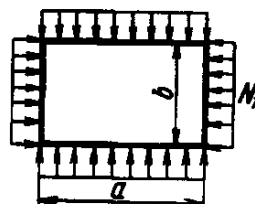
Здесь $\varphi = \sigma_2/\sigma_1$; $\beta = 1,105 \frac{\sigma_1 b^2}{E\delta^2}$. В случае растяжения напряжения σ_2 и σ_1 берутся со знаком «минус».

ВАФЕЛЬНЫЕ ПЛАСТИНКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СЖИМАЮЩИХ УСИЛИЙ

Критическое погонное усилие общей потери устойчивости подкрепленной пластинки при $a/b \geq 1$

$$N_{кр} = k \frac{\pi^2 D}{b^3}.$$

К определению коэффициента k

Схема нагружения	k
	Определяется по графику на рис. 71 в зависимости от отношения a/b
	Определяется по графику на рис. 75 в зависимости от отношения a/b и $\alpha = N_{\max}/N_{\min}$
	При расчете критических усилий N_1 : для шарнирно опертой по всем краям пластинки k определяется по табл. 16 в зависимости от отношений a/b и $\varphi = N_1/N_2$; для защемленной по всем краям — по формуле (165)

Выразив геометрические параметры для равножесткой в направлениях 1 и 2 вафельной пластинки (рис. 90) через параметры подкрепления φ и ψ , получим

$$N_{кр} = 0.822k \frac{E\delta^3}{b^3} [1 + \beta_2 \varphi (\psi - 1)^2]. \quad (179)$$

где $\psi = \frac{\delta_{исх}}{\delta}$; $\varphi = \varphi_1 = \varphi_2$, $\varphi_1 = \frac{2\pi s}{d_1}$, $\varphi_2 = \frac{2\pi c}{d_2}$; β_2 определяется по формулам, приведенным в гл. 14; k зависит от условий закрепления краев, принимается в соответствии с табл. 19.

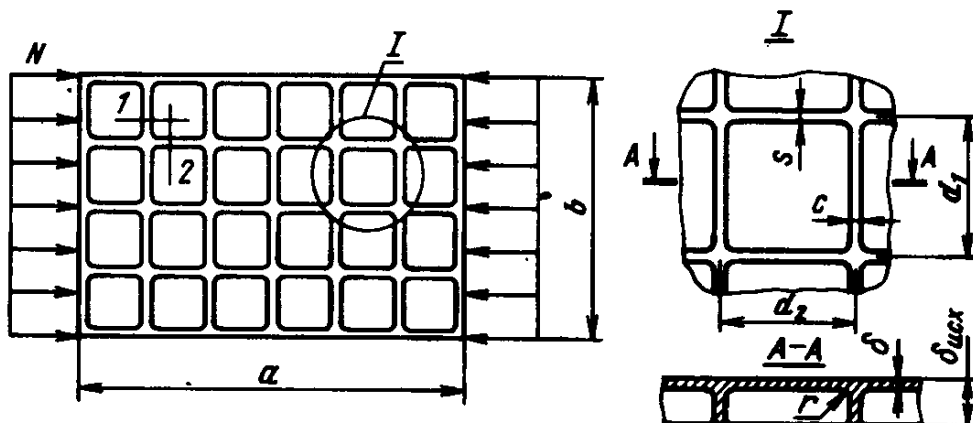


Рис. 90. Вафельная пластинка под действием сжимающих усилий

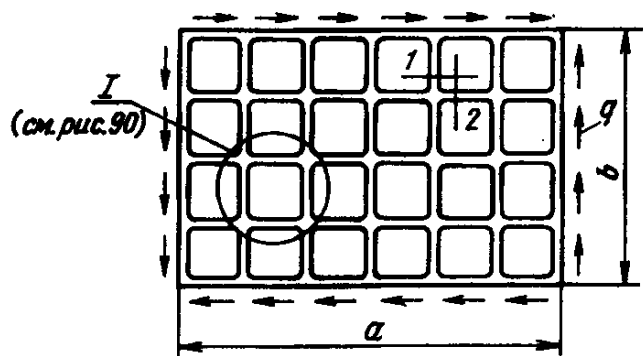


Рис. 91. Вафельная пластинка под действием касательных усилий

Критическое усилие местной потери устойчивости стенки пластинки

$$N_{p.m} = k_1 \frac{E\delta^3}{d_0^2} \left[1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \Phi_1 (\psi - 1) \right]. \quad (180)$$

где $d_0 = d - s - 2r$; рекомендуется принимать $k_1 = 5 \dots 6$ (3,6; 8,5). В скобках указаны теоретические значения для квадратной пластинки соответственно с опертыми и защемленными краями.

ВАФЕЛЬНЫЕ ПЛАСТИНКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КАСАТЕЛЬНЫХ УСИЛИЙ

Критическое погонное усилие общей потери устойчивости подкрепленной пластинки

$$q_p = k \frac{\pi^2 D}{b^2}.$$

Здесь b всегда меньшая сторона. Для равножесткой в направлениях 1 и 2 вафельной пластинки (рис. 91) запишем

$$q_p = 0,822k \frac{E\delta^3}{b^2} [1 + \beta_2 \Phi (\psi - 1)^2]. \quad (181)$$

Коэффициент k принимается в соответствии с рекомендациями к формуле (170). Обозначения геометрических параметров см. к формуле (179).

ЧАСТЬ III

УСТОЙЧИВОСТЬ ОБОЛОЧЕК ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКТИВНО-МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

Основные обозначения

- E, ν — модуль упругости и коэффициент Пуассона изотропного материала;
- $E_{1н}, E_{2н}$ — модули упругости ортотропного наружного слоя в продольном (для сфер — меридиональном) и кольцевом направлениях;
- $E_{1в}, E_{2в}$ — аналогичные параметры для ортотропного внутреннего слоя;
- $\nu_{1н}, \nu_{1в}$ — коэффициенты Пуассона ортотропного наружного и внутреннего слоев, характеризующие обжатие в окружном направлении при растяжении вдоль образующей;
- $\nu_{2н}, \nu_{2в}$ — аналогичные коэффициенты, характеризующие обжатие в продольном направлении при растяжении вдоль окружности;
- E_1, E_2 — модули упругости в продольном и кольцевом направлениях ортотропной симметричной стенки;
- ν_1, ν_2 — коэффициенты Пуассона ортотропной симметричной стенки;
- $e_1 = \frac{E_{1н}}{E_{1в}}$ — относительный параметр упругости несущих слоев в продольном (меридиональном) направлении;
- $e_2 = \frac{E_{2н}}{E_{2в}}$ — относительный параметр упругости несущих слоев в кольцевом направлении;
- $E_{пр} = \sqrt{E_{1в}E_{2в}}$ — приведенный модуль упругости для ортотропных цилиндров и конусов при расчете на осевое сжатие и сфер на нормальное давление;
- $E_{пр} = \sqrt{E_1E_2}$ — аналогичный параметр для ортотропных оболочек с симметричной стенкой;
- $E_{пр} = E_{2в} \sqrt[4]{\beta_v}$ — приведенный модуль упругости для ортотропных цилиндров и конусов при расчете на нормальное давление;
- $E_{пр} = E_2 \sqrt[4]{\beta}$ — аналогичный параметр для ортотропных оболочек с симметричной стенкой;
- $\beta_v = E_{1в}/E_{2в}$ — отношение модулей упругости внутреннего ортотропного слоя в продольном и кольцевом направлениях;
- $\beta = E_1/E_2$ — аналогичный параметр для ортотропных оболочек с симметричной стенкой;
- B_1, D_1 — жесткости многослойной стенки на растяжение (сжатие) и изгиб в продольном направлении;
- B_2, D_2 — жесткости многослойной стенки на растяжение (сжатие) и изгиб в кольцевом направлении;
- $\bar{B}, \bar{D}, \bar{D}_{рас}$ — геометрические параметры многослойной стенки (см. табл. 1);
- δ_n, δ_v — толщина наружного и внутреннего слоев;

- δ — толщина однослойной оболочки, наружного и внутреннего слоев трехслойной симметричной стенки;
 h — толщина заполнителя;
 $\lambda = h/\delta$ — относительная толщина заполнителя трехслойной оболочки с симметричной стенкой;
 $\lambda_{\text{опт}}$ — относительная толщина заполнителя трехслойной оптимальной оболочки с симметричной стенкой;
 $m = \lambda/\lambda_{\text{опт}}$ — отношение относительных толщин проектируемой и оптимальной оболочек;
 ζ — параметр исходных данных для трехслойных оболочек;
 H — суммарная толщина многослойной стенки;
 z_0 — расстояние от наружной поверхности оболочки до срединной поверхности (нейтрального слоя стенки);
 E_M, G_M, γ_M — модуль упругости, модуль сдвига и плотность материала заполнителя;
 $E_{\text{зап}}, G_{\text{зап}}, \gamma_{\text{зап}}$ — приведенные модуль упругости, модуль сдвига и плотность заполнителя;
 E_z — приведенный нормальный модуль упругости заполнителя в направлении по оси z ;
 $\bar{G} = G_{\text{зап}}/E$ — относительный модуль сдвига заполнителя;
 γ_H — плотность материала несущих слоев трехслойной оболочки с симметричной стенкой;
 $\mu = \gamma_{\text{зап}}/\gamma_H$ — относительная плотность заполнителя трехслойной оболочки с симметричной стенкой;
 R, l — радиус кривизны срединной поверхности, длина оболочки;
 R_0, R_1, θ — радиусы окружностей малого и большого оснований, угол полураствора конуса;
 K_G — коэффициент совершенства оболочки по массе по сравнению с равнопрочной однослойной;
 $K_{G \text{ min}}$ — коэффициент совершенства трехслойной оптимальной оболочки.

Многослойные оболочки находят широкое применение в различных конструкциях. Наиболее эффективными по массе являются трехслойные конструкции. Несмотря на очевидное преимущество, они, к сожалению, не нашли применения в металлоконструкциях, уступая во многих случаях подкрепленным оболочкам. Это объясняется отсутствием надежных способов соединения слоев и его контроля. Однако с применением неметаллических композиционных материалов (КМ) открываются новые возможности для их использования.

Основы расчета конструкций из КМ достаточно всесторонне освещены в отечественной литературе [2 ... 5, 7 ... 10, 16, 20, 21, 31 и др.].

Уравнения устойчивости трехслойных оболочек получены в работах [3, 11 ... 14, 15, 17, 18, 21, 22, 23, 33]. Необходимо отметить, что стремление построить строгие теории многослойных оболочек практически не всегда себя оправдывает, так как получаемые при этом часто несущественные уточнения поглощаются погрешностями установления критической нагрузки.

ОСОБЕННОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ СТЕНОК ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ, ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИВЕДЕННЫХ ЖЕСТКОСТЕЙ

ОСОБЕННОСТИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ И РАБОТЫ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК

Композиционный материал в конструкциях представляет собой сочетание армирующих элементов (тонких волокон, нитей или тканей) и связующего. Армирующие элементы определяют высокую прочность и жесткость, а связующее — монолитность. Особенностью изготовления является одновременное формование целого агрегата на специальной оправке, отражающей внутреннюю конфигурацию отсека с учетом всех конструктивных элементов (шпангоутов, окантовок, местных утолщений и пр.). После за отвердевания связующего с оправки снимается цельный корпус, и в этом неметаллические конструкции имеют существенные технологические преимущества по сравнению с металлическими.

В процессе формования упругие и прочностные свойства будущей конструкции для различных направлений регулируются изменением ориентации армирующих волокон. Полученную в результате анизотропию (неоднородность свойств на различных направлениях) называют технологической. В отличие от этого различают конструктивную анизотропию, которая достигается соответствующим конструированием, например подкреплением оболочки ребрами жесткости. Аналогично имеем технологическую анизотропию по толщине стенки в зависимости от укладки волокон в слоях и конструктивную — например, для двухслойной или трехслойной стенок. В соответствии с этим принята следующая терминология для многослойных стенок: технологические слои — число слоев укладки армирующих волокон или тканей; конструктивные слои — число слоев, образующих конструкцию стенки. Например, двухслойная стенка имеет два конструктивных слоя, трехслойная — три. Каждый из этих слоев образуется несколькими технологическими слоями.

Распространенными методами формования оболочек являются следующие. Намотка на технологическую оправку нитей, лент, жгутов или тканей — этот метод позволяет осуществить требуемую ориентацию волокон, в том числе и переменную толщину оболочки вдоль образующей. Метод сборки из отдельных элементов применяется для оболочек сложной конструкции с тканевым армированием при наличии конструктивных надстроек и местных усиленных. Комбинированный метод, сочетающий намотку со сборкой.

Разработка тонкостенных композиционных оболочек включает специальное технологическое конструирование ее стенки. При этом в рациональном проектировании руководствуются следу-

ющими общими соображениями. Для обеспечения минимальной массы следует исходить из получения в единице объема стенки максимального значения параметра: для цилиндров под осевым сжатием и сфер под нормальным давлением $V = \sqrt{B_1 D_2} \approx \sqrt{B_2 D_1}$; для цилиндров под нормальным давлением $V = \sqrt[4]{B_1 D_2^3}$. Входящие в параметр V величины четко разграничиваются на две группы; первая учитывает упругие характеристики материала, вторая — геометрические параметры стенки. В соответствии с этим задачу рационального проектирования можно разделить на две самостоятельные. Первая состоит в выборе ориентации армирования волокон, при которой обеспечивается наибольшая эффективность материала. Вторая — геометрическая — заключается в выборе такой конструкции стенки, при которой момент инерции ее сечения будет наибольший.

При однородной по толщине стенки структуре приведенный модуль упругости для цилиндров под осевой силой и сфер под давлением $E_{пр} = \sqrt{E_1 E_2}$, а для цилиндров под нормальным давлением $E_{пр} = \sqrt[4]{E_1 E_2^3}$. Сумма модулей упругости в продольном и окружном направлениях равна модулю упругости однонаправленного пластика, $E_1 + E_2 = E_{одн}$. С учетом этого условия определим максимальное значение $E_{пр}$, которое должно быть реализовано в рациональной конструкции: для цилиндров под осевой силой и сфер под давлением $E_{пр} = 0,5 E_{одн}$; для цилиндров под давлением $E_{пр} = 0,56 E_{одн}$. Отсюда, принимая $\beta E_2 = E_1$, найдем, что для цилиндров под осевым сжатием и сфер под давлением $\beta = 1$, для цилиндров под давлением $\beta = 0,5$.

Большая разница жесткостей в продольном и окружном направлениях приводит к неэффективному использованию материала и существенному снижению несущей способности из-за недостаточной конструктивной прочности. Например, по испытаниям на осевое сжатие цилиндрических оболочек с укладкой волокон только в кольцевом направлении критическая нагрузка снижалась в несколько раз. Аналогично не дает желаемого эффекта стенка с малым числом слоев. Для обеспечения монолитности и надежной работы в намоточном варианте число слоев должно быть не менее 5—6. С малым числом слоев применяют тканевое армирование. В малых толщинах стенки целесообразно использование тонких волокон. Указанные рекомендации следует отнести также и к несущим слоям трехслойных конструкций.

Ответственным местом в тонкостенных оболочках является заделка торцов. Характерным для композиционных конструкций является то, что здесь выравнивание напряжений в краевых зонах происходит медленнее, чем в изотропных материалах. В связи с этим практически обязательным условием обеспечения эффективной работы является утолщение стенки в торцовых зонах. У трехслойных оболочек обычно утолщаются оба несущих слоя. Учитывая потерю массы на утолщения, в коротких и весьма коротких оболочках применение КМ может оказаться проигрышным. Наиболее проблематичным является создание надежных соединений в местах перехода от неметаллических деталей к металлическим. Разработка

конструктивного решения узла требует известной изощренности, так как трудности, возникающие при разработке соединений, обусловлены необходимостью обеспечения включения в работу арматуры на возможно коротком участке и низкими прочностными свойствами КМ на срез и сдвиг между слоями. Таким образом, характеристики соединений зависят от многих конструктивно-технологических параметров, поэтому аналитические методы их расчета разработаны недостаточно. Одним из определяющих факторов при проектировании заделок являются эмпирические данные.

В практике применяется много разнообразных видов соединений в зависимости от используемых материалов, типа конструкции, величины и характера нагрузок. Клеевые нахлесточные соединения имеют большой разброс прочностных показателей и не могут применяться в местах передачи больших сосредоточенных сил. Недостатком соединений с односрезными заклепками является действие локальных моментов под заклепками. При больших нагрузках применяют соединения с двухсрезными заклепками, исключая этот недостаток. Комбинированные клеезаклепочные соединения позволяют использовать преимущества отдельных вариантов. Для увеличения прочности заделки между слоями вводят металлические прослойки из высокопрочных материалов, что позволяет повысить несущую способность в 3 ... 4 раза. В отсеках с фланцевыми стыками используют штифто-болтовые соединения.

ПОДХОД К УЧЕТУ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СТЕНКИ ОБОЛОЧКИ

На ранних стадиях проектирования, когда рассматривается большое разнообразие вариантов конструкций и материалов, для выполнения расчетов конструктору необходимо знать механические свойства материала. Его интересуют эквивалентные упругие свойства и предел прочности, реализуемые в конструкции на основных направлениях. Для этого необходимо иметь методы прогнозирующих оценок механических свойств, которые зависят от относительного объемного содержания связующего и волокон, ориентации последних, а также от степени их взаимодействия, от выбранной схемы армирования и технологии изготовления. Любое изменение состава композиции или технологических режимов приводит к изменению механических свойств.

Расчет упругих постоянных стенки производят с учетом свойств составляющих компонентов, нормального модуля упругости волокон E_v и связующего E_c по расчетным схемам, отражающим особенности строения армированной среды. С помощью идеализированных схем удается найти верхние значения упругих характеристик. Наиболее достоверно рассчитываются простейшие структуры с ориентированными волокнами. Достаточно надежные данные модулей упругости определяются эмпирически.

Таким образом, в практическом расчете оболочек реальная анизотропная стенка может быть заменена эквивалентной по механическим свойствам однородной ортотропной, имеющей одинаковые с первой нормальные модули упругости и коэффициенты Пуассона в продольном E_1 , ν_1 и кольцевом E_2 , ν_2 направлениях, а также прочностные свойства материала (рис. 1). Расчет параметров упругости эквивалентной стенки может быть проведен по зависимостям, полученным в работе [26].

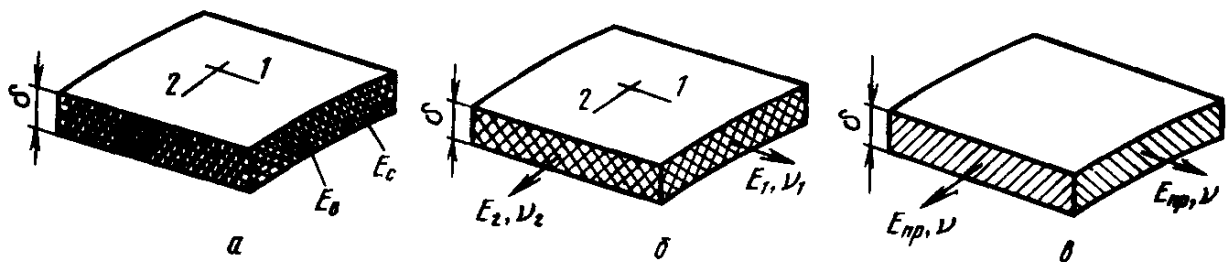


Рис. 1. Анизотропная стенка (а), расчетные модели эквивалентных ортотропной (б) и изотропной (в) стенок

Метод расчета композиционной конструкции, основанный на сведении ее к ортотропной, позволяет с достаточной для практических целей точностью решить целый ряд инженерных задач. На этапе проектных исследований он представляется целесообразным, так как дает сравнительно простые зависимости и оправдывается хорошим согласованием теоретических результатов с экспериментами. При этом не отвергается возможность построения более точных решений, позволяющих сделать оценку слоистости материала, свойств исходных компонентов, качества адгезии и т. п. Такие данные дают возможность количественной оценки влияния каждого из перечисленных факторов в отдельности.

После определения расчетом или экспериментальным путем эквивалентных упругих характеристик, а также предела прочности материала для направлений 1 и 2, а затем приведенных модулей упругости $E_{пр}$ дальнейший расчет может быть проведен по формулам для изотропных оболочек.

Основные затруднения при расчете и анализе результатов экспериментальных исследований устойчивости композиционных конструкций связаны с определением упругих характеристик материала, что объясняется следующим.

1. Из-за анизотропии материала необходимо определять пять констант E_1 , E_2 , ν_1 , ν_2 , G , т. е. возрастает объем испытаний.

2. Композиционный материал обладает существенным рассеянием свойств, поэтому оказывается необходимым определять упругие постоянные для каждой испытуемой оболочки. Число образцов оказывается значительно большим, чем при исследовании металлов.

3. Из-за криволинейной формы образцов возникают некоторые трудности при определении модуля упругости в кольцевом направлении.

4. Требуется показать, в какой мере механические свойства, полученные на образцах, соответствуют свойствам материала в самой конструкции, так как не вполне очевидно, что они всегда будут совпадать.

5. Для каждого вида материала необходимо также исследовать влияние неоднородности по толщине, а в ряде случаев — вдоль образующей.

ЖЕСТКОСТИ СТЕНКИ ВАФЕЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ

Вафельные оболочки из композиционных материалов в общем случае имеют различные нормальные модули упругости стенки в кольцевом E_2 и продольном E_1 направлениях, кольцевых ребер E_{p2} и продольных E_{p1} . С учетом этого запишем жесткости в кольцевом направлении (рис. 2):

$$D_2 = \frac{E_{p2} I_2}{b} + \frac{E_{p2} F_2}{b} (i_{02} - r_{02})^2 + \frac{E_2 \delta^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)} + E_2 \delta r_{02}^2; \quad (1)$$

$$B_2 = \frac{E_{p2} F_2}{b} + \frac{E_2 \delta}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad (2)$$

где

$$r_{02} = \frac{E_{p2} F_2 i_{02}}{F_{p2} F_2 + E_2 b \delta}, \quad i_{02} = y_{02} + \frac{\delta}{2}.$$

Здесь F_2 , I_2 — площадь и собственный момент инерции сечения кольцевого ребра; r_{02} — расстояние от центра тяжести комбинированного сечения ребра с присоединенной стенкой до срединной поверхности стенки; i_{02} — расстояние от центра тяжести сечения изолированного ребра до срединной поверхности стенки; y_{02} — координата центра тяжести изолированного ребра.

Запишем выражения приведенных жесткостей в таком виде:

$$D_2 = E_2 \bar{D}_2, \quad B_2 = E_2 \bar{B}_2,$$

где

$$\bar{D}_2 = \frac{\bar{I}_2}{b}, \quad \bar{B}_2 = \frac{F_2}{b}; \quad (3)$$

\bar{F}_2 , \bar{I}_2 — площадь сечения и собственный момент инерции комбинированного сечения ребра с присоединенной стенкой;

$$\bar{I}_2 = \varphi_2 I_2 + \varphi_2 F_2 (i_{02} - r_{02})^2 + \frac{b \delta^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)} + b \delta r_{02}^2;$$

$$\bar{F}_2 = \varphi_2 F_2 + \frac{b \delta}{1 - \nu_1 \nu_2},$$

Вид А

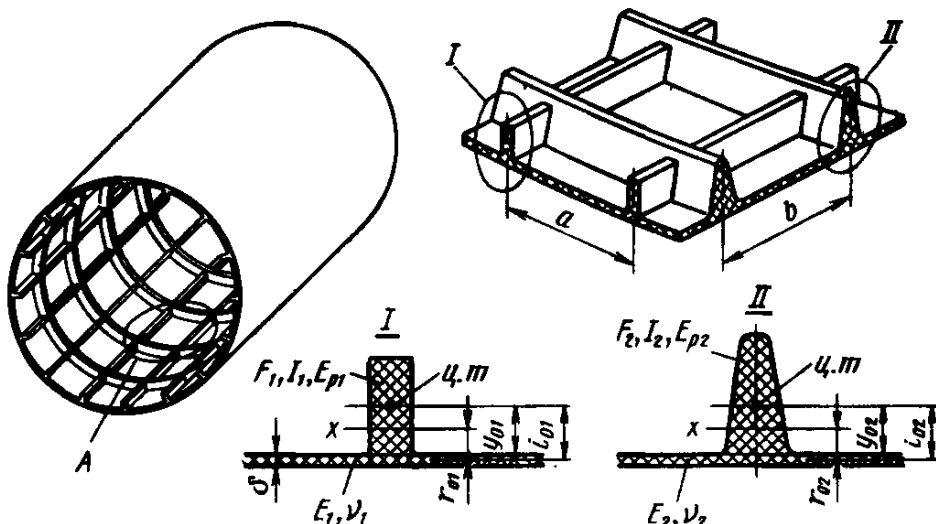


Рис. 2. Вафельная оболочка, обозначения основных параметров

где

$$\varphi_2 = \frac{E_{p2}}{E_2}, \quad r_{02} = \frac{\varphi_2 F_2 i_{02}}{\varphi_2 F_2 + b\delta}.$$

Аналогично запишем жесткости в продольном направлении:

$$D_1 = E\bar{D}_1, \quad B_1 = E_1\bar{B}_1, \\ \text{где} \quad \bar{D}_1 = \frac{\bar{I}_1}{a}, \quad \bar{B}_1 = \frac{\bar{F}_1}{a}. \quad (4)$$

Здесь

$$\bar{I}_1 = \varphi_1 I_1 + \varphi_1 F_1 (i_{01} - r_{01})^2 + \frac{a\delta^3}{12(1-\nu_1\nu_2)} + a\delta r_{01}^2;$$

$$\bar{F}_1 = \varphi_1 F_1 + \frac{a\delta}{1-\nu_1\nu_2},$$

где

$$\varphi_1 = \frac{E_{p1}}{E_1}; \quad r_{01} = \frac{\varphi_1 F_1 i_{01}}{\varphi_1 F_1 + a\delta}; \quad i_{01} = y_{01} + \frac{\delta}{2}.$$

ЖЕСТКОСТИ КОНСТРУКТИВНО-МНОГОСЛОЙНЫХ СТЕНОК

Расчет многослойных оболочек из материалов с различными упругими характеристиками конструктивных слоев и упругими свойствами каждого слоя в разных направлениях требует вычислений жесткостей стенки. Суть выполненных преобразований выражений приведенных жесткостей состоит в том, что для общего случая конструктивно-многослойных оболочек с ортотропными слоями, отличающимися по геометрическим размерам и материалам, упругие свойства приводятся к условному изотропному материалу внутреннего слоя. Параметры жесткостей стенки приводятся к срединной поверхности оболочки; определяемой координатой z_0 .

Трехслойная стенка с легким заполнителем. Два внешних слоя выполнены из конструкционного материала, а средний — является легким заполнителем. За счет заполнителя толщиной h трехслойные стенки при относительно небольшой массе обладают высокой прочностью и жесткостью, что объясняется большим значением момента инерции всей стенки. По сравнению с обычной однослойной стенкой момент инерции может увеличиваться во много десятков раз. При выводе формул жесткостей пренебрегаем влиянием сближения внешних слоев, что позволяет принять модуль упругости заполнителя в направлении нормали к срединной поверхности равным бесконечности. Принимаем равным нулю нормальный модуль упругости заполнителя, т. е. в выражение изгибной жесткости трехслойной стенки вводятся данные только несущих слоев. Считаем, что расслоения между слоями отсутствуют, т. е. обеспечивается прочное соединение слоев по всей сопрягаемой поверхности.

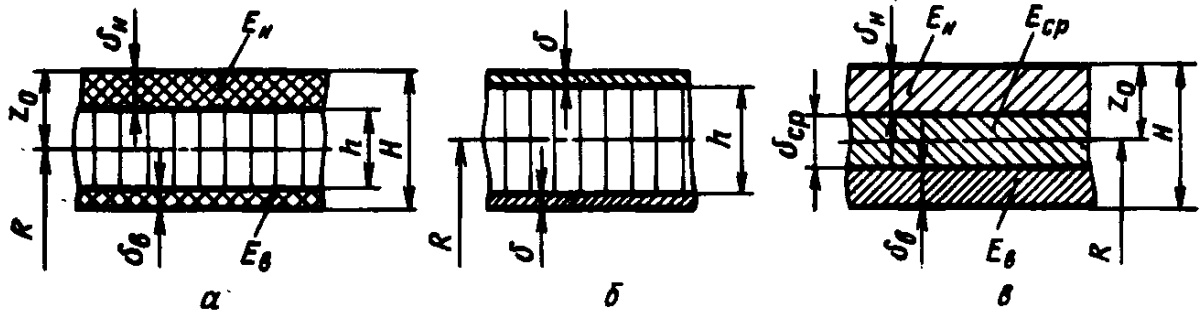


Рис. 3. Трехслойная стенка:

а — несимметричная; б — симметричная; в — с жестким средним слоем

Жесткости трехслойной несимметричной стенки (рис. 3, а) и расстояние от наружной поверхности до нейтрального слоя:

$$B = \frac{E_в \delta_в}{1 - \nu_{1в} \nu_{2в}} + \frac{E_н \delta_н}{1 - \nu_{1н} \nu_{2н}};$$

$$D = \frac{E_в \delta_в^3}{12(1 - \nu_{1в} \nu_{2в})} + \frac{E_в \delta_в}{1 - \nu_{1в} \nu_{2в}} \left(H - z_0 - \frac{\delta_в}{2} \right)^2 +$$

$$+ \frac{E_н \delta_н^3}{12(1 - \nu_{1н} \nu_{2н})} + \frac{E_н \delta_н}{1 - \nu_{1н} \nu_{2н}} \left(z_0 - \frac{\delta_н}{2} \right)^2; \quad (5)$$

$$z_0 = \frac{E_в \delta_в \left(H - \frac{\delta_в}{2} \right) + E_н \frac{\delta_н^2}{2}}{E_в \delta_в + E_н \delta_н}.$$

Для трехслойной симметричной стенки (см. рис. 3, б), у которой $E_н = E_в = E$ и $\delta_н = \delta_в = \delta$,

$$D = \frac{2E\delta^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)} + \frac{2E\delta}{1 - \nu_1 \nu_2} \left(\frac{h}{2} + \frac{\delta}{2} \right)^2, \quad B = \frac{2E\delta}{1 - \nu_1 \nu_2}. \quad (6)$$

Трехслойная стенка с жестким на растяжение средним слоем. Если средний слой имеет сравнительно большой модуль упругости $E_{сп}$ (см. рис. 3, в), его необходимо учитывать в расчетах. Выражения жесткостей и расстояние от наружной поверхности до нейтрального слоя запишем так:

$$B = \frac{E_в \delta_в}{1 - \nu_{1в} \nu_{2в}} + \frac{E_н \delta_н}{1 - \nu_{1н} \nu_{2н}} + \frac{E_{сп} \delta_{сп}}{1 - \nu_{1сп} \nu_{2сп}};$$

$$D = \frac{E_в \delta_в^3}{12(1 - \nu_{1в} \nu_{2в})} + \frac{E_в \delta_в}{1 - \nu_{1в} \nu_{2в}} \left(H - z_0 - \frac{\delta_в}{2} \right)^2 +$$

$$+ \frac{E_н \delta_н^3}{12(1 - \nu_{1н} \nu_{2н})} + \frac{E_н \delta_н}{1 - \nu_{1н} \nu_{2н}} \left(z_0 - \frac{\delta_н}{2} \right)^2 +$$

$$+ \frac{E_{сп} \delta_{сп}^3}{12(1 - \nu_{1сп} \nu_{2сп})} + \frac{E_{сп} \delta_{сп}}{1 - \nu_{1сп} \nu_{2сп}} \left(\frac{\delta_{сп}}{2} + \delta_н - z_0 \right)^2; \quad (7)$$

$$z_0 = \frac{E_в \delta_в \left(H - \frac{\delta_в}{2} \right) + E_н \frac{\delta_н^2}{2} + E_{сп} \delta_{сп} \left(\frac{\delta_{сп}}{2} + \delta_н \right)}{E_в \delta_в + E_н \delta_н + E_{сп} \delta_{сп}}.$$

Двухслойная стенка (рис. 4). Жесткости стенки и расстояние от наружной поверхности до нейтрального слоя

$$B = \frac{E_B \delta_B}{1 - \nu_{1B} \nu_{2B}} + \frac{E_H \delta_H}{1 - \nu_{1H} \nu_{2H}};$$

$$D = \frac{E_B \delta_B^3}{12(1 - \nu_{1B} \nu_{2B})} + \frac{E_B \delta_B}{1 - \nu_{1B} \nu_{2B}} \left(\delta_H + \frac{\delta_B}{2} - z_0 \right)^2 +$$

$$+ \frac{E_H \delta_H^3}{12(1 - \nu_{1H} \nu_{2H})} + \frac{E_H \delta_H}{1 - \nu_{1H} \nu_{2H}} \left(z_0 - \frac{\delta_H}{2} \right)^2;$$

$$z_0 = \frac{E_B \delta_B \left(\frac{\delta_B}{2} + \delta_H \right) + E_H \frac{\delta_H^2}{2}}{E_B \delta_B + E_H \delta_H}.$$
(8)

Трех- и двухслойные расслоенные стенки. Если связь между слоями отсутствует (или не гарантируется), при определении жесткости многослойной стенки на изгиб необходимо учитывать только собственную изгибную жесткость несущих слоев. Будем полагать также, что силы трения между слоями отсутствуют. Жесткость на изгиб двух- и трехслойной стенки с легким заполнителем при полном расслоении

$$D_{\text{рас}} = \frac{E_B \delta_B^3}{12(1 - \nu_{1B} \nu_{2B})} + \frac{E_H \delta_H^3}{12(1 - \nu_{1H} \nu_{2H})};$$
(9)

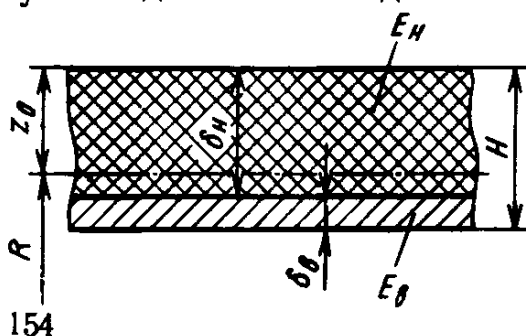
для трехслойной стенки с жестким на растяжение средним слоем

$$D_{\text{рас}} = \frac{E_p \delta_p^3}{12(1 - \nu_{1p} \nu_{2p})} + \frac{E_H \delta_H^3}{12(1 - \nu_{1H} \nu_{2H})} + \frac{E_{\text{ср}} \delta_{\text{ср}}^3}{12(1 - \nu_{1\text{ср}} \nu_{2\text{ср}})}.$$
(10)

Жесткости на растяжение—сжатие B не зависят от расслоений, определяются по соответствующим формулам (5) ... (8).

Формулы для практических расчетов. Для расчета критической нагрузки необходимо знать жесткости стенок в продольном 1 и кольцевом 2 направлениях. Параметры D , $D_{\text{рас}}$ определяются относительно нейтрального слоя, т. е. такой условной поверхности, которая при изгибе не деформируется.

Обращает на себя внимание то, что для оболочек с ортотропными слоями и несимметричной стенкой при вычислении приведенных жесткостей по двум направлениям не существует единой нейтральной поверхности приведения. Так как в каждую из формул входит только одна из изгибных жесткостей D_1 или D_2 , для



численной реализации можно использовать полученные зависимости. Для этого поверхность приведения определяется соответственно значениями z_{01} или z_{02} .

Рис. 4. Двухслойная стенка

Для всех рассмотренных выше вариантов многослойных стенок выражения жесткостей представим в следующем виде:

$$B_{i,j} = \frac{E_{iB,jB}}{1-\nu^2} \bar{B}_{i,j}; \quad D_{i,j} = \frac{E_{iB,jB}}{12(1-\nu^2)} \bar{D}_{i,j};$$

$$\bar{D}_{i \text{ рас. } j \text{ рас}} = \frac{E_{iB,jB}}{12(1-\nu^2)} D_{i \text{ рас. } j \text{ рас}},$$

где $\nu = \sqrt{\nu_{1B}\nu_{2B}}$; выражения параметров $\bar{B}_{i,j}$, $\bar{D}_{i,j}$, $\bar{D}_{i \text{ рас. } j \text{ рас}}$ приведены в табл. 1. Рекомендуемые зависимости справедливы также для расчета металлокомпозиционных или металлических конструкций оболочек. Для трехслойных металлических оболочек с однотипным материалом несущих слоев $e_i = e_j = 1$ и $\xi = 1$.

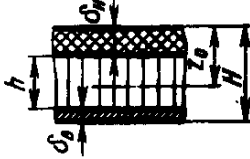
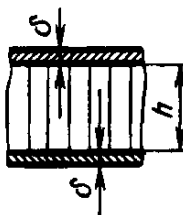
Таблица 1

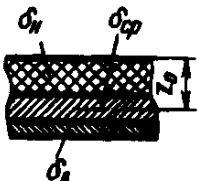
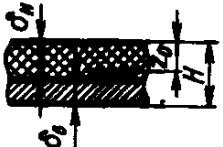
Формулы для расчета параметров \bar{B} , \bar{D} , $\bar{D}_{\text{рас}}$ и z_0

$$e_i = \frac{E_{iH}}{E_{iB}}, \quad e_j = \frac{E_{jH}}{E_{jB}}, \quad \xi = \frac{1 - \nu_{1B}\nu_{2B}}{1 - \nu_{1H}\nu_{2H}}$$

$i = 1, j = 2$ — при расчете цилиндрических оболочек на осевое сжатие;

$i = 2, j = 1$ — при расчете цилиндрических оболочек на внешнее давление

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Трехслойная несимметричная без расслоений с легким заполнителем</p> 	$\bar{B}_j = \delta_B + e_j \xi \delta_H$ $\bar{D}_i = 4(z_0 - h - \delta_H)^3 + 4(H - z_0)^3 + 4e_i \xi [z_0^3 - (z_0 - \delta_H)^3]$ $z_0 = \frac{\delta_B^2 + 2\delta_B(\delta_H + h) + e_i \delta_H^2}{2(\delta_B + e_i \delta_H)}$
<p>Трехслойная симметричная без расслоений с легким заполнителем</p> 	$\bar{B}_2 = \bar{B}_1 = 2\delta$ $\bar{D}_1 = \bar{D}_2 = \delta^3 [2 + 6(1 + \lambda)^2]$ <p>При $\lambda \geq 3$ $\bar{D}_1 = \bar{D}_2 = 6\delta^3 (1 + \lambda)^2$</p>

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Трехслойная несимметричная без расслоений с жестким на растяжение средним слоем</p> 	$\bar{B}_J = \delta_b + e_J \xi \delta_n + e_{J \text{ ср}} \xi_{\text{ср}} \delta_{\text{ср}}$ $\bar{D}_I = 4(z_0 - \delta_{\text{ср}} - \delta_n)^3 + 4(H - z_0)^3 + 4e_I \xi [z_0^3 - (z_0 - \delta_n)^3] + e_{I \text{ ср}} \xi_{\text{ср}} \bar{D}_{\text{ср}}$ $z_0 = \frac{0,5a + b}{\delta_b + e_I \delta_n + e_{I \text{ ср}} \delta_{\text{ср}}}$ <p>Здесь</p> $\bar{D}_{\text{ср}} = \delta_{\text{ср}}^3 + 12\delta_{\text{ср}} \left(\frac{\delta_{\text{ср}}}{2} + \delta_n - z_0 \right)^2,$ $\xi_{\text{ср}} = \frac{1 - \nu_{1b} \nu_{2b}}{1 - \nu_{1\text{ср}} \nu_{2\text{ср}}},$ $a = \delta_b^2 + e_I \delta_n^2 + e_{I \text{ ср}} \delta_{\text{ср}}^2,$ $b = \delta_b \delta_n + \delta_b \delta_{\text{ср}} + e_{I \text{ ср}} \delta_{\text{ср}} \delta_n$
<p>Двухслойная без расслоений</p> 	$\bar{B}_J = \delta_b + e_J \xi \delta_n$ $\bar{D}_I = 4(z_0 - \delta_n)^3 + 4(H - z_0)^3 + 4e_I \xi [z_0^3 - (z_0 - \delta_n)^3]$ $z_0 = \frac{\delta_b^2 + 2\delta_b \delta_n + e_I \delta_n^2}{2(\delta_b + e_I \delta_n)}$
<p>Расслоенная трехслойная с легким заполнителем и двухслойная</p>	$\bar{B}_J = \delta_b + e_J \xi \delta_n$ $\bar{D}_{I \text{ рас}} = \delta_b^3 + e_I \xi \delta_n^3$

ПРИВЕДЕННЫЕ УПРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАПОЛНИТЕЛЯ

Применяющиеся в трехслойных оболочках заполнители имеют различную структуру: сплошные из однородного материала, перфорированные, сотовые и ребристые. При расчете критической нагрузки необходимо знать жесткость заполнителя на сдвиг. Наиболее просто значение $G_{\text{зап}}$ определяется для сплошного заполнителя типа пеноматериала

$$G_{\text{зап}} = \frac{\gamma_{\text{зап}}}{\gamma_M} G_M. \quad (11)$$

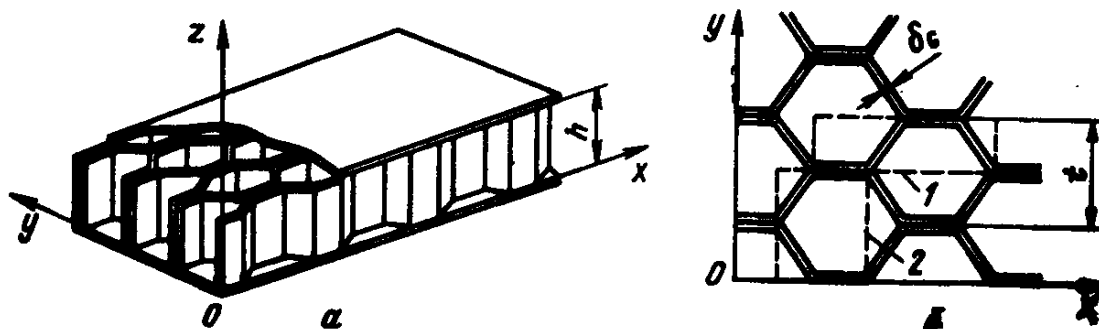


Рис. 5. Сотовый заполнитель:

a — общий вид; *b* — к определению приведенного модуля сдвига

где модуль сдвига материала заполнителя может быть определен по формуле $G_m = E_m / 2(1 + \nu)$.

Под приведенным модулем сдвига заполнителя $G_{\text{зап}}$ будем понимать модуль сдвига эквивалентного сплошного заполнителя, обладающего той же жесткостью на сдвиг.

Определение $G_{\text{зап}}$ рассмотрим на примере сотового заполнителя (рис. 5). Предполагаем, что внешние слои и заполнитель панели деформируются в пределах упругости, а все элементы панели сохраняют свою форму. Для определения приведенного модуля сдвига в плоскости xoz вырежем из сотового заполнителя параллелепипед, показанный на рис. 5, *b* пунктиром 1. Отдельно этот параллелепипед приведен на рис. 6, *a*. Рассмотрим также параллелепипед сплошного заполнителя таких же размеров. Считая грань $abce$ заделанной, приложим к грани $a'b'c'e'$ в обоих случаях касательную силу Q . Определим вертикальные перемещения грани $a'b'c'e'$ обоих параллелепипедов. Изгибом пластинок, образующих соты, будем пренебрегать. В работе [30] показано, что данное пренебрежение в некоторых частных случаях может привести к занижению модуля сдвига до 20%, что вполне приемлемо для практических расчетов и идет в запас проч-

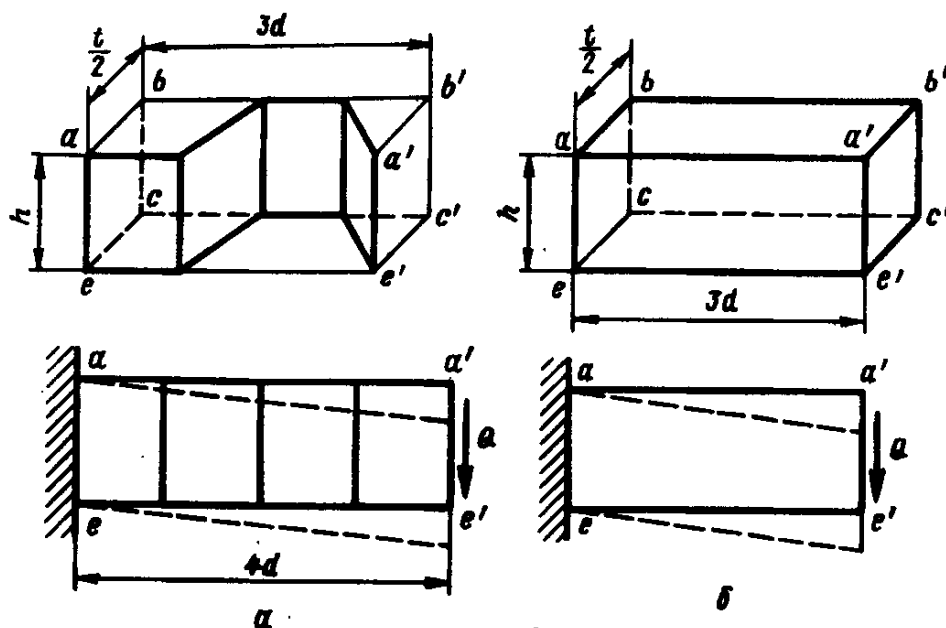
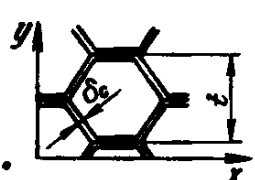
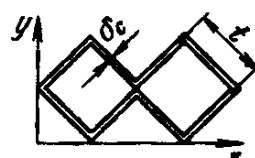
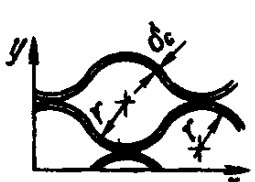
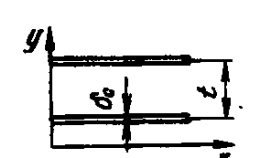


Рис. 6. Расчетная схема для определения приведенного модуля сдвига сотового заполнителя:

a — отдельный элемент ячейки; *b* — условный элемент сплошного эквивалентного по жесткости заполнителя

Таблица 2

Формулы для расчета приведенного модуля сдвига и плотности заполнителя

Вид заполнителя	Приведенный модуль сдвига	Плотность
<p>Сотовый</p> 	$G_{\text{зап}} = G_{xz} = 1,5 \frac{\delta_c}{t} G_M$ $G_{\text{зап}} = G_{yz} = \frac{\delta_c}{t} G_M$	$\gamma_{\text{зап}} = \frac{4\delta_c}{1,5t} \gamma_M$
<p>Сотовый</p> 	$G_{\text{зап}} = G_{xz} = G_{yz} = \frac{\delta_c}{t} G_M$	$\gamma_{\text{зап}} = \frac{2\delta_c}{t} \gamma_M$
<p>Сотовый</p> 	$G_{\text{зап}} = G_{xz} = 0,83 \frac{\delta_c}{r} G_M$ $G_{\text{зап}} = G_{yz} = 0,3 \frac{\delta_c}{r} G_M$	—
<p>С односторонними ребрами</p> 	$G_{\text{зап}} = G_{xz} = \frac{\delta_c}{t} G_M$	$\gamma_{\text{зап}} = \frac{\delta_c}{t} \gamma_M$
<p>Сплошной из пеноматериала</p>	$G_{\text{зап}} = \frac{\gamma_{\text{зап}}}{\gamma_M} G_M$	—

ности. Перемещение грани $a'e'$ для сплошного заполнителя $w = 3d\theta_{сп}$, где угол сдвига

$$\theta_{сп} = \frac{\tau}{G_{xz}} = \frac{Q}{0,5thG_{xz}}.$$

Здесь τ — касательные напряжения. Развернув ячейку сот на плоскость, как это показано на рис. 6, а, запишем перемещение грани $a'e'$ для сотового заполнителя $w_{ст} = 4d\theta_{ст}$, где $\theta_{ст} = Q/h\delta_c G_M$.

Приравняв вертикальные перемещения для сплошного и сотового заполнителей $w_{сп} = w_{ст}$, определим приведенный модуль сдвига сотового заполнителя в плоскости xoz :

$$G_{xz} = 1,5 \frac{\delta_c}{t} G_M. \quad (12)$$

Аналогично из рассмотрения параллелепипеда заполнителя, выделенного на рис. 5, б пунктиром 2, получим приведенный модуль сдвига G_{yz} в плоскости yoz .

В табл. 2 приведены формулы, рекомендуемые к расчету некоторых видов заполнителей. Наиболее достоверные данные приведенных модулей сдвига могут быть получены экспериментально на плоских образцах.

В оболочках заполнитель в общем случае имеет различные значения модуля сдвига на основных направлениях $G_{зап1} \neq G_{зап2}$. При однопорядковых их величинах согласно [29] для расчета критической нагрузки можно принять

$$G_{зап} = \frac{G_{зап1} + G_{зап2}}{2}. \quad (13)$$

Для всех схем нагружения оболочка должна иметь достаточную жесткость заполнителя как в продольном, так и кольцевом направлениях. По экспериментальным данным, для цилиндров под внешним давлением с однонаправленным заполнителем в виде ребер, расположенных вдоль образующей, несущая способность оболочки снижалась в несколько раз по отношению к конструкции с двунаправленным сотовым заполнителем.

ГЛАВА 11

ОСЕВОЕ СЖАТИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

ОДНОСЛОЙНЫЕ И ВАФЕЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ

Однослойные оболочки. Критические напряжения и осевая сила для идеальных неметаллических оболочек [5]

$$\sigma_{кр} = k \frac{\delta}{R} \sqrt{E_1 E_2} = k \frac{E_{пр} \delta}{R}; \quad T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \delta^2. \quad (14)$$

При осесимметричной форме потери устойчивости коэффициент устойчивости $k = 1/\sqrt{3(1 - \nu_1\nu_2)}$, при несимметричной

$$k = \frac{k_{\text{орт}}}{\sqrt{3(1 - \nu_1\nu_2)}}, \quad k_{\text{орт}} = \sqrt{\frac{E_1\nu_2 + \sqrt{E_1E_2} + 2G(1 - \nu_1\nu_2)}{E_1E_2 - \nu_1E_2 + \frac{E_1E_2}{2G}}}. \quad (15)$$

Для композиционных материалов модуль сдвига G в 5 ... 10 раз меньше нормального модуля упругости, поэтому минимальное значение σ_p соответствует несимметричной форме разрушения. Коэффициент k , вычисленный по формуле (15), оказывается равным 0,3 ... 0,4 (табл. 3), в то время как осесимметричной форме соответствует $k = 0,6$. Аналогичные результаты вытекают также из работ [27, 31, 32]. При рассмотрении выражения (15) можно отметить, что коэффициент устойчивости ортотропных оболочек в отличие от изотропных не является постоянным и зависит от соотношения упругих постоянных материала. Каждому из них соответствует свое значение верхней и нижней критической нагрузки. Это обстоятельство необходимо учитывать при анализе экспериментов и в практических расчетах. Аналогичные выводы можно получить и из [31].

Имеется сравнительно небольшое число работ по экспериментальным исследованиям устойчивости композиционных оболочек, в основном они относятся к модельным образцам. В результате обобщения данных испытаний стеклопластиковых оболочек [5, 7,

Таблица 3

Упругие характеристики и коэффициенты устойчивости некоторых композиционных материалов [19]

Материал		$E_1 \cdot 10^{-3},$ кН/см ²	$E_2 \cdot 10^{-3},$ кН/см ²	$G \cdot 10G^{-1},$ кН/см ²	$\gamma, \text{ г/см}^3$	ν_1	ν_2	k
Стеклопластики		2,33	1,9	0,39	1,78	0,11	0,14	0,375
		3,46	3,43	0,84	1,9	0,13	0,13	0,432
Высокомодульные с полимерной матрицей	Углепластик	8,5	8,5	0,7	1,45	0,20	0,20	0,262
	Боропластик	9,5	9,5	0,7	1,9	0,25	0,25	0,257
Высокомодульные с металлической матрицей	Бороалюминий	12,3	12,3	3,15	2,65	0,23	0,23	0,472
	Боромагниий	10,6	10,6	1,9	2,08	0,27	0,27	0,403

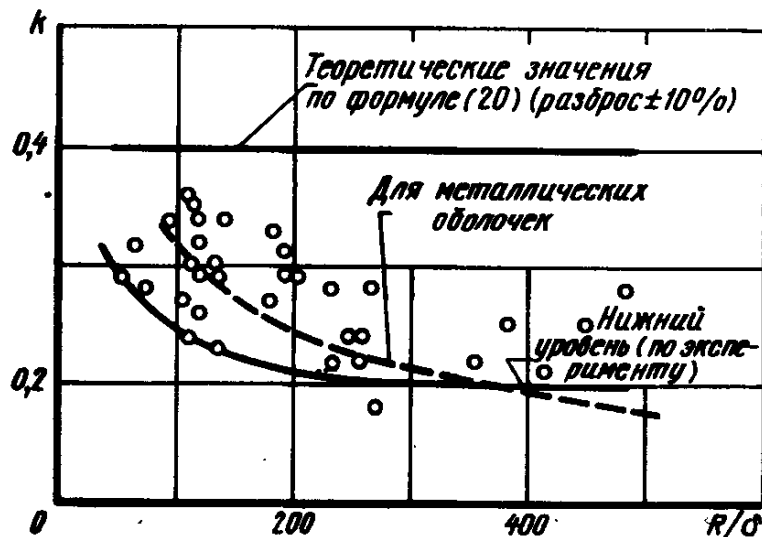


Рис. 7. Теоретические и экспериментальные значения коэффициентов k стеклопластиковых оболочек

10, 16] можно отметить следующее. Потеря устойчивости происходит хлопком по несимметричной форме с образованием вдоль образующей нескольких поясов ромбовидных вмятин, направленных к центру кривизны. Размеры вмятин в направлении образующей и дуги цилиндра зависят от отношения E_2/E_1 : на оболочках с $E_2/E_1 < 1$ выпучины вытянуты вдоль образующей; при $E_2/E_1 > 1$ — вдоль дуги; при $E_2/E_1 = 1$ — приближенно их можно считать квадратными. Установлено также, что критические напряжения не зависят от отношения E_2/E_1 в диапазоне $E_1/E_2 = 1 \dots 4$. Отмечается также, что толстые оболочки с $R/\delta < 30 \dots 70$ разрушались без хлопка по сечениям с наименьшей прочностью.

Нижние значения коэффициентов устойчивости k оказываются на 25 ... 50% меньше верхних (рис. 7), вычисленных по формуле (15) для испытанных стеклопластиковых оболочек. Отмечается снижение значений k с ростом параметра R/δ , что вызвано большей чувствительностью к несовершенствам у оболочек с меньшей относительной толщиной. Установление аналитической связи $k = f(R/\delta)$ пока представляется затруднительным, так как отсутствуют статистические данные для оболочек с различными начальными несовершенствами, геометрией и соотношениями упругих параметров материалов. Следует, однако, заметить, что нижние уровни экспериментальных значений стеклопластиковых оболочек практически совпадают с качественно изготовленными металлическими (см. рис. 7).

Вафельные оболочки (см. рис. 2). Критическая осевая сила общей потери устойчивости идеальных оболочек для осесимметричной и несимметричной форм разрушения соответственно

$$T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1 - \nu_1 \nu_2) B_2 D_1};$$

$$T_{кр} = 4\pi k_{орт} \sqrt{(1 - \nu_1 \nu_2) B_1 D_2}.$$
(16)

Для практического расчета с учетом экспериментальных данных может быть использована формула

$$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{\bar{B}_1 \bar{D}_2}, \quad (17)$$

где \bar{B}_1 , \bar{D}_2 определяются по формулам (3), (4). Значение k можно принять по рекомендациям для вафельных металлических оболочек. Однако, по экспериментальным данным, для оболочек со сравнительно малыми толщинами стенок δ возможна реализация гораздо меньших значений коэффициентов k .

ДВУХСЛОЙНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Необходимость применения двухслойных оболочек обычно диктуется конструктивными требованиями. При этом один слой, как правило, является несущим, а второй выполняет какую-либо функциональную роль (звуко-теплозащита и пр.). Этот специальный слой может эффективно участвовать в силовой работе конструкции.

При нагружении критической силой действующие в конструкции напряжения не должны превышать предельных, которые принимаются в зависимости от механических свойств материала. Осевая сила T вызывает погонное усилие $q = T/2\pi R$, которое распределяется между внутренним и наружным слоями в зависимости от их жесткостей. Рассмотрим образец, вырезанный из цилиндрической оболочки и нагруженный погонной нагрузкой q , приложенной к торцам (рис. 8). Относительные деформации внутреннего и наружного слоев стенки цилиндрической оболочки одинаковы ($\epsilon_v = \epsilon_n$). Напряжения, действующие в слоях:

$$\sigma_{vn} = \frac{q_v}{\delta_v} = E_v \epsilon_v; \quad \sigma_n = \frac{q_n}{\delta_n} = E_n \epsilon_n,$$

откуда

$$\epsilon_v = \frac{q_v}{E_v \delta_v}; \quad \epsilon_n = \frac{q_n}{E_n \delta_n}.$$

Погонные усилия, действующие во внутреннем и наружном слоях, определяются в результате решения системы уравнений

$$q = q_n + q_v; \quad \epsilon_v = \epsilon_n.$$

Из этого найдем

$$q_v = q \frac{1}{1 + \bar{\delta}}; \quad q_n = q \frac{\bar{\delta}}{1 + \bar{\delta}}, \quad (18)$$

где $\bar{\delta} = e_1 \frac{\delta_n}{\delta_v}$.

Рассмотрим расчет двухслойных оболочек для следующих конструктивных схем.

1. Стенки нерасслоенные. Заделка торцов обеспечивает одинаковые деформации наружного и внутреннего слоев (рис. 9, а). Критическая осевая сила

$$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{\bar{B}_2 \bar{D}_1}. \quad (19)$$

Коэффициент k для проектировочных расчетов может быть принят равным 0,2 ... 0,3. Меньшее значение относится к оболоч-

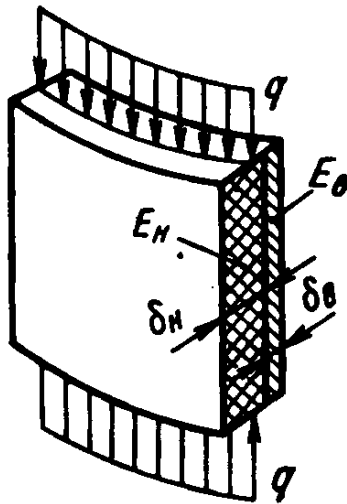


Рис. 8. Элемент оболочки под действием продольных сжимающих сил

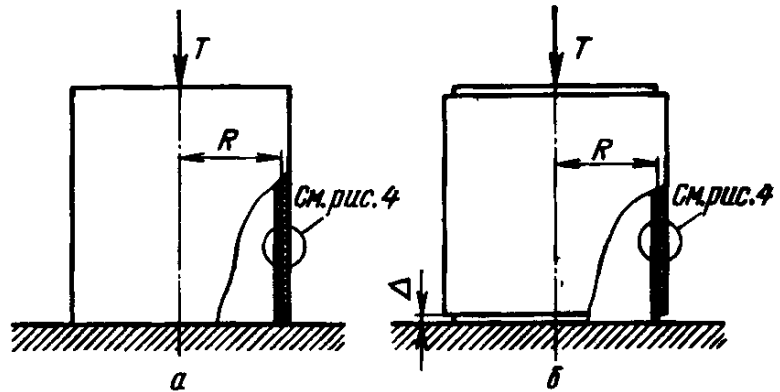


Рис. 9. Двухслойная оболочка под осевой силой с торцевой заделкой:

а — обоих слоев; б — только внутреннего слоя

кам с меньшей относительной толщиной и низким качеством изготовления.

2. Стенки расслоенные, наружный и внутренний слои скреплены только по торцовым сечениям. Заделка торцов обеспечивает одинаковые деформации слоев (см. рис. 9, а). Критическая осевая сила

$$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{\bar{B}_2 \bar{D}_1}_{рас}. \quad (20)$$

3. Стенки расслоенные, внутренний слой по торцам нагружен равномерной погонной силой. Заделка торцов наружного слоя не обеспечивает совместность деформаций слоев, т. е. $\Delta \neq 0$ (см. рис. 9, б), слои плотно прилегают друг к другу. Известны эмпирические зависимости для определения критических напряжений и силы:

$$\sigma_{кр} = k \frac{E_{пр}}{\delta_n R} \sqrt{(\delta_n + 2e_2 \delta_n) \bar{D}_1}_{рас}; \quad (21)$$

$$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{(\delta_n + 2e_2 \delta_n) \bar{D}_1}_{рас}.$$

Из сравнения формул (20) и (21) следует, что $(T_{кр})_{\Delta \neq 0} > (T_{кр})_{\Delta = 0}$. Таким образом, если невозможно соединить наружный и внутренний слои, значит нецелесообразно обеспечение жесткой связи слоев по торцам.

ТРЕХСЛОЙНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Теоретические зависимости. Для расчетов трехслойных металлических конструкций применимы формулы для конструктивно-ортотропных оболочек, меньшие по величине критические напряжения соответствуют осесимметричной форме потери устойчи-

вости [17]. Критические напряжения и осевая сила соответственно

$$\sigma_{кр} = \frac{E}{R^2} \left(\frac{l}{\pi m} \right)^2 + \frac{D_1 \text{ рас}}{2\delta_{ср}} \left(\frac{\pi m}{l} \right)^2 + \frac{D_1 - D_1 \text{ рас}}{2\delta_{ср} \left(\frac{l}{\pi m} \right) + \frac{2\delta_{ср} h (D_1 - D_1 \text{ рас})}{G_{зап} (h + \delta_{ср})^2}}; \quad (22)$$

$$T_{кр} = 2\pi R (\delta_{н} + \delta_{в}) \sigma_{кр}.$$

Здесь

$$\delta_{ср} = \frac{1}{2} (\delta_{н} + \delta_{в}); \quad D_1 \text{ рас} = D_{н} + D_{в},$$

$D_{н}$, $D_{в}$ — собственная жесткость на изгиб наружного и внутреннего слоев в продольном направлении; m — число полуволи изогнутой поверхности оболочки в продольном направлении ($m = 1, 2, 3, \dots$) следует брать таким, которое удовлетворяло бы условию минимума критических напряжений $\sigma_{кр}$. Представим выражение (22) в виде

$$T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1 - \nu^2) B_2 D_1} \alpha, \quad (23)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\beta + \frac{c_1}{\beta} + \frac{1 - c_1}{b + \beta} \right].$$

Здесь

$$c_1 = \frac{D_1 \text{ рас}}{D_1}; \quad \beta = \left(\frac{l}{\pi m} \right)^2 \frac{1}{R} \sqrt{\frac{(1 - \nu^2) B_2}{D_1}};$$

$$b = \frac{4h(1 - c_1) \sqrt{(1 - \nu^2) B_2 D_1}}{R G_{зап} (h + H)^2}.$$

Минимальное значение $T_{кр}$ определится в результате минимизации параметра α по β . Установим интервал изменения параметра β . Рассмотрим оболочку с абсолютно жестким на сдвиг заполнителем. Безразмерный параметр β определим из условия минимума α . При $G_{зап} = \infty$ $b = 0$,

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\beta + \frac{1}{\beta} \right], \quad \frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\beta^2} = 0,$$

откуда $\beta = 1$ и $\alpha = 1$. Подставляя $\alpha = 1$ в формулу (23), получим выражение критической силы для оболочки с жестким на сдвиг заполнителем

$$T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1 - \nu^2) B_2 D_1}. \quad (24)$$

Рассмотрим оболочку с абсолютно мягким на сдвиг заполнителем. При $G_{зап} = 0$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\beta + \frac{c_1}{\beta} \right]; \quad \frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{1}{2} - \frac{c_1}{2\beta^2} = 0,$$

откуда $\beta = \sqrt{c_1}$ и $\alpha = \sqrt{c_1}$. Подставляя найденное значение α в формулу (23), получим выражение критической осевой силы для трехслойной оболочки с абсолютно мягким заполнителем:

$$T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1 - \nu^2) B_2 D_1 \text{ рас}}. \quad (25)$$

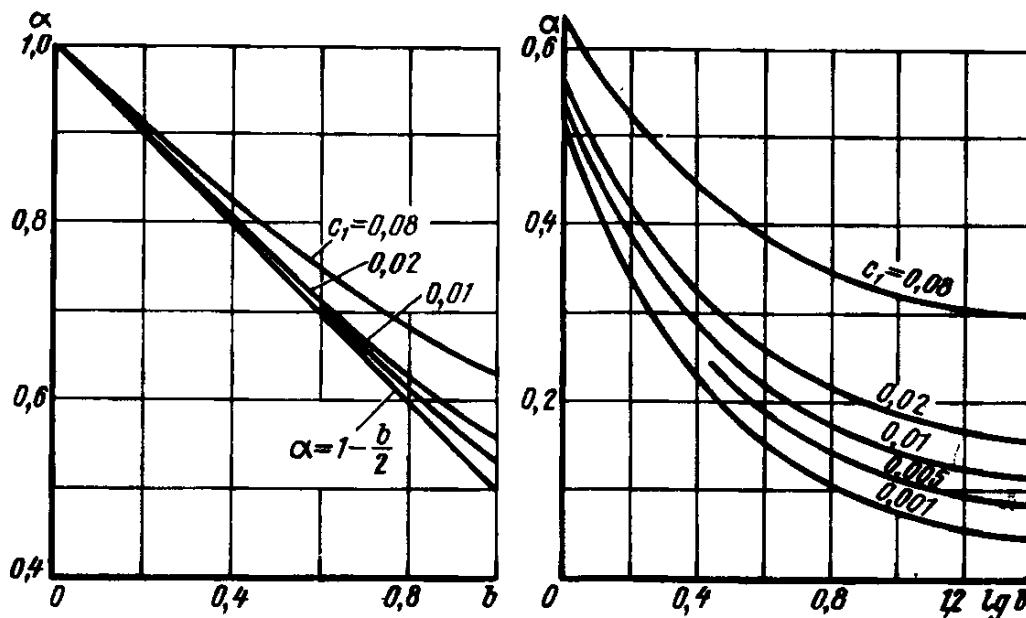


Рис. 10. Коэффициент α для трехслойных цилиндров под осевой силой и сфер под нормальным давлением

Результаты вычислений минимизированных значений α приведены на рис. 10. Получены также следующие аппроксимирующие выражения:

$$\text{при } b \leq 1 \quad \alpha = 1 - \frac{b}{2}; \quad (26)$$

$$\text{при } b > 1 \quad \alpha = \sqrt{c_1} + \frac{1}{2b(1+5c_1)}. \quad (27)$$

Погрешность расчета α по формуле (26) при $c_1 \leq 0,08$ не превышает 10% (в сторону занижения критической нагрузки) и убывает с уменьшением параметра c_1 , приближаясь к нулю. Погрешность выражения (27) при $b = 1 \dots 3$ не превышает 7%, а для $b > 3$ близка к нулю.

При проведении расчетов необходимо знать значения модуля сдвига заполнителя $G_{\text{зап}}$, которые можно не учитывать в расчетах, принимая $\alpha = 1$. Заполнитель можно считать жестким на сдвиг, если его пренебрежение дает погрешность расчета, не превышающую 3%. Запишем данное условие, воспользовавшись выражением (26): $b/2 \leq 0,03$. Из этого получим модуль сдвига жесткого заполнителя

$$G_{\infty} \geq \frac{20E_{\text{пр}}h(1-c_1)\sqrt{B_2D_1}}{R(h+H)^2}. \quad (28)$$

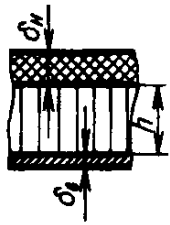
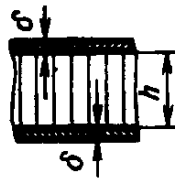
Для оболочек из ортотропного материала минимальные значения критической нагрузки соответствуют несимметричной форме разрушения:

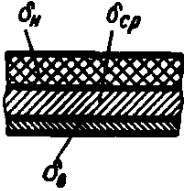
$$T_{\text{кр}} = 4\pi k_{\text{орт}} \sqrt{B_2D_1(1-\nu_1\nu_2)} \alpha. \quad (29)$$

Формулы для практических расчетов. Принимая $1 - \nu_1\nu_2 \approx 1 - \nu^2 \approx 0,91$, представим полученные зависимости в виде, удобном для расчетов (табл. 4).

Таблица 4

Формулы для расчета трехслойных цилиндрических оболочек на осевое сжатие

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без рас- слоений с легким средним слоем</p> 	$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{\bar{B}_2 \bar{D}_1} \alpha$ <p>При жестком на сдвиг заполнителе $\alpha = 1$; при упругом, если $1,21 g E_{пр} \leq G_{зап} \leq 20 g E_{пр}$,</p> $\alpha = 1 - \frac{b}{2}$ <p>При маложестком заполнителе, если $G_{зап} < 1,21 g E_{пр}$,</p> $\alpha = \sqrt{c_1} + \frac{1}{2b(1 + 5c_1)}$ <p>Здесь</p> $g = \frac{h(1 - c_1) \sqrt{\bar{B}_2 \bar{D}_1}}{R(h + H)^2},$ $c_1 = \frac{\bar{D}_{1рас}}{\bar{D}_1}, \quad b = \frac{1,21 g E_{пр}}{G_{зап}}$
<p>Симметричная без рас- слоений с легким сред- ним слоем</p> 	<p>При $\lambda \geq 3$</p> $T_{кр} = 22 k E_{пр} \delta^2 (1 + \lambda) \alpha$ <p>Коэффициент α определяется по зависимостям, приведенным для несимметричной стенки, при этом</p> $g = 0,866 \frac{h}{R(1 + \lambda)}$ $c_1 = \frac{1}{3(1 + \lambda)^2}$ $b = 1,05 \frac{h E_{пр}}{R(1 + \lambda) G_{зап}}$ <p>Данные зависимости можно использовать в расчетах при $\lambda < 3$ (погрешность в сторону занижения $T_{кр}$ менее 15%)</p>

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без расслоений с жестким средним слоем</p> 	$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{\bar{B}_2 \bar{D}_1}$
<p>Несимметричная или симметричная при расслоении между слоями по всей поверхности</p>	$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{\bar{B}_2 \bar{D}_{1рас}}$

Распределение погонного усилия $q = T/2\pi R$ между внутренним и наружным слоями при условии, что торцовая заделка оболочки обеспечивает равенство относительных деформаций слоев $\varepsilon_v = \varepsilon_n$, определяется по формулам (18).

Экспериментальные данные (рис. 11). Анализ результатов испытаний необходим для проверки и корректировки расчетных зависимостей, обобщения и систематизации накопленных положительных и отрицательных экспериментальных фактов и, наконец, для объективной проверки эффективности работы трехслойных оболочек в сравнении с другими конструкциями. К настоящему времени как в отечественной, так и зарубежной практике известно весьма ограниченное число экспериментальных работ по трех-

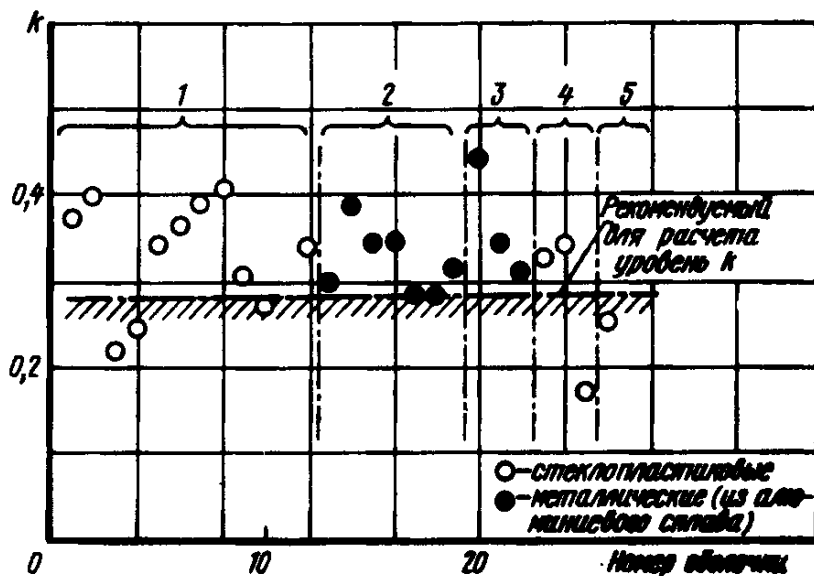


Рис. 11. Коэффициенты k по экспериментальным исследованиям трехслойных оболочек:

1, 4 — модельные; 2, 3, 5 — натурные

слойным оболочкам. Важное место занимают работы с описанием проведенных экспериментов: на металлопластиковых моделях с резко выраженной несимметрией стенки [25]; на стальных и латунных моделях с маложестким заполнителем [24]; на моделях и натурных оболочках из алюминиевых сплавов [35, 36].

Как и в случае однослойных гладких или подкрепленных оболочек, критические нагрузки, реализуемые в трехслойных конструкциях, будут иметь меньшие значения по сравнению с теоретическими для идеальных оболочек. Минимальное значение коэффициента устойчивости k в проектных расчетах рекомендуется принимать, по данным экспериментальных исследований, $k = 0,28$ (для идеальных оболочек из металлических материалов $k = 0,605$; из композиционных — $k = 0,35 \dots 0,4$).

Рассматривались результаты экспериментальных исследований модельных и натурных конструкций из металлических материалов (алюминиевых сплавов) с сотовыми заполнителями и неметаллических (стеклопластиковых) с пено- и сотовыми заполнителями. Не рассматривались оболочки, разрушение которых явно обуславливалось недостатками конструкции, низким качеством изготовления с расслоениями стенок, а также материал которых работал за пределом упругости. По значениям параметров заполнителей на сдвиг испытываемые оболочки имели жесткие ($\alpha = 1$), упругие и маложесткие ($\alpha \geq 0,1$) характеристики. Относительная толщина заполнителей лежала в диапазоне $\lambda = 5 \dots 40$. Критические напряжения в металлических оболочках не превышали предела текучести, а в стеклопластиковых — предела прочности материала. Низкие значения k (менее 0,25) можно объяснить некачественным изготовлением.

В имеющихся экспериментальных работах влияние несовершенств на несущую способность трехслойных оболочек специально не исследовалось. Однако по данным для группы оболочек 2 (см. рис. 11), где прогибы составляли до 0,4 ... 0,55 от суммарной толщины стенки H , можно отметить, что такие геометрические несовершенства не оказывают заметного влияния на коэффициент k . Подтверждением малой чувствительности к несовершенствам являются также сравнительно малый разброс значений k и совпадение нижних и верхних уровней k для различных групп оболочек, отличающихся по конструкции, способам изготовления и материалам.

Нижний уровень несущей способности трехслойных оболочек практически совпадает с уровнем вафельных. Отмечается также совпадение диапазонов разброса экспериментальных данных трехслойных и вафельных конструкций.

Для вафельных оболочек диапазон значений $k = 0,28 \dots 0,34$ получен по испытаниям конструкций, изготовленных промышленным способом в условиях стабилизированного технологического процесса. Экспериментальные данные для трехслойных оболочек получены по испытаниям различных образцов, изготовленных как лабораторным, так и промышленным способом без специальной предва-

рительной отработки технологии. При этом в ряде экспериментов получены величины k на уровне $k \approx 0,4$ с максимальным значением $k = 0,44$, что выше данных для вафельных оболочек. Поэтому с достаточным основанием можно ожидать, что в условиях изготовления по отработанным технологическим процессам уровень k будет выше вафельных, а разброс экспериментальных данных меньше полученных.

На основании экспериментальных данных рекомендуется при проектировании обратить внимание на конструкцию соединения торцов оболочки, обеспечивая равномерность распределения нагрузки в окружном направлении, достаточную жесткость заделки на торцовых шпангоутах, а также обеспечение сплошности соединения слоев. Невыполнение указанных требований приводит к снижению критической нагрузки.

АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНОСТИ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

Исследованию оптимальности трехслойных оболочек посвящено сравнительно немного работ. До широкого применения ЭВМ разработка задач оптимального проектирования сдерживалась сложностью используемых уравнений, включающих множество подлежащих варьированию параметров, и нечеткостью понимания ограничивающих условий. В последние годы все исследования проводились методами математического программирования с использованием ЭВМ. Обеспечивая высокую точность, они, однако, не удовлетворяют современным требованиям, предъявляемым к проектировочным методам, так как не имеют аналитической формы выражения результатов и поэтому не могут с успехом использоваться в комплексных задачах. Большинство работ относятся к идеальным оболочкам без учета экспериментальных данных, что не позволяет получить надежные результаты.

В данном разделе исследование оптимальности проводилось для оболочек с симметричной стенкой, у которых материал и толщины наружного и внутреннего слоев одинаковы. При этом рассматриваются оболочки, у которых параметр, характеризующий жесткость заполнителя, $b \leq 1$. При маложестком заполнителе ($b > 1$) трехслойные оболочки проигрывают по массе однослойным гладким, что будет показано ниже.

Критическая осевая сила цилиндрической трехслойной оболочки с симметричной стенкой

$$T_{кр} = 22kE\delta^3(1 + \lambda)\alpha, \quad (30)$$

где при $b \leq 1$

$$\alpha = 1 - \frac{d}{1 + \lambda};$$

здесь

$$b = \frac{2d}{1 + \lambda}, \quad d = 0,525 \frac{h}{R\bar{G}}.$$

Совершенство трехслойной оболочки оценивается по отношению к массе однослойной гладкой с одинаковой несущей способ-

ностью. Необходимая толщина однослойной гладкой и эквивалентная толщина трехслойной оболочек соответственно

$$\delta_{гг} = \sqrt{\frac{T_{кр}}{2\pi k E}};$$

$$\delta_0 = \delta (2 + \mu\lambda) = \sqrt{\frac{T_{кр}}{22k E}} \frac{2 + \mu\lambda}{\sqrt{(1 + \lambda)\alpha}}.$$

Коэффициент совершенства, показывающий, какую долю составляет масса трехслойной оболочки от массы равноустойчивой гладкой:

$$K_G = \frac{\delta_0}{\delta_{гг}} = 0,535 \frac{2 + \mu\lambda}{\sqrt{1 + \lambda - d}}. \quad (31)$$

Выражение (31) получено при сравнении однослойной и трехслойной оболочек с одинаковыми коэффициентами устойчивости k . Если учесть, что реальный уровень нижней критической нагрузки трехслойных оболочек выше однослойных, то коэффициент K_G будет меньше. Так, если принять для трехслойных оболочек $k = 0,28$, а для однослойных, по данным А. С. Вольмира, при $R/\delta = 200$ $k = 0,15$, то коэффициент K_G с учетом разницы коэффициентов k уменьшится в 1,33 раза.

Из выражения (30) получим уравнение, связывающее параметры d и λ :

$$d^3 - (1 + \lambda) d^2 + \zeta^2 \lambda^2 = 0, \quad (32)$$

где

$$\zeta = \frac{0,112}{R\bar{G}} \sqrt{\frac{T_{кр}}{kE}}.$$

Дифференцируя систему уравнений (31) и (32), из условия $dK_G/d\lambda = 0$ получим уравнение

$$\lambda^2 + p\lambda - q = 0,$$

где

$$p = \frac{3d^2 + \left(\frac{2}{\mu} - 3\right)d + \frac{2\zeta^2}{\mu}}{\zeta^2 - d};$$

$$q = \frac{3d^3 + \left(\frac{4}{\mu} - 5\right)d^2 - \left(\frac{2}{\mu} - 2\right)d}{\zeta^2 - d}.$$

В результате получим

$$\lambda_{опт} = -\frac{p}{2} \sqrt{\frac{p^2}{4} + q}. \quad (33)$$

Уравнения (32), (33) позволяют при заданных исходных данных μ и ζ найти параметры оптимальной оболочки $\lambda_{опт}$ и $d_{опт}$.

Одновременно задача оптимизации с целью контроля и уточнения решалась также методом нелинейного программирования с помощью ЭВМ. Для этого, определив из выражения (32) λ и подставив его в уравнение (31), получим функцию одной переменной $K_G(d)$. Задача оптимизации этой функции решалась методом локализации экстремума [6]. Результаты вычислений $K_{G\min}$ приведены на рис. 12, а, $d_{опт}$ — в табл. 5. Эти данные и

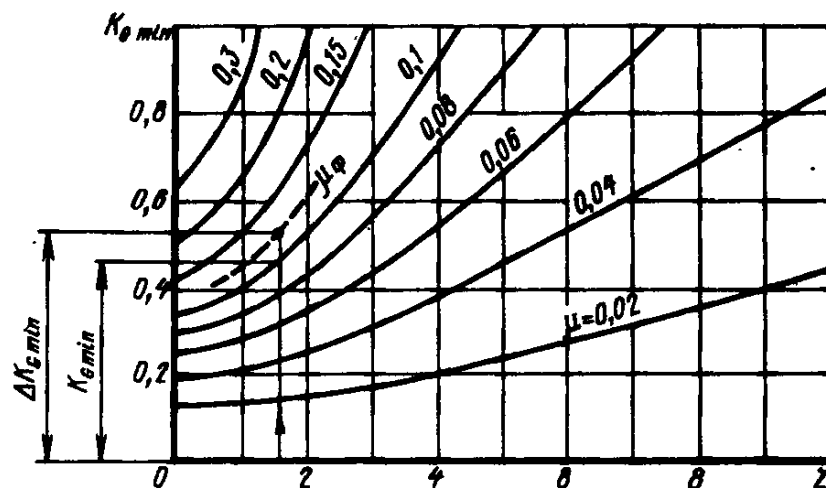


Рис. 12. Коэффициент совершенства $K_{G \min}$ оптимальной оболочки

результаты, полученные при решении уравнений (33), практически одинаковы.

Получены также следующие зависимости, погрешность которых не превышает 5%:

$$\lambda_{\text{опт}} = \frac{2}{\mu} - 2 + 1,7d_{\text{опт}}; \quad (34)$$

$$K_{G \min} = 1,07\mu \sqrt{\frac{2}{\mu} - 1 + 1,02d_{\text{опт}}}. \quad (35)$$

При $d_{\text{опт}} = 0$ из выражений (34), (35) получим формулы для оболочек с абсолютно жестким заполнителем ($\bar{G} = \infty$), которые могут быть также найдены непосредственно из условия $dK_G/d\lambda = 0$.

Используя данные рис. 12, из условия $K_{G \min} \geq 1$ получим значение модуля сдвига мало жесткого заполнителя, при котором

Таблица 5

Значения $d_{\text{опт}}$ для оптимальной оболочки

μ	z							
	1	2	3	4	5	6	8	10
0,02	11,0	25,19	44,33	70,34	104,5	147,1	257,4	400,6
0,04	8,07	20,01	38,51	65,27	100,5	144,1	255,6	399,4
0,06	6,77	18,01	36,77	64,06	99,7	143,5	255,3	399,2
0,08	6,00	16,98	36,04	63,60	99,4	143,3	—	—
0,10	5,47	16,38	35,67	63,38	99,2	—	—	—
0,15	4,65	15,65	35,29	63,16	—	—	—	—
0,20	4,16	15,36	—	—	—	—	—	—
0,25	3,83	—	—	—	—	—	—	—

оптимальная трехслойная оболочка становится равной или проигрывает по массе равнопрочной однослойной:

$$\bar{G}_0 \leq \frac{0,178 \mu}{R \sqrt{0,55 - \mu}} \sqrt{\frac{T_{кр}}{kE}}. \quad (36)$$

По данным рис. 12 можно определить с любым заданным отклонением от минимально возможной массы, какой наполнитель можно считать жестким, принимая в расчетах $d = 0$. Так, например, проигрышу массы $\approx 2\%$ по сравнению с оболочкой, имеющей абсолютно жесткий наполнитель, соответствует $\zeta \leq 0,1/\sqrt{\mu}$, откуда

$$\bar{G}_\infty \geq \frac{1,12}{R} \sqrt{\frac{T_{кр}\mu}{kE}}. \quad (37)$$

Необходимо иметь в виду, что формулы (36) и (37) относятся к оптимальным оболочкам. Для оболочек с произвольно заданными размерами зависимости, устанавливающие границу жесткого и маложесткого наполнителей, приведены в табл. 4.

Полученные зависимости позволяют определить параметры оптимальной конструкции. Как правило, при этом получается очень маленькая толщина несущих слоев при весьма большой толщине наполнителя, а в итоге — очень большая толщина пакета трехслойной стенки. Эти параметры не могут быть приняты по конструктивно-технологическим соображениям. Проигрыш массы проектируемой оболочки с параметрами λ, d по сравнению с оптимальной

$$\Delta = \frac{K_G}{K_{G \min}} = 0,5 \frac{2 + \mu\lambda}{\sqrt{1 + \lambda - d} \sqrt{\frac{2}{\mu} - 1 + 1,02d_{\text{опт}}}}. \quad (38)$$

Для оболочки с жестким наполнителем с учетом выражения (35) получим

$$\Delta = \frac{1 + m(1 - \mu)}{\sqrt{\mu(2 - \mu) + 2m(1 - \mu)(2 - \mu)}}. \quad (39)$$

Нетрудно заметить, что при $\mu \rightarrow 0$ $\Delta \rightarrow \Delta_{\max}$. В результате получим

$$\Delta_{\max} = \frac{1 + m}{2\sqrt{m}}. \quad (40)$$

Из рассмотрения графика функции $\Delta = f(\mu, m)$, приведенного на рис. 13, следует, что значение λ целесообразно принять не больше $0,5\lambda_{\text{опт}}$. Проигрывая при этом в массе менее 6%, получим оболочку с меньшей толщиной стенки при больших толщинах несущих слоев, что целесообразно со всех точек зрения.

На основании проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

1. Эффективность трехслойных оболочек при оптимальных соотношениях параметров полностью определяется жесткостью

заполнителя \bar{G} , относительной плотностью μ и заданной нагрузкой $T_{кр}$; при жестком заполнителе — только относительной плотностью μ .

2. Для заданных характеристик заполнителя и величины нагрузки совершенство оптимальной оболочки оценивается по рис. 12. С уменьшением μ выигрыш в массе увеличивается. Наиболее эффективное значение μ , при котором выигрыш составляет более 40%, находится в области $\mu < 0,14$.

3. С позиции оптимальности оболочек заполнителя по сдвиговой жесткости можно разделить на три типа: жесткие ($\bar{G} \geq \bar{G}_\infty$), упругие и маложесткие ($\bar{G} \leq \bar{G}_0$). Полученные зависимости (36), (37) дают возможность в проектных исследованиях обоснованно сузить область значений рассматриваемых заполнителей.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

Область применения трехслойных оболочек ограничивается механическими свойствами материала (σ_r , σ_b) и границей использования вафельных оболочек. Последнее условие существует только в случае, если применение вафельных оболочек дает технологические или экономические преимущества. При заданной нагрузке толщина несущих слоев определяется из условия, что действующие напряжения не превышают допускаемых $[\sigma]$:

$$\delta = \frac{T_{кр}}{4\pi R [\sigma]}. \quad (41)$$

Для металлических материалов обычно принимают $[\sigma] = \sigma_r$, так как при работе материала за пределом упругости увеличение несущей способности оболочки с увеличением параметра λ будет незначительным. Принимая $1 + \lambda \approx \lambda$ и $G_{зап} = \infty$, из уравнения (30) с учетом условия (41) получим предельное значение λ :

$$\lambda_{пр} = \frac{0,575}{k} \frac{R [\sigma]}{E \delta}. \quad (42)$$

Подставляя выражение (42) в уравнение (31), получим предельное значение коэффициента совершенства оболочки

$$(K_\sigma)_{пр} = 0,535 \frac{2 + \frac{0,575 N}{k} \mu}{\sqrt{1 + \frac{0,575 N}{k}}}, \quad (43)$$

где

$$N = \frac{R}{\delta} \frac{[\sigma]}{E}.$$

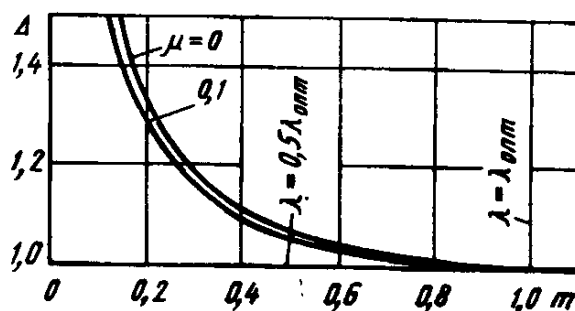


Рис. 13. Коэффициент проигрыша массы Δ проектируемой оболочки в сравнении с оптимальной

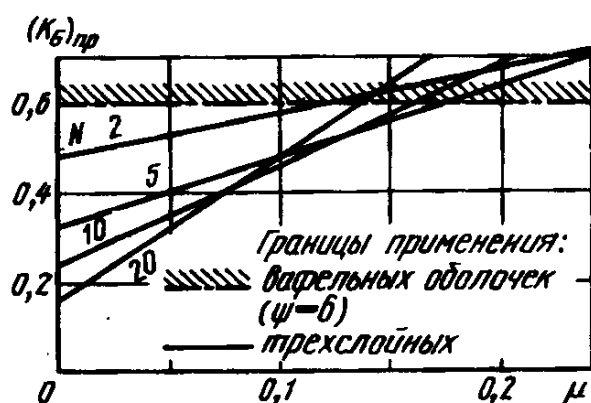


Рис. 14. Область применения трехслойных и вафельных оболочек

Параметр $(K_G)_{пр}$ показывает, какое предельное значение коэффициента совершенства трехслойной оболочки может быть получено в зависимости от исходных данных, принятых при проектировании: габаритов отсека R , механических свойств материала несущих слоев E , $[\sigma]$ и относительной плотности заполнителя μ . Зависимость (43) иллюстрирует график, приведенный на рис. 14

($k = 0,3$); показана также область применения вафельных оболочек. С помощью рис. 14 можно оценить преимущество трехслойной оболочки по сравнению с вафельной. Например, для алюминиевых сплавов с $[\sigma] = \sigma_T = 35 \text{ кН/см}^2$ и стали с $\sigma_T = 100 \text{ кН/см}^2$ при $R/\delta = 1500$ имеем $N = 7,5$. Если принять $\mu = 0,05 \dots 0,10$, то трехслойная оболочка будет легче вафельной соответственно в 1,5 ... 1,23 раза. Анализируя графики, можно сделать следующие выводы.

1. Трехслойные оболочки имеют преимущество по сравнению с вафельными при $\mu < 0,14$. При значениях $\mu = 0,14$ целесообразность применения того или иного варианта (трехслойной или вафельной) оболочки определяется только конструктивными, технологическими или экономическими соображениями.

2. Преимущество трехслойных оболочек по массе возрастает с увеличением габаритов оболочки, механических свойств материала и с уменьшением μ .

Проектировочный расчет состоит в том, что при заданной эксплуатационной нагрузке $T_{э \text{ сп.}}$, габаритах отсека R , физико-механических характеристиках материала несущих слоев E , σ_B , σ_T , γ_H устанавливаются параметры заполнителя и определяются толщины слоев. Расчет проводится в следующей последовательности.

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим разрушающую силу $T_p = fT_{э \text{ сп.}}$.

2. Выберем конструктивный вид заполнителя, определим его характеристики μ и \bar{G} . Рекомендуется принимать μ не более 0,1. При оценке конструктивных вариантов заполнителей необходимо учитывать, что при $\mu \approx 0,14$ трехслойные оболочки с жестким заполнителем будут равноценны по массе вафельным (см. рис. 14).

3. Вычислим $A = T_{кр}/22kE$.

4. Определим $\zeta = 0,525 \sqrt{A/R\bar{G}}$. В дальнейших расчетах, если $\zeta \leq 0,1/\sqrt{\mu}$, заполнитель можно рассматривать как жесткий на сдвиг, принимая $d = 0$.

5. По данным рис. 10 оценим совершенство оболочки $K_{G \min}$ при принятых μ и ξ .

6. По данным, приведенным в табл. 5, найдем $d_{\text{опт}}$.

7. Вычислим $\lambda_{\text{опт}} = \frac{2}{\mu} - 2 + 1.7d_{\text{опт}}$.

8. Определив α по выражению, приведенному к формуле (30), найдем толщину несущих слоев и заполнителя:

$$\delta = \sqrt{\frac{A}{(1 + \lambda_{\text{опт}})\alpha}}; \quad h = \delta \lambda_{\text{опт}}.$$

9. Задавшись допустимым Δ — отклонением по массе от оптимальной оболочки, определим толщины слоев. Последовательность вычислений: определим коэффициент $K_G = \Delta K_{G \min}$, по значению которого в соответствии с рис. 12 найдем фиктивное значение $\mu_{\text{ф}}$. Все дальнейшие расчеты проводятся по пп. 6 ... 8, при этом принимается $\mu = \mu_{\text{ф}}$.

10. Оценим применение полученных толщин с точки зрения конструктивно-технологических ограничений. Рассмотрим два возможных случая, когда необходимо изменить или толщину несущих слоев δ , или толщину заполнителя h . Новые скорректированные толщины определим по формулам, приведенным в табл. 6.

11. Определим критические напряжения, сравним их с допускаемыми:

$$\sigma_p = \frac{T_{\text{кр}}}{2\pi R 2\delta} \leq [\sigma].$$

Если $\sigma_p > [\sigma]$, необходимо применить материал с более высокими механическими свойствами или увеличить толщину несущих слоев.

Таблица 6

Формулы для определения толщин

Заполнитель	При изменении	
	δ	h
Упругий	$h = \frac{\frac{A}{\delta} - \delta}{1 - \frac{0,525\delta}{R\bar{G}}}$	$\delta = \frac{-h + \sqrt{h^2 + 4A(1-d)}}{2(1-d)}$ $d = \frac{0,525d}{R\bar{G}}$
Жесткий	$h = \frac{A}{\delta} - \delta$	$\delta = \frac{-h + \sqrt{h^2 + 4A}}{2}$

12. Для окончательно принятых размеров определим коэффициент совершенства оболочки по формуле (31) и эквивалентную толщину для расчета массы $\delta_a = 2\delta + \mu h$.

КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

На основании теоретических и экспериментальных данных при расчете многослойных конических оболочек можно воспользоваться формулами для цилиндров. Критическая осевая сила

$$T_{кр} = T_{кр. \text{ цил}} \cos^2 \theta. \quad (44)$$

Здесь при определении $T_{кр. \text{ цил}}$ по формулам для трехслойных оболочек (см. табл. 4) принимается $R = R_0 / \cos \theta$.

По данным испытаний трехслойных конусов из металлических материалов [35] и однослойных стеклопластиковых, отмечается, что снижение реального уровня несущей способности по отношению к теоретическому для идеальных оболочек будет такое же, как у цилиндров. Поэтому в проектных расчетах при назначении коэффициентов устойчивости k можно воспользоваться данными для цилиндров.

Выражение (44) справедливо при обеспечении совместности деформаций слоев. Действующие безмоментные напряжения достигают максимального значения около малого основания конуса (при постоянной вдоль образующей толщине слоев). На расстоянии x от малого основания в стенке многослойной оболочки действует усилие

$$q = \frac{T}{2\pi R_x \cos \theta}.$$

Распределение усилия между внутренним и наружным слоями двухслойной или трехслойной стенки определим по формулам (18). Нормальные напряжения

$$\sigma_{нар} = \frac{q_n}{\delta_n}, \quad \sigma_{вн} = \frac{q_v}{\delta_v}.$$

При расслоении по всей поверхности и $\Delta \neq 0$ (рис. 15) наружный слой не участвует в работе конструкции. Критическая сила определяется по внутреннему слою, как для однослойной оболочки:

$$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \delta_v^2 \cos^2 \theta.$$

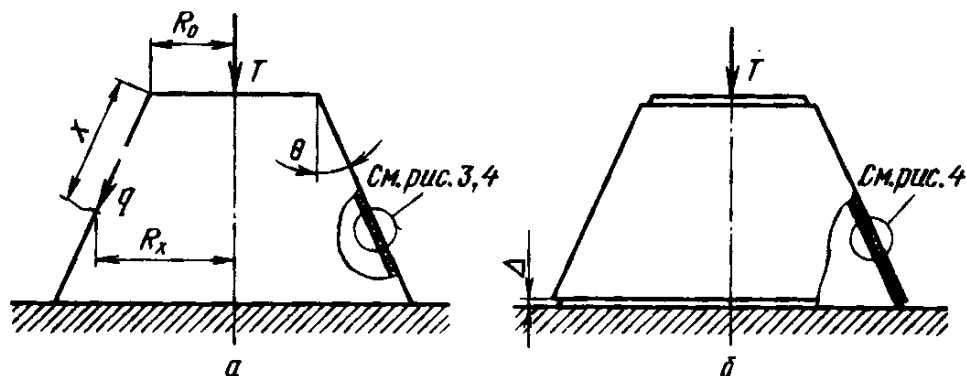


Рис. 15. Конические многослойные оболочки под осевой силой с заделкой торцов: а — обоих слоев; б — только внутреннего слоя

Проектировочный расчет трехслойных конических оболочек проводится по зависимостям для цилиндров, при этом принимается

$$A = \frac{T_{кр}}{22kE \cos^3 \theta}.$$

ГЛАВА 12

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ И КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

ОДНОСЛОЙНЫЕ И ВАФЕЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ

Однослойные оболочки. Критическое всестороннее давление [27, 28] для оболочек средней длины $l \geq 25 \sqrt{R\delta}$ с опертыми торцовыми кромками

$$p_{кр} = \frac{0,85}{(1 - \nu_1 \nu_2)^{3/4}} \frac{E_{пр} \delta^{5/2}}{l R^{3/2}}; \quad (45)$$

число волн потери устойчивости

$$n = 2,76 \sqrt[4]{\frac{R}{\delta}} \sqrt{\frac{R}{l}} [\beta (1 - \nu_1 \nu_2)]^{1/8}. \quad (46)$$

Выражения (45), (46) практически тождественны аналогичным зависимостям для металлических изотропных оболочек. Поэтому для расчета оболочек из композиционных материалов с различными длинами, условиями закрепления торцовых кромок, характером распределения внешней нагрузки, а также для оболочек, подкрепляемых шпангоутами, можно воспользоваться соответствующими формулами и алгоритмами проектировочных расчетов, приведенных в ч. 2. При этом принимается $E = E_{пр}$, $1 - \nu_1 \nu_2 \approx \approx 1 - \nu^2 \approx 0,91$.

Коэффициент k для цилиндров из композиционных материалов под внешним давлением зависит от условий закрепления торцов оболочки и несовершенств ее формы. Установление значений k здесь не имеет такого принципиального значения, как это было для цилиндров под осевой силой. На основании анализа экспериментальных данных стеклопластиковых оболочек [9] при назначении коэффициентов можно использовать рекомендации, сделанные к расчету металлических оболочек.

Вафельные оболочки (см. рис. 2) и подкрепленные только кольцевыми ребрами. Критическое внешнее давление

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E_{пр}}{l R^{3/2}} \sqrt[4]{\bar{B}_1 \bar{D}_2^3}; \quad (47)$$

\bar{B}_1 , \bar{D}_2 определяются по формулам (3), (4); для оболочек, подкрепленных только кольцевыми ребрами, $\bar{B}_1 = \delta$. Коэффициент k можно принять по рекомендациям для металлических вафельных оболочек.

ДВУХСЛОЙНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Многослойные оболочки под внешним давлением необходимо рассматривать с учетом прочности соединения слоев и газопроницаемости наружного слоя (если на оболочку действует газовое давление). Практический интерес представляют следующие возможные варианты: стенка без расслоений или с расслоениями по сопрягаемым поверхностям слоев с газонепроницаемым или проницаемым наружным слоем.

Расслоения по сопрягаемым поверхностям в несколько раз снижают несущую способность конструкции. При прочном соединении слоев (нерасслоенные стенки) газопроницаемость наружного слоя (рис. 16) не оказывает влияния на несущую способность. Критическое давление оболочки с газопроницаемым наружным слоем оказывается таким же, как и для оболочки при отсутствии газопроницаемости. Газопроницаемость стенки необходимо учитывать только при отсутствии соединения слоев по сопрягаемым поверхностям. Так, например, в двухслойной оболочке с полностью газопроницаемым наружным слоем и полным расслоением слоев нагрузку будет воспринимать только внутренний непроницаемый слой. Под воздействием давления внутренняя стенка, сжимаясь, отойдет от наружного слоя. Подкрепляющее влияние наружного слоя в работе конструкции практически сводится на нет. Расчет оболочки на устойчивость необходимо проводить только по внутреннему слою по формулам для однослойной оболочки.

Рассмотрим двухслойную оболочку, слой которой выполнены из различных материалов. Критическое давление для оболочки с нерасслоенными стенками с газопроницаемым или непроницаемым наружным слоем

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E_{пр}}{lR^{3/2}} \sqrt[4]{\bar{B}_1 \bar{D}_2^3}; \quad (48)$$

с расслоенными стенками и газонепроницаемым наружным слоем

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E_{пр}}{lR^{3/2}} \sqrt{\bar{B}_1 \bar{D}_2^3}_{рас}. \quad (49)$$

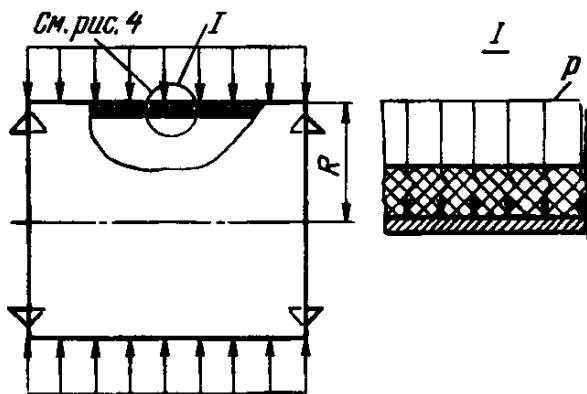


Рис. 16. Двухслойный цилиндр с газопроницаемым наружным слоем под внешним давлением

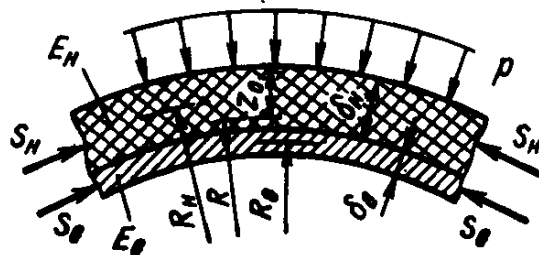


Рис. 17. Элемент двухслойной цилиндрической (сферической) оболочки под нормальным давлением

Для определения напряжений, действующих в слоях, рассмотрим элемент безмоментной оболочки (без расслоений), находящийся под действием наружного давления p и кольцевых усилий S_H, S_B , (рис. 17). Распределение кольцевых усилий между слоями определится из условия совместности деформаций. Из выражений (56) при $h = 0$ найдем усилия, действующие во внутреннем и наружном слоях:

$$S_B = \frac{pR_B}{1 + \delta}, \quad S_H = \frac{pR_H\delta}{1 + \delta}. \quad (50)$$

Кольцевые напряжения, действующие в слоях:

$$\sigma_{BH} = \frac{S_B}{\delta_B}, \quad \sigma_H = \frac{S_H}{\delta_H}. \quad (51)$$

ТРЕХСЛОЙНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Теоретические зависимости. Критическое давление для оболочек с упругим заполнителем и опертными торцами [33]

$$p_p = \frac{D_2 n^2}{R^3} + \frac{(1 - \nu^2) B_1}{R} \left(\frac{\pi R}{l} \right)^4 \frac{1}{n^6} - \frac{D_2 (1 - c_2) n^4}{R^3 \left(\frac{4R^2 G_{зап}}{hB_1} + n^2 \right)}. \quad (52)$$

Число полуволн в кольцевом направлении здесь следует принимать таким, при котором удовлетворяется условие минимума $p_{кр}$. Представим уравнение (52) в виде

$$p_{кр} = \frac{1,75\pi \sqrt{(1 - \nu^2) B_1 D_2^3}}{l R^{3/2}} \alpha, \quad (53)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{\beta} + 0,1065\beta^3 - \frac{a(1 - c_2)}{\beta^2 + a\beta}.$$

Здесь

$$\beta = \frac{1,75\pi R^{3/2}}{l} \sqrt[4]{\frac{(1 - \nu^2) B_1}{D_2}} \frac{1}{n^2};$$

$$c_2 = \frac{D_2 \text{ рас}}{D_2}; \quad a = 1,38 \frac{hB_1}{l R^{1/2} G_{зап}} \sqrt[4]{\frac{(1 - \nu^2) B_1}{D_2}}.$$

Минимальное значение p_p определяется в результате минимизации параметра α по β . Интервал изменения параметров α и β установим из рассмотрения крайних их значений по оболочкам с абсолютно жестким ($G_{зап} = \infty$) и мягким ($G_{зап} = 0$) заполнителями. В результате получим $1 \geq \alpha \geq \sqrt[4]{c_2^3}$, $1,33 \geq \beta \geq 1,33 \sqrt[4]{c_2}$ и выражения критического давления для оболочек с абсолютно жестким заполнителем

$$p_{кр} = \frac{1,75\pi \sqrt[4]{(1 - \nu^2) B_1 D_2^3}}{l R^{3/2}}$$

и с абсолютно мягким заполнителем

$$p_{кр} = \frac{1,75\pi \sqrt[4]{(1 - \nu^2) B_1 D_2^3 \text{ рас}}}{l R^{3/2}}.$$

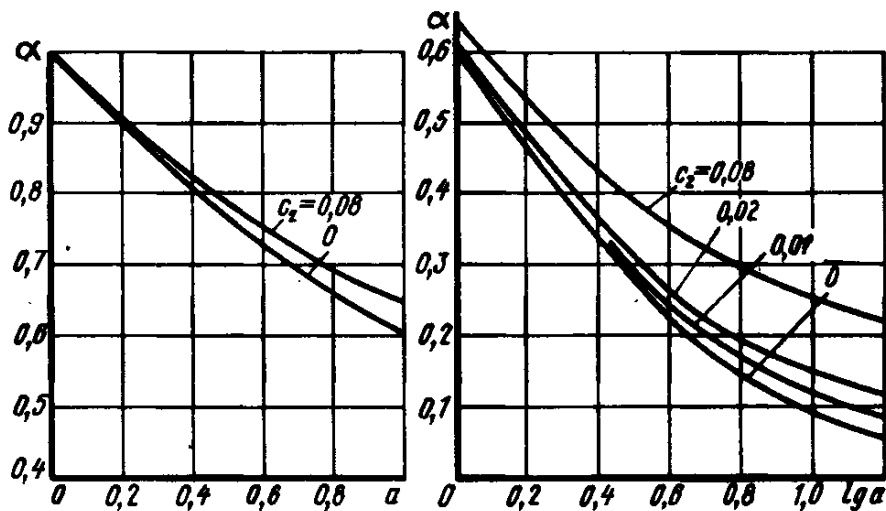


Рис. 18. Коэффициент α для трехслойных цилиндров под внешним давлением

Результаты вычислений минимизированных значений α приведены на рис. 18. Они аппроксимированы при $a \leq 1$ зависимостью

$$\alpha = 1 - 0.4a^{3/4}. \quad (54)$$

Погрешность расчета по формуле (54) при $c_2 \leq 0,08$ не превышает 7% (в сторону занижения критической нагрузки) и убывает с уменьшением c_2 , а при $c_2 \approx 0$ не превышает 2%.

Заполнитель можно считать жестким на сдвиг, принимая $\alpha = 1$, если пренебрежение им дает погрешность, не превышающую 3%. Это ограничение запишем, воспользовавшись выражением (54). Для значений a , близких к нулю, можно принять $0,4a^{3/4} \approx 0,5a$. При этом поставленное условие запишем в виде $a \leq 0,06$, откуда получим модуль сдвига жесткого заполнителя

$$G_{\infty} \geq \frac{23hB_1}{lR^{1/2}} \sqrt[4]{\frac{(1-\nu)^2 B_1}{D_2}}.$$

Формулы для практических расчетов приведены в табл. 7, где принималось $1 - \nu_1\nu_2 \approx 1 - \nu^2 \approx 0,91$.

При нагружении оболочки критическим давлением напряжения, действующие в несущих слоях, не должны превышать предельных допускаемых, которые принимаются в зависимости от механических свойств материала. Рассмотрим элемент безмоментной оболочки (без расслоений), находящийся под действием наружного давления p и кольцевых усилий (рис. 19). Наружный слой газонепроницаемый. Давление $p_{\text{зап}}$, передаваемое заполнителем на внутренний слой, найдем из уравнений совместности деформаций

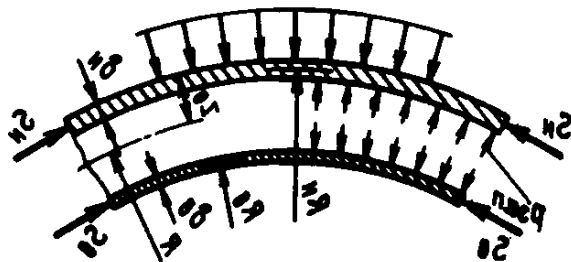
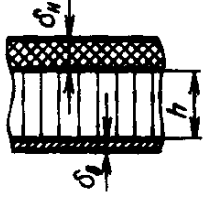
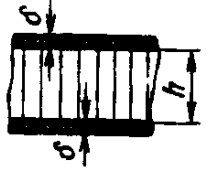
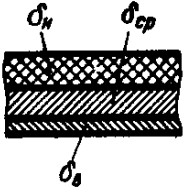


Рис. 19. Элемент трехслойной цилиндрической (сферической) оболочки под нормальным давлением

$$\begin{aligned} -\frac{p_{\text{зап}} R_{\text{в}}^2}{E_{\text{в}} \delta_{\text{в}}} - \frac{(p_{\text{зап}} - p) R_{\text{н}}^2}{E_{\text{н}} \delta_{\text{н}}} &= \\ &= \frac{p_{\text{зап}} h}{E_z}. \end{aligned}$$

Формулы для расчета трехслойных цилиндрических оболочек
на внешнее давление

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без рас- слоений с легким сред- ним слоем</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый или прони- цаемый</p> $p_{кр} = 0,92k \frac{E_{пр}}{lR^{3/2}} \sqrt[4]{\bar{B}_1 \bar{D}_2^3} \alpha$ <p>При жестком на сдвиг заполнителе $\alpha = 1$; при упругом, если $5gE_{пр} \leq G_{зап} \leq 85gE_{пр}$, $\alpha = 1 -$ $- 0,4a^{3/4}$; при маложестком, если $G_{зап} < 5gE_{пр}$, α определяется по графику на рис. 18 Здесь</p> $g = \frac{h\bar{B}_1}{lR^{1/2}} \frac{E_{1в}}{E_{2в}} \sqrt[4]{\frac{\bar{B}_1}{\bar{D}_2}},$ $a = \frac{5gE_{пр}}{G_{зап}}, \quad c_2 = \frac{\bar{D}_{2рас}}{\bar{D}_2}$
<p>Симметричная без рас- слоений с легким сред- ним слоем</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый или прони- цаемый. При $\lambda \geq 3$</p> $p_{кр} = 4,18k \frac{E_{пр}\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} (1 + \lambda)^{3/2} \alpha$ <p>Коэффициент α определяется по зависимостям, приведенным для несимметричной стенки. При этом</p> $g = 1,51 \frac{E_1}{E_2} \frac{h^{3/2}}{lR^{1/2} \sqrt{\lambda(1 + \lambda)}},$ $a = 2,65 \frac{gE_{пр}}{G_{зап}}, \quad c_2 = \frac{1}{3(1 + \lambda)^2}$ <p>Данные зависимости можно использовать в рас- четах при $\lambda < 3$ (погрешность в сторону заниже- ния $p_{кр}$ менее 24%)</p>

Конструкция стенки	Расчетные формулы
Несимметричная без расслоений с жестким средним слоем 	Наружный и средний слои газонепроницаемые или проницаемые $p_{кр} = 0,92k \frac{E_{пр}}{lR^{3/2}} \sqrt[4]{\bar{B}_1 \bar{D}_2^3}$
Несимметричная или симметричная при расслоении между слоями по всей поверхности	Наружный слой газонепроницаемый $p_{кр} = 0,92k \frac{E_{пр}}{lR^{3/2}} \sqrt{\bar{B}_1 \bar{D}_{2рас}^3}$

Откуда

$$p_{зап} = \frac{p}{1 + \bar{\delta} + \xi}, \quad (55)$$

где

$$\bar{\delta} = \frac{E_{зп} \delta_{н}}{E_{зв} \delta_{в}}, \quad \xi = \frac{E_{н} \delta_{н} h}{E_{з} R_{н}^2}.$$

Усилия, действующие во внутреннем и наружном слоях:

$$S_{в} = p_{зап} R_{в} = \frac{p R_{в}}{1 + \bar{\delta} + \xi};$$

$$S_{н} = (p - p_{зап}) R_{н} = p R_{н} \frac{\bar{\delta} + \xi}{1 + \bar{\delta} + \xi}. \quad (56)$$

 Для оболочки с симметричной стенкой $\delta_{н} = \delta_{в}$, $E_{н} = E_{в}$, $\bar{\delta} = 1$,

$$S_{в} = \frac{p R_{в}}{2 + \xi}, \quad S_{н} = p R_{н} \frac{1 + \xi}{2 + \xi}. \quad (57)$$

Кольцевые напряжения в слоях определим по формулам (51).

Экспериментальные данные. Из имеющихся экспериментальных работ по трехслойным цилиндрам под внешним давлением отметим [34, 36, 37]. По данным экспериментальных исследований трехслойных оболочек установлено, что значения коэффициентов с учетом условий закрепления торцов можно принять на основе рекомендаций, сделанных для металлических вафельных оболочек. При некачественном соединении слоев критическая нагрузка снижалась в 1,5 ... 4 раза.

АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНОСТИ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

Имеющееся весьма ограниченное число исследований оптимальности трехслойных оболочек под нормальным давлением не устанавливает необходимые к проектированию зависимости для определения оптимальных параметров.

Критическое давление для оболочки с симметричной стенкой

$$p_{кр} = 4,18k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} (1 + \lambda)^{3/2} \alpha, \quad (58)$$

где

$$\alpha = 1 - \frac{0,708d^{3/4}}{[\lambda(1 + \lambda)]^{3/8}}, \quad d = \frac{1,88h^{3/2}}{lR^{1/2}\bar{G}}.$$

При заданном разрушающем давлении p_p необходимая толщина однослойной гладкой и эквивалентная толщина трехслойной оболочек соответственно

$$\delta_{гл} = \left(\frac{p_{кр} l R^{3/2}}{0,92kE} \right)^{2/5};$$

$$\delta_s = \delta(2 + \mu\lambda) = \left(\frac{p_{кр} l R^{3/2}}{4,18kE} \right)^{2/5} \frac{2 + \mu\lambda}{[(1 + \lambda)^{3/2} \alpha]^{2/5}}.$$

Коэффициент совершенства оболочек (при равных коэффициентах сравниваемых оболочек)

$$K_G = \frac{\delta_s}{\delta_{гл}} = 0,545 \frac{2 + \mu\lambda}{(1 + \lambda)^{3/5} \left\{ 1 - \frac{0,708d^{3/4}}{[\lambda(1 + \lambda)]^{3/8}} \right\}^{2/5}}. \quad (59)$$

Из выражения (58) получим уравнение, связывающее параметры d и λ :

$$\zeta = \frac{d(1 + \lambda)^{0,9}}{\lambda^{3/2}} \left\{ 1 - \frac{0,708d^{3/4}}{[\lambda(1 + \lambda)]^{3/8}} \right\}^{0,6}, \quad (60)$$

где

$$\zeta = \frac{0,796}{\bar{G}} \left(\frac{p_{кр}}{kE} \right)^{0,6} \left(\frac{R}{l} \right)^{0,4}.$$

Дифференцируя систему уравнений (59) и (60), из условия $dK_G/d\lambda = 0$ получим уравнение

$$CZ^2 + BDZ + AD^2 = 0, \quad (61)$$

где

$$A = 532\mu\lambda^2 + 874\mu\lambda - 96\lambda + 588;$$

$$B = 480\mu\lambda^2 + 528\mu\lambda + 600\lambda + 696;$$

$$C = 108\mu\lambda^2 + 54\mu\lambda + 216\lambda + 108;$$

$$D = \zeta^{5/3} \frac{\lambda^{5/2}}{(1 + \lambda)^{3/2}}; \quad Z = d^{5/3}.$$

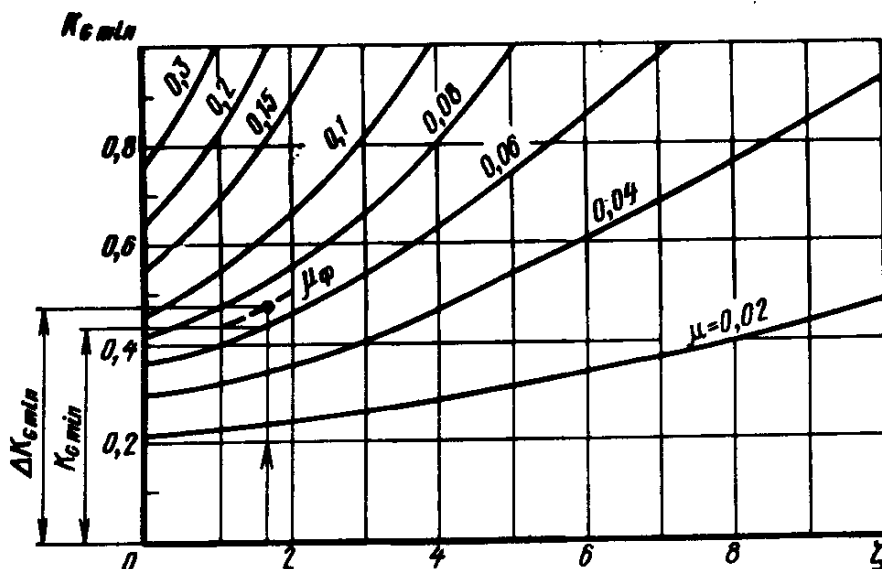


Рис. 20. Коэффициент совершенства $K_{G \min}$ оптимальной оболочки

При заданных μ и ζ уравнения (60), (61) позволяют определить параметры оптимальной оболочки $\lambda_{\text{опт}}$, $d_{\text{опт}}$.

Для контроля и уточнения задача оптимизации решалась также и методом нелинейного программирования с помощью ЭВМ. В данном случае задача поиска минимума функции K_G двух переменных d и λ , которые связаны условием (60), не решается в явном виде относительно одной переменной. Для решения задачи оптимизации применялся метод обобщенного критерия в сочетании с методом сканирования [6]. Результаты вычислений $K_{G \min}$ приведены на рис. 20, а $d_{\text{опт}}$ в табл. 8. Эти данные и результаты вычислений из уравнений (60), (61) практически одинаковы.

Получены также следующие зависимости, погрешность которых не превышает 5%:

$$\lambda_{\text{опт}} = \frac{3}{\mu} - 2.5 + 1.12d_{\text{опт}}; \quad (62)$$

$$K_{G \min} = 1.068\mu \left(\frac{2}{\mu} - 1 + 0.66d_{\text{опт}} \right)^{2/5}. \quad (63)$$

Таблица 8

Значения $d_{\text{опт}}$ для оптимальной оболочки

μ	ζ							
	1	2	3	4	5	6	8	10
0.02	19.92	51.40	94.97	168.2	284.6	449	928	1650
0.04	12.38	36.55	78.29	155.8	269.1	431	911	1620
0.06	9.58	30.04	71.38	146.4	267.1	425	900	1607
0.08	8.29	25.99	68.12	144.6	255.8	417	889	—
0.10	7.36	23.51	65.01	142.4	253.2	414	—	—
0.15	5.15	20.90	59.35	132.5	—	—	—	—
0.20	4.10	17.22	56.41	—	—	—	—	—
0.25	3.53	15.81	—	—	—	—	—	—

При $d_{\text{опт}} = 0$ из выражений (62), (63) получим формулы для оболочек с абсолютно жестким наполнителем $\bar{G} = \infty$, которые могут быть также найдены непосредственно из условия $dK_G/d\lambda = 0$.

Используя данные рис. 20, из условия $K_{G \min} \geq 1$ получим значение модуля сдвига малоэластичного наполнителя, при котором оптимальная трехслойная оболочка становится равной или проигрывает в массе равноустойчивой однослойной гладкой:

$$\bar{G}_0 \leq \frac{1,6\mu}{\sqrt{1-2\mu}} \left(\frac{\rho_{\text{кр}}}{kE} \right)^{0,6} \left(\frac{R}{l} \right)^{0,4}. \quad (64)$$

С погрешностью менее 3% наполнитель можно считать жестким, принимая в расчетах $d = 0$. Этому условию соответствует ограничение $\xi \leq 0,1/\sqrt{\mu}$, откуда

$$\bar{G}_\infty \geq 8\sqrt{\mu} \left(\frac{\rho_{\text{кр}}}{kE} \right)^{0,6} \left(\frac{R}{l} \right)^{0,4}. \quad (65)$$

Формулы (64), (65) относятся к оболочкам с оптимальными параметрами. Для оболочек с произвольно заданными размерами зависимости, устанавливающие границу жесткого и малоэластичного наполнителей, приведены в табл. 7.

Полученные зависимости определяют параметры оптимальной конструкции, которые часто не могут быть приняты по конструктивно технологическим соображениям. Проигрыш в массе проектируемой оболочки с параметрами λ, d по сравнению с оптимальной

$$\Delta = \frac{K_G}{K_{G \min}} =$$

$$= 0,512 \frac{2 + \lambda\mu}{(1 + \lambda)^{3/5} \left\{ 1 - \frac{0,708d^{3/4}}{[\lambda(1 + \lambda)]^{3/8}} \right\}^{2/5} \mu \left(\frac{2}{\mu} - 1 + 0,66d_{\text{опт}} \right)^{2/5}}.$$

Отсюда для оболочки с жестким наполнителем запишем

$$\Delta = 0,512 \frac{2 + (3 - 2,5\mu)m}{(2 - \mu)^{0,4} [\mu + m(3 - 2,5\mu)]^{0,6}}. \quad (66)$$

При $\mu \rightarrow 0$ $\Delta \rightarrow \Delta_{\text{max}}$, в результате получим

$$\Delta_{\text{max}} = \frac{2 + 3m}{5m^{0,6}}. \quad (67)$$

График функции $\Delta = f(\mu, m)$ приведен на рис. 21, из которого следует, что практическое значение λ целесообразно принять не более $0,5\lambda_{\text{опт}}$. Проигрывая при этом в массе менее 6%, получим оболочку с меньшей толщиной стенки при больших

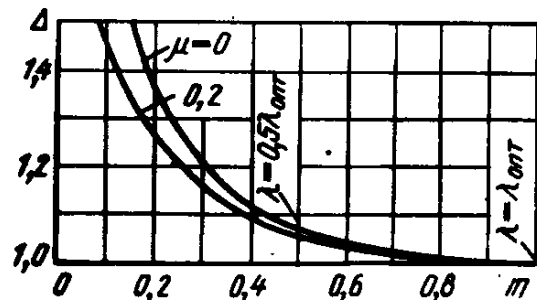


Рис. 21. Коэффициент проигрыша массы Δ проектируемой оболочки в сравнении с оптимальной

толщинах несущих слоев. На основании проведенного исследования можно сделать аналогичные выводы, полученные для цилиндров под осевой силой.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

Область применения трехслойных оболочек ограничивается механическими свойствами материала и границей использования вафельных оболочек. При заданном давлении $p_{кр}$ толщина слоев из условия, что действующие напряжения не превышают допускаемых $[\sigma]$,

$$\delta = \frac{p_{кр} R}{2 [\sigma]}. \quad (68)$$

Для металлических материалов обычно принимают $[\sigma] = \sigma_T$. Принимая $1 + \lambda \approx \lambda$ и $G_{зап} = \infty$, из уравнения (58) с учетом условия (68) получим

$$\lambda_{пр} = \frac{0,61}{k^{2/3}} \left(\frac{[\sigma]}{E} \frac{l R^{1/2}}{\delta^{3/2}} \right)^{2/3}. \quad (69)$$

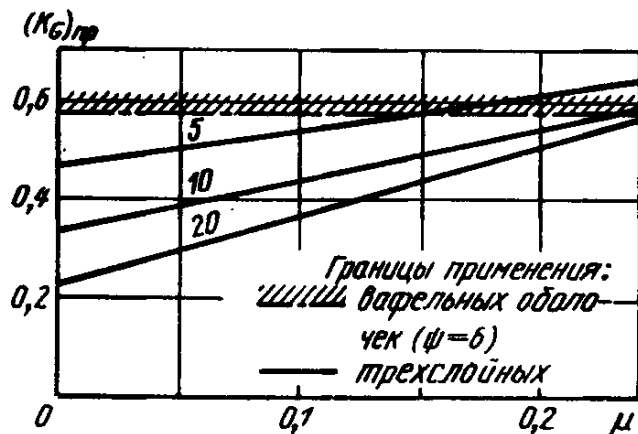
Подставляя выражение (69) в уравнение (59), получим предельное значение коэффициента совершенства оболочки

$$(K_G)_{пр} = 0,545 \frac{2 + \frac{0,61 N}{k^{2/3}} \mu}{\left(1 + \frac{0,61 N}{k^{2/3}} \right)^{0,6}}, \quad \text{где} \quad N = \left(\frac{[\sigma]}{E} \frac{l R^{1/2}}{\delta^{3/2}} \right)^{2/3}. \quad (70)$$

Зависимость (70) иллюстрируется графиком, приведенным на рис. 22, на котором показана также область применения вафельных оболочек. Коэффициенты устойчивости для обоих вариантов конструкции принимались одинаковыми (равными $k = 1$).

Рассматривая график, можно сделать следующие выводы.

1. Трехслойные оболочки имеют преимущество в массе по сравнению с вафельными при $\mu < 0,2$. С уменьшением μ это преимущество возрастает. Так, например, при $N = 20$ и $\mu = 0,1$



трехслойные оболочки будут в 1,6 раза легче вафельных.

2. Преимущество в массе трехслойных оболочек возрастает с увеличением габаритов и механических свойств материала.

Проектировочный расчет. Состоит в том, что при

Рис. 22. Область применения трехслойных и вафельных оболочек

заданной нагрузке p , габаритах отсека R , l и характеристиках материала E , σ_b , σ_t , γ_n устанавливаются параметры заполнителя и определяются толщины слоев. Расчет проводится в следующей последовательности.

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим разрушающее давление $p_{кр} = fp$.

2. Выберем конструктивный вид заполнителя, определим его характеристики μ и \bar{G} . Рекомендуется принимать $\mu < 0,15$. При оценке вариантов заполнителей необходимо учитывать, что при $\mu = 0,2$ трехслойные оболочки с жестким заполнителем равноценны по массе вафельным.

3. Вычислим $B = p_{кр}/4,18kE$.

4. Определим ζ . При $\zeta \leq 0,1/\sqrt{\mu}$ в дальнейших расчетах заполнитель можно рассматривать как жесткий на сдвиг, принимая $d = 0$.

5. По данным рис. 20 оценим совершенство оболочки $K_G \min$ при простых μ и ζ .

6. По табл. 8 определим $d_{опт}$.

7. Вычислим $\lambda_{опт}$ по формуле (62).

8. Определив α по выражению, приведенному к формуле (58), найдем толщину несущих слоев и заполнителя:

$$\delta = \left[\frac{B l R^{3/2}}{(1 + \lambda_{опт})^{3/2} \alpha} \right]^{0,4};$$

$$h = \delta \lambda_{опт}.$$

Задавшись допустимым Δ — отклонением по массе от оптимальной оболочки, определим толщины слоев. Последовательность вычислений: определим коэффициент $K_G = \Delta K_G \min$, по значению которого в соответствии с рис. 20 найдем фиктивное значение μ_f . Все дальнейшие расчеты проводятся по пп. 6 ... 8, при этом принимается $\mu = \mu_f$.

10. Оценим применение полученных толщин с точки зрения конструктивно-технологических ограничений. Если необходимо назначить другие значения h или δ , то, задавшись одним параметром (например, δ), второй (h) найдем из уравнения (58). Для оболочки с жестким заполнителем этот расчет проводится по формулам, приведенным в табл. 9.

Таблица 9

Формулы для определения толщины

При изменении	
δ	h
$h = \left(\frac{B l}{\delta} \right)^{2/3} R - \delta$	Значение δ находится из уравнения $B l R^{3/2} = \delta (\delta + h)^{3/2}$

11. Определим напряжения, действующие при давлении p_p , сравним их с допускаемыми $[\sigma]$. Если $\sigma_p > [\sigma]$, необходимо применить материал с более высокими механическими свойствами или увеличить толщину несущих слоев.


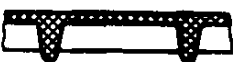
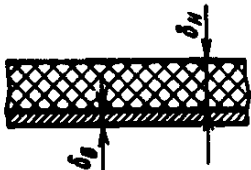
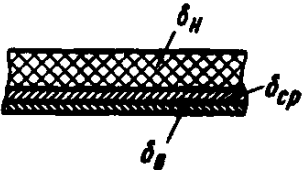
12. Для окончательно принятых размеров определим коэффициент совершенства по формуле (59) и эквивалентную толщину для расчета массы $\delta_s = 2\delta + \mu h$.

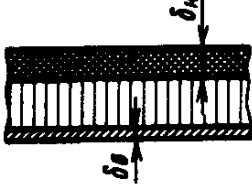
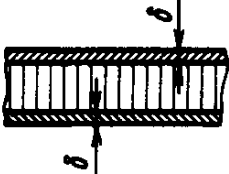
КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Для расчета конусов при $10^\circ < \theta \leq 70^\circ$ воспользуемся зависимостями, полученными для металлических оболочек. Расчетные формулы приведены в табл. 10, где p определяется по фор-

Таблица 10

Формулы для расчета конических оболочек на внешнее давление

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Одослойная из композиционных материалов</p> 	$p_{кр} = k p \frac{E_{пр} \delta^{5/2}}{l R_1^{3/2}} \cos^{3/2} \theta$
<p>Вафельная из композиционных материалов</p> 	
<p>Двухслойная</p> 	$p_{кр} = k p \frac{E_{пр}}{l R_1^{3/2}} \sqrt[4]{\bar{B}_1 \bar{D}_2^3} \cos^{3/2} \theta$
<p>Трехслойная с жестким средним слоем</p> 	

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Трехслойная несимметричная с легким средним слоем</p> 	$p_{кр} = k p \frac{E_{пр}}{l R_1^{3/2}} \sqrt[4]{\bar{B}_1 \bar{D}_2^3} \alpha \cos^{3/2} \theta$ <p>α определяется в соответствии с табл. 7 при $R = R_{ср}$</p>
<p>Трехслойная симметричная с легким средним слоем</p> 	$p_{кр} = 4,55 k p \frac{E_{пр} \delta^{5/2}}{l R_1^{3/2}} (1 + \lambda)^{3/2} \alpha \cos^{3/2} \theta$ <p>α определяется в соответствии с табл. 7 при $R = R_{ср}$</p>
<p>Двухслойные и трехслойные при полном расслоении между слоями</p>	$p_{кр} = k p \frac{E_{пр}}{l R_1^{3/2}} \sqrt[4]{\bar{B}_1 \bar{D}_{2\text{ рас}}^3} \cos^{3/2} \theta$

мулам гл. 5. Оболочки с малой конусностью $\theta \leq 10^\circ$ рассчитываются по формулам для цилиндров с длиной, равной образующей конуса, и радиусом кривизны

$$R_{ср} = \frac{R_0 + R_1}{2 \cos \theta}.$$

Расчет двухслойных и трехслойных оболочек при полном расслоении слоев с газопроницаемым наружным слоем проводится по внутреннему слою по формулам для однослойной оболочки.

Коэффициент k , учитывающий влияние несовершенств и условия заделки торцов, может быть принят в соответствии с рекомендациями гл. 5 в зависимости от отношения $R_{ср}/\delta_{пр}$, где $\delta_{пр}$ — приведенная толщина условной однослойной оболочки, которая имеет такую же изгибную жесткость, что и рассматриваемая многослойная.

Проектировочный расчет трехслойных конусов с симметричной стенкой проводился по зависимостям для цилиндров, принимая $R = R_{ср}$.

ГЛАВА 13

СФЕРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

В расчетах многослойных сферических оболочек при учете геометрических параметров стенки \bar{B} и \bar{D} в формулах критических нагрузок принимаются наименьшие значения из двух произведений: $\bar{B}_1\bar{D}_2$ и $\bar{B}_2\bar{D}_1$. Аналогично для полностью расслоенных стенок.

Значения коэффициентов устойчивости k зависят от отношения R/δ , а для многослойных и подкрепленных оболочек от $R/\delta_{\text{пр}}$ и жесткости опорного контура днищ. Для идеальных изотропных оболочек $k = 1,21$. Для композиционных однослойных, подкрепленных и трехслойных оболочек имеется весьма ограниченное число экспериментальных работ.

В проектных расчетах коэффициенты k могут быть приняты в соответствии с рекомендациями ч. II. Точные значения устанавливаются по испытаниям натурных конструкций.

ОДНОСЛОЙНЫЕ И ВАФЕЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ

Однослойные оболочки. Критические напряжения и внешнее давление для идеальных оболочек соответственно

$$\sigma_p = k \frac{\delta}{2R} \sqrt{E_1 E_2} = k \frac{E_{\text{пр}} \delta}{2R}; \quad p_{\text{кр}} = k \frac{E_{\text{пр}} \delta^3}{R^3}. \quad (71)$$

Вафельные оболочки (рис. 23). Критическое давление общей потери устойчивости

$$p_{\text{кр}} = k \frac{E_{\text{пр}}}{R^3} \sqrt{\bar{B}\bar{D}}; \quad (72)$$

\bar{B} , \bar{D} определяются по формулам (3), (4).

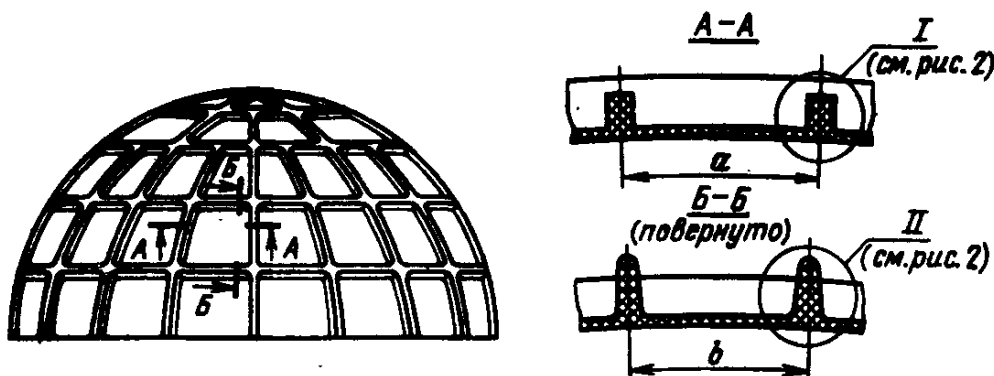


Рис. 23. Вафельная оболочка с радиально-кольцевыми ребрами

ДВУХСЛОЙНЫЕ ОБОЛОЧКИ

Критическое давление для оболочки с нерасслоенными стенками с газонепроницаемым или проницаемым наружным слоем

$$p_{кр} = k \frac{E_{пр}}{R^3} \sqrt{BD}; \quad (73)$$

Формулой (73) можно воспользоваться для расчета конструкций с незначительными местными расслоениями.

Критическое давление для оболочки с расслоенными стенками с газонепроницаемым наружным слоем

$$p_{кр} = k \frac{E_{пр}}{R^3} \sqrt{BD_{рас}}. \quad (74)$$

При газопроницаемом наружном слое и полном расслоении расчет конструкций проводится по формулам для однослойной оболочки с учетом только внутреннего слоя.

Для определения напряжений, действующих в слоях, рассмотрим элемент безмоментной оболочки (без расслоений), находящийся под действием давления p и погонных усилий S_H , S_B (см. рис. 17). Распределение кольцевых усилий между слоями определится из условия совместности деформаций. Из выражения (82) при $h = 0$ найдем усилия, действующие во внутреннем и наружном слоях:

$$S_B = \frac{pR_B}{2} \frac{1}{1+\delta}; \quad S_H = \frac{pR_H}{2} \frac{\bar{\delta}}{1+\bar{\delta}}. \quad (75)$$

Кольцевые и меридиональные усилия, действующие в слоях:

$$\sigma_{BH2} = \sigma_{BH1} = \frac{S_B}{\delta_B}; \quad \sigma_{H2} = \sigma_{H1} = \frac{S_H}{\delta_H}. \quad (76)$$

ТРЕХСЛОЙНЫЕ ОБОЛОЧКИ

Теоретические зависимости. Критическое давление (рис. 24) для оболочек с упругим заполнителем [33]

$$p_{кр} = \frac{2D}{R} n + \frac{2B(1-\nu^2)}{R^3} \frac{1}{n} - \frac{2D(1-c_1)n^3}{R\left(\frac{4G_{зап}}{Bh} + n\right)}. \quad (77)$$

Число полуволн n принимается таким, при котором удовлетворяется условие минимума $p_{кр}$. Представим выражение (77) в виде

$$p_{кр} = \frac{4}{R^3} \sqrt{(1-\nu^2)BD} \alpha, \quad (78)$$

где

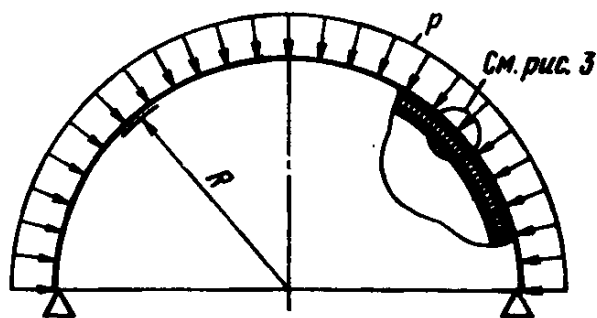
$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\beta + \frac{c_1}{\beta} + \frac{1-c_1}{b+\beta} \right];$$

здесь

$$\beta = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{(1-\nu^2)B}{D}} \frac{1}{n};$$

$$b = \frac{Bh}{4RG_{зап}} \sqrt{\frac{(1-\nu^2)B}{D}}; \quad c_1 = \frac{D_{рас}}{D}.$$

Рис. 24. Трехслойная оболочка под внешним давлением



Выражение α тождественно аналогичному параметру в уравнении (23) для цилиндров под действием осевой силы. Поэтому приведем окончательные результаты для расчета сферических оболочек.

1. Интервал изменения параметров $1 \geq \alpha \geq \sqrt{c_1}$, $1 \geq \beta \geq \sqrt{c_1}$.
2. Минимизированные значения α представлены графиками на рис. 10, формулами (26) и (27), где b определяется выражением, приведенным к уравнению (78).
3. Критическое давление для оболочки с абсолютно жестким заполнителем ($G_{\text{зап}} = \infty$)

$$p_D = \frac{4}{R^2} \sqrt{(1 - \nu^2) BD} \quad (79)$$

и с абсолютно мягким заполнителем ($G_{\text{зап}} = 0$)

$$p_D = \frac{4}{R^2} \sqrt{(1 - \nu^2) BD_{\text{рас}}}. \quad (80)$$

4. Заполнитель можно считать жестким на сдвиг (с погрешностью менее 3%) при

$$G_{\text{зап}} \geq 4,2 \frac{Bh}{R} \sqrt{\frac{(1 - \nu^2) B}{D}}.$$

Формулы для практических расчетов приведены в табл. 11, где принималось $1 - \nu_1 \nu_2 \approx 1 - \nu^2 \approx 0,91$.

Для определения напряжений в слоях рассмотрим элемент безмоментной оболочки (без расслоений), находящийся под действием давления p и погонных усилий S_H , S_B (см. рис. 19). Давление, передаваемое заполнителем на внутренний слой, найдено из условия совместности деформаций слоев:

$$p_{\text{зап}} = \frac{p}{1 + \bar{\delta} + \xi}, \quad (81)$$

где

$$\bar{\delta} = \frac{E_H \delta_H}{E_B \delta_B}; \quad \xi = \frac{E_H \delta_H h}{E_Z R_H^2}.$$

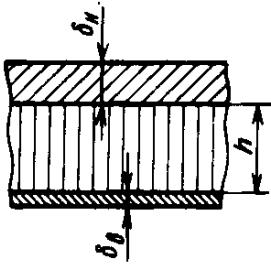
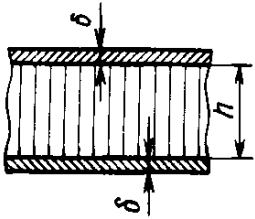
Усилия, действующие во внутреннем и наружном слоях:

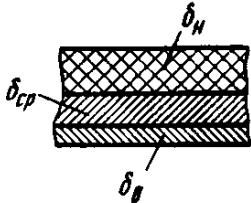
$$\begin{aligned} S_B &= \frac{p_{\text{зап}} R_B}{2} = \frac{p R_B}{2(1 + \bar{\delta} + \xi)}; \\ S_H &= \frac{(p - p_{\text{зап}}) R_H}{2} = \frac{p R_H}{2} \frac{\bar{\delta} + \xi}{1 + \bar{\delta} + \xi}. \end{aligned} \quad (82)$$

Для оболочки с симметричной стенкой имеем

$$S_B = \frac{p R_B}{2(2 + \xi)}; \quad S_H = \frac{p R_H (1 + \xi)}{2(2 + \xi)}. \quad (83)$$

Формулы для расчета трехслойных сферических оболочек на внешнее давление

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без рас- слоений с легким сред- ним слоем</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый или прони- цаемый</p> $p_{кр} = k \frac{E_{пр}}{R^2} \sqrt{\bar{B} \bar{D} \alpha}$ <p>При жестком на сдвиг заполнителе $\alpha = 1$; при упругом, если</p> $1,1gE_{пр} \leq G_{зап} \leq 15gE_{пр}, \quad \alpha = 1 - \frac{b}{2}$ <p>При маложестком заполнителе, если</p> $G_{зап} < 1,1gE_{пр}, \quad \alpha = \sqrt{c_1} + \frac{1}{2b(1+5c_1)}$ <p>Здесь</p> $g = \frac{\bar{B}h}{R} \sqrt{\frac{\bar{B}}{\bar{D}}}, \quad b = 0,905 \frac{gE_{пр}}{G_{зап}},$ $c_1 = \frac{\bar{D}_{рас}}{\bar{D}}$
<p>Симметричная без рас- слоений с легким сред- ним слоем</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый или прони- цаемый. При $\lambda \geq 3$</p> $p_{кр} = 3,45k \frac{E\delta^2}{R^2} (1 + \lambda) \alpha$ <p>Коэффициент α определяется по зависимостям для несимметричной стенки, при этом</p> $g = 1,16 \frac{h}{R(1 + \lambda)}, \quad b = 1,05 \frac{hE}{R(1 + \lambda) G_{зап}},$ $c_1 = \frac{1}{3(1 + \lambda)^2}$ <p>Данные зависимости можно использовать в рас- четах при $\lambda < 3$ (погрешность в сторону заниже- ния $p_{кр}$ менее 15%)</p>

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без расслоений с жестким средним слоем</p> 	<p>Наружный и средний слои газонепроницаемые или проницаемые</p> $\rho_{кр} = k \frac{E_{пр}}{R^2} \sqrt{\bar{B} \bar{D}_{рас}}$
<p>Несимметричная или симметричная при расслоении между слоями по всей поверхности</p>	<p>Наружный слой газонепроницаемый</p> $\rho_{кр} = k \frac{E_{пр}}{R^2} \sqrt{\bar{B} \bar{D}_{рас}}$

Напряжения во внутреннем и наружном слоях определим по формулам (76). При абсолютно жестком заполнителе $E_z = \infty$, $\xi = 0$. Пренебрегая толщиной стенки оболочки по сравнению с радиусом кривизны, можно принять $R_v = R_n = R$. При этом напряжения в слоях оболочки с симметричной стенкой $\delta_v = \delta_n = \delta$:

$$\sigma_{вн} = \sigma_n = \frac{\rho R}{4\delta}. \quad (84)$$

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

Приведем полученные результаты анализа оптимальности в окончательном виде.

1. Коэффициент совершенства K_G определяется по формуле (31), где $d = 0,525h/R\bar{G}$.

2. Параметры оптимальной оболочки $\lambda_{опт}$, $K_{G \min}$ (см. рис. 12) определяются по формулам (34), (35), $d_{опт}$ — согласно табл. 5, где

$$\zeta = \frac{0,283}{\bar{G}} \sqrt{\frac{\rho_{пр}}{kE}}.$$

3. Значения жесткого заполнителя, при которых в расчетах можно принимать $d = 0$, получим из условия $\zeta \leq 0,1/\sqrt{\mu}$:

$$\bar{G}_{\infty} \geq 2,83 \sqrt{\frac{\rho_{пр} M}{kE}}. \quad (85)$$

Маложесткий наполнитель, при котором трехслойная оболочка не имеет преимуществ по сравнению с однослойной:

$$\bar{G}_0 \leq \frac{0,4\mu}{\sqrt{0,44-\mu}} \sqrt{\frac{\rho_{кр}}{kE}}. \quad (86)$$

4. Проигрыш массы проектируемой оболочки при отступлении от оптимальных параметров определяется по формулам (38) ... (40) (см. также рис. 13).

5. Выводы, сделанные для трехслойных цилиндров под осевой силой, могут быть отнесены и к сферическим оболочкам.

6. Алгоритм проектировочного расчета оболочек минимальной массы может быть принят по аналогии с цилиндрическими оболочками.

ПРОЧНОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

ГЛАВА 14

ЕМКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАВНОМЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ

Основу конструкций емкостей давления составляют оболочки. В данной части приводятся зависимости для тонкостенных оболочек. Как показано в работе [10], оболочки могут рассматриваться тонкостенными при $\delta \leq 0,2R$, где R — радиус кривизны срединной поверхности. Многочисленные экспериментальные данные подтверждают, что вдали от закрепленных краев оболочек ($l > 2,5\sqrt{R\delta}$) с достаточной точностью для расчетов могут использоваться формулы безмоментных теорий.

Расчет сопряжений оболочек сводится к установлению внутренних усилий и последующей оценки прочности. При этом используются методы, основанные на выполнении условий совместности деформаций сопрягаемых оболочек и шпангоутов [4, 5, 10, 17, 23]. При определении краевых перемещений оболочек наиболее распространенным методическим пособием, хорошо зарекомендовавшим себя в практике, является работа [10], где охвачен широкий круг встречающихся схем и которая обеспечивает высокую точность результатов. Сравнительно небольшое число монографий посвящено методам проектирования конструкций на основе решения краевых задач. Практически единственным методическим пособием, рассматривающим влияние на распорный узел подкрепляющего действия присоединенных оболочек, является работа [7], основанная на обобщении экспериментальных данных.

РАСЧЕТ ОБОЛОЧЕК НА ПРОЧНОСТЬ

Цилиндрические гладкие оболочки. Рассмотрим емкость с днищами (рис. 1, а). Вдали от шпангоутов в оболочке действуют кольцевые σ_2 и продольные (меридиональные) σ_1 напряжения

$$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta}; \quad \sigma_1 = \frac{pR}{2\delta}. \quad (1)$$

Продольные напряжения σ_1 возникают от сил давления p , приложенных к днищам емкости и действующих в направлении оси цилиндра. Для конструкций, у которых отсутствуют такие силы, схемой нагружения является цилиндр без днищ (рис. 1, б), где напряжения $\sigma_1 = 0$.

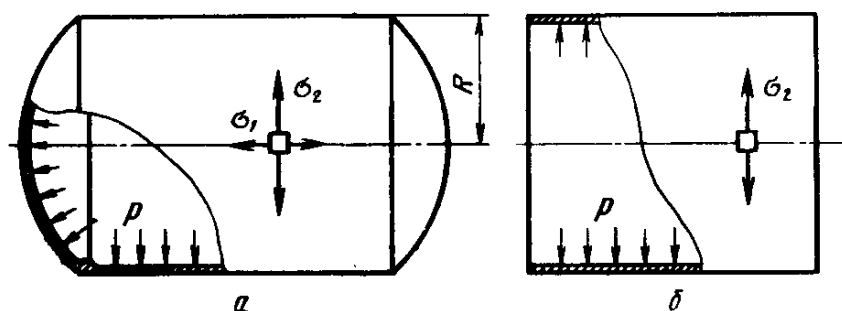


Рис. 1. Схема нагружения цилиндрической оболочки давлением, действующие напряжения: в продольном и кольцевом направлениях (а) и в кольцевом направлении (б)

Таким образом, основными напряжениями являются кольцевые σ_2 . При заданном давлении p и допускаемых напряжениях $[\sigma]$ требуемая минимальная толщина оболочки

$$\delta = \frac{pR}{[\sigma]}.$$

Цилиндрические вафельные оболочки. Их разрушение при внутреннем давлении происходит аналогично неподкрепленным гладким, от действия кольцевых усилий. Разрыв происходит в направлении образующей цилиндра одновременно по стенке с ребрами, с захватом нескольких ячеек.

Оболочки вафельного типа при работе на внутреннее давление проигрывают в массе гладким при одинаковой несущей способности. Их применяют только в конструкциях, работающих на устойчивость. Однако при действии внутреннего давления подкрепляющие ребра эффективно участвуют в работе всей конструкции, что следует учитывать в расчетах.

Анализ измерений напряженного состояния стенки и подкрепляющих ребер, разрушающих давлений, полученных при экспериментальном исследовании вафельных оболочек с различными видами подкреплений (продольно-кольцевое, перекрестное, перекрестно-кольцевое), изготовленных разными способами (химическое травление, механическое фрезерование, электроимпульсное фрезерование), приводит к важному для практического применения выводу. Моментными усилиями, вызванными сочленением ребер со стенкой при размере ячейки, не превышающем $2,5 \sqrt{R\delta}$, можно пренебречь. Этот вывод дает основание использовать ниже изложенный метод, хорошо согласующийся с довольно обширными и многочисленными экспериментальными данными.

Расчет проводился как для условной гладкой оболочки с эквивалентной толщиной, которая определяется при условном равномерном «размазывании» ребер по поверхности оболочки. Таким образом, кольцевые и меридиональные напряжения

$$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta_{2a}}; \quad \sigma_1 = \frac{pR}{2\delta_{1a}}. \quad (2)$$

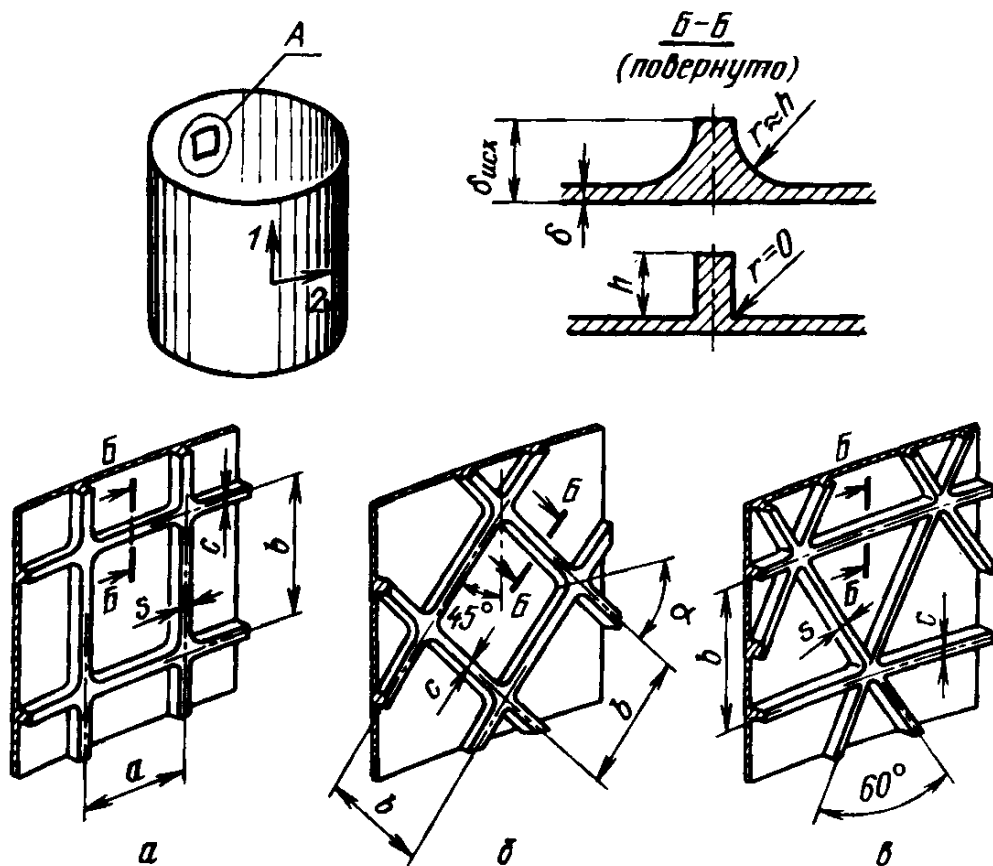


Рис. 2. Конструктивный вид отдельной ячейки вафельной оболочки с расположением ребер:

а — продольно-кольцевым; *б* — перекрестным; *в* — перекрестно-кольцевым

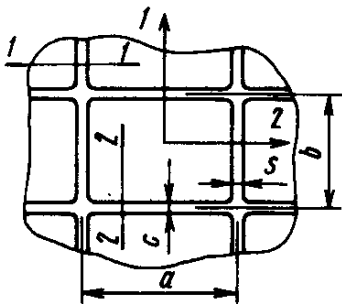
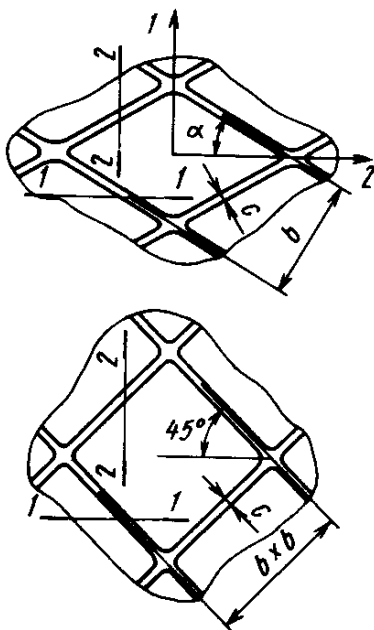
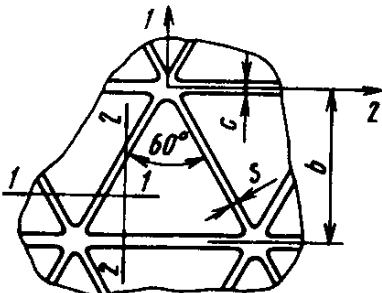
Формулы эквивалентных толщин δ_{20} , δ_{1b} для различных конструктивных вариантов расположения ребер приведены в табл. 1. В формулах учитывается часть площади сечения ребра, образованная в сопряжении со стенкой радиусом r (сечение Б—Б, рис. 2). Для оболочек, изготовленных химическим травлением, радиус сопряжения можно принять приблизительно равным высоте ребра $r \approx (0,8 \dots 1,0) h$. Оболочки, изготовленные механическим фрезерованием, обычно имеют прямоугольный профиль сечения ребра, а в месте сопряжения со стенкой для уменьшения концентрации напряжений принимают $r \approx (1 \dots 1,5) \delta$.

Коэффициент λ при работе конструкции в пределах упругости равен $\lambda = 0,8$. Рекомендуемое значение λ получено из условия совместности деформации ребер, находящихся в одноосном напряженном состоянии, и стенки, материал которой находится в двухосном растяжении. Напряженное состояние клетки принималось безмоментным, т. е. любой достаточно большой элемент, вырезанный из оболочки, нагружен только равномерно распределенными кольцевыми и меридиональными усилиями. Материал принимался идеально упругим, изотропным.

При определении разрушающего давления следует учитывать, что вся площадь ребер участвует в работе конструкции, при этом $\lambda = 1$.

Таблица 1

Эквивалентные толщины вафельных цилиндрических оболочек
для расчета напряжений

Расположение ребер	Расчетные формулы
<p>Продольно-кольцевое</p> 	$\delta_{23} = \delta + \lambda \frac{ch + 0,43r^2}{b}$ $\delta_{13} = \delta + \lambda \frac{sh + 0,43r^2}{a}$
<p>Перекрестное</p> 	$\delta_{23} = \delta + \lambda \frac{2(ch + 0,43r^2)}{b} \cos^2 \alpha$ $\delta_{13} = \delta + \lambda \frac{2(ch + 0,43r^2)}{b} \sin^2 \alpha$ <p>При $\alpha = 45^\circ$</p> $\delta_{23} = \delta_{13} = \delta + \lambda \frac{ch + 0,43r^2}{b}$
<p>Перекрестно-кольцевое</p> 	$\delta_{23} = \delta + \lambda \frac{ch + 0,5sh + 0,64r^2}{b}$ $\delta_{13} = \delta + \lambda \frac{1,5sh + 0,64r^2}{b}$

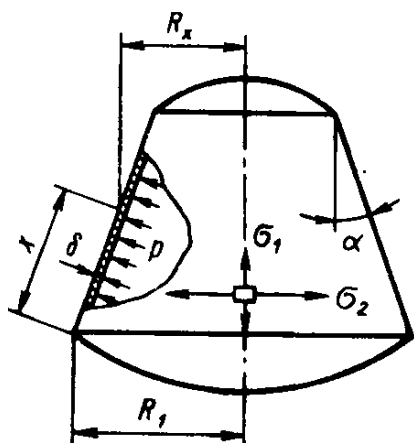


Рис. 3. Схема нагружения конической оболочки давлением, действующие напряжения

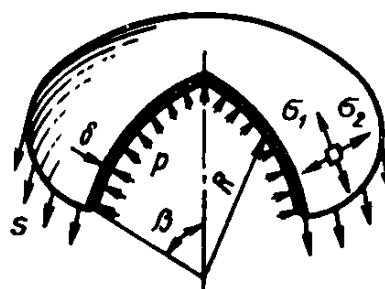


Рис. 4. Схема нагружения сферической оболочки давлением, действующие напряжения

У оболочек с продольно-кольцевым расположением ребер из всего набора в работе на прочность эффективно участвуют только кольцевые ребра. Масса продольных ребер в основном и является той разницей, на величину которой вафельные оболочки проигрывают гладким. Однако именно наличие часто расположенных продольных ребер позволяет кольцевым эффективно участвовать в работе конструкции.

Конические оболочки. Как и у цилиндрических, здесь продольные напряжения σ_1 в два раза меньше кольцевых σ_2 (рис. 3). Вдоль образующей напряжения увеличиваются в сторону к большему основанию прямо пропорционально R_x и достигают максимального значения около большего основания, где

$$\sigma_2 = \frac{pR_1}{\delta \cos \alpha}; \quad \sigma_1 = \frac{pR_1}{2\delta \cos \alpha}. \quad (3)$$

При заданном давлении p требуемая толщина оболочки в зависимости от радиуса R_x

$$\delta_x = \frac{pR_x}{[\sigma] \cos \alpha}. \quad (4)$$

Как видим из выражения (4), равнопрочная коническая оболочка должна иметь переменную толщину, линейно уменьшающуюся в сторону к меньшему основанию. Однако часто из технологических соображений толщина всей детали принимается постоянной из расчета по большему основанию при $R_x = R_1$.

Запишем напряжения для вафельных оболочек:

$$\sigma_2 = \frac{pR_x}{\delta_{23} \cos \alpha}; \quad \sigma_1 = \frac{pR_x}{2\delta_{13} \cos \alpha}. \quad (5)$$

Сферические оболочки. Вдали от заделки днища

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pR}{2\delta}, \quad (6)$$

где R — радиус кривизны сферической оболочки (рис. 4).

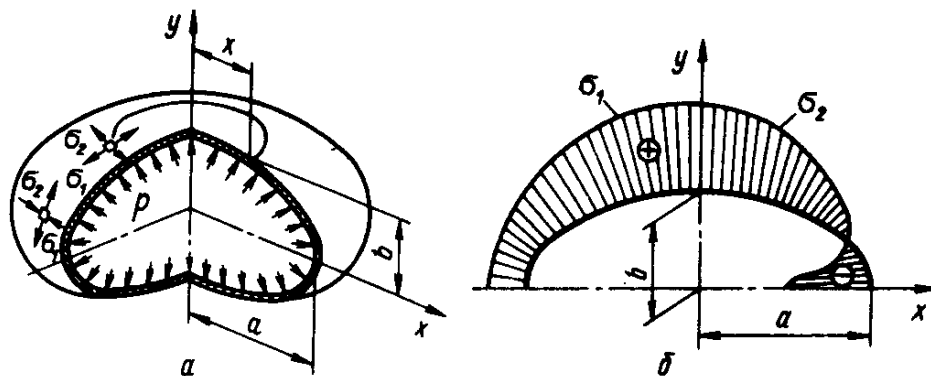


Рис. 5. Сплюснутый эллипсоид:

a — схема нагружения; b — эпюры меридиональных σ_1 и кольцевых σ_2 напряжений

При заданном давлении p и допускаемых напряжениях $[\sigma]$ требуемая минимальная толщина

$$\delta = \frac{pR}{2[\sigma]}.$$

Запишем напряжения для вафельных оболочек:

$$\sigma_1 = \frac{pR}{2\delta_{1a}}; \quad \sigma_2 = \frac{pR}{2\delta_{2a}}. \quad (7)$$

Сплюснутый эллипсоид. Рассмотрим оболочку, поверхность которой образована вращением эллипса вокруг оси y . В точках эллипсоида, очерченных радиусом x , действуют меридиональные σ_1 и кольцевые σ_2 напряжения [10] (рис. 5):

$$\sigma_1 = \frac{pc^2}{2\delta b}; \quad \sigma_2 = \frac{pc^2}{2\delta b} \left[2 - \left(\frac{a}{c} \right)^4 \right], \quad (8)$$

где

$$c^2 = \sqrt{a^4 - x^2(a^2 - b^2)}.$$

Эллиптические оболочки в отличие от сферических имеют переменный характер напряжений σ_1 и σ_2 (рис. 5, б) с максимальным значением в полюсе ($x = 0$), где

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pa^2}{2\delta b}. \quad (9)$$

Для экваториальной зоны при $x = a$ из выражений (8) получим

$$\sigma_1 = \frac{pa}{2\delta}; \quad \sigma_2 = \frac{pa}{2\delta} \left[2 - \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

Кольцевые напряжения будут сжимающими, если $2 - \left(\frac{a}{c} \right)^4 < 0$, т. е. сжатие будет наблюдаться во всех точках зоны, ограниченной параллельным кругом радиуса:

$$x = \frac{a^2}{\sqrt{2(a^2 - b^2)}}. \quad (11)$$

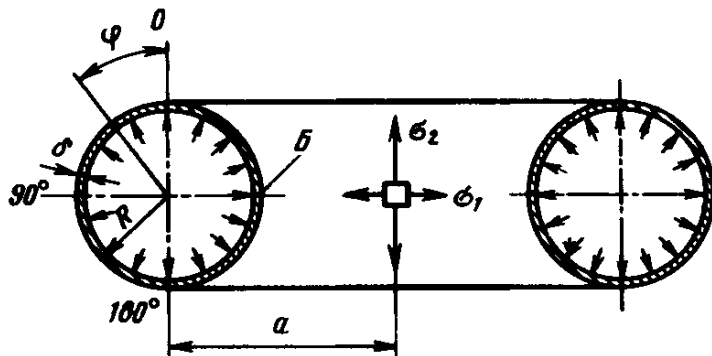


Рис. 6. Схема нагружения торовой емкости, действующие напряжения

Сжимающие напряжения σ_2 могут привести к потере устойчивости оболочки в экваториальной зоне (расчет см. в гл. 7). В оболочке не будет сжимающих напряжений, если $x = a$. В результате из выражения (11) получим $a \leq b \sqrt{2}$. При $a = b \sqrt{2}$ кольцевые напряжения на экваторе равны нулю.

Оболочки эллиптического сечения применяются в емкостях. Хотя такие днища практически не дают выигрыша в массе по сравнению с торосферическими, их применение оправдывается некоторыми технологическими преимуществами. Вдали от места сопряжения с емкостью эллиптические днища могут быть рассчитаны по формулам для сплюснутого эллипсоида.

Тороидальные емкости. В замкнутых торовых емкостях, как и в цилиндрических, кольцевые напряжения σ_2 примерно в два раза больше продольных σ_1 . В кольцевом направлении отмечается некоторая неравномерность распределения напряжений σ_2 , которые достигают максимального значения в точке Б (рис. 6). При $a \geq 2R$ для расчетов могут быть использованы следующие формулы безмоментной теории [10]:

$$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta} m; \quad \sigma_1 = \frac{pR}{2\delta}, \quad (12)$$

где $m = \frac{2\lambda + \sin \varphi}{2(\lambda + \sin \varphi)}$ ($\lambda = a/R$).

Для точки Б ($\varphi = 270^\circ$)

$$m = \frac{2\lambda - 1}{2(\lambda - 1)}.$$

При заданном давлении p требуемая минимальная толщина

$$\delta = m \frac{pR}{[\sigma]}.$$

В машиностроении находят также применение тороидальные емкости и баллоны высокого давления с круговым поперечным сечением, представляющие часть замкнутого тора, замыкающиеся с торцов сферическими днищами (рис. 7). Изготовление таких конструкций производится в основном двумя способами: при малых диаметрах поперечного сечения — гибкой труб, при боль-

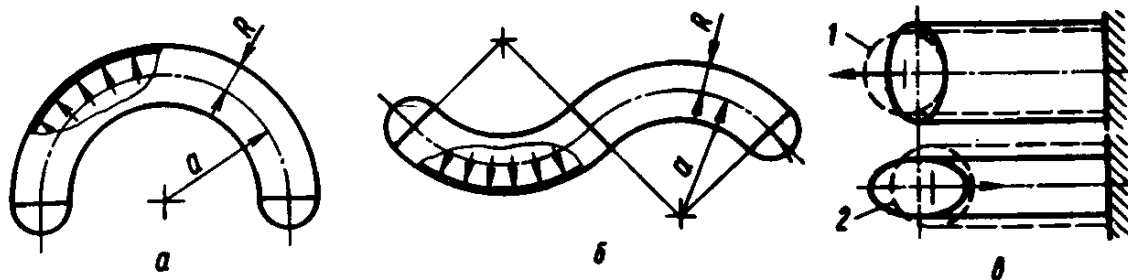


Рис. 7. Незамкнутый торовый баллон:

а, б — схемы нагружения; в — схемы направлений деформирования тора в зависимости от ориентации овальности поперечного сечения

ших диаметрах — штамповкой двух тороидальных днищ с последующим их соединением сваркой. Как показывают эксперименты, разрушение незамкнутого тора происходит аналогично разрыву цилиндрической трубы по кольцевым напряжениям.

Расчет тороидальной части незамкнутого тора может быть проведен по формулам для замкнутого тора, а сферических днищ — по формуле (6). При наличии овальности поперечного сечения под действием внутреннего давления контур сечения будет стремиться принять форму окружности. Как показывают экспериментальные исследования, следствием этого деформирования является изменение кривизны незамкнутого тора. При расположении большой оси овального сечения перпендикулярно к оси тора наблюдается «разгибание» 1 баллона, а в плоскости симметрии трубы — «сгибание» 2 (см. рис. 7, б).

По экспериментальным данным, на незамкнутых торовых баллонах высокого давления, изготовленных различными способами из различных материалов, незначительная овальность не оказывает влияния на прочность и деформативность конструкции (для тороидальных труб с большим искривлением контура сечения подробное изложение вопроса может быть найдено в [30]). Применение незамкнутого тора дает в проектных исследованиях некоторые компоновочные преимущества, возможность размещения в отсеках баллонов высокого давления с произвольной внешней конфигурацией, как, например, показанной на рис. 7, в.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ

Рассмотрим бесконечно длинный цилиндр эллиптического сечения под действием равномерного внутреннего давления (рис. 8). Основываясь на результатах [30], запишем выражения изгибных напряжений в сечении оболочки и приращения малой полуоси в следующем виде:

$$\sigma_{изг} = \pm 3p \frac{a^2}{\delta^2} K_{\sigma}; \quad (13)$$

$$w_y = 6p \frac{a^4}{E\delta^3} K_w. \quad (14)$$

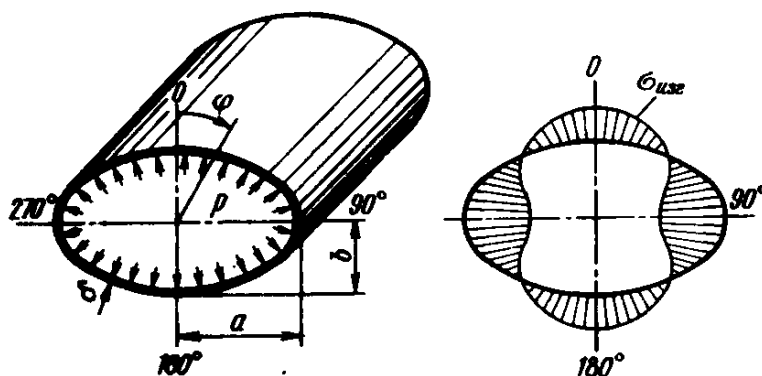


Рис. 8. Схема нагружения эллиптического цилиндра, эпюра изгибных напряжений (на растянутых волокнах)

где

$$K_{\sigma} = \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \left(\frac{I_2}{I_0} - \sin^2 \varphi\right);$$

$$K_{\omega} = \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) m;$$

$$m = I_3 - \frac{I_1 I_2}{I_0}.$$

Здесь I_n — значения эллиптических интегралов. В выражении (14) величина m может быть аппроксимирована степенной функцией $0,162 \sqrt[3]{b/a}$, тогда

$$\omega_y = 0,97p \frac{a^4}{E\delta^3} \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \quad (15)$$

или при $b/a < 0,5$

$$\omega_y = 0,56p \frac{a^4}{E\delta^3}. \quad (16)$$

Экспериментальные значения перемещений, полученные на овальных трубах с $b/a = 0,35 \dots 0,4$ и $a/\delta = 13 \dots 20$, хорошо согласуются с расчетными, определенными по формуле (16), в том числе и в тех случаях, когда максимальные напряжения превышали предел текучести. Слабое влияние зон пластичности на перемещения можно объяснить тем, что максимальные напряжения действовали в довольно ограниченных местах.

Методика расчета наибольших напряжений в эллиптических цилиндрах зависит от величины эллипсности. При большой эллипсности определяющими будут напряжения изгиба, в сравнении с которыми мембранные напряжения пренебрежимо малы. Наибольшего значения напряжения изгиба достигают в точках с координатами $\varphi = \pm 90^\circ$. В точках с координатами $\varphi = 0$ и 180° они будут в два раза меньше. С уменьшением эллипсности напряжения изгиба уменьшаются и для цилиндров с сечением, близким к круговой форме, определяющими становятся мембранные напряжения.

Рассмотрим методику расчета эллиптических цилиндров в зависимости от величины эллипсности. Приводимые формулы могут быть использованы также для оценки цилиндров с сечением овальной формы.

Цилиндры с большой эллипсностью. Для расчета максимальных напряжений в точках $\varphi = 90^\circ$ с достаточной точностью величина $I_2/I_0 - 1$ аппроксимируется степенной функцией $0,525 \sqrt[9]{a/b}$. Тогда запишем

$$\sigma_{\max} = \pm 1,57p \frac{a^2}{\delta^2} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \sqrt[9]{\frac{a}{b}} \quad (17)$$

или при $b/a < 0,5$

$$\sigma_{\max} = \pm 1,87p \frac{a^2}{\delta^2} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right). \quad (18)$$

Появление в местных зонах $\varphi = \pm 90^\circ$ напряжений изгиба, равных пределу текучести, и дальнейшее развитие местного пластического шарнира не приводят к потере формы трубы, т. е. к появлению ощутимых для конструкции остаточных деформаций. Такое положение сохраняется до момента достижения в точках $\varphi = 0$ и $\varphi = 180^\circ$ напряжений, равных пределу текучести. Это состояние назовем предельным и соответственно давление обозначим $p_{\text{пред}}$. С дальнейшим нагружением наблюдается резкое увеличение деформаций изгиба и стремление цилиндра принять круговую форму.

После образования пластического шарнира в точках $\varphi = \pm 90^\circ$ расчетную схему трубы можно представить в виде двухопорной арки с моментами $M_{\text{пл}} = \sigma_T W_{\text{пл}}$, приложенными на опорах (рис. 9). Изгибающий момент в сечении $\varphi = 0$

$$M = \frac{pa^2}{2} - \frac{pb^2}{2} - M_{\text{пл}}. \quad (19)$$

Условие предельного состояния соответствует значению $M = \sigma_T W$. Учитывая, что для прямоугольного сечения момент сопротивления сечения стенки цилиндра $W_{\text{пл}} = 1,5W$, из выражения (19) найдем давление предельного состояния трубы

$$p_{\text{пред}} = 0,83\sigma_T \frac{\delta^2}{a^2 - b^2}. \quad (20)$$

Экспериментальные исследования показывают, что формула (16) будет справедлива для расчета до давления $p_{\text{пред}}$.

Аналогично может быть получено давление, при котором в точках $\varphi = 0$ и 180° образуются пластические шарниры:

$$p_{\text{ш}} = \sigma_T \frac{\delta^2}{a^2 - b^2}. \quad (21)$$

При таком давлении в конструкции будут иметь место остаточные деформации контура сечения, так как у трубы будет четыре зоны с развивающимися пластическими шарнирами.

Цилиндры с малой эллипсностью. С уменьшением элли-

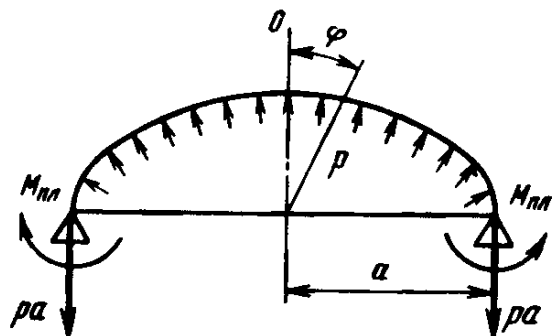


Рис. 9. Расчетная схема эллиптической трубы при образовании пластических шарниров

пности т. е. при $b/a \rightarrow 1$, в напряженном состоянии трубы существенной становится доля мембранных напряжений. Из условия, при котором мембранные напряжения составляют более 5% от величины изгибных, получим

$$\frac{b}{a} \geq 1 - 7,1 \frac{\delta}{a},$$

а суммарные напряжения определены по формуле (при $\varphi = \pm 90^\circ$)

$$\sigma_z = \frac{pa}{\delta} \pm 1,57p \frac{a^2}{\delta^2} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \sqrt[3]{\frac{a}{b}}. \quad (22)$$

Цилиндр круговой формы с овальностью. Для эллиптических цилиндров с незначительной эллипсностью, а также для цилиндров с сечением круговой формы, имеющим овальность, для оценки прочности и перемещений воспользуемся вышеприведенными выражениями, принимая $a = b = R$. Под овальностью Δ будем понимать наибольшую разность диаметров в двух перпендикулярных направлениях. Представив

$$1 - \frac{b^2}{a^2} \approx \frac{\Delta}{R},$$

получим следующие формулы для определения максимальных напряжений и перемещений:

$$\sigma_z = \frac{pR}{\delta} \pm 1,5p \frac{R\Delta}{\delta^2}; \quad (23)$$

$$w_y = \frac{pR^3}{E\delta^3} \Delta. \quad (24)$$

Формула (23) при больших значениях R/δ неприменима для расчетов, так как исходное выражение изгибающих моментов (13) выведено в предположении, что деформации контура сечения не влияют на параметры эллипса (интегрирование производится по недеформированной кривой). При значительных R/δ увеличение малой оси может составить величину, равную начальной эллипсности, при этом эллипс превратится в окружность. Условимся считать перемещения малыми по сравнению с величиной эллипсности, если $w_y \leq 0,1\Delta$. Тогда получим следующее условие, при котором с некоторой погрешностью формулу (23) можно использовать в расчетах:

$$\frac{R}{\delta} \leq 0,46 \sqrt[3]{\frac{E}{p}}. \quad (25)$$

Для оболочек с большим значением R/δ напряжения изгиба, обусловленные овальностью, можно оценить следующим приближенным методом. Из формулы (24) определим давление, при котором сечение оболочки из овального становится круглым, что следует из условия $2w_y = \Delta$:

$$p_{\text{круг}} = 0,5 \frac{E\delta^3}{R^3}.$$

Напряжения изгиба, вызванные овальностью, найдем по формуле

$$\sigma_{\text{изг}} = \pm 0,75 \frac{E\delta\Delta}{R^2}. \quad (26)$$

Максимальные кольцевые напряжения в цилиндре с учетом выражения (26) найдем по формуле

$$\sigma_2 = \frac{\rho R}{\delta} \pm 0,75 \frac{E\delta\Delta}{R^2}.$$

Очевидно, что выражение (26) будет иметь смысл до тех пор, пока величина давления $p_{\text{круг}}$ не будет больше действующего на оболочку давления, т. е. $p > p_{\text{круг}}$. Это условие удобнее записать в виде

$$\frac{R}{\delta} > 0,8 \sqrt[3]{\frac{E}{p}}. \quad (27)$$

Для цилиндров, у которых значение R/δ лежит вне диапазона, определенного выражениями (25) и (27), расчет в запас прочности можно проводить по формуле (23).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ ШПАНГОУТОВ В МЕСТАХ СОПРЯЖЕНИЯ ОБОЛОЧЕК РАЗЛИЧНЫХ ОЧЕРТАНИЙ

В местах сопряжения двух оболочек от меридиональных усилий возникают распорные усилия, для восприятия которых обычно устанавливается шпангоут. Так, например, при сопряжении сферического днища с цилиндром (рис. 10) от меридиональных усилий в днище S_1 появляются распорные усилия S'_1 , от которых в сечениях шпангоута возникает сила T_2 . Нетрудно убедиться, как было показано в работе [7], что $T_2 = Ap$. Здесь A — площадь давления, заключенная между нормальными, проведенными из концов сопряженных оболочек, и осью вращения (на рис. 11, а заштрихована).

Предложенный метод определения кольцевых сил назовем методом площадей давления. Он основан на выполнении условия равновесия безмоментного состояния элементов емкостей давления. Метод дает наглядное представление о напряженном состоянии всех конструктивных элементов емкостей давления с оболочками

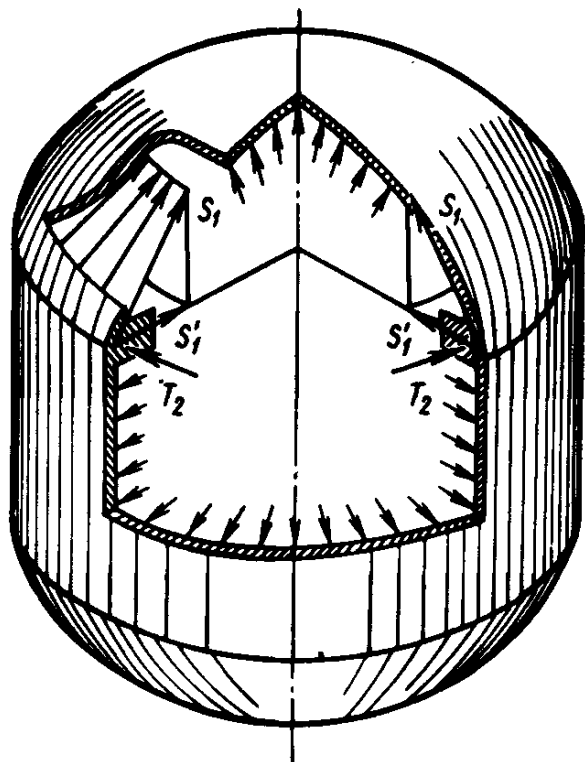


Рис. 10. Усилия (безмоментные), действующие на распорный шпангоут в узле сопряжения сферического днища с цилиндром

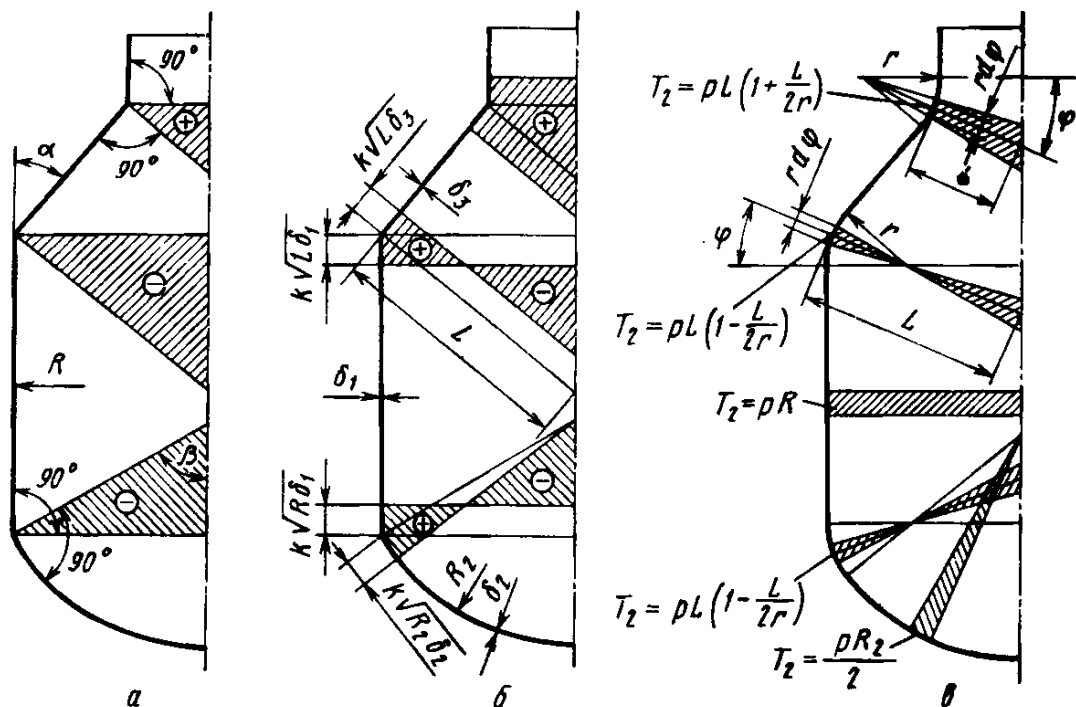


Рис. 11. Площади давления:

а — в распорных узлах без учета присоединенных оболочек; *б* — с учетом присоединенных оболочек; *в* — для дуг оболочек единичной длины

различных очертаний, возможность непосредственно в процессе проектирования оценить как качественно, так и количественно любой конструктивный вид узла сопряжения двух оболочек и помогает найти наиболее рациональное решение.

Рассмотрим случай, когда давление действует внутри емкости. Для внешнего давления получают тождественные результаты, при этом усилия в шпангоутах и оболочках будут иметь противоположный знак. Если прямые углы, образованные образующей оболочки и ее нормалью, накладываются друг на друга (см. рис. 11, *а*), сила будет отрицательной (сжатие), если не накладываются, как, например, в раструбовом сопряжении, — положительной (растяжение).

Условие прочности распорного кольца (шпангоута)

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{F} = \frac{Ap}{F} \leq [\sigma],$$

где $[\sigma]$ — допускаемые напряжения для материала шпангоута.

Из этого условия найдем требуемую площадь сечения распорного кольца при сопряжении цилиндра радиуса R с конусом

$$F = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha \quad (28)$$

или со сферой

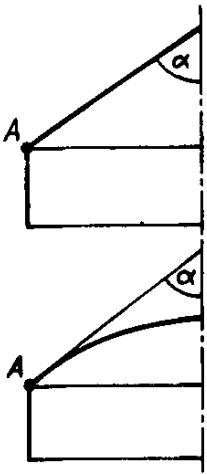
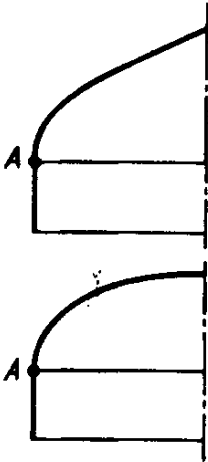
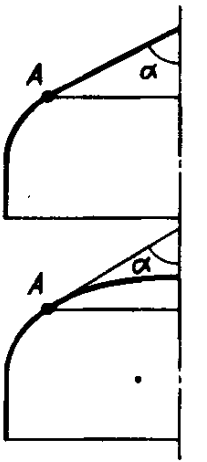
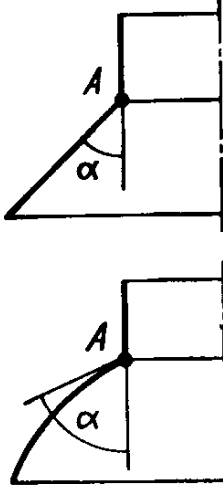
$$F = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta}. \quad (29)$$

Здесь α — угол конусности; β — угол полураствора сферического сегмента.

Таблица 2

Коэффициент k , учитывающий эффективность оболочек, примыкающих к шпангоуту (точка A)

Схема сопряжения оболочек

							
$\alpha, ^\circ$	k	$\alpha, ^\circ$	k	$\alpha, ^\circ$	k	$\alpha, ^\circ$	k
< 30 30 ... 60	0,7 0,6	0	1,0	≤ 60	0,7	< 30 30 ... 60 80	0,7 0,6 0,4

Используя метод площадей давления, нетрудно получить формулы для расчета оболочек вращения любой конфигурации. На рис. 11, в выделены сечения дуг единичной длины цилиндрической и сферической оболочек. Кольцевая сила T_2 , действующая на дугу, равна давлению в емкости, умноженному на площадь, заключенную между дугой, осью вращения и нормальми, проведенными из концов дуги.

Кольцевые напряжения будут равны силе T_2 , деленной на площадь сечения дуги. Так, например, для сферической оболочки

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{\delta_2} = \frac{pR_2}{2\delta_2}.$$

Это выражение тождественно формуле (6). Аналогично можно получить зависимости для цилиндрической и конической оболочек.

Расчет распорных колец по формулам (28) и (29) будет идти в запас прочности, так как здесь не учитывается подкрепляющее влияние примыкающих оболочек, которые эффективно участвуют в работе шпангоута на прочность. Неучет оболочек приводит к завышению площади распорного кольца на 20 ... 50%. Ширина эффективной зоны оболочки равна значению k , умноженному на квадратный корень из произведения главного радиуса кривизны на толщину оболочки. Рекомендуемые коэффициенты k с учетом экспериментальных данных [7] приведены в табл. 2.

Кольцевую силу в узле сопряжения с учетом присоединенных оболочек определим согласно схеме, приведенной на рис. 11, б. На схеме усилия, действующие на эффективные дуги, положительные. В результате они уменьшают силу, действующую в месте сопряжения днищ с цилиндром, или увеличивают положительную силу в раструбовом сопряжении днища.

Запишем условие прочности распорного узла в месте сопряжения днища с корпусом емкости:

$$\sigma_z = \frac{T_z}{F_{\text{эф}}} = \frac{pA}{F_{\text{эф}}} \leq [\sigma], \quad (30)$$

где A — абсолютная величина алгебраической суммы площадей давления, которая ограничивается эффективными дугами, нормальными, проведенными из концов эффективных дуг, и осью вращения.

Эффективная площадь сечения распорного узла равна сумме площадей сечения шпангоута и присоединенных эффективных дуг:

$$F_{\text{эф}} = F + \sum_{i=1}^2 k\delta_i \sqrt{L_i \delta_i}.$$

Необходимую площадь сечения кольца определим из выражения (30):

$$F = \frac{pA}{[\sigma]} - \sum_{i=1}^2 k\delta_i \sqrt{L_i \delta_i}. \quad (31)$$

В табл. 3, 4 приведены формулы необходимых площадей распорных колец для некоторых часто встречающихся сопряжений оболочек. Предложенные для проектировочных расчетов распорных узлов зависимости дают хорошие результаты, что подтверждается точным расчетом (решением краевой задачи) и анализом обширных экспериментальных данных на узлах различных конфигураций. Вывод полученных формул покажем на двух характерных примерах.

Пример 1. Сопряжение конического днища с цилиндром. Заданы толщины цилиндрической и конической оболочек δ_1, δ_2 и угол конусности α . Необходимую площадь сечения распорного кольца определим из выражения (31):

$$F = \frac{pA}{[\sigma]} - k\delta_1 \sqrt{R\delta_1} - k\delta_2 \sqrt{\frac{R\delta_2}{\cos \alpha}}.$$

Абсолютное значение площади давления найдем как алгебраическую сумму площадей, заштрихованной на рис. 12, а:

$$A = \frac{R^2 \operatorname{tg} \alpha}{2} - kR \sqrt{R\delta_1} - \frac{kR}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{R\delta_2}{\cos \alpha}} + \frac{k^2 R \delta_2}{2 \cos \alpha} \operatorname{tg} \alpha.$$

Подставив A в выражение для F , получим

$$F = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 - c), \quad (32)$$

Площадь распорных колец в узлах сопряжения конуса с цилиндром или конусом

$$c = \frac{2k}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left(a + \frac{[\sigma] \delta_1}{pR} b \right)$$

$$c_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha} \left(1 + \frac{k^2 \delta_1}{R \cos \alpha_1} \right), \quad d = \sqrt{\frac{\delta_2}{\delta_1}}$$

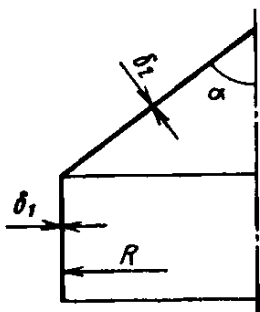
Схема сопряжения оболочек, площадь сечения кольца	Промежуточные параметры при вычислении площади кольца				
<p>Сопряжение цилиндра с конусом</p>  $F = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 - c)$	<p>При $\frac{R}{\delta_1} \geq 100, \alpha \leq 70^\circ$</p> $a = 1 + \frac{d}{\sqrt{\cos^3 \alpha}}, \quad b = 1 + \frac{d^3}{\sqrt{\cos \alpha}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma]}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha},$ <p>тогда</p> $c = \frac{4k}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)$				
Значения c при $k = 0,6$					
α°	R/δ_1				
	100	200	400	600	800
30	0,963	0,682	0,484	0,395	0,342
45	0,713	0,505	0,358	0,293	0,253
60	0,677	0,483	0,343	0,281	0,242

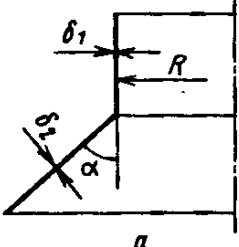
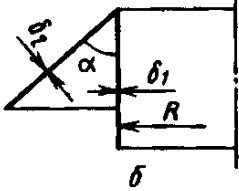
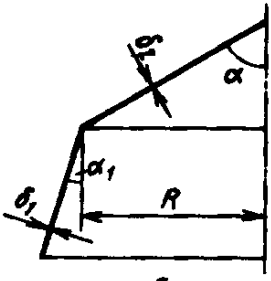
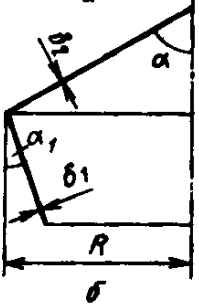
Схема сопряжения оболочек, площадь сечения кольца	Промежуточные параметры при вычислении площади кольца
<p>Сопряжение цилиндра с конусом</p>  <p style="text-align: center;">a</p>  <p style="text-align: center;">б</p> $F = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 + c)$	$a = \pm 1 + \frac{d}{\sqrt{\cos^3 \alpha}} + \frac{kd^3 \operatorname{tg} \alpha}{2 \cos \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}}$ <p>Знак «плюс» перед единицей принимается для схемы а, знак «минус» — для схемы б</p> $b = -1 - \frac{d^3}{\sqrt{\cos \alpha}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma]}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha},$ <p>тогда для схемы а</p> $c = \frac{k^2 \delta_1}{R \cos^2 \alpha}$ <p>для схемы б</p> $c = -\frac{4k}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} + \frac{k^2 \delta_1}{R \cos^2 \alpha}$
<p>Сопряжение двух конических оболочек</p>  <p style="text-align: center;">a</p>  <p style="text-align: center;">б</p> $F = \frac{pR}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 - c \pm c_1)$ <p>Знак «минус» перед c_1 принимается для схемы а, «плюс» — для схемы б</p>	<p>При $\frac{R}{\delta_1} \geq 100, \alpha \leq 70^\circ$</p> $a = \frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{d}{\sqrt{\cos^3 \alpha}}$ $b = \frac{1}{\sqrt{\cos \alpha_1}} + \frac{d^3}{\sqrt{\cos \alpha}}$ <p>Если</p> $d_1 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha_1}, \quad d_2 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha},$ <p>тогда</p> $c = \frac{4k}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{\sqrt{\cos \alpha_1}}{\cos^2 \alpha} \right)$

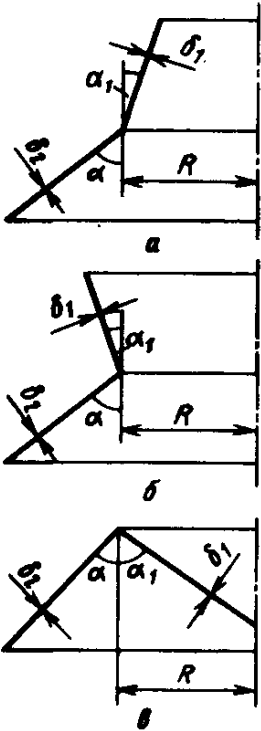
Схема сопряжения оболочек. площадь сечения кольца	Промежуточные параметры при вычислении площади кольца
<p>Сопряжение двух конических оболочек</p>  <p>$F = \frac{\rho R^3}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 + c \pm c_1)$</p> <p>Знак «минус» перед c_1 принимается для схемы а, «плюс» — для б, в</p>	$a = \pm \frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{d}{\sqrt{\cos^3 \alpha}} + \frac{k d^2 \operatorname{tg} \alpha}{2 \cos \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}}$ <p>Здесь знак «плюс» принимается для схем а и б, знак «минус» — для схемы в</p> $b = -\frac{1}{\sqrt{\cos \alpha_1}} - \frac{d^3}{\sqrt{\cos \alpha}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{\rho R}{[\sigma] \cos \alpha_1}, \quad \delta_2 = \frac{\rho R}{[\sigma] \cos \alpha},$ <p>тогда для схем а и б</p> $c = \frac{k^2 \cos \alpha_1}{\cos^2 \alpha} \frac{\delta_1}{R}$ <p>для схемы в</p> $c = -\frac{4k}{\operatorname{tg} \alpha \sqrt{\cos^3 \alpha_1}} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} + \frac{k^2 \cos \alpha_1}{\cos^2 \alpha} \frac{\delta_1}{R}$

Таблица 4

Площади распорных колец в узлах сопряжения сферы с цилиндром, конусом или сферой

$$d = \sqrt{\frac{\delta_2}{\delta_1}}, \quad c = 2k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left(a + \frac{[\sigma] \delta_1}{\rho R} b \right)$$

$$c_1 = \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha_1 \left(1 + \frac{k^2 \delta_1}{R \cos \alpha_1} \right), \quad c_3 = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_1}$$

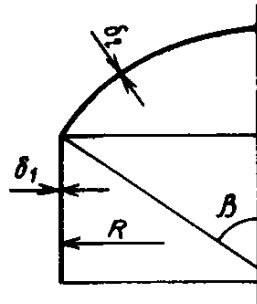
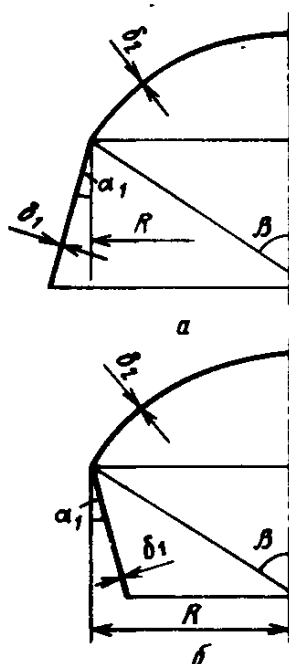
Схема сопряжения оболочек, площадь сечения кольца	Промежуточные параметры при вычислении площади кольца																																			
<p>Сопряжение цилиндра со сферой</p>  $F = \frac{pR^3}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 - c)$	$a = 1 + \frac{d}{2 \sqrt{\sin^3 \beta}}, \quad b = 1 + \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma]}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta},$ <p>тогда</p> $c = 4k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left(1 + \frac{0,353}{\sin^2 \beta}\right)$ <table><tr><th colspan="6">Значения c при $k = 0.6$</th></tr><tr><th rowspan="2">$\beta, ^\circ$</th><th colspan="5">R/δ_1</th></tr><tr><th>100</th><th>200</th><th>400</th><th>600</th><th>800</th></tr><tr><td>60</td><td>0,612</td><td>0,432</td><td>0,306</td><td>0,25</td><td>0,216</td></tr><tr><td>45</td><td>0,409</td><td>0,289</td><td>0,204</td><td>0,167</td><td>0,144</td></tr><tr><td>30</td><td>0,334</td><td>0,236</td><td>0,167</td><td>0,136</td><td>0,118</td></tr></table>	Значения c при $k = 0.6$						$\beta, ^\circ$	R/δ_1					100	200	400	600	800	60	0,612	0,432	0,306	0,25	0,216	45	0,409	0,289	0,204	0,167	0,144	30	0,334	0,236	0,167	0,136	0,118
Значения c при $k = 0.6$																																				
$\beta, ^\circ$	R/δ_1																																			
	100	200	400	600	800																															
60	0,612	0,432	0,306	0,25	0,216																															
45	0,409	0,289	0,204	0,167	0,144																															
30	0,334	0,236	0,167	0,136	0,118																															
<p>Сопряжение сферы с конусом</p> 	$a = \frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{d}{2 \sqrt{\sin^3 \beta}}$ $b = \frac{1}{\sqrt{\cos \alpha_1}} + \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$																																			

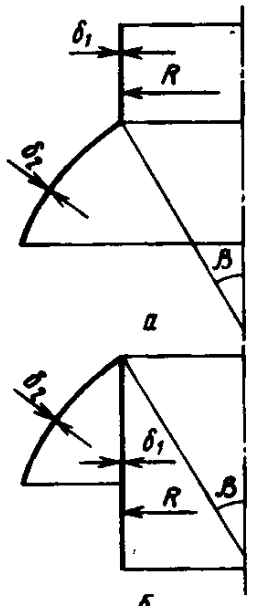
Схема сопряжения оболочек, площадь сечения кольца	Промежуточные параметры при вычислении площади кольца
$F = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 - c \pm c_1)$ <p>Знак «минус» перед c_1 принимается для схемы а, «плюс» — для схемы б</p>	<p>Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha_1}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta},$ <p>тогда</p> $c = 4k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{0,353 \sqrt{\cos \alpha_1}}{\sin^2 \beta} \right)$
<p>Сопряжение сферы с цилиндром</p>  <p>а</p> <p>б</p> $F = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 + c)$	$a = \pm 1 + \frac{d}{2 \sqrt{\sin^3 \beta}}$ <p>Знак «плюс» перед единицей принимается для схемы а, знак «минус» — для схемы б</p> $b = -1 - \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma]}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta},$ <p>тогда для схемы а $c = 0$, а для схемы б</p> $c = -4k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R}}$

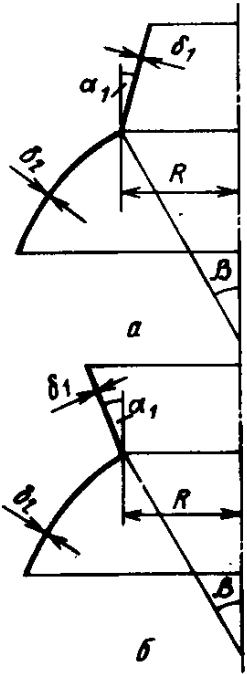
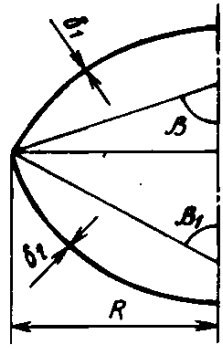
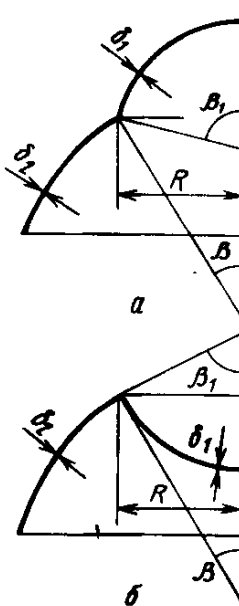
Схема сопряжения оболочек, площадь сечения кольца	Промежуточные параметры при вычислении площади кольца
<p>Сопряжение сферы с конусом</p>  <p> $F = \frac{\rho R^3}{2 [\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 + c \pm c_1)$ Знак «минус» перед c_1 принимается для схемы а, «плюс» — для схемы б </p>	$a = \frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{d}{2 \sqrt{\sin^3 \beta}}$ $b = -\frac{1}{\sqrt{\cos \alpha_1}} - \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{\rho R}{[\sigma] \cos \alpha_1}, \quad \delta_2 = \frac{\rho R}{2 [\sigma] \sin \beta},$ <p>тогда $c = 0$</p>
<p>Сопряжение двух сферических оболочек</p>  <p> $F = \frac{\rho R^3}{2 [\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 - c + c_3)$ </p>	$a = \frac{1}{2 \sqrt{\sin^3 \beta_1}} + \frac{d}{2 \sqrt{\sin^3 \beta}}$ $b = \frac{1}{\sqrt{\sin \beta_1}} + \frac{d}{\sqrt{\sin \beta}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{\rho R}{2 [\sigma] \sin \beta_1}, \quad \delta_2 = \frac{\rho R}{2 [\sigma] \sin \beta},$ <p>тогда</p> $c = 2k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left(\frac{1}{\sqrt{\sin^3 \beta_1}} + \frac{\sqrt{\sin \beta_1}}{\sin^3 \beta} \right)$

Схема сопряжения оболочек, площадь сечения кольца	Промежуточные параметры при вычислении площади кольца
<p>Сопряжение двух сферических оболочек</p>  $F = \frac{pR^3}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 + c \pm c_3)$ <p>Знак «минус» перед c_3 относится к схеме a, «плюс» — к схеме b</p>	$a = \pm \frac{1}{2 \sqrt{\sin^3 \beta_1}} + \frac{d}{2 \sqrt{\sin^3 \beta}}$ $b = -\frac{1}{\sqrt{\sin \beta_1}} - \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$ <p>Знак «плюс» принимается для схемы a, знак «минус» — для схемы b Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta_1}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta},$ <p>тогда для схемы a $c = 0$, а для схемы b</p> $c = -\frac{2k \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\sin^3 \beta_1}} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}}$

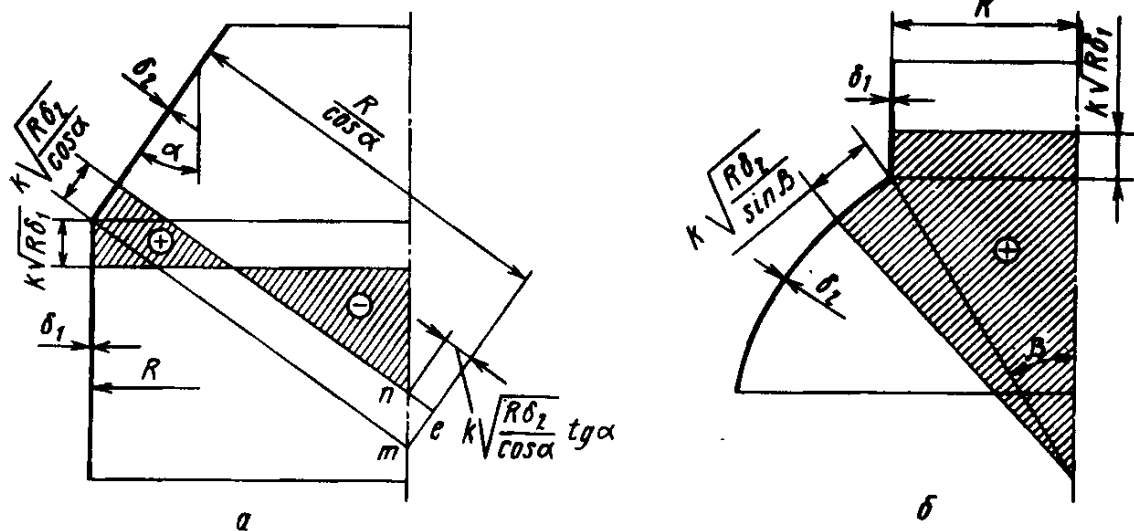


Рис. 12. Площадь давления с учетом эффективных дуг в сопряжениях:
 a — конуса с цилиндром; b — сферы с цилиндром

где

$$c = \frac{2k}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left[1 + \frac{d}{\sqrt{\cos^3 \alpha}} - \frac{k d \operatorname{tg} \alpha}{2 \cos \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} + \frac{[\sigma] \delta_1}{\rho R} \left(1 + \frac{d^3}{\sqrt{\cos \alpha}} \right) \right].$$

Здесь $d = \sqrt{\frac{\delta_2}{\delta_1}}$.

Членом $\frac{k d \operatorname{tg} \alpha}{2 \cos \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}}$, который учитывает площадь треугольника mne , в практических расчетах при $R/\delta_1 \geq 100$ и $\alpha \leq 70^\circ$ можно пренебречь.

Коэффициент c , учитывающий эффективность присоединенных оболочек, может составлять значительную величину. Так, например, при $R/\delta_1 = 200$ и $\alpha = 45^\circ$ $c \approx 0,5$. Сравнивая формулы (28) и (32), можно заметить, что шпангоут, спроектированный с учетом эффективности присоединенных оболочек, будет на 50% легче. Значение c уменьшается при увеличении R/δ_1 или угла конусности α , что вполне понятно, так как при этом уменьшается влияние присоединенных оболочек. И, наоборот, для малых R/δ_1 , т. е. при сравнительно толстых оболочках, необходимая площадь кольца будет меньше.

Пример 2. Раструбовое сопряжение сферы с цилиндром. Заданы толщины цилиндрической и сферической оболочек δ_1, δ_2 и угол раструба β . Необходимую площадь сечения кольца в узле сопряжения определим согласно формуле (31):

$$F = \frac{\rho A}{[\sigma]} - k \delta_1 \sqrt{R \delta_1} - k \delta_2 \sqrt{\frac{R \delta_2}{\sin \beta}}. \quad (33)$$

Площадь давления A равна площади фигуры, заштрихованной на рис. 12, б:

$$A = \frac{R^2}{2 \operatorname{tg} \beta} + k R \sqrt{R \delta_1} + \frac{k R}{2 \sin \beta} \sqrt{\frac{R \delta_2}{\sin \beta}}.$$

Подставив A в выражение (33), получим

$$F = \frac{\rho R^2}{2 [\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 + c), \quad (34)$$

где

$$c = 2k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left[1 + \frac{d}{2 \sqrt{\sin^3 \beta}} - \frac{[\sigma] \delta_1}{\rho R} \left(1 + \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}} \right) \right].$$

Здесь

$$d = \sqrt{\frac{\delta_2}{\delta_1}}.$$

Из сравнения формул (34) и (29) следует, что при расчете по формуле (29), не учитывающей влияние оболочек, получают заниженную площадь шпангоута.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ТОРОСФЕРИЧЕСКИХ И ТОРОКОНИЧЕСКИХ ДНИЩАХ

В емкостях давления широкое применение находят торосферические, реже тороконические, днища. Сопряжение сферы или конуса с корпусом емкости переходным тороидальным участком позволяет избежать постановки шпангоута.

Вдали от точек сопряжения с торовым участком напряжения в сферической, конической, цилиндрической оболочках определяются по известным формулам безмоментной теории. Для торо-

идальных участков точные теоретические решения оказываются сложными, что затрудняет их использование в целях проектирования. Воспользуемся для расчета тороидальных переходов методом площадей давления, который позволяет сравнительно просто и быстро определить необходимую толщину оболочек и действующие напряжения. Метод хорошо согласуется с экспериментальными данными [7].

Кольцевые напряжения в торовом участке торосферических или тороконических днищ вдали от точек сопряжения со сферой, конусом или цилиндром (см. рис. 11, в)

$$\sigma_z = \frac{T_z}{\delta_T} = \frac{pL}{\delta_T} \left(1 - \frac{L}{2r} \right). \quad (35)$$

Как видно из формулы (35) и рис. 11, в, при малых r напряжения в торовом участке будут сжимающими, так как преобладает отрицательная площадь. С увеличением радиуса торового сопряжения интенсивность окружных усилий уменьшается, потому что уменьшается отрицательная площадь, и при значении $r = 0,5L$ напряжения в рассматриваемой точке будут равны нулю, а при $r > 0,5L$ они будут положительными.

Кольцевые напряжения в торовом участке раструбового сопряжения в полюсе днища

$$\sigma_z = \frac{T_z}{\delta_T} = \frac{pL}{\delta_T} \left(1 + \frac{L}{2r} \right). \quad (36)$$

Как видно из формулы (36) и рис. 11, в, напряжения будут всегда растягивающие, так как площадь давления положительна. С увеличением радиуса r напряжения будут уменьшаться.

Выражения (35) и (36) удобнее выразить через параметры, заданные при проектировании. В результате получим напряжения в торовом участке торосферического или тороконического днища

$$\sigma_z = \frac{pr}{2\delta_T} \left[1 - \frac{(\lambda - 1)^2}{\cos^2 \varphi} \right], \quad (37)$$

а для раструбового сопряжения в полюсе днищ

$$\sigma_z = \frac{pr}{2\delta_T} \left[\frac{(\lambda + 1)^2}{\cos^2 \varphi} - 1 \right]. \quad (38)$$

Здесь $\lambda = R/r$; φ — координата точки тора; r , R — радиусы кривизны торового сопряжения и цилиндрической оболочки; δ_T — толщина торового участка.

Формулы (37) и (38) будут точными для зон сопряжения торового участка с другими оболочками. У точек сопряжения наблюдаются резкие изменения усилий T_z .

Кольцевые напряжения в точках сопряжения оболочек В и С (рис. 13) определяются делением алгебраической суммы усилий в двух смежных эффективных дугах на площадь сечения оболочки, ограниченную концами дуг. Предполагается, что длина дуги с каждой стороны сопряжения равна значению k , умноженному

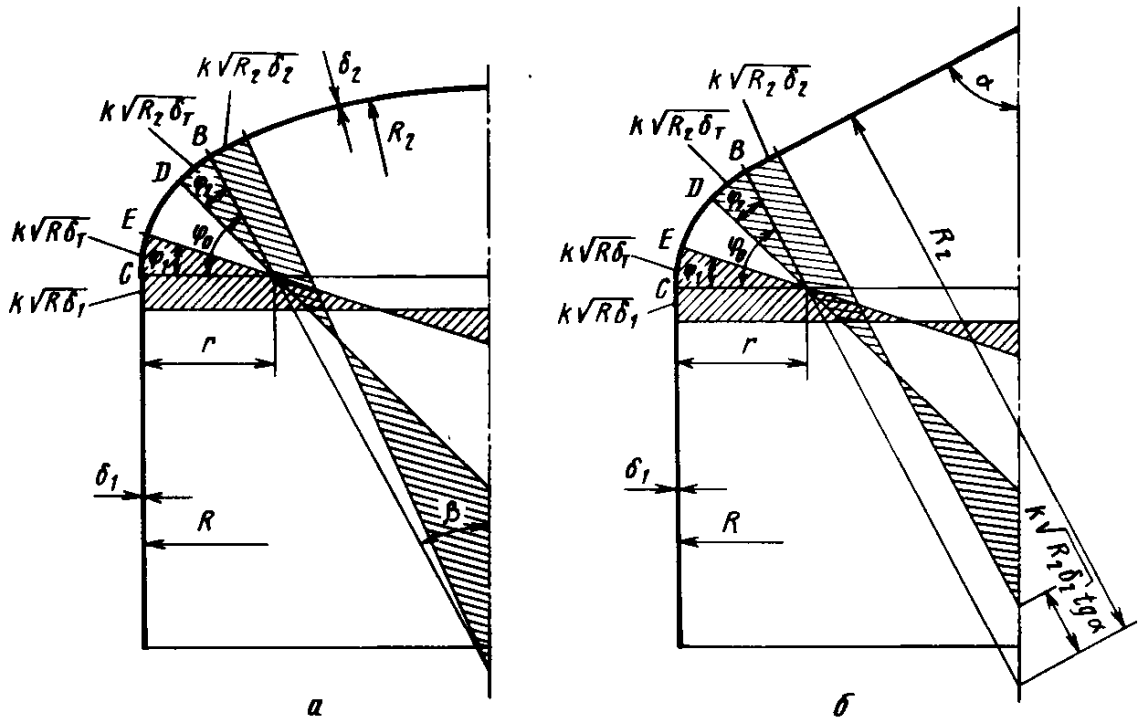


Рис. 13. Площадь давлени, эффективные дуги около точек сопряжения оболочек с торондальным участком:

а — сферического днща; б — конического

на квадратный корень из произведения радиуса кривизны, при-
мыкающего к сопряженной части оболочки, на толщину оболочки.

Кольцевые напряжения в точке сопряжения сферы с торовым
участком (точка В на рис. 13, а)

$$\sigma_2 = p \frac{\frac{1}{2} k R_2 \sqrt{R_2 \delta_2} + \frac{k r}{2} \sqrt{R_2 \delta_T} - \frac{(R_2 - r)^2}{2} \frac{\sin \beta \sin \varphi_2}{\sin (\varphi_2 + \beta)}}{k \delta_T \sqrt{R_2 \delta_T} + k \delta_2 \sqrt{R_2 \delta_2}};$$

напряжения в точке сопряжения конуса с торовым участком (точ-
ка В на рис. 13, б)

$$\sigma_2 = p \frac{k R_2 \sqrt{R_2 \delta_2} - \frac{k^2 R_2 \delta_2}{2} \operatorname{tg} \alpha + \frac{k r}{2} \sqrt{R_2 \delta_T} - \frac{(R_2 - r)^2}{2} \frac{\cos \alpha \sin \varphi_2}{\cos (\varphi_2 - \alpha)}}{k \delta_T \sqrt{R_2 \delta_T} + k \delta_2 \sqrt{R_2 \delta_2}}.$$

Кольцевые напряжения в точке сопряжения торового участка
с цилиндром (точка С на рис. 13)

$$\sigma_2 = p \frac{k R \sqrt{R \delta_1} + \frac{k r}{2} \sqrt{R \delta_T} - \frac{(R - r)^2}{2} \operatorname{tg} \varphi_1}{k \delta_T \sqrt{R \delta_T} + k \delta_1 \sqrt{R \delta_1}}.$$

Меридиональные усилия T_1 в тороидальном участке могут
быть легко определены из условия равновесия усилий, действующ-
щих на плоское сечение днща, нормальное к оси вращения
(рис. 14):

$$T_1 = \frac{p R_x}{2 \cos \varphi}.$$

Меридиональные напряжения

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{\delta_T} = \frac{pr}{2\delta_T} \left(1 + \frac{R/r - 1}{\cos \varphi} \right).$$

Полученные выше формулы, представленные в виде, удобном для расчета, приводятся в табл. 5. Если длина тороидального участка меньше $k\sqrt{R_{\max}\delta_T}$, где R_{\max} — наибольший из радиусов кривизны, то кольцевое напряжение подсчитывается только для точек сопряжения по методу, изложенному выше. Так, например, в точке B (рис. 15) максимальное кольцевое напряжение равно сумме сил, действующих на эффективные дуги AB и BC (на рис. 15 площадь давления заштрихована), деленной на площадь сечения оболочки, занимаемую дугами.

Если, как это показано на рис. 16, эффективные дуги перекрываются, то эпюра кольцевых напряжений может быть приближенно построена по результатам подсчета напряжений в пяти точках. Рассматриваемая область (дуга AD) включает участок плавного сопряжения и примыкающие к нему с каждой стороны эффективные дуги. Напряжения σ_0 и σ_3 в точках A и D являются мембранными напряжениями в сфере (или конусе) и цилиндре соответственно. Кольцевые напряжения σ_1 и σ_2 в точках B и C подсчитываются по формулам, приведенным в табл. 5, причем наложение эффективных дуг не учитывается. Если имеется наложение дуг, то кольцевые напряжения в тороидальном участке обычно достигают максимального значения либо в центре участка плавного перехода, либо вблизи него.

Сумма кольцевых усилий (произведений напряжения на толщину) по дуге AD должна уравнивать силу U , равную давлению, умноженному на алгебраическую сумму площадей давления, заключенных между нормальными, проведенными из точек A и D . Площадь, расположенная между пересечением нормалей и дугой AD , положительна, а площадь между пересечением нормалей и осью вращения отрицательна.

Максимальное напряжение σ может быть приближенно под-

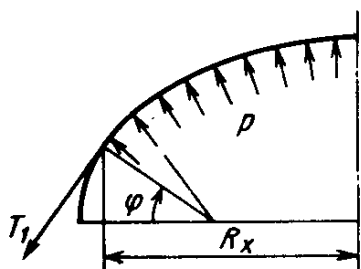


Рис. 14. Определение меридиональных усилий в тороидальном участке

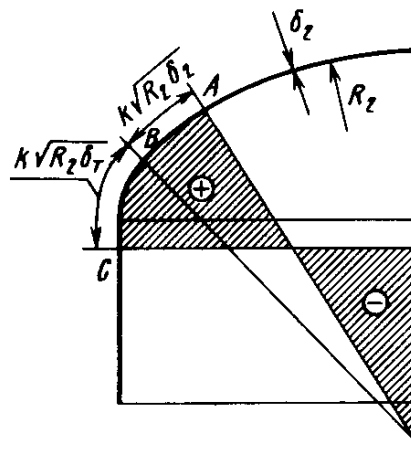


Рис. 15. Площадь давления в случае, когда длина эффективной дуги больше торового сопряжения

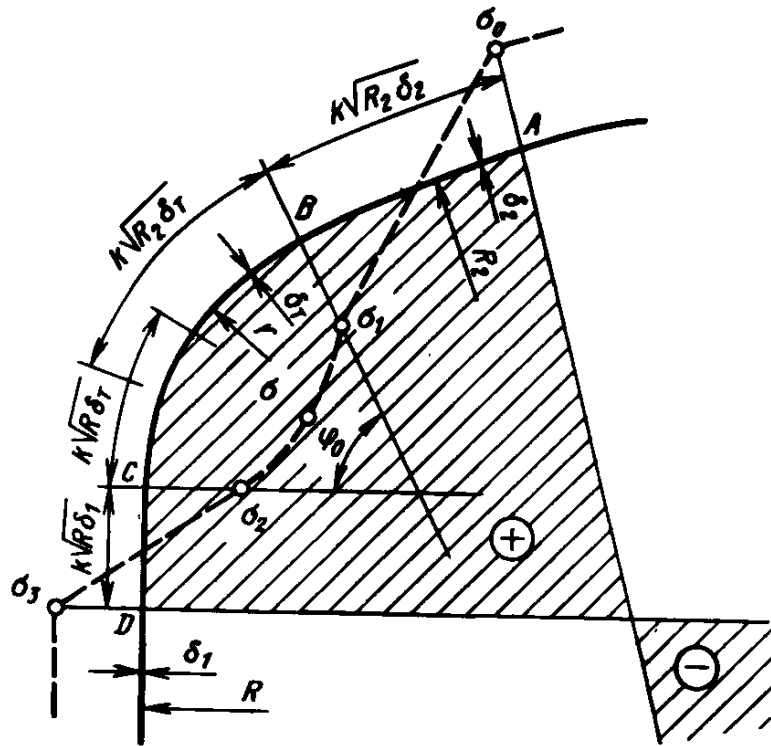


Рис. 16. Перекрывающиеся эффективные дуги

считано, если предположить, что суммирование напряжений по дуге определяется формулой

$$\frac{\sigma_1 + 4\sigma + \sigma_2}{6} r \varphi_0 \delta_T = U - (S_{AB} + S_{CD}).$$

Отсюда

$$\sigma = 1,5 \left[\frac{U - (S_{AB} + S_{CD})}{r \varphi_0 \delta_T} - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{6} \right].$$

Здесь усилие на дуге AB

$$S_{AB} = \frac{\sigma_0 + \sigma_1}{2} k \delta_2 \sqrt{R \delta_2};$$

усилие на дуге CD

$$S_{CD} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} k \delta_1 \sqrt{R \delta_1}.$$

Заметим, что σ_0 и σ_3 должны иметь знаки, обратные знакам σ_1 , σ_2 и σ , как это и показано на рис. 16.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ЕМКОСТЕЙ ДАВЛЕНИЯ

Рассмотрим на примере цилиндрической емкости порядок расчета, который для большинства случаев может быть типичным. Заданы радиус кривизны цилиндрической оболочки R и эксплуатационное давление p (рис. 17).

1. Выберем материал, примем коэффициент безопасности, определим допускаемые напряжения $[\sigma]$.

2. Зададимся теоретическими обводами днищ, углом полураствора сферического сегмента β , а для конуса — α . Обычно

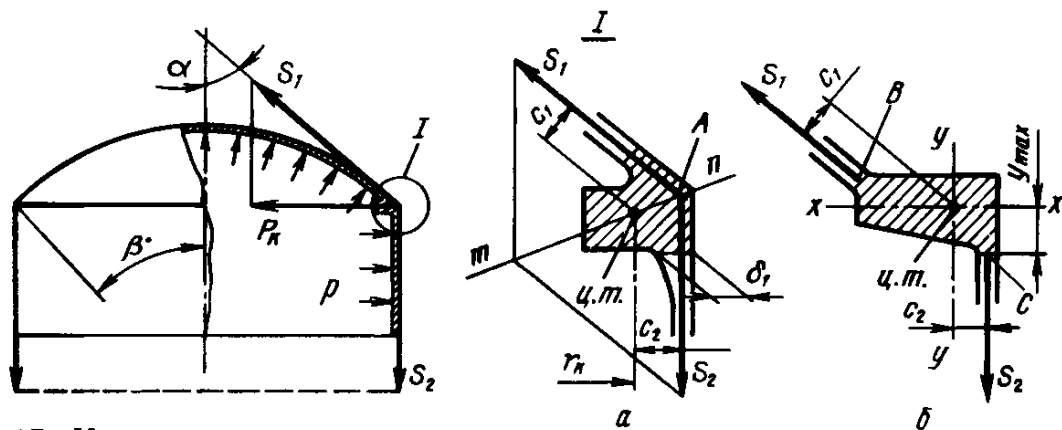


Рис. 17. Цилиндрическая емкость давления:

a — расчетная схема распорного узла, усилия (безмоментные) действующие на шпангоут; *б* — иррациональный профиль сечения шпангоута

принимают $\beta = 60^\circ$, $\alpha = 40 \dots 50^\circ$. Теоретические обводы днищ определяют массу днища и шпангоута. Чтобы выявить наиболее рациональные обводы, рассматривается одновременно несколько вариантов.

3. Определим минимальные толщины оболочек.

4. По формулам табл. 3, 4 определим требуемую площадь сечения распорного кольца. За расчетное сечение кольца принимается площадь сечения без оболочек. К оболочке относятся и тонкостенные элементы шпангоута — детали, толщины которых соизмеримы с толщиной оболочки. Например, некоторое местное утолщение δ_1 , показанное на рис. 17, *a*, следует отнести к оболочке (расчетное сечение кольца заштриховано).

5. Проектирование профиля сечения шпангоута. Конструктивный вид распорного кольца в узле сопряжения оболочек устанавливается в результате проектных прорисовок, в процессе выполнения которых требуемая площадь F размещается наиболее рационально. Профиль сечения считается рациональным, если передача сил с днища на цилиндр через шпангоут осуществляется без «закручивания» кольца, что обеспечивается соответствующим расположением центра тяжести площади F по отношению к действующим усилиям S_1 и S_2 . В идеальном случае следует стремиться найти такое положение центра тяжести, при котором момент от силы S_1 (см. рис. 17, *a*) будет уравновешиваться противоположно направленным моментом от силы S_2 , т. е. $S_1 c_1 = S_2 c_2$. Это условие всегда обеспечивается, если центр тяжести сечения лежит на линии mn , совпадающей с направлением результирующей усилий S_1 и S_2 . Поэтому дальнейший процесс проектирования проводится в следующей последовательности:

а) определяются безмоментные усилия в цилиндрической оболочке

$$S_2 = \frac{pR}{2}$$

и для сферического или конического днищ соответственно

$$S_1 = \frac{\rho R}{2 \sin \beta}; \quad S_2 = \frac{\rho R}{2 \cos \alpha};$$

б) находится точка пересечения усилий S_1 и S_2 — точка A . Линии действия усилий направлены по касательным к теоретическому обводу оболочек, проведенным из точки A ;

в) от точки A в некотором масштабе откладывается численная величина усилий S_1 и S_2 , строится диагональ параллелограмма mn ;

г) расчетная площадь F размещается таким образом, чтобы ее центр тяжести лежал на линии mn .

На рис. 17, б показан нерациональный профиль, для которого моменты от усилий S_1 и S_2 направлены относительно центра тяжести в одном направлении. На шпангоут будет действовать крутящий момент от безмоментных сил $M_{кр} = S_1 c_1 + S_2 c_2$.

Таким образом, принятая ранее площадь сечения окажется недостаточной. Прикидочный расчет такой конструкции можно провести по следующим формулам: для узла сопряжения сферы с цилиндром

$$\sigma = -\frac{\rho R^2}{2F \operatorname{tg} \beta} (1 - c) \pm \frac{M_{кр} y_{\max} R}{I_x}; \quad (39)$$

для узла сопряжения конуса с цилиндром, принимая $r_k \approx R$:

$$\sigma = -\frac{\rho R^2}{2F} \operatorname{tg} \alpha (1 - c) \pm \frac{M_{кр} y_{\max} R}{I_x}, \quad (40)$$

где F , I_x — площадь и момент инерции расчетного сечения; y_{\max} — расстояние от осн x до точки сопряжения оболочки со шпангоутом (точки B , C). Расчет по данным формулам будет в запас прочности, так как при определении напряжений от $M_{кр}$ не учитывается влияние разгружающего действия внутренних усилий в оболочках.

ЕМКОСТИ С ПЛОСКИМИ ДНИЩАМИ

Расчетные зависимости. В емкостях давления находят применения плоские днища (рис. 18). Такая конструкция может оказаться наиболее простой в изготовлении, так как не требует специальной оснастки. Недостатком является сравнительно большая масса. Расчет днища проведем, как для плоской пластинки с опертими в месте сопряжения с цилиндром кромками. Максимальные напряжения изгиба в точках A наружной и внутренней поверхностей

$$\sigma = \pm 1,24 \rho \left(\frac{R}{\delta_{\text{дн}}} \right)^2.$$

При заданных допускаемых напряжениях $[\sigma]$ определим необходимую толщину днища

$$\delta_{\text{дн}} = 1,12 R \sqrt{\frac{\rho}{[\sigma]}}.$$

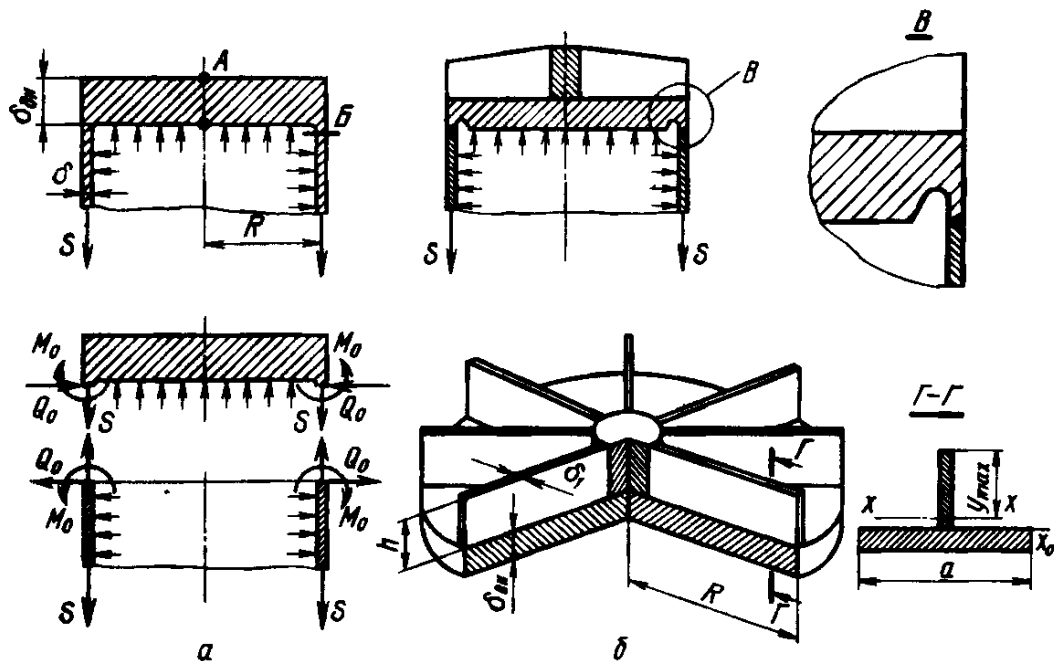


Рис. 18. Плоское днище емкости:

а — схема нагружения, расчетная схема; *б* — схема нагружения и конструкция подкрепленного днища

Продольные напряжения в сечении *В* оболочки от безмоментных продольных усилий $S = pR$ и краевого момента M_0

$$\sigma_1 = \frac{S}{\delta} \pm \frac{6M_0}{\delta^2}.$$

Из условия совместности деформаций днища с цилиндром, принимая $\Delta = 0$, $\theta_{\text{дн}} = \theta_{\text{ц}}$ и коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$, получим

$$M_0 = 0,258pR\delta\beta,$$

где

$$\beta = \frac{1 + 0,96\alpha \frac{r}{\delta} \sqrt{\frac{r}{\delta}}}{1 + 2\alpha \sqrt{\frac{r}{\delta}}}; \quad \alpha = \left(\frac{\delta}{\delta_{\text{дн}}}\right)^3.$$

С учетом этого получим напряжения в сечении *В*

$$\sigma_1 = \frac{pR}{2\delta} (1 \pm 3,1\beta).$$

При больших габаритах емкости применяют оребренные днища, что позволяет существенно уменьшить толщину его основания $\delta_{\text{дн}}$ (см. рис. 18, б). Для получения качественного сварного шва и использования исходной заготовки возможно меньшей толщины в месте сварного шва делают специальную кольцевую проточку (вид *В*), которая не влияет на прочность днища. Экспериментальные данные для крупногабаритных емкостей подтверждают достаточную надежность конструкций, спроектированных по ниже предложенному приближенному методу.

За расчетную схему оребренной крышки примем плоскую пластинку с эквивалентной по прочности толщиной δ_* , которую

определим при условном равномерном размазывании жесткости ребер с присоединенным основанием толщиной $\delta_{\text{дн}}$:

$$\delta_0 = \sqrt{\frac{6I_x}{ay_{\text{max}}}},$$

I_x — момент инерции комбинированного сечения ребра с присоединенным основанием; y_{max} — координата центра тяжести (сечение $\Gamma-\Gamma$); a — шаг ребер в рассматриваемом сечении.

При $\lambda = h/\delta_{\text{дн}} \geq 3$ и $\varphi = 2\pi\delta_1/a \leq 1$, пренебрегая перенесенным моментом инерции основания, можно принять $I_x = I_{x0}$, $y_{\text{max}} = h$. Тогда запишем

$$I_{x0} = \frac{a\delta_{\text{дн}}^3}{12} + \frac{\delta_1 h^3}{12} + \frac{\delta_1 h^3}{4} = \frac{a\delta_{\text{дн}}^3}{12} + \frac{\delta_1 \delta_{\text{дн}}^3 \lambda^3}{3}.$$

В итоге получим

$$\delta_0 = \alpha \delta_{\text{дн}},$$

где

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2\lambda} + 0,318\varphi\lambda^2}.$$

Реальная крышка с радиальными ребрами имеет переменную толщину δ_0 , увеличивающуюся к центру до значения $\delta_0 = \delta_{\text{дн}} + h$. Весьма приближенно расчет такой крышки в запас прочности можно провести по минимальной толщине δ_0 около края крышки. Полагая, что толщины в радиальном и окружном направлениях равны, расчетные напряжения определим по формуле

$$\sigma = 0,525 \frac{\rho R^2}{\delta_0^2}.$$

Число ребер выбирается из условия обеспечения местной прочности основания крышки, однако по конструктивным соображениям принимают не менее 6 ... 8 ребер. В реальной конструкции часть основания, ограниченная ребрами, имеет форму треугольника. За расчетную схему в запас прочности примем прямоугольную пластину $a \times R$ с опертыми кромками, у которой $R = \infty$, $a = 2\pi R/n$. При этом расчетные напряжения

$$\sigma = 0,75 \frac{\rho a^2}{\delta_{\text{дн}}^2}.$$

Проектировочный расчет. Задано: эксплуатационное давление p , механические свойства материала $\sigma_{\text{в}}$, $\sigma_{\text{т}}$.

1. Принимаем $\lambda = 3 \dots 5$. Большее значение соответствует конструкции, у которой будут сравнительно малая толщина основания $\delta_{\text{дн}}$ и сравнительно высокие ребра.

2. Принимаем $\varphi = 0,3 \dots 0,6$. Меньшее значение соответствует более редкому расположению ребер.

3. Определив допускаемые напряжения $[\sigma]$, вычислим

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2\lambda} + 0,318\varphi\lambda^2}, \quad \beta = R \sqrt{\frac{\rho}{[\sigma]}}.$$

4. Определим толщину основания крышки $\delta_{\text{дн}} = 0,75\beta/\alpha$ и число ребер $n = 5,4\beta/\delta_{\text{дн}}$. Оценив полученное n по конструктивным соображениям, принимаем окончательно число ребер не менее $n \geq 6 \dots 8$.

5. Вычислим высоту и толщину ребер:

$$h = \delta_{\text{дн}}\lambda; \quad \delta_1 = \varphi R/n.$$

КОМПЕНСАЦИЯ ОТВЕРСТИЙ В ОБОЛОЧКАХ ЕМКостей

При наличии в оболочках емкостей отверстий сопротивляемость неподкрепленных стенок значительно снижается, поэтому возникает необходимость компенсировать это ослабление. Как показывают экспериментальные данные, вблизи неподкрепленных отверстий имеет место значительная концентрация напряжений, причем местные напряжения имеют быстро затухающий характер. Наибольшие напряжения у краев отверстий могут в несколько раз превышать напряжения оболочки, не ослабленной отверстием. Концентрация напряжений возрастает с увеличением диаметра отверстия и в меньшей степени — с уменьшением толщины оболочки.

Для компенсации ослабления и уменьшения концентрации напряжений отверстие окантовывается добавочным материалом. Частично или полностью ослабление компенсируется также за счет увеличения толщины оболочки по всей поверхности или в некоторой зоне вблизи отверстия. Однако увеличение толщины всей оболочки нерационально, так как приводит к излишней затрате материала.

Существующие теоретические исследования приводят к сложным для проектирования методам. Однако в практике широкое применение получил метод усиления окантовок, который хорошо согласуется с экспериментальными данными. Этот принцип усиления вырезов [10], обеспечивающий равнопрочность окантовки с основной оболочкой, можно сформулировать следующим образом: металл, удаленный из оболочки, должен быть размещен в виде окантовывающего усиления. Таким образом, эффективную площадь окантовки определим из условия

$$F_{\text{эф}} \geq r_0 \delta_{\text{min}}, \quad (41)$$

где

$$\delta_{\text{min}} = \frac{\rho R}{[\sigma]} \text{ — для цилиндрической оболочки;}$$

$$\delta_{\text{min}} = \frac{\rho R}{[\sigma] \cos \alpha} \text{ — для конической оболочки;}$$

$$\delta_{\text{min}} = \frac{\rho R}{2 [\sigma]} \text{ — для сферической оболочки.}$$

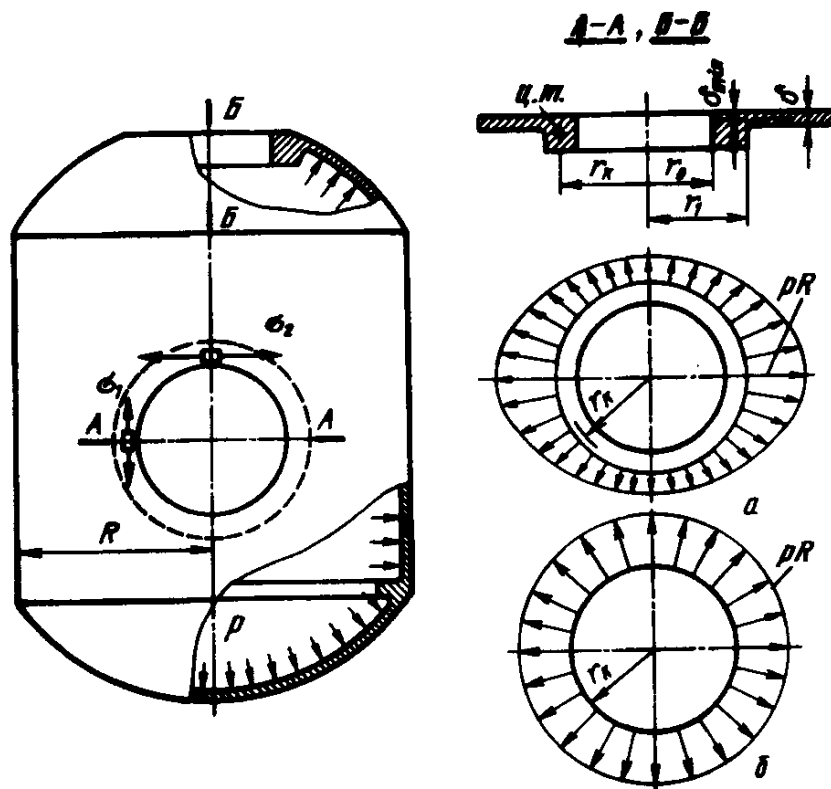


Рис. 19. Емкость давления с отверстиями в оболочках:

a — схема нагружения окантовки цилиндрической оболочки; *б* — расчетная схема

Для окантовки отверстия в цилиндрической или сферической оболочке, показанной на рис. 19 (*A—A*, *Б—Б*), условие (41) запишем в виде

$$h_1(r_1 - r_0) + r_0(\delta - \delta_{\min}) \geq r_0\delta_{\min}. \quad (42)$$

Обозначения геометрических параметров даны на рис. 19. Необходимо иметь в виду, что минимальная толщина оболочки определяется по допускаемым напряжениям материала окантовки. Так, например, оболочка емкости может быть изготовлена из высокопрочного нагартованного материала. Однако материал оболочки в районе сварного шва и окантовки имеет более низкие значения предела текучести σ_T и предела прочности σ_B , величины которых равны или близки механическим свойствам материала в отожженном состоянии. В этом случае δ_{\min} рассчитывают по наименьшему значению $[\sigma]$, определенному для материала окантовки или материала для оболочки в районе сварного шва без нагартовки.

Как видно из формулы (42), при толщине оболочки $\delta = 2\delta_{\min}$ добавочного подкрепления не требуется, т. е. $h_1 = 0$.

Напряжения в окантовке цилиндрической оболочки в кольцевом и меридиональном направлениях оценим по формулам

$$\sigma_2 = \frac{pRr_k}{F_{\text{эф}}}; \quad \sigma_1 = \frac{pRr_k}{2F_{\text{эф}}}. \quad (43)$$

Для сферических оболочек

$$\sigma_2 = \sigma_1 = \frac{pR_{сф}r_n}{2F_{эф}}, \quad (44)$$

где $F_{эф}$ — эффективная площадь сечения окантовки; $R_{сф}$ — радиус кривизны сферы; r_n — радиус кривизны нейтральной оси окантовки.

Следует обратить внимание, что при сравнительно больших отверстиях и высоте окантовки h_1 в расчете на прочность необходимо учитывать также напряжения от крутящего момента, возникающего при переносе радиальных усилий pR в центр тяжести сечения окантовки.

Вырез в оболочке может быть выполнен для установки различных конструктивных элементов (трубопроводов, штуцеров и т. п.). Часть материала переходной детали, примыкающая к вырезу, эффективно участвует в работе окантовки. В табл. 6 приведены значения эффективной площади для некоторых видов окантовок. Конструктивно эффективная площадь может быть выполнена или в виде цельной детали, ввариваемой в оболочку, или в виде приварных накладок. Последний вид усиления в ответственных конструкциях нежелателен, потому что конструктивная прочность и надежность сборного узла с большим числом сварных соединений всегда оказываются ниже и во многом будут зависеть от качества изготовления.

Если отверстий два и зоны их укрепления перекрываются, то усиление должно быть равно сумме подкреплений, которые требуются для каждого отверстия отдельно. Расчет овального отверстия проводится по наибольшему диаметру.

Порядок проектировочного расчета рассмотрим на примере определения размеров окантовки для вырезов в цилиндрической и сферической оболочках (см. рис. 19).

Задано: давление в емкости p , радиус кривизны цилиндра R , сферического днища $R_{сф}$, радиус выреза r_0 . Заданы материал окантовки и допускаемые напряжения $[\sigma]$. Требуется определить размеры окантовки h_1 и r_1 .

1. Определим минимальную толщину оболочки:

цилиндрической

$$\delta_{\min} = \frac{pR}{[\sigma]};$$

сферической

$$\delta_{\min} = \frac{pR}{2[\sigma]}.$$

Принимаем окончательное значение толщины оболочек δ . Обычно назначают $\delta = \delta_{\min}$. Если по конструктивным или технологическим соображениям принято $\delta \geq 2\delta_{\min}$, то окантовка выреза не требуется, т. е. $h_1 = 0$.

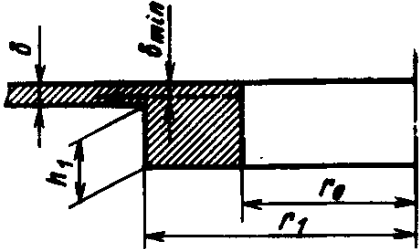
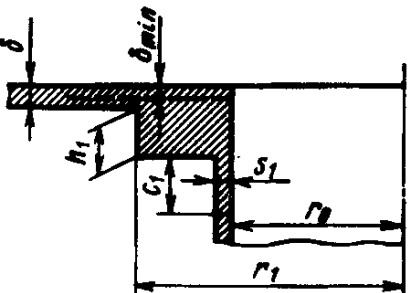
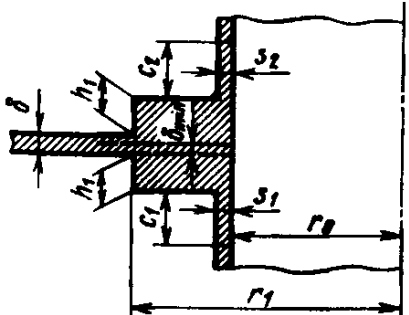
2. Задаемся высотой окантовки $h_1 \leq 2,5\delta$.

Таблица 6

Формулы для определения эффективной площади сечения окантовок

$$\delta_{\min} = \frac{pR}{[\sigma]} \text{ — для цилиндрических оболочек}$$

$$\delta_{\min} = \frac{pR}{2[\sigma]} \text{ — для сферических оболочек}$$

Вид сечения окантовки	Эффективная площадь сечения окантовки
<p>Односторонняя круговая окантовка</p> 	$F_{эф} = h_1 (r_1 - r_0) + r_0 (\delta - \delta_{\min})$ $h_1 \leq 2,5\delta, \quad r_1 \leq 2r_0$
<p>Односторонняя окантовка с одной трубой (штуцером)</p> 	$F_{эф} = h_1 (r_1 - r_0) + r_0 (\delta - \delta_{\min}) + c_1 s_1$ $h_1 + c_1 \leq 2,5\delta, \quad c_1 \leq 2,5s_1$
<p>Двусторонняя окантовка с двумя трубами (штуцерами)</p> 	$F_{эф} = 2h_1 (r_1 - r_0) + r_0 (\delta - \delta_{\min}) + c_1 s_1 + c_2 s_2$ $h_1 + c_1 \leq 2,5\delta, \quad c_1 \leq 2,5s_1$ $h_1 + c_2 \leq 2,5\delta, \quad c_2 \leq 2,5s_2$

3. Из условия прочности (42) найдем размер окантовки цилиндрической или сферической оболочки:

$$r_1 = r_0 \left(1 + \frac{2\delta_{\min} - \delta}{h} \right)$$

или при $\delta = \delta_{\min}$

$$r = r_0 \left(1 + \frac{\delta_{\min}}{h_1} \right).$$

РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ РАСПОРНЫХ УЗЛОВ

Основные обозначения

- X_1, X_3, X_5 — неизвестные погонные радиальные усилия;
 X_2, X_4, X_6 — неизвестные краевые моменты;
 A, B, B и т. д. — обозначения мест условных разрезов;
 $1, 2, 3$ и т. д. — обозначения выделенных оболочек;
 Δ_{1A}, θ_{1A} — полное (суммарное) радиальное перемещение, угол поворота края оболочки 1 (см. рис. 20) в месте разреза A ;
 Δ_{2B}, θ_{2B} — полное (суммарное) радиальное перемещение, угол поворота края оболочки 2 в месте разреза B ;
 Δ_{KA}, θ_{KA} — полное (суммарное) радиальное перемещение, угол поворота края распорного кольца в месте разреза A ;
 Δ_{KB}, θ_{KB} — полное (суммарное) радиальное перемещение, угол поворота распорного кольца в месте разреза B ;
 $\Delta_{X_1}, \theta_{X_1}$ — радиальное перемещение, угол поворота края от усилия X_1 ;
 $\Delta_{X_3}, \theta_{X_3}$ — радиальное перемещение, угол поворота края от усилия X_3 ;
 Δ_p, θ_p — радиальное перемещение, угол поворота края от нормального давления p .

Перемещения прочих мест разрезов и краевые усилия записываются аналогично.

Выше был изложен метод проектировочного расчета распорных узлов сопряжений оболочек различных очертаний, позволяющий определить необходимую площадь сечения шпангоута; приведены приближенные оценочные расчеты шпангоута и некоторые рекомендации, помогающие правильно сконструировать узел в целом. Такой расчет с достаточной точностью оценивает прочность шпангоута (называемого ниже распорным кольцом), но не определяет напряжения в примыкающих к нему оболочках. Внутренние усилия, возникающие в местах сопряжений оболочек с кольцом, оказывают влияние на перемещения и напряженное состояние распорного узла. Эти усилия проявляются в примыкающих к кольцу оболочках и имеют быстрозатухающий характер. Определение внутренних усилий называют краевой задачей, а определяемые усилия — краевыми усилиями.

Решение краевой задачи проводится для определения полной картины действующих в распорном узле напряжений. Этот расчет необходим при оценке прочности по допускаемым напряжениям. Чтобы знать запасы прочности по напряжениям, надо возможно более точно определить напряжения от действующего давления. Такой расчет достаточно точен при работе материала в пределах упругости. Для определения разрушающих давлений этим расчетом можно руководствоваться при оценке прочности конструкций

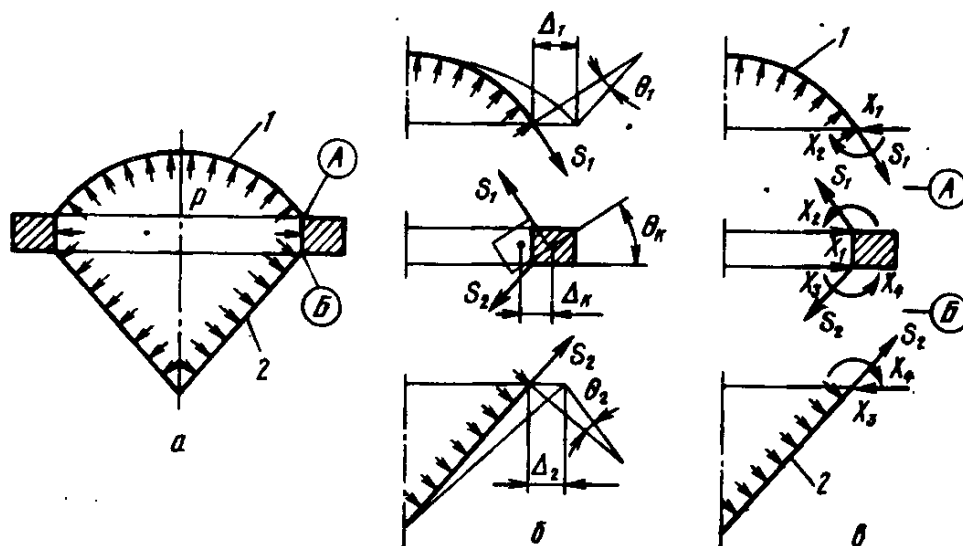


Рис. 20. К расчету краевой задачи распорного узла емкости:

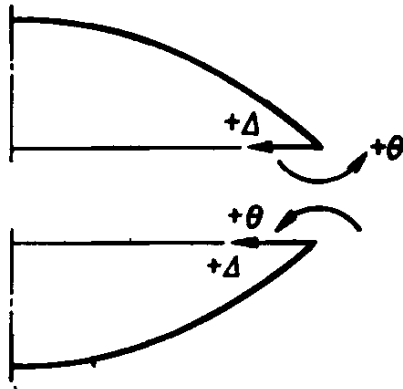
a — схема нагружения; *б* — деформации элементов под действием безмоментных сил; *в* — усилия, действующие в местах разрезов

из материалов, подверженных опасности хрупкого разрушения. При пластичных материалах величины напряжений не определяют фактической прочности конструкции, т. е. величину разрушающего давления. Образование пластических шарниров в местных зонах оболочек, примыкающих к распорному кольцу, приводит к перераспределению краевых усилий. Начиная с некоторой величины давления изгибающие моменты в оболочках от краевого эффекта перестают увеличиваться, при этом конструкция превращается в статически определимую систему, расчет которой можно проводить по безмоментной теории оболочек. При обеспечении условия прочности распорного кольца можно не опасаться преждевременного разрушения бака в зонах краевых эффектов. Аналогичный подход к решению краевых задач изложен в работе [20].

Анализируя многочисленные экспериментальные данные измерений напряжений и величин разрушающих давлений, можно сделать следующие имеющие большое практическое значение выводы для расчета конструкций из пластичных материалов. При определении предельного разрушающего давления для распорного узла следует исходить только из прочности распорного кольца, основываясь на формулах (39) или (40). При оценке прочности оболочек можно не учитывать напряжения изгиба от краевых усилий.

Емкость из двух оболочек 1, 2 и распорного кольца находится под действием равномерного давления (рис. 20, *a*). Рассмотрим каждый элемент емкостей отдельно, условно разрезав их по местам соединений. Оболочки 1 и 2 находятся под действием нормального давления, которое уравнивается безмоментными меридиональными усилиями S , направленными по касательной к срединной поверхности оболочки (см. рис. 20, *б*). Эти же силы приложены к распорному кольцу, на котором они взаимно уравнивают

Рис. 21. Положительное направление перемещений



друг друга. Под действием приложенных безмоментных сил элементы емкости, рассматриваемые в отдельности, деформируются. Край первой оболочки сместится вдоль радиуса параллельного круга на Δ_1 и повернется на угол θ_1 ; край второй оболочки сместится на Δ_2 и повернется на угол θ_2 ; распорное кольцо получит радиальное Δ_k и угловое θ_k перемещения.

В результате между краями элементов, рассматриваемых изолированно, образуются линейные и угловые смещения, так как $\Delta_{1,2} \neq \Delta_k$ и $\theta_{1,2} \neq \theta_k$. В реальной конструкции такие зазоры не могут иметь места, в результате на краях выделенных элементов возникают равномерно распределенные внутренние силы X_1, X_3 и моменты X_2, X_4 , вызывающие деформации краев, компенсирующие указанные смещения (см. рис. 20, в). Усилия X_1, X_2, X_3, X_4 являются самоуравновешенной системой сил. Возникающие в местах разрезов двух соседних элементов краевые силы равны по величине и обратны по направлению.

В результате совместного действия всех сил (давления и краевых усилий) края обеих оболочек получают одинаковые радиальные и угловые перемещения. В результате неразрывность элементов емкости не нарушается. Уравнения совместности деформаций краев

$$\begin{aligned}\Delta_{1A} &= \Delta_{kA}; \\ \theta_{1A} &= \theta_{kA}; \\ \Delta_{2B} &= \Delta_{kB}; \\ \theta_{2B} &= \theta_{kB}.\end{aligned}\tag{45}$$

Знаки краевых перемещений оболочек. При определении суммарных (полных) краевых перемещений оболочек особое внимание должно быть уделено правильному учету знаков радиальных перемещений и углов поворотов.

Условимся считать радиальное перемещение Δ положительным, если оно направлено в сторону уменьшения радиуса оболочки. Положительному направлению угла поворота θ (положение оболочки ниже или выше разреза) при расположении точек справа от оси соответствует вращение против часовой стрелки (рис. 21). Если рассматривать оболочку слева от оси, то положительное значение углов поворота будет иметь противоположное направление.

Направление перемещений, вызванное нормальным давлением, краевыми радиальными силами и моментами, определяют визуально, основываясь на мысленном представлении направления

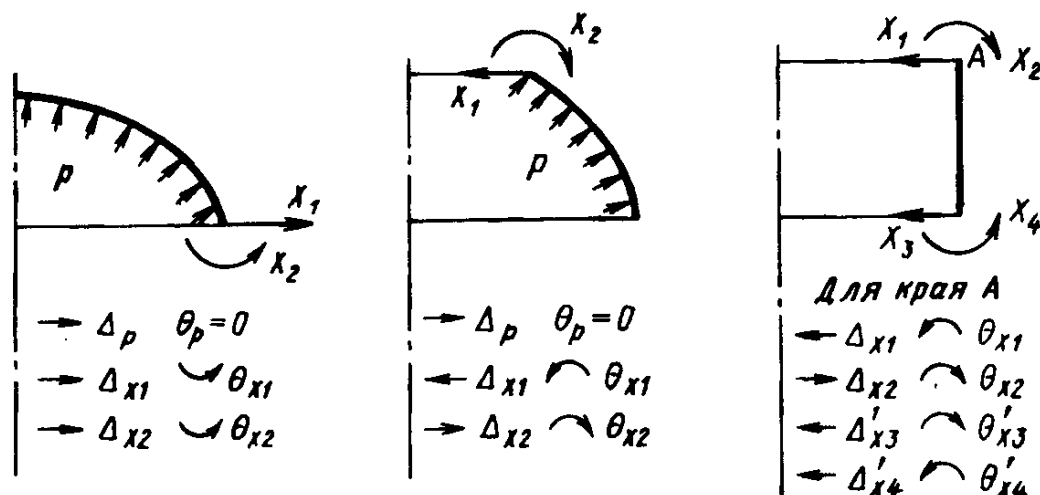


Рис. 22. Определение направления перемещений

деформирования края под действием рассматриваемой силы. На рис. 22 показано несколько примеров определения направления перемещений от давления и краевых сил.

Краевые перемещения оболочек. Выражения перемещений приведены в табл. 7.

Усилия и краевые перемещения распорного кольца. Выделенное в расчетной схеме (см. рис. 20, б) распорное кольцо имеет обычно массивное сечение, при этом можно считать, что его контур при деформировании не искажается. Под распорным кольцом будем понимать ту часть сечения шпангоута, которая остается, если мысленно отрезать его тонкостенные элементы, являющиеся как бы продолжением оболочек. Все действующие силы (безмоментные и краевые) переносятся в центр тяжести сечения. Определяются: результирующее усилие в радиальном направлении как сумма проекций всех сил на ось x и результирующий крутящий момент — сумма всех моментов относительно центра тяжести.

$$P_k = \sum (\text{проекция сил на ось } x);$$

$$M_k = \sum (\text{моменты сил относительно центра тяжести}). \quad (46)$$

За положительное направление усилий будем принимать: для радиальных усилий — в сторону к оси кольца, для моментов — в направлении против часовой стрелки (рис. 23).

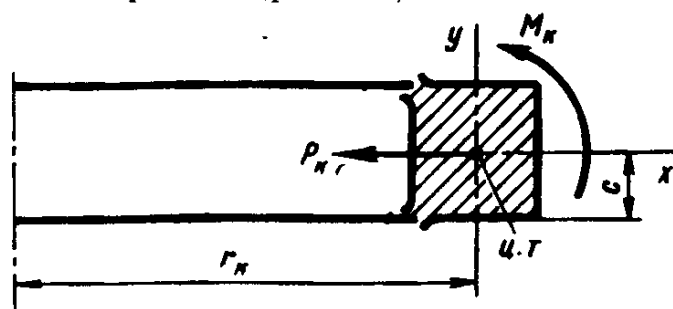


Рис. 23. Положительное направление усилий для кольца

Краевые перемещения цилиндрических, конических и сферических оболочек

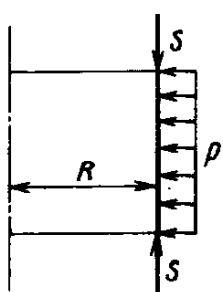
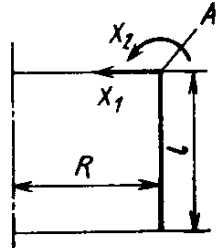
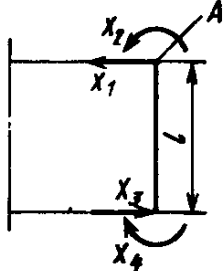
$k = 1,285 \frac{1}{\sqrt{R\delta}}, \quad k_0 = 1,285 \sqrt{\frac{\cos \alpha}{r\delta}}, \quad k_1 = 1,285 \sqrt{\frac{\cos \alpha}{R\delta}}$ $\alpha_1 = \operatorname{sh}^2 \tau - \sin^2 \tau \quad e_1 = \operatorname{sh} \tau \sin \tau$ $\alpha_2 = \operatorname{sh}^2 \tau + \sin^2 \tau \quad e_2 = \operatorname{sh} \tau \cos \tau$ $\beta_1 = \operatorname{ch} \tau \operatorname{sh} \tau \quad \eta_2 = \sin \tau \cos \tau$ $\beta_2 = \operatorname{ch} \tau \sin \tau$	
Схема нагружения, длина оболочки	Расчетные формулы
<p>Цилиндр любой длины</p> 	$\Delta_p = \frac{pR^2}{E\delta} - \mu \frac{SR}{E\delta}$ $\theta_p = 0,$ <p>где $S = \frac{pR}{2}$</p> <p>При $\mu = 0,3 \Delta_p = 0,85 \frac{pR^2}{E\delta}$</p>
<p>Длинный цилиндр, $l \geq 2,5 \sqrt{R\delta}$</p> 	<p>Перемещения края A</p> $\Delta_{X1} = \frac{2kR^2}{E\delta} X_1, \quad \Delta_{X2} = \frac{2k^2R^2}{E\delta} X_2$ $\theta_{X1} = \frac{2k^2R^2}{E\delta} X_1, \quad \theta_{X1} = \frac{4k^3R^2}{E\delta} X_2$
<p>Короткий цилиндр, $l < 2,5 \sqrt{R\delta}$</p> 	<p>Перемещения края A</p> $\Delta_{X1} = \frac{2kR^2}{E\delta} \frac{\beta_1 - \eta_2}{\alpha_1} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2R^2}{E\delta} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} X_2$ $\Delta'_{X3} = - \frac{2kR^2}{E\delta} \frac{e_2 - \beta_2}{\alpha_1} X_3$ $\Delta'_{X4} = - \frac{2k^2R^2}{E\delta} \frac{e_1}{\alpha_1} X_4$

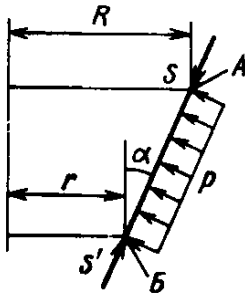
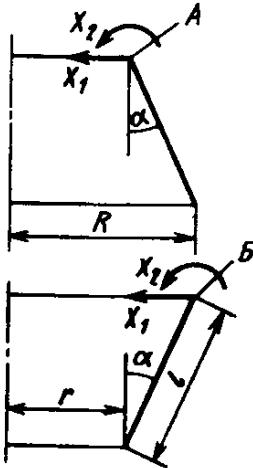
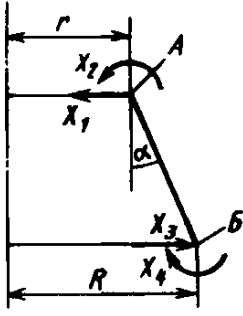
Схема нагружения, длина оболочки	Расчетные формулы
<p>Короткий цилиндр, $l < 2,5 \sqrt{R\delta}$</p>	$\theta_{x1} = \frac{2k^2 R^2}{E\delta} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} X_1$ $\theta_{x2} = \frac{4k^3 R^2}{E\sigma} \frac{\beta_1 + \eta_2}{\alpha_1} X_2$ $\theta'_{x3} = \frac{2k^2 R^2}{E\delta} \frac{e_1}{\alpha_1} X_3$ $\theta'_{x4} = - \frac{4k^3 R^2}{E\delta} \frac{\beta_2 + e_2}{\alpha_1} X_4$ <p>Здесь принимается $\tau = kl$</p>
<p>Конус любой длины</p> 	<p>Оболочка нагружена давлением p и меридиональными усилиями</p> $S = \frac{pR}{2 \cos \alpha}, \quad S' = \frac{pr}{2 \cos \alpha}$ <p>Перемещения широкого края A</p> $\Delta_p = 0,85 \frac{pR^2}{E\delta \cos \alpha}, \quad \theta_p = 1,5 \frac{pR \operatorname{tg} \alpha}{E\delta \cos \alpha}$ <p>Перемещения узкого края B</p> $\Delta_p = 0,85 \frac{pr^2}{E\delta \cos \alpha}, \quad \theta_p = 1,5 \frac{pr \operatorname{tg} \alpha}{E\delta \cos \alpha}$
<p>Длинный конус, $l \geq \frac{1,1}{\cos \alpha} (\sqrt{R\delta} + \sqrt{r\delta})$</p> 	<p>Перемещения узкого края A</p> $\Delta_{x1} = \frac{2k_0 r^2}{E\delta} X_1, \quad \Delta_{x2} = \frac{2k_0^2 r^2}{E\delta \cos \alpha} X_2$ $\theta_{x1} = \frac{2k_0^2 r^2}{E\delta \cos \alpha} X_1, \quad \theta_{x2} = \frac{4k_0^3 r^2}{E\delta \cos^2 \alpha} X_2$ <p>Перемещения широкого края B</p> $\Delta_{x1} = \frac{2k_1 R^2}{E\delta} X_1, \quad \Delta_{x2} = \frac{2k_1^2 R^2}{E\delta \cos \alpha} X_2$ $\theta_{x1} = \frac{2k_1^2 R^2}{E\delta \cos \alpha} X_1, \quad \theta_{x2} = \frac{4k_1^3 R^2}{E\delta \cos^2 \alpha} X_2$

Схема нагружения, длина оболочки	Расчетные формулы
<p>Короткий конус, $l < \frac{1,1}{\sqrt{\cos \alpha}} (\sqrt{R\delta} + \sqrt{r\delta})$</p> 	<p>Перемещение узкого края A</p> $\Delta_{X1} = \frac{2k_0 r^3}{E\delta} \frac{\beta_1 - \eta_2}{\alpha_1} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k_0^2 r^2}{E\delta \cos \alpha} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} X_2$ $\Delta'_{X3} = -\frac{2k_0 r R}{E\delta} \frac{\epsilon_2 - \beta_2}{\alpha_1} X_3$ $\Delta'_{X4} = -\frac{2k_0 k_1 r R}{E\delta \cos \alpha} \frac{\epsilon_1}{\alpha_1} X_4$

$$\theta_{X1} = \frac{2k_0^2 r^2}{E\delta \cos \alpha} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} X_1, \quad \theta_{X2} = \frac{4k_0^3 r^2}{E\delta \cos^3 \alpha} \frac{\beta_1 + \eta_2}{\alpha_1} X_2$$

$$\theta'_{X3} = \frac{2k_0^2 r R}{E\delta \cos \alpha} \frac{\epsilon_1}{\alpha_1} X_3, \quad \theta'_{X4} = -\frac{4k_0^2 k_1 r R}{E\delta \cos^3 \alpha} \frac{\beta_2 + \epsilon_2}{\alpha_1} X_4$$

Здесь принимается $\tau = k_0 l_0$, где $l_0 = \frac{2}{\sin \alpha} (\sqrt{rR} - r)$

Перемещения широкого края B

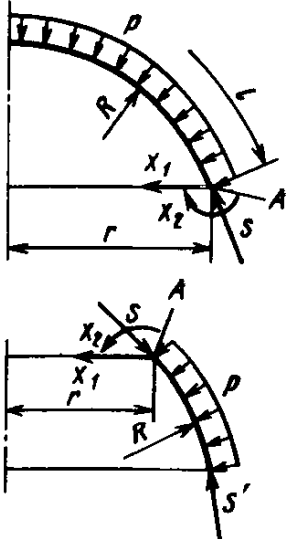
$$\Delta'_{X1} = \frac{2k_1 r R}{E\delta} \frac{\epsilon_2 - \beta_2}{\alpha_1} X_1, \quad \Delta'_{X2} = -\frac{2k_0 k_1 r R}{E\delta \cos \alpha} \frac{\epsilon_1}{\alpha_1} X_2$$

$$\Delta_{X3} = -\frac{2k_1 R^2}{E\delta} \frac{\beta_1 - \eta_2}{\alpha_1} X_3, \quad \Delta_{X4} = \frac{2k_1^2 R^2}{E\delta \cos \alpha} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} X_4$$

$$\theta'_{X1} = \frac{2k_1^2 r R}{E\delta} \frac{\epsilon_1}{\alpha_1} X_1, \quad \theta'_{X2} = \frac{4k_0 k_1^2 r R}{E\delta \cos \alpha} \frac{\beta_2 + \epsilon_2}{\alpha_1} X_2$$

$$\theta_{X3} = \frac{2k_1^2 R^2}{E\delta \cos \alpha} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} X_3, \quad \theta_{X4} = -\frac{4k_1^3 R^2}{E\delta \cos^3 \alpha} \frac{\beta_1 + \eta_2}{\alpha_1} X_4$$

Здесь принимается $\tau = k_1 l_1$, где $l_1 = \frac{2}{\sin \alpha} (R - \sqrt{rR})$

Схема нагружения, длина оболочки	Расчетные формулы
<p>Длинная сферическая оболочка, $l \geq 2\sqrt{R\delta}$</p> 	<p>Перемещения край A</p> $\Delta_p = 0,35 \frac{rR}{\delta E} p$ $\Delta_{x_1} = \frac{2kr^2}{\delta E} X_1$ $\Delta_{x_2} = \frac{2k^2 r R}{\delta E} X_2$ $\theta_p = 0$ $\theta_{x_1} = \frac{2k^2 r R}{\delta E} X_1$ $\theta_{x_2} = \frac{4k^3 R^2}{\delta E} X_2$

Угол поворота сечения кольца, а также угол поворота любого рассматриваемого края (места разреза)

$$\theta_k = \frac{M_k r_k^2}{EI_x}, \quad (47)$$

где I_x — собственный момент инерции сечения относительно оси, лежащей в плоскости кольца; r_k — радиус кривизны оси кольца.

Радиальное перемещение рассматриваемого края кольца

$$\Delta_k = \frac{P_k r_k^2}{EF} + c\theta_k, \quad (48)$$

где F — площадь сечения кольца; c — расстояние от нейтральной оси x до рассматриваемого края.

Последовательность решения краевой задачи. 1. Выделим расчетную схему распорного узла, назначим условные разрезы в местах сопряжений оболочек различных очертаний или толщин и в местах соединения оболочек с кольцом.

2. По формулам табл. 7 вычислим краевые перемещения оболочек.

3. Для распорного кольца запишем выражения результирующих усилий (46) и краевых перемещений (47), (48).

4. Составим систему уравнений совместности деформаций, в результате ее решения вычислим неизвестные усилия, после чего определим результирующие усилия для распорного кольца.

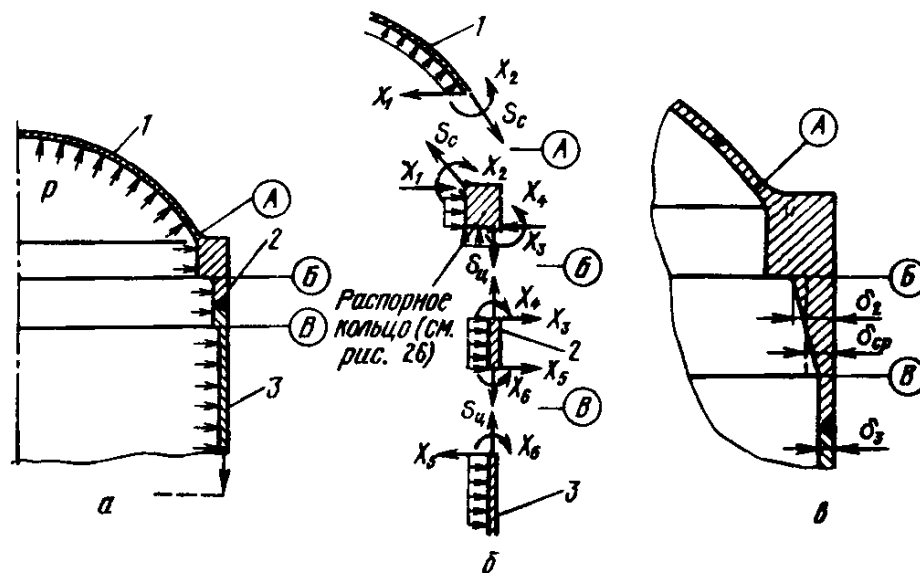


Рис. 24. Распорный узел емкости:

a — конструктивный вид, места условных разрезов; *б* — расчетная схема; *в* — осреднение толщины короткой оболочки при выборе расчетной схемы

5. Проведем расчет на прочность распорного кольца и оболочек с учетом найденных усилий.

Последовательность решения краевой задачи рассмотрим на примере распорного узла цилиндрической емкости со сферическим дном (рис. 24, *a*).

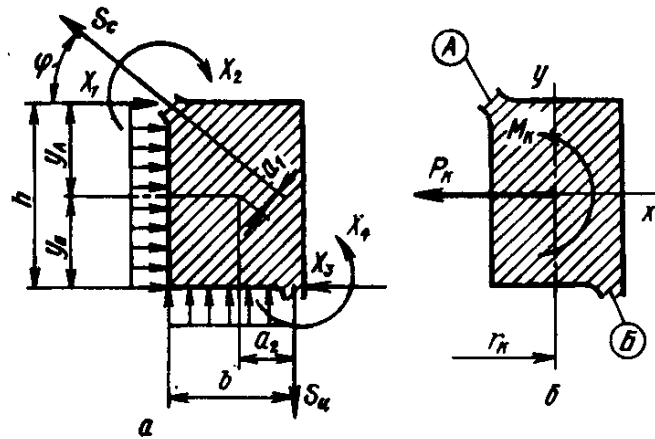
Выбор расчетной схемы узла. Наметим разрезы по местам сочленения тонкостенных элементов с распорным кольцом. Шпангоут в местах сопряжений с оболочками может иметь местные утолщения, которые следует отнести к оболочкам. Так, например, на рис. 24, *б* местное утолщение шпангоута выделено как короткая оболочка 2. К выделенным в расчетной схеме элементам прикладываются внешние нагрузки: давление p и уравнивающие безмоментные усилия S . В местах каждого разреза прикладываем неизвестные краевые силы (момент и радиальную силу). Направление неизвестных сил принимается произвольным. Действительное направление определится в результате решения системы краевых уравнений по знакам лишних неизвестных. Отрицательный знак неизвестной силы говорит о том, что действительное направление противоположно принятому в расчетной схеме, а при положительном значении — принятое направление совпадает с действительным.

Шпангоут в местах сопряжений с оболочками может иметь переменную толщину стенки, линейно изменяющуюся, как это показано на рис. 24, *в*, от δ_1 до δ_2 . Существующие методы расчета краевых перемещений оболочек переменной толщины громоздки и в большинстве случаев их применение ничем не оправдывается в техническом расчете. Поэтому расчет часто проводят по оболочке постоянной толщины, равной среднему значению $\delta_{cp} = (\delta_1 + \delta_2)/2$. Такое допущение идет в запас прочности для распорного кольца, поскольку найденные краевые усилия в месте разреза с распорным кольцом будут иметь несколько заниженное значение. При необходимости уточнения расчета можно в оболочке переменной толщины сделать несколько дополнительных разрезов с последующим осреднением толщины в каждом пролете, при этом соответственно увеличивается число неизвестных краевых сил, подлежащих определению.

Иногда же с целью упрощения расчета (в запас прочности для распорного кольца) пренебрегают местными утолщениями, полагая, что к местам разреза с распорным кольцом подходят основные оболочки. Так, например, если для узла, показанного на рис. 24, *в*, принять $\delta_1 = \delta_2$, то в расчетной схеме останутся только разрезы А и Б, благодаря чему число неизвестных сил уменьшится до четырех вместо шести.

Определение краевых перемещений оболочек. Рассматривая каждую оболочку отдельно, определим перемещения краев оболочек в местах разрезов как

Рис. 25. Расчетная схема распорного кольца (см. рис. 24):
 а — схема нагружения; б — результирующее нагружение кольца



сумму перемещений от каждого силового фактора. Для оболочки 1 в месте разреза А

$$\Delta_{1A} = \Delta_{X1} - \Delta_{X2} - \Delta_P;$$

$$\theta_{1A} = -\theta_{X1} + \theta_{X2}.$$

Для оболочки 3 в месте разреза В

$$\Delta_{3B} = \Delta_{X5} - \Delta_{X6} + \Delta_P;$$

$$\theta_{3B} = \theta_{X5} - \theta_{X6}.$$

При определении перемещений коротких оболочек учитываются перемещения от сил, приложенных на противоположном крае. Так, например, перемещения оболочки 2 на краю В запишутся так:

$$\Delta_{2B} = -\Delta_{X3} - \Delta_{X4} - \Delta'_{X5} + \Delta'_{X6} - \Delta_P;$$

$$\theta_{2B} = -\theta_{X3} - \theta_{X4} + \theta'_{X5} + \theta'_{X6}.$$

Соответственно для края В запишем

$$\Delta_{2B} = -\Delta'_{X3} + \Delta'_{X4} - \Delta_{X5} - \Delta_{X6} - \Delta_P;$$

$$\theta_{2B} = -\theta'_{X3} - \theta'_{X4} + \theta_{X5} + \theta_{X6}.$$

Здесь Δ'_{X3} , θ'_{X3} — радиальное перемещение и угол поворота края короткой оболочки от усилия X_3 , приложенного к удаленному краю. Перемещения от других сил, приложенных к удаленному краю, обозначаются аналогично.

Результирующие усилия и перемещения распорного кольца. Рассмотрим схему нагружения распорного кольца под действием внешних и краевых сил (рис. 25, а). Все действующие силы переносим в центр тяжести сечения. Запишем выражения результирующего радиального усилия и крутящего момента:

$$P_K = -X_1 + X_2 + S_C \cos \varphi - ph;$$

$$M_K = -y_A X_1 - X_2 - y_B X_3 + X_4 + S_C a_1 - S_C a_2 - ph \left(\frac{h}{2} - y_A \right) -$$

$$- pb \left(\frac{b}{2} - a_2 \right). \quad (49)$$

Углы поворота краев А и В

$$\theta_{KA} = \theta_{KB} = \frac{M_K r_K^2}{EI_z}.$$

Радиальное перемещение краев А и В по формуле (48)

$$\Delta_{KA} = \frac{P_K r_K^2}{EF} + \theta_K y_A;$$

$$\Delta_{KB} = \frac{P_K r_K^2}{EF} - \theta_K y_B.$$

Определение краевых сил и результирующих усилий для распорного кольца. Запишем условия совместности деформаций краев оболочек и распорного кольца:

$$\begin{aligned}\Delta_{1A} &= \Delta_{KA}; \\ \theta_{1A} &= \theta_{KA}; \\ \Delta_{2B} &= \Delta_{KB}; \\ \theta_{2B} &= \theta_{KB}; \\ \Delta_{3B} &= \Delta_{2B}; \\ \theta_{3B} &= \theta_{2B}.\end{aligned}\tag{50}$$

Решив систему уравнений (50), определим неизвестные усилия $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$. Подставляя найденное значение неизвестных в уравнения (49), определим усилия P_K и M_K .

Определение напряжений. Максимальные напряжения в распорном кольце будут в точке, наиболее удаленной от нейтральной оси. Напряжения в сечении кольца

$$\sigma = \frac{P_K r_K}{F} \pm \frac{M_K r_{Ky}}{I_x},$$

где y — расстояние от оси x до рассматриваемого края.

В оболочках наибольшие напряжения будут действовать в меридиональном направлении:

$$\sigma_1 = \frac{S}{\delta} \pm \frac{6X}{\delta^2}.$$

Здесь S, X — меридиональное безмоментное усилие и изгибающий краевой момент в рассматриваемой оболочке.

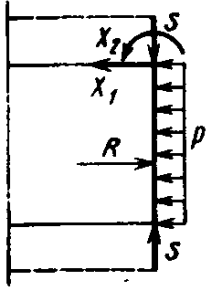
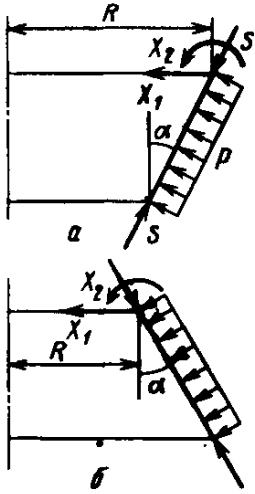
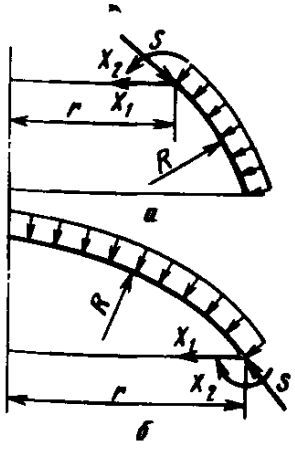
КРАЕВЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ВАФЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Определение краевых перемещений. При расчете распорного узла шпангоута с примыкающими к нему конструктивно-ортотропными оболочками необходимо учитывать параметры подкрепления. При достаточно частом расположении ребер оболочку можно рассматривать как имеющую различные жесткости на растяжение — сжатие от мембранных усилий и на изгиб от изгибающих моментов. Если принять постоянным и одинаковым для всех направлений нормальный модуль упругости, то можно считать, что оболочка имеет толщину δ_s для расчета деформаций растяжения — сжатия и $\delta_{из}$ — для расчета деформаций изгиба.

Такой подход вполне допустим, так как в основные уравнения теории оболочек входят резко разграниченные и определенные величины: жесткость на изгиб участка оболочки единичной ширины, выражающаяся через момент инерции сечения участка, и жесткость на растяжение — сжатие, выражающаяся через площадь сечения участка оболочки единичной ширины. Поэтому целесообразно выразить эти жесткости через параметры подкрепления оболочки и в дальнейшем использовать две различные толщины, зависящие от вида подкрепления. Выражения краевых перемещений приведены в табл. 8.

Приведенная толщина сечения на изгиб. Определим для продольного (меридионального) направления приведенную толщину

Краевые перемещения вафельных оболочек

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>Цилиндрическая оболочка</p> 	$\Delta_p = \frac{pR^2}{E} \left(\frac{1}{\delta_0} - \mu \frac{1}{2\delta_{10}} \right), \quad \theta_p = 0$ $\Delta_{X1} = \frac{2kR^2}{E\delta_0} X_1, \quad \theta_{X1} = \frac{2k^2R^2}{E\delta_0} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2R^2}{E\delta_0} X_2, \quad \theta_{X2} = \frac{4k^3R^2}{E\delta_0} X_2$
<p>Коническая оболочка</p> 	$\Delta_p = \frac{pR^2}{E \cos \alpha} \left(\frac{1}{\delta_0} - \mu \frac{1}{2\delta_{10}} \right)$ $\theta_p = \pm \frac{pR \operatorname{tg} \alpha}{E \cos \alpha} \left(\frac{1}{\delta_0} + \frac{1}{2\delta_{10}} \right)$ $\Delta_{X1} = \frac{2kR^2 \sqrt{\cos \alpha}}{E\delta_0} X_1, \quad \theta_{X1} = \frac{2k^2R^2}{E\delta_0} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2R^2}{E\delta_0} X_2, \quad \theta_{X2} = \frac{4k^3R^2}{E\delta_0 \sqrt{\cos \alpha}} X_2$ <p>При определении θ_p знак «плюс» принимается для схемы а, «минус» — для схемы б</p>
<p>Сферическая оболочка</p> 	$\Delta_p = \frac{pRr}{2E} \left(\frac{1}{\delta_0} - \mu \frac{1}{\delta_{10}} \right), \quad \theta_p = 0$ $\Delta_{X1} = \frac{2kr^2}{E\delta_0} X_1, \quad \theta_{X1} = \pm \frac{2k^2Rr}{E\delta_0} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2Rr}{E\delta_0} X_2, \quad \theta_{X2} = \pm \frac{4k^3R^2}{E\delta_0} X_2$ <p>В перемещении θ знак «плюс» принимается для схемы а, «минус» — для схемы б</p>

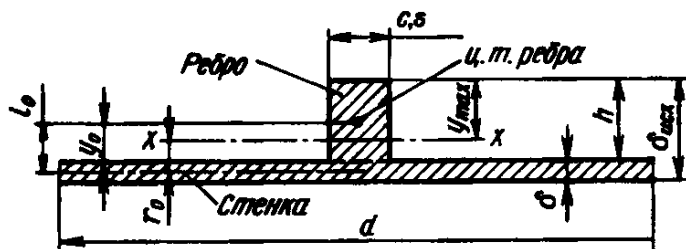


Рис. 26. Комбинированное сечение стенки с присоединенным ребром

условной гладкой оболочки, у которой жесткость на изгиб стенки равна жесткости на изгиб вафельной оболочки:

$$\delta_{\text{пр}} = \sqrt[3]{\frac{12I_x}{d}}. \quad (51)$$

Величина d для расположения ребер, показанных на рис. 2, принимается в соответствии с табл. 8.

Собственный момент инерции комбинированного сечения стенки с присоединенным ребром (рис. 26)

$$I_x = I + F(i_0 - r_0)^2 + \frac{d\delta^3}{12(1 - \mu^2)} + d\delta r_0^2, \quad (52)$$

где

$$i_0 = y_0 + \frac{\delta}{2}; \quad r_0 = \frac{Fi_0}{F + d\delta};$$

F , I — площадь и собственный момент инерции сечения изолированного ребра; y_0 — координата центра тяжести изолированного ребра; i_0 — расстояние от центра тяжести сечения ребра до срединной поверхности стенки; r_0 — расстояние от центра тяжести комбинированного сечения ребра и стенки до срединной поверхности стенки.

Выражения (51) и (52) удобнее представить в следующем виде:

$$\delta_{\text{пр}} = \beta_1 \sigma \varphi^{1/3} (\psi - 1); \quad (53)$$

$$I_x = \frac{d\delta^3}{12} [1 + \beta_2 \varphi (\psi - 1)^2], \quad (54)$$

где

$$\psi = \frac{\delta_{\text{исх}}}{\delta}; \quad \beta_1 = \sqrt[3]{\frac{12I_x}{d\delta^3 \varphi (\psi - 1)^3}};$$

$$\beta_2 = \frac{1}{\varphi (\psi - 1)^2} \left(\frac{12I_x}{d\delta^3} - 1 \right).$$

Параметр φ принимается в соответствии с табл. 9.

Коэффициенты β_1 , β_2 приведены на рис. 27, 28. Их значения вычислены для оболочек с прямоугольным профилем ребер ($r = 0$) и оболочек, изготовленных химическим травлением. Для последних радиус сопряжения ребер со стенкой принимался равным высоте ребра ($r = h$). В диапазоне параметров $2,5 \leq \psi \leq 8$ и $0,2 \leq \varphi \leq 1,0$ коэффициенты β_1 , β_2 можно вычислить по следующим

Значения d и φ для расчета приведенной изгибной толщины в продольном направлении

Расположение ребер	d	φ
Продольно-кольцевое (см. рис. 2, а)	a	$\frac{2\pi s}{a}$
Перекрестное ($\alpha = 45^\circ$, см. рис. 2, б)	b	$\frac{2\pi s}{b}$

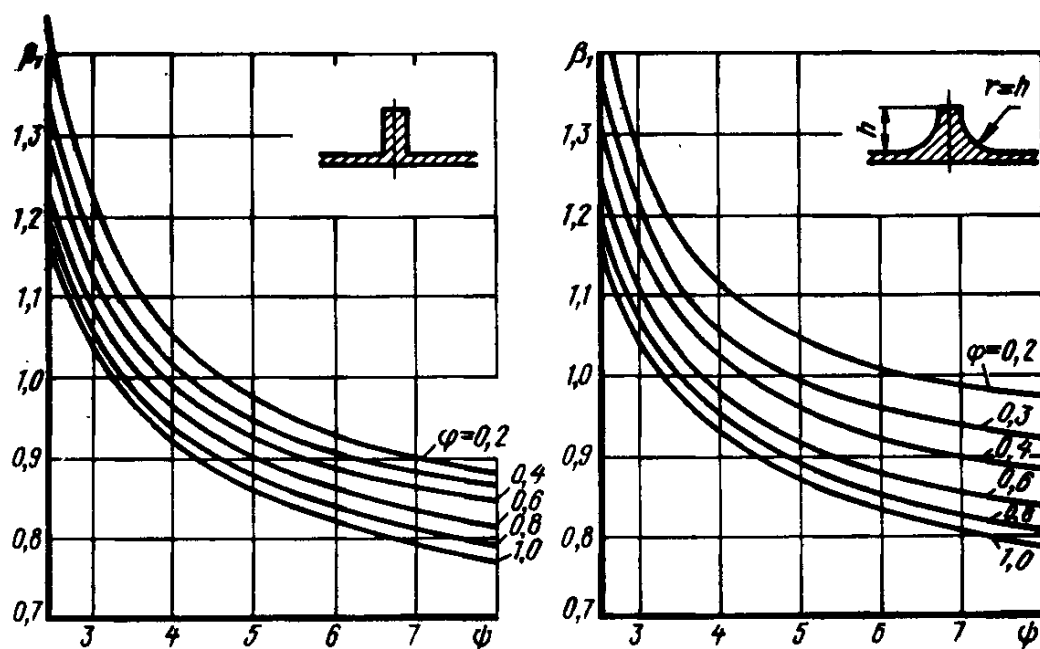


Рис. 27. Коэффициент β_1 для расчета приведенной толщины

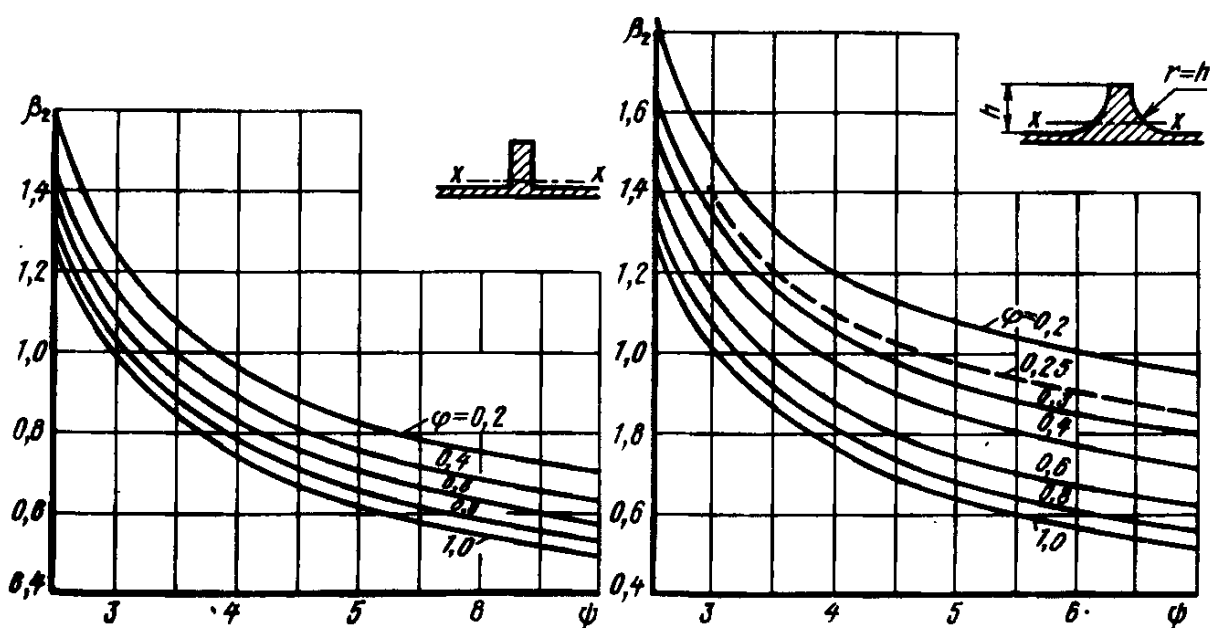


Рис. 28. Коэффициент β_2 для расчета момента инерции комбинированного сечения стенки с присоединенным ребром

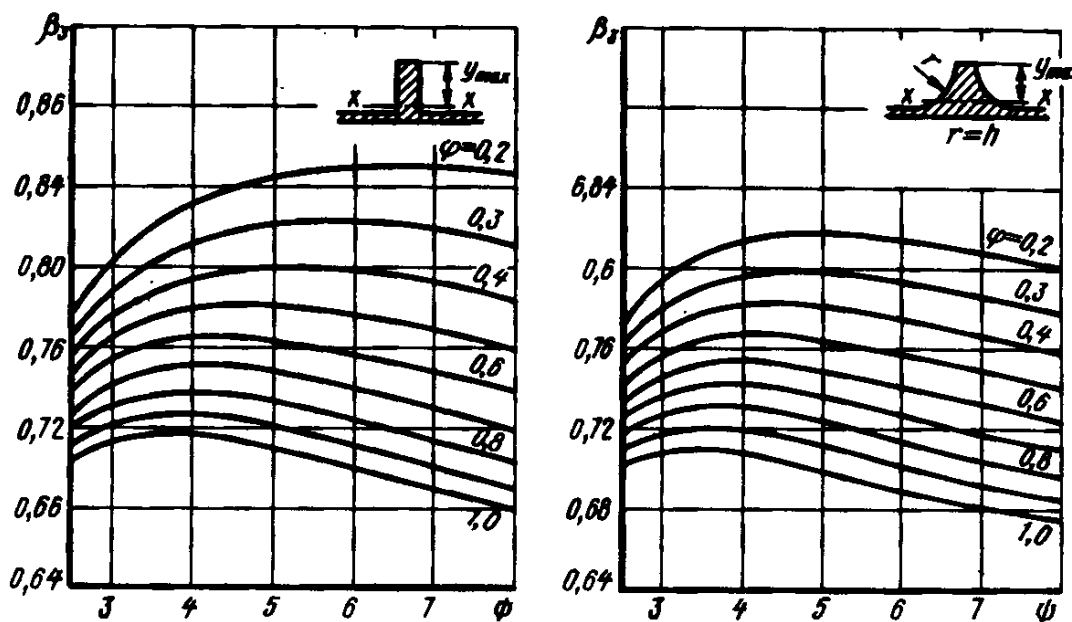


Рис. 29. Коэффициент β_3 для определения нейтральной оси kombiniрованного сечения стенки с присоединением ребром

формулам (погрешность не превышает 3%), аппроксимирующим результаты точных вычислений:

$$\begin{aligned} \text{при } r = 0 \quad \beta_1 &= \frac{0,8}{\sqrt[3]{\psi}} + \frac{1,4}{\sqrt[4]{\psi}} - 0,89; \\ \text{при } r = h \quad \beta_1 &= \frac{0,8}{\sqrt[3]{\psi}} + \frac{1,7}{\sqrt[3]{\psi}} - 0,925; \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \text{при } r = 0 \quad \beta_2 &= \frac{0,545}{\sqrt[4]{\psi}} + \frac{2,25}{\sqrt[3]{\psi^3}} - 0,685; \\ \text{при } r = h \quad \beta_2 &= \frac{0,57}{\sqrt[3]{\psi}} + \frac{2,55}{\sqrt[3]{\psi^2}} - 0,77. \end{aligned} \quad (56)$$

Координата нейтральной оси (центра тяжести) kombiniрованного сечения ребра с присоединенной стенкой

$$y_{\max} = \beta_3 \delta_{\text{исх}}, \quad (57)$$

где β_3 определяется по графикам, приведенным на рис. 29.

Последовательность расчета краевых перемещений. 1. По формулам, приведенным в табл. 1, вычислим эквивалентную по жесткости толщину на растяжение — сжатие в кольцевом направлении $\delta_a = \delta_{2a}$. Для оболочек с продольно-кольцевыми ребрами эквивалентная толщина определяется по ширине кольцевого ребра, находящегося в месте разреза, или на расстоянии от края, соизмеримом с толщиной стенки δ . В других случаях следует принимать $\delta_a = \delta$.

2. Определим эквивалентную толщину на растяжение — сжатие в продольном направлении δ_{1a} (см. табл. 1).

3. Найдем приведенную на изгиб толщину $\delta_{пр}$ по формуле (53).
 4. Определим коэффициент затухания

$$k = \frac{1,29}{\sqrt{R\delta_{пр}}} \sqrt[4]{\frac{\delta_{за}}{\delta_{пр}}},$$

где R — радиус кривизны для цилиндрических и сферических оболочек, для конических — радиус большого или малого основания (табл. 9).

5. Вычислим краевые перемещения по формулам, приведенным в табл. 9.

Соединение оболочки с промежуточным шпангоутом. В качестве частного случая приложения полученных результатов рассмотрим задачу взаимодействия цилиндрической оболочки под нормальным давлением со шпангоутом. В общем случае конструктивно-ортотропная оболочка вафельного типа, выполненная из изотропного материала, имеет толщины стенок по соответствующим направлениям $\delta_{1з}$, $\delta_{2з}$, $\delta_{1пр}$ (рис. 30). Из условия совместности деформаций оболочки и шпангоута получим внутренние краевые усилия

$$X_1 = p \frac{\frac{R^2}{E\delta_{2з}} \left(1 - 0,15 \frac{\delta_{2з}}{\delta_{1з}}\right) - \frac{r^2 b}{E_K F}}{\frac{kR^2}{E\delta_{2з}} + \frac{2r^2}{E_K F}}, \quad X_2 = \frac{X_1}{2k}, \quad (58)$$

где

$$k = \frac{1,29}{\sqrt{R\delta_{1пр}}} \sqrt[4]{\frac{\delta_{2з}}{\delta_{1з}}};$$

E_K , E — нормальный модуль упругости кольца (шпангоута) и оболочки; F — площадь сечения кольца.

$$\Delta = p \frac{\frac{r^2}{E_K F} \left[b + \frac{2}{k} \left(1 - 0,15 \frac{\delta_{2з}}{\delta_{1з}}\right) \right]}{1 + 2 \frac{r^2}{E_K F} \frac{E\delta_{2з}}{kR^2}}.$$

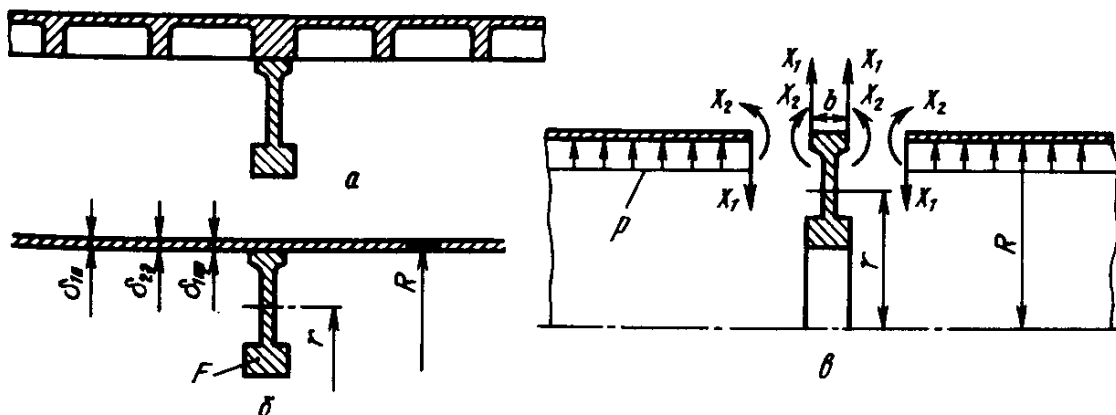


Рис. 30. Вафельная оболочка, подкрепленная шпангоутом:

a — конструктивный вид; b — расчетная схема геометрических параметров сечения;
 $в$ — расчетная схема соединения

Погонное радиальное результирующее усилие, действующее на кольцо:

$$P_k = 2X_1 + pb.$$

Для гладкой оболочки толщиной δ имеем $k = 1,29/\sqrt{R\delta}$ и, принимая $E_k = E$, $r \approx R$, получим

$$\Delta = p \frac{r^2}{EF} \frac{b + 1,7/k}{1 + 2\delta/kF}; \quad P_k = p \frac{b + 1,7/k}{1 + 2\delta/kF}.$$

ГЛАВА 15

ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНЫХ НАГРУЗОК

При действии на оболочку локальной (распределенной по площадке с конечными размерами) или сосредоточенной нагрузки ее часто подкрепляют силовым шпангоутом. Это дает возможность обеспечить достаточный запас прочности, но в то же время может привести к неоправданному увеличению массы конструкции, так как наибольшие напряжения в шпангоуте действуют в основном в зоне приложения силы, а в остальной части они значительно меньше. Постановка шпангоутов необходима при действии сравнительно больших сил, для малых же целесообразно подкрепление местными накладками.

Для цилиндрических оболочек под локальными нагрузками, общепринятыми для расчета и выбора подкрепляющих накладок, являются хорошо согласующиеся с экспериментальными данными зависимости, полученные в работе [6], которые охватывают практически все встречающиеся схемы нагружения локальными силами.

Для сферических оболочек под сосредоточенными силами могут быть использованы зависимости, полученные в работах [18, 33]. В монографии [32] получены сложные для практического использования зависимости. В реальных конструкциях передача локальных нагрузок или сосредоточенных сил обычно осуществляется через жесткое включение. При этом в месте их сопряжения действуют большие напряжения, связанные в основном с изгибом. В работе [21] получены простые для таких конструкций решения для основных встречающихся на практике схем нагружения, которые достаточно точно определяют усилия в местах сопряжений с жестким включением и прилегающих к ним зонах.

В общем случае в зоне приложения силы на элемент оболочки s (рис. 31) действуют внутренние усилия: нормальные T_1 , T_2 ; сдвигающие S_1 , S_2 ; перерезывающие N_1 , N_2 ; изгибающие M_1 , M_2 и крутящие моменты H_1 , H_2 . Здесь индекс 1 соответствует меридиональному (продольному для цилиндров) направлению, а 2 — кольцевому. За начало отсчета координат принимается точка, в которой приложена результирующая сосредоточенная сила. Для цилиндрических оболочек усилия записываются в декартовых координатах, а для сфер — в сферических.

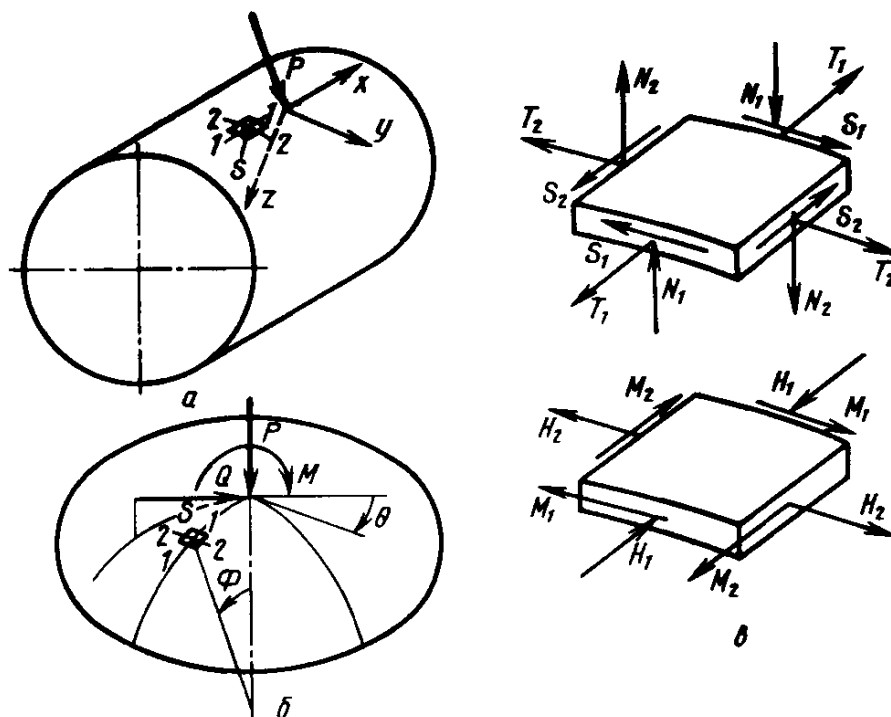


Рис. 31. Системы координат для цилиндрической (а) и сферической (б) оболочек; внутренние усилия, действующие на элемент оболочки (в)

Ниже приводятся формулы для определения напряжений только от тех усилий, которые обуславливают основное напряженное состояние оболочки. Напряжения от других усилий незначительны и ими можно пренебречь. В рекомендуемых формулах коэффициент Пуассона принят $\nu = 0,3$. В табл. 10 приводятся формулы, записанные на основе зависимостей [6, 33], полученных для оболочек под действием сил, распределенных на малых площадках. Площадка нагружения называется малой, если один из ее размеров (для круга радиус r , для прямоугольника — половина ширины) соизмерим с толщиной оболочки. Для больших площадок эти формулы приводят к существенно завышенным (в несколько раз) результатам и могут быть использованы в запас прочности при выборе ориентировочных размеров подкрепляющих накладок. Рекомендуемые в таблицах размеры накладок получены с учетом этого допущения.

ЦИЛИНДР ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАДИАЛЬНЫХ СИЛ

1. Сосредоточенная сила P_z приложена в точке или распределена на малой круговой площадке радиуса r . Формулы для расчета приведены в табл. 10. Основными перемещениями будут радикальные w в направлении по оси z . Приведем формулы максимального прогиба под силой для некоторых схем нагружения:

а) на оболочку с защемленными или опертymi торцами действует одна сосредоточенная сила (рис. 32, а). При $l \geq 1,29R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$ и $R/\delta \geq 100$

$$w_{\max} = \frac{P_z}{\pi E \delta} \left[\frac{l^3}{6R^3} + 1,7 \left(\frac{R}{\delta} \right)^{3/2} \right]; \quad (59)$$

Основные внутренние усилия, напряжения, перемещения и размеры подкрепляющих накладок

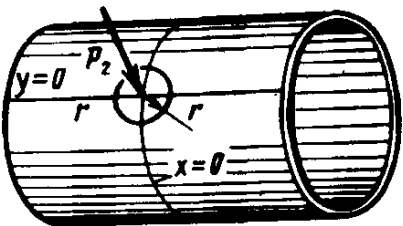
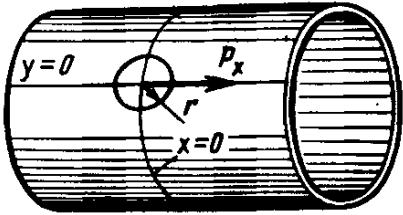
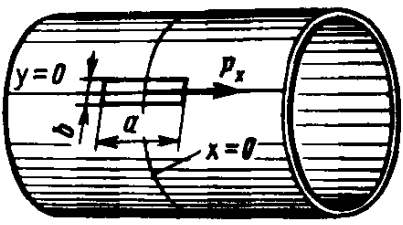
Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>1. Радиальная сила распределена на малой круговой площадке</p> 	<p>В точках окружности радиуса r</p> $M_1 \approx M_2 \approx 0,238 P_z \lg \frac{R}{r}$ $\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \pm 1,43 \frac{P_z}{\delta^2} \lg \frac{R}{r}$ <p>При $\sigma_1 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и радиус)</p> $\delta_n = 1,2 \sqrt{\frac{P_z}{[\sigma]} \lg \frac{R}{r} - \sigma}$ $r_n = R \cdot 10^{-\alpha}, \text{ где } \alpha = 0,7 \frac{[\sigma] \delta^2}{P_z}$
<p>2. Продольная сила распределена на малой круговой площадке</p> 	<p>В точка $x = \pm r, y = 0$</p> $T_1 = \mp 0,26 \frac{P_x}{r}$ $\sigma_1 = \mp 0,26 \frac{P_x}{r \delta}$ <p>Перемещения по оси x</p> $u = 0,65 \frac{P_x}{E \delta} \lg \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R}$ <p>При $\sigma_1 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и радиус)</p> $\delta_n = 0,26 \frac{P_x}{[\sigma] r} - \delta$ $r_n = 0,26 \frac{P_x}{[\sigma] \delta}$
<p>3. Продольная сила равномерно распределена на узкой площадке ($b \ll a$)</p> 	<p>В точка $x = \pm \frac{a}{2}, y = 0$</p> $T_1 = \mp 0,6 \frac{P_x}{a} \lg \frac{2R}{b}$ $\sigma_1 = \mp 0,6 \frac{P_x}{a \delta} \lg \frac{2R}{b}$

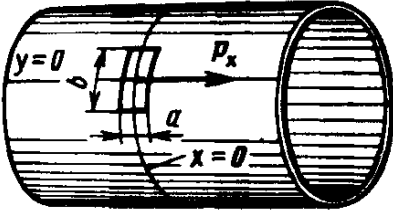
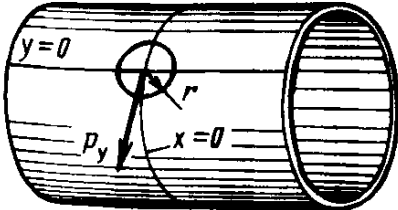
Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>3. Продольная сила равномерно распределена на узкой площадке ($b \ll a$)</p>	<p>При $\sigma_1 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и ширина)</p> $\delta_n = 0,6 \frac{P_x}{a [\sigma]} \lg \frac{2R}{b} - \delta$ $b_n = 2R \cdot 10^{-\alpha},$ <p>где $\alpha = 1,67 \frac{a\delta [\sigma]}{P_x}$</p>
<p>4. Продольная сила равномерно распределена на узкой площадке ($b \gg a$)</p> 	<p>В точках $x = 0, y = \pm \frac{b}{2}$</p> $S_1 \approx S_2 \approx \mp 0,128 \frac{P_x}{b} \lg \frac{2R}{a}$ $\tau = 0,128 \frac{P_x}{b\delta} \lg \frac{2R}{a}$ <p>При $\tau > [\tau]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и ширина)</p> $\delta_n = 0,128 \frac{P_x}{b [\tau]} \lg \frac{2R}{a} - \delta$ $a_n = 2R \cdot 10^{-\alpha},$ <p>где $\alpha = 7,8 \frac{b\delta [\tau]}{P_x}$</p>
<p>5. Окружная сила распределена на малой круговой площадке</p> 	<p>В точках $x = 0, y = \pm r$</p> $T_2 = \mp 0,26 \frac{P_y}{r}$ $\sigma_2 = \mp 0,26 \frac{P_y}{r\delta}$ <p>Перемещения по оси y</p> $v = 0,65 \frac{P_y}{E\delta} \lg \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R\delta}$ <p>При $\sigma_2 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и радиус)</p> $\delta_n = 0,26 \frac{P_y}{[\sigma] r} - \delta$ $r_n = 0,26 \frac{P_y}{[\sigma] \delta}$

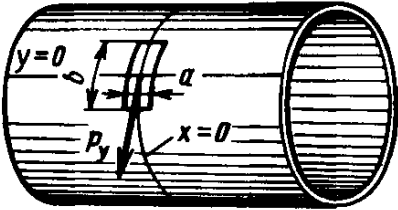
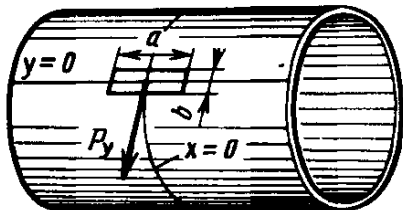
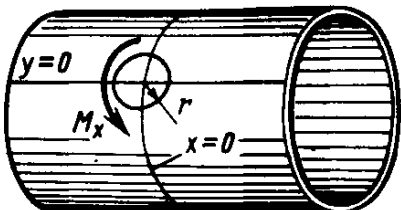
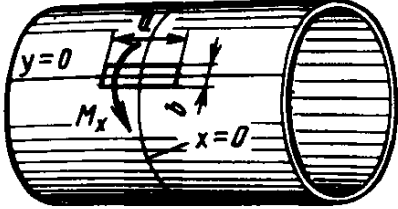
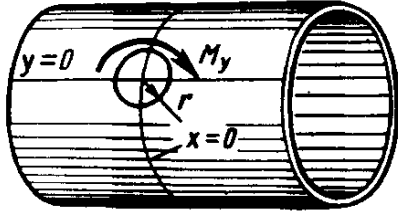
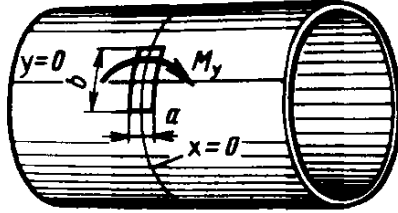
Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>6. Окружная сила равномерно распределена на узкой площадке ($b \gg a$)</p> 	<p>В точках $x = 0, y = \frac{b}{2}$</p> $T_z = \mp 0,6 \frac{P_y}{b} \lg \frac{2R}{a}$ $\sigma_z = \mp 0,6 \frac{P_y}{b\delta} \lg \frac{2R}{a}$ <p>При $\sigma_z > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и ширина)</p> $\delta_n = 0,6 \frac{P_y}{b [\sigma]} \lg \frac{2R}{a} - \delta$ $a_n = 2R \cdot 10^{-\alpha}$ <p>где</p> $\alpha = 1,67 \frac{b\delta [\sigma]}{P_y}$
<p>7. Окружная сила равномерно распределена на узкой площадке ($b \ll a$)</p> 	<p>В точках $x = \pm \frac{a}{2}, y = 0$</p> $S_1 \approx S_2 \approx \mp 0,128 \frac{P_y}{a} \lg \frac{2R}{b}$ $\tau = 0,128 \frac{P_y}{a\delta} \lg \frac{2R}{b}$ <p>При $\tau > [\tau]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и ширина)</p> $\delta_n = 0,028 \frac{P_y}{a [\tau]} \lg \frac{2R}{b} - \delta$ $b_n = 2R \cdot 10^{-\alpha},$ <p>где</p> $\alpha = 7,8 \frac{a\delta [\tau]}{P_y}$
<p>8. Окружной момент распределен на малой круговой площадке</p> 	<p>В точках $x = 0, y = \pm r$</p> $M_1 \approx M_2 \approx \pm 0,103 \frac{M_x}{r}$ $\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \pm 0,62 \frac{M_x}{r\delta^2}$

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>9. Окружной момент равномерно распределен вдоль узкой площадки ($b \ll a$)</p> 	<p>В точках $x = \pm \frac{a}{2}, y = 0$</p> $H_1 \approx H_2 \approx \pm 0,128 \frac{M_x}{a} \lg \frac{2R}{b}$ $\tau = 0,77 \frac{M_x}{a\delta^2} \lg \frac{2R}{b}$
<p>10. Продольный момент распределен на круговой площадке</p> 	<p>В точках $x = \pm r, y = 0$</p> $M_1 \approx M_2 \approx \mp 0,103 \frac{M_y}{r}$ $\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \mp 0,62 \frac{M_y}{r\delta^2}$
<p>11. Продольный момент равномерно распределен вдоль узкой площадки ($a \ll b$)</p> 	<p>В точках $x = 0, y = \pm \frac{a}{2}$</p> $H_1 \approx H_2 \approx \mp 0,128 \frac{M_y}{b} \lg \frac{2R}{a}$ $\tau = 0,77 \frac{M_y}{b\delta^2} \lg \frac{2R}{a}$

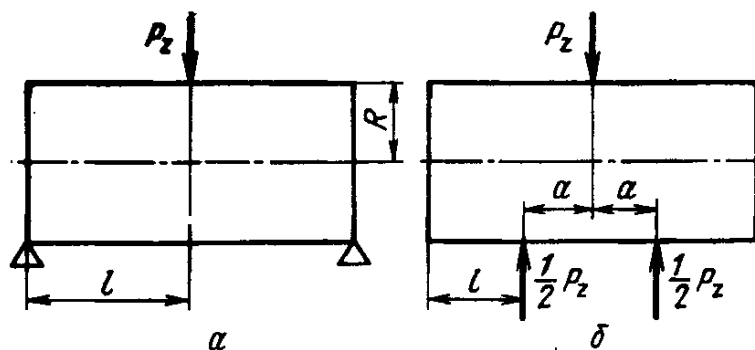


Рис. 32. Нагружение оболочки одной радиальной силой (а); двумя диаметрально противоположными (б)

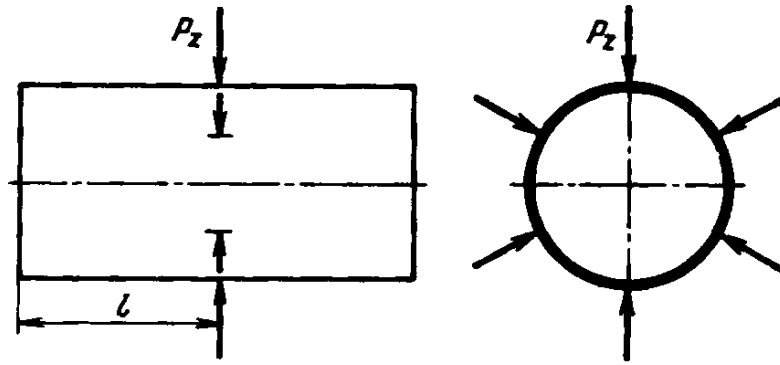


Рис. 33. Действие на оболочку m радиальных сил, равномерно расположенных по окружности

б) на оболочку с защемленными или опертыми торцами действуют две взаимно уравновешенные силы P_z (рис. 32, б). При

$$0 \leq a \leq 2R, \quad l \geq 1,29R \sqrt{\frac{R}{\delta}} \quad \text{и} \quad R/\delta \geq 100$$

$$w_{\max} = 0,75 \frac{R^{3/2}}{E\delta^{5/2}} P_z; \quad (60)$$

в) на оболочку с защемленными или опертыми торцами действуют m одинаковых сосредоточенных сил P_z , приложенных в равноотстоящих друг от друга точках направляющей окружности (рис. 33). При $l \geq 1,29R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$, $3 \leq m \leq 0,214 \sqrt{R/\delta}$

$$w_{\max} = 0,75 \frac{kR^{3/2}}{E\delta^{5/2}} P_z. \quad (61)$$

Ниже приведены значения коэффициента k :

m	3	4	5	6	8	10	>10
k	1,668	1,583	1,545	1,525	1,508	1,500	1,485

Условие $m \leq 0,214 \sqrt{R/\delta}$ существенно ограничивает применение формулы (61) в зависимости от относительной толщины оболочки. Разумеется, формулой можно пользоваться и при $m > 0,214 \sqrt{R/\delta}$, при этом будем получать завышенные величины прогибов.

Если $m \gg 0,214 \sqrt{R/\delta}$, то оболочка деформируется, так как при равномерно распределенной вдоль направляющей окружности радиальной нагрузке с интенсивностью $q = mP_z/2\pi R$. В данном случае

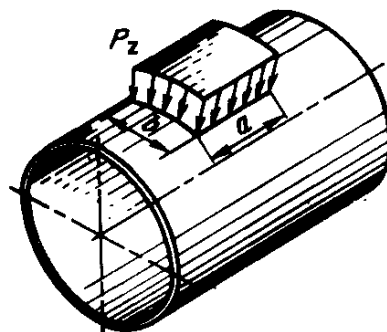
$$w_{\max} = 0,643 \left(\frac{R}{\delta} \right)^{3/2} \frac{q}{E}. \quad (62)$$

2. Радиальная сила равномерно распределена на большой квадратной площадке со сторонами $a = b$ (рис. 34). Напряженное состояние практически определяется изгибающими моментами

Рис. 34. Радиальная сила P_z распределена на большой прямоугольной площадке

$M_2 = P_z \bar{M}_2$ и усилиями $T_2 = P_z \bar{T}_2 / R$. Максимальные нормальные напряжения будут в центре нагруженной площадки

$$\sigma_2 = P_z \left[-\frac{\bar{T}_2}{R\delta} \pm \frac{6\bar{M}_2}{\delta^2} \right]. \quad (63)$$



Значения коэффициентов усилий \bar{M}_2 и \bar{T}_2 (рис. 35) получены для точек сторон квадратного элемента при $l/R = 8$. Графиками можно пользоваться с достаточной для практического расчета точностью и при $l/R < 8$. Изменение \bar{T}_2 , \bar{M}_2 (уменьшение) с уменьшением l/R незначительное. Так, например, при $l/R = 3$ и $R/\delta = 300 \dots 500$ значение \bar{M}_2 на 20%, а \bar{T}_2 на 10% меньше, чем при $l/R = 8$. Доля напряжений от усилий \bar{T}_2 сравнительно мала и ими можно пренебречь, принимая $\bar{T}_2 = 0$.

3. Радиальная сила равномерно распределена на большой прямоугольной площадке со сторонами в продольном и окружном направлениях соответственно a и b (см. рис. 34). При $a/4 \leq b \leq 4a$ напряжения σ_2 вычисляются по формуле (63), где величины \bar{M}_2 , \bar{T}_2 определяют по графикам, приведенным на рис. 35, как для квадратной площадки со стороной c : при определении \bar{M}_2 $c = k_1 a$; при определении \bar{T}_2 $c = k_2 a$. Коэффициенты k_1 , k_2 определяются по табл. 11 в зависимости от соотношения сторон b/a .

Выбор подкрепляющих накладок. Приближенные размеры накладки в запас прочности могут быть определены по формулам табл. 10 (схема 1). Определение более точных размеров проводится

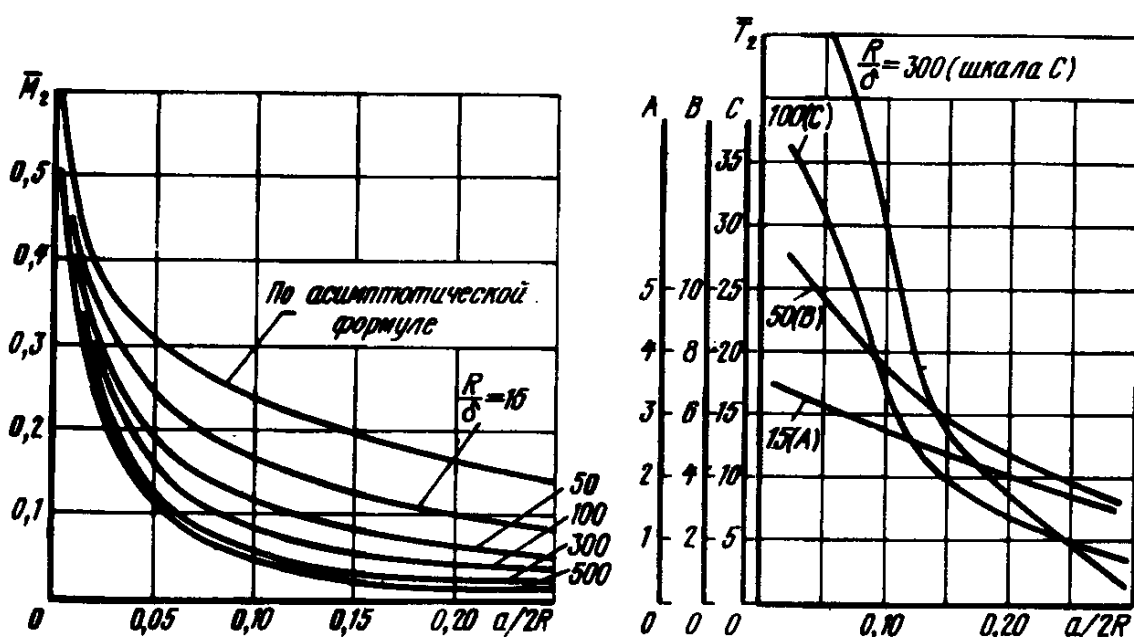


Рис. 35. Коэффициенты внутренних усилий \bar{M}_2 и \bar{T}_2 при действии на оболочку радиальной силы P_z

Коэффициенты k_1, k_2

Обозначения	Прямоугольная площадка вытянута в окружном направлении			Площадка вытянута в продольном направлении		
	$4a$	$3a$	$2a$	$3a/4$	$a/2$	$a/4$
k_1	$3,5 \times 0,85^*$	2,6	1,76	0,83	0,65	0,44
k_2	1,82	1,63	1,37	1,0	1,93	0,74
k_3	0,88	0,88	0,89	1,11	1,3	1,76

* Для прямоугольных площадок, у которых $b > a$, с увеличением отношения b/a уменьшается разница между моментами M_2 и M_1 . При $b \geq 4a$ моменты M_1 могут достигать значений, несколько больших M_2 , поэтому в этом случае рекомендуется снижать коэффициент k_1 , умножив его на 0,85, что позволяет всегда проводить расчеты по эквивалентным моментам M_2 .

в следующей последовательности, если действующие напряжения σ_2 окажутся больше допустимых.

Задано: сила P_z равномерно распределена на прямоугольной площадке $a \times b$.

1. Определим сторону условной квадратной площадки $c = k_1 a$, где коэффициент k_1 определяется по табл. 11.

2. Задавшись ориентировочной толщиной накладке δ_n , определим толщину пакета (рис. 36) $H = \delta + \delta_n$.

3. По значениям R/H и $c/2R$ по графику, изображенному на рис. 36, определим \bar{M}_{2H} .

4. Определим напряжения

$$\sigma_2 = \frac{6\bar{M}_{2H}}{H^2} P_z \leq [\sigma].$$

Если $\sigma_2 > [\sigma]$, то расчет повторяется начиная с п. 2 до выполнения условия $\sigma_2 \leq [\sigma]$.

5. Назначив окончательное значение δ_n , определим H .

6. Вычислим

$$\alpha = 0,7 \frac{[\sigma] \delta^3}{P_z}, \quad \beta = 0,7 \frac{[\sigma] H^3}{P_z}.$$

7. Определим размер стороны квадратной накладки

$$B = 2R [10^{-\alpha} - 10^{-\beta}].$$

Если по конструктивным соображениям требуется назначить накладку прямоугольной формы, то ее размеры определяются сле-

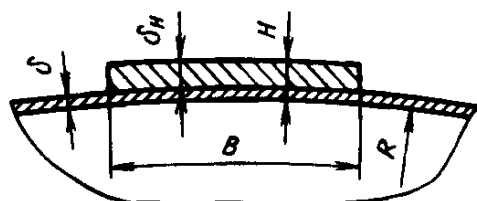


Рис. 36. Усиливающая накладка на оболочке

дующим образом. Возможны два случая, когда задается размер накладки в окружном направлении b или в продольном направлении a . Если задается размер накладки в окружном направлении b , то, определив $k_3 = c/b$, с помощью табл. 11 принимаем сторону накладки a . Если задан размер накладки в продольном направлении a , то, определив $k_1 = c/a$, с помощью табл. 11 принимаем сторону накладки b . Предложенный способ выбора накладок оправдан экспериментальными исследованиями напряжений в их районе.

ЦИЛИНДР ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОКРУЖНОГО МОМЕНТА

1. При действии окружного момента, приложенного к малой круговой площадке или равномерно распределенного вдоль узкой вытянутой в продольном направлении прямоугольной площадки $b \ll a$, расчет проводится по формулам табл. 10 (схемы 8, 9).

2. Момент распределен на большой квадратной площадке со сторонами $a = b$ (рис. 37). Напряженное состояние практически определяется изгибающими моментами $M_2 = 2M_x \bar{M}_2/b$ и нормальными усилиями $T_2 = 2M_x \bar{T}_2/Rb$:

$$\sigma_2 = \frac{2M_x}{b} \left(\frac{\bar{T}_2}{\delta R} \pm \frac{6\bar{M}_2}{\delta^2} \right). \quad (64)$$

Для направления момента, показанного на рис. 37, в точках линии АА знак «плюс» — для наружной поверхности, «минус» — для внутренней.

Значения коэффициентов усилий \bar{M}_2 и \bar{T}_2 для квадратных площадок приведены на рис. 38. Доля напряжений от усилий \bar{T}_2 сравнительно мала и ими можно пренебречь, принимая $\bar{T}_2 = 0$.

3. Окружной момент распределен на большой прямоугольной площадке со сторонами в продольном и окружном направлениях соответственно a и b (см. рис. 37). При $a/4 \leq b \leq 4a$ напряжения σ_2 вычисляются по формуле (64), где \bar{M}_2 , \bar{T}_2 определяются как для квадратной площадки со стороной c : при определении \bar{M}_2 $c = k_1 b$, при определении \bar{T}_2 $c = k_2 b$. Коэффициенты k_1 , k_2 принимаются по табл. 12.

Выбор подкрепляющих накладок. Приближенные размеры накладки в запас прочности определяются по формулам табл. 10 (схемы 8, 9), а более точные в следующей последовательности.

Задано: момент M_x приложен к прямоугольной площадке со сторонами a и b .

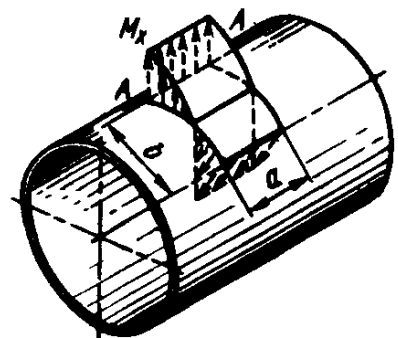


Рис. 37. Окружной момент M_x распределен на большой прямоугольной площадке

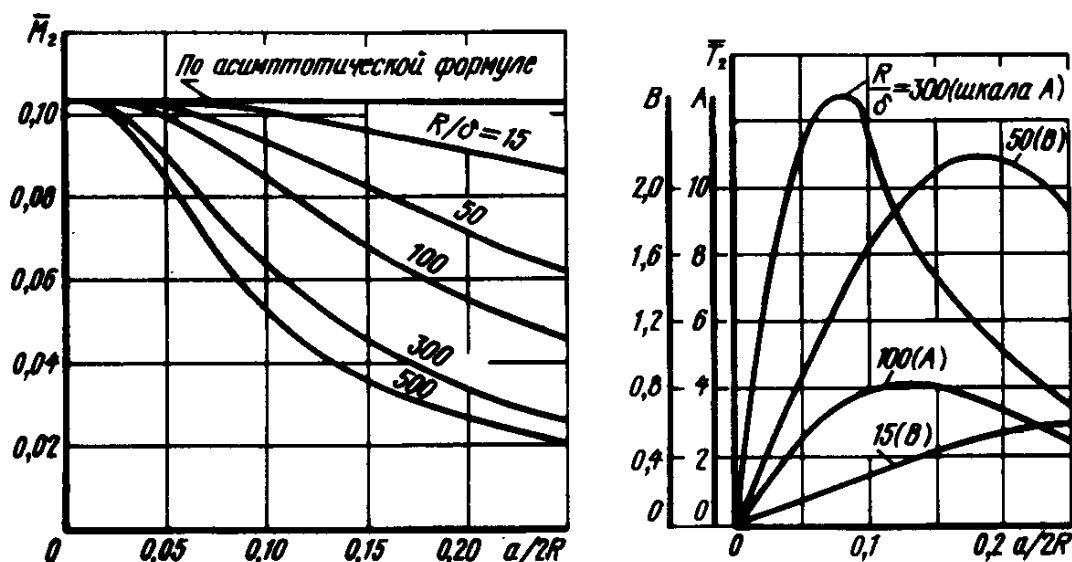


Рис. 38. Коэффициенты внутренних усилий \bar{M}_2 и \bar{T}_2 при действии на оболочку окружного момента M_x

Таблица 12

Коэффициенты k_1, k_2

b	$a/4$			$a/2$			$2a$			$4a$		
R/δ	15	100	300	15	100	300	15	100	300	15	100	300
k_1	2,08	1,84	1,62	1,37	1,31	1,24	0,95	0,87	0,79	0,92	0,87	0,8
k_2	0,49	0,23	0,14	0,8	0,64	0,49	1,35	1,13	1,03	1,1	0,94	0,85

1. Определим сторону условной квадратной площадки нагружения $c = k_1 b$, где k_1 определим в соответствии с табл. 12.

2. Задавшись ориентировочной толщиной накладки δ_H , определим толщину пакета (см. рис. 36) $H = \delta_H + \delta$.

3. По значениям R/H и $c/2R$ в соответствии с графиком, представленным на рис. 39, определим \bar{M}_{2H} .

4. Определим напряжения

$$\sigma_2 = \frac{6\bar{M}_{2H}}{H^2} \frac{2M_x}{c} \leq [\sigma].$$

Если $\sigma_2 > [\sigma]$, то расчет повторяется начиная с п. 2 до выполнения условия $\sigma_2 \leq [\sigma]$.

5. Приняв окончательное значение δ_H , определим H, \bar{M}_{2H} .

6. Определим размер стороны квадратной накладки

$$B = 1,24 \frac{M_x}{\delta^2 [\sigma]} - 0,103 \frac{c}{2\bar{M}_{2H}} + b.$$

ЦИЛИНДР ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОДОЛЬНОГО МОМЕНТА

1. При действии продольного момента, приложенного к малой круговой площадке или равномерно распределенного вдоль узкой вытянутой в окружном направлении прямоугольной площадки

рис. 39. Продольный момент M_y распределен на большой прямоугольной площадке

($a \ll b$), расчет проводится по формулам табл. 10 (схемы 10, 11).

2. Продольный момент приложен к большой квадратной площадке со стороны $a = b$ (рис. 39). Напряженное состояние практически определяется изгибающими моментами $M_1 = 2M_y \bar{M}_1/a$ и усилиями $T_1 = 2M_y \bar{T}_1/Ra$:

$$\sigma_1 = \frac{2M_y}{a} \left(\frac{\bar{T}_1}{\delta R} \pm \frac{6\bar{M}_1}{\delta^2} \right). \quad (65)$$

Для направления момента, показанного на рис. 40, в точках линии BB знак «плюс» — для наружной поверхности оболочки, «минус» — для внутренней.

Значения коэффициентов усилий \bar{M}_1 и \bar{T}_1 для квадратных площадок приведены на рис. 40. Следует отметить, что доля напряжений от усилий \bar{T}_1 сравнительно мала и ими можно пренебречь, принимая $\bar{T}_1 = 0$.

3. Продольный момент приложен к большой прямоугольной площадке со сторонами в продольном и окружном направлениях соответственно a и b (см. рис. 39). При $a/4 \leq b \leq 4a$ напряжения σ_1 определяются по формуле (65), где величины \bar{M}_1 и \bar{T}_1 следует определять как для квадратной площадки со стороной c : при определении \bar{M}_1 $c = k_1 a$; при определении \bar{T}_1 $c = k_2 a$. Коэффициенты k_1, k_2 принимаются в соответствии с табл. 13.

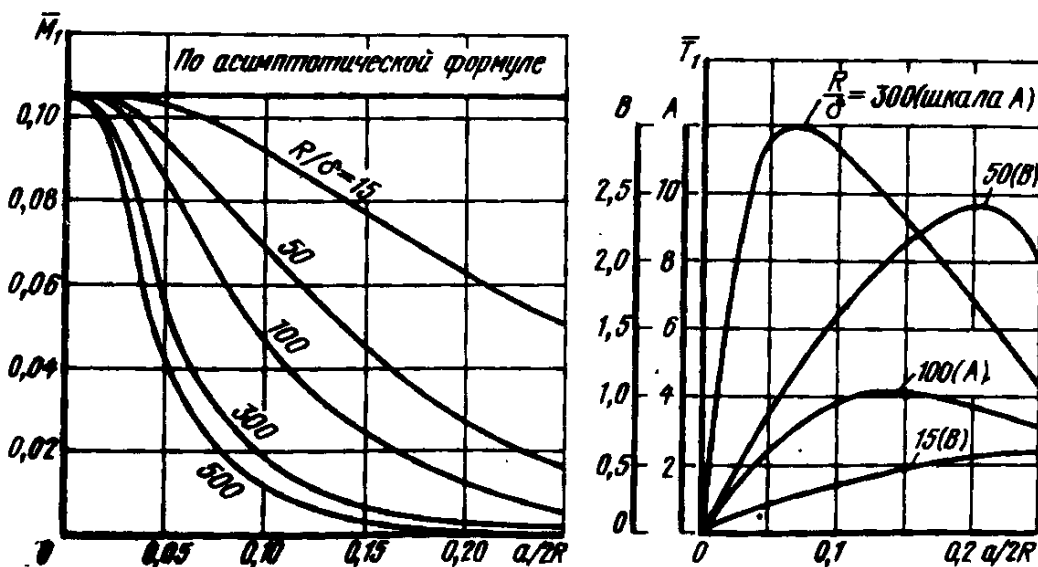


Рис. 40. Коэффициенты внутренних усилий \bar{M}_1 и \bar{T}_1 при действии на оболочку продольного момента M_y

Таблица 13

Коэффициенты k_1, k_2

a	$4b$			$2b$			$b/2$			$b/4$		
R/δ	15	100	300	15	100	300	15	100	300	15	100	300
k_1	0,79	0,7	0,7	0,82	0,81	0,81	1,41	1,35	1,13	1,97	1,78	1,32
k_2	0,27	0,15	0,04	0,6	0,54	0,47	1,63	1,45	1,89	1,9	0,63	2,1

Выбор подкрепляющих накладок. Приближенные размеры накладки в запас прочности определяются по формулам табл. 10 (схемы 10, 11), а более точные — в следующей последовательности.

Задано: момент M_y приложен к прямоугольной площадке со сторонами a и b .

1. Определим сторону условной квадратной площадки $c = k_1 a$, где k_1 определяется в соответствии с табл. 13.

2. Задавшись ориентировочной толщиной накладки δ_n , определим толщину пакета $H = \delta_n + \delta$.

3. По значениям R/H и $c/2R$ по графику на рис. 40 определим \bar{M}_{1H} .

4. Определим напряжения

$$\sigma_1 = \frac{6\bar{M}_{1H}}{H^2} \frac{2M_y}{c} \leq [\sigma].$$

Если $\sigma_1 > [\sigma]$, то расчет повторяется начиная с п. 2 и так до выполнения условия $\sigma_1 \leq [\sigma]$.

5. Приняв окончательное значение δ_n , определим H , \bar{M}_{1H} .

6. Определим размер стороны квадратной накладки

$$B = 1,24 \frac{M_y}{\delta^2 [\sigma]} - 0,103 \frac{c}{2\bar{M}_{1H}} + a.$$

ЦИЛИНДР ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНЫХ НАГРУЗОК И ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

Прогиб, нормальные усилия и изгибающие моменты от радиальной силы P_z , а также внутренние нормальные усилия и изгибающие моменты от момента M_x или M_y уменьшаются при одновременном действии внутреннего давления. Это уменьшение может быть тем больше, чем тоньше оболочка и больше размеры площадки нагружения.

Напряжения σ_1 и σ_2 вычисляются по соответствующим формулам (63), 64 или (65), где коэффициенты усилий с учетом действия давления p

$$\bar{T}_{1p} = \frac{\bar{T}_1}{\Delta_{T1}}; \quad \bar{T}_{2p} = \frac{\bar{T}_2}{\Delta_{T2}}; \quad \bar{M}_{1p} = \frac{\bar{M}_1}{\Delta_{M1}}; \quad \bar{M}_{2p} = \frac{\bar{M}_2}{\Delta_{M2}},$$

где $\bar{T}_1, \bar{T}_2, \bar{M}_1, \bar{M}_2$ — коэффициенты усилий при $p = 0$.

Коэффициент ρ

R/δ	$a/2R = b/2R$	для M_1	для M_2	для T_1	для T_2
15	1/4	0	0	11	34
	1/8	23	70	119	106
50	1/4	45	68	49	18
	1/8	40	71	77	20
	1/16	99	118	153	63
100	1/4	52	81	39	8,6
	1/8	57	63	49	9,5
	1/16	40	85	80	11,2
300	1/4	106	116	24	3,8
	1/8	19	33	15	2,3
	1/16	25	54	37	8,4

К напряжениям от внутренних усилий необходимо прибавить мембранные напряжения от давления

$$\sigma_2 = \frac{\rho R}{\delta}; \quad \sigma_1 = \frac{\rho R}{2\delta}.$$

Следует заметить, что из-за разности жесткостей накладки и самой оболочки одно только внутреннее давление (при отсутствии локальных нагрузок) вызывает местные напряжения около присоединенного элемента.

Коэффициенты Δ_{T1} , Δ_{T2} , Δ_{M1} , Δ_{M2} , учитывающие влияние давления, определяются следующим образом [6].

1. Действие радиальной силы P_z

$$\Delta = 1 + \rho \frac{abR}{E\delta^3} \rho 0,45 \overline{M}_2. \quad (66)$$

Значение коэффициента ρ зависит от того, какой индекс подразумевается у Δ и от отношений R/δ , $a/2R$, $b/2R$. Некоторые значения коэффициента ρ для квадратной площадки приводятся в табл. 15. Для значений $a/2R = b/2R$ меньше 1/16 величина ρ может быть принята как при $a/2R = b/2R = 1/16$.

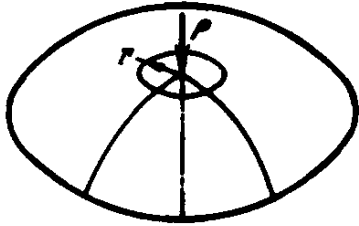
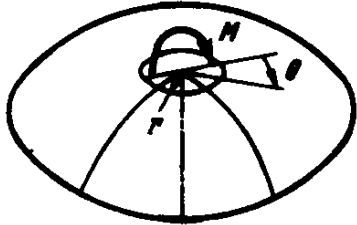
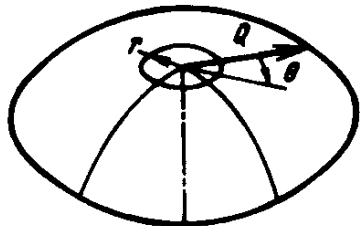
Для прямоугольной площадки ($a \neq b$) можно привести расчет следующим образом: найти из табл. 14 значение ρ , для квадратного элемента со стороной a и для квадратного элемента — со стороной b , выбрав из этих значений наименьшее ρ , использовать его при определении Δ по формуле (66). Такой расчет будет в запас прочности.

2. Действие окружного момента M_x . Коэффициенты Δ_{T2} , Δ_{M2} определяются по формуле

$$\Delta = 1 + 0,2\rho \frac{abR}{E\delta^3} \rho \overline{M}_2. \quad (67)$$

Приближенное значение ρ можно получить, используя табл. 15 следующим образом. Возьмем вместо фактического элемента со

Основные внутренние усилия, напряжения и размеры подкрепляющих накладок

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>1. Радиальная сила распределена на малой круговой площадке</p> 	<p>В точках окружности радиуса r</p> $M_1 = 0,238P \lg \frac{R}{r}, \quad \sigma_1 = \pm 1,43 \frac{P}{\delta^2} \lg \frac{R}{r}$ <p>При $\sigma_1 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и радиус)</p> $\delta_n = 1,2 \sqrt{\frac{P}{[\sigma]} \lg \frac{R}{r}} - \delta, \quad r_n = R \cdot 10^{-\alpha},$ <p>где $\alpha = 0,7 \frac{[\sigma] \delta^2}{P}$</p>
<p>2. Момент распределен на малой круговой площадке</p> 	<p>В точках $\theta = 0$ и $\theta = 180^\circ$</p> $M_1 = 0,103 \frac{M}{r}, \quad \sigma_1 = \pm 0,62 \frac{M}{r \delta^2}$ <p>При $\sigma_1 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и радиус)</p> $\delta_n = \sqrt{0,62 \frac{M}{r [\sigma]}} - \delta$ $r_n = 0,62 \frac{M}{[\sigma] \delta^2}$
<p>3. Касательная сила распределена на малой круговой площадке</p> 	<p>В точках $\theta = 0$ и $\theta = 180^\circ$</p> $M_1 = 0,103 \frac{M}{r}, \quad \sigma_1 = \pm 0,62 \frac{M}{r \delta^2}$ <p>При $\sigma_1 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и радиус)</p> $\delta_n = \sqrt{0,62 \frac{M}{r [\sigma]}} - \delta$ $r_n = 0,62 \frac{M}{[\sigma] \delta^2}$

сторонами a и b два фиктивных квадратных элемента со сторонами a и $b/3$. Найдем для этих квадратных элементов значения ρ в соответствии с табл. 14 и выберем из них наименьшее.

3. Действие продольного момента M_y . Коэффициенты Δ_{T1} , Δ_{M1} определяются по формуле

$$\Delta = 1 + 0,2\rho \frac{abE}{E\delta^3} \rho \overline{M}_1. \quad (68)$$

Значение ρ может быть приближенно получено из табл. 14 следующим образом. Возьмем вместо фактического элемента со сторонами a и b два фиктивных квадратных элемента со сторонами $a/3$ и b . Найдем для указанных квадратных элементов значения ρ по табл. 14 и выберем из них наименьшее.

СФЕРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАДИАЛЬНЫХ СИЛ

Для сосредоточенной силы, приложенной в точке (или распределенной на малой круговой площадке радиуса r), формулы для расчета приведены в табл. 15.

Радиальная сила приложена к жесткому включению (рис. 41). Напряженное состояние оболочки практически определяется меридиональными изгибающими моментами и нормальными усилиями

$$M_1 = 0,3 \frac{P}{\cos^2 \varphi_0} \left[\overline{C}_3 \left(0,7 \frac{\ker' x}{x} + \ker x \right) + \right. \\ \left. + \overline{C}_4 \left(0,7 \frac{\keri' x}{x} - \keri x \right) \right];$$

$$T_1 = - \frac{P}{\delta \cos^2 \varphi_0} \left[\overline{C}_3 \left(\frac{\keri' x}{x} \right) - \overline{C}_4 \frac{\ker' x}{x} + 0,525 \frac{1}{x^2} \right]$$

Радиальное перемещение

$$w = \frac{PR}{E\delta^2 \cos^2 \varphi_0} (\overline{C}_3 \ker x + \overline{C}_4 \keri x).$$

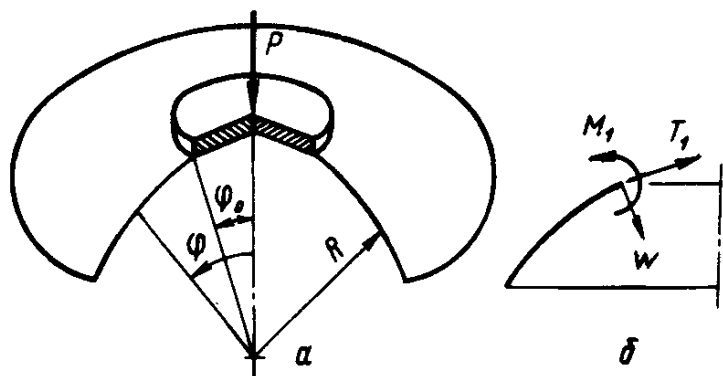
Здесь

$$x = 1,815 \sqrt{\frac{R}{\delta}} \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi_0},$$

\overline{C}_3 , \overline{C}_4 — постоянные, определяются по табл. 16.

Рис. 41. Сферическая оболочка с жестким включением под действием радиальной силы P :

a — схема нагружения; b — положительные направления внутренних усилий и перемещений



Значения \bar{C}_3 и \bar{C}_4 для различных схем нагружения

x_0	Радиальная сила P		Момент M		Касательная сила Q	
	\bar{C}_3	\bar{C}_4	\bar{C}_3	\bar{C}_4	\bar{C}_3	\bar{C}_4
0,0	-0,0000	-0,5289	0,0000	0,9561	0,0000	0,0000
0,2	-0,0236	-0,5220	0,0095	0,9557	0,0001	0,0052
0,4	-0,0674	-0,5123	0,0370	0,9522	0,0009	0,023
0,6	-0,1192	-0,4988	0,0802	0,9424	0,0044	0,051
0,8	-0,1751	-0,4816	0,1355	0,9245	0,0134	0,089
1,0	-0,2336	-0,4604	0,1992	0,8979	0,0301	0,135
1,2	-0,2938	-0,4345	0,2682	0,8633	0,0584	0,188
1,6	-0,4173	-0,3641	0,4123	0,7723	0,1597	0,299
2,0	-0,5404	-0,2621	0,5544	0,6552	0,3355	0,396
2,4	-0,6548	-0,1200	0,6867	0,5121	0,5985	0,446
2,8	-0,7482	0,0689	0,8025	0,3411	0,9520	0,404
3,2	-0,8036	0,3089	0,8941	0,1394	1,3853	0,216
3,6	-0,799	0,5993	0,9513	-0,0941	1,8654	-0,184
4,0	-0,7085	0,9328	0,9618	-0,3584	2,3284	-0,867
4,4	-0,5028	1,2919	0,9110	-0,6483	2,6687	-1,899
4,8	-0,1520	1,6467	0,7832	-0,9536	2,7304	-3,324
5,0	0,0863	1,8089	0,6854	-1,1072	2,5928	-4,188
5,5	0,8858	2,1100	0,3273	-1,4709	1,4979	-6,732
6,0	1,9837	2,1385	-0,2103	-1,7574	-1,1456	-9,572
6,5	3,3364	1,7037	-0,9336	-1,8880	-5,9685	-12,069
7,0	4,8078	0,5844	-1,8208	-1,7645	-13,4994	-13,082
7,5	6,1312	-1,4388	-2,8073	-1,2755	-23,8931	-10,855
8,0	6,8755	-4,5263	-3,7713	-0,3101	-36,5203	-3,003
8,5	6,4263	-8,6911	-4,5203	1,2187	-49,4154	13,322
9,0	4,0018	-13,6786	-4,7839	3,3404	-58,6302	40,940

Числовые значения функций Томсона $\ker x$, $\operatorname{kei} x$ и их производных могут быть взяты из таблиц, приведенных в работе [35].

Положительные направления внутренних усилий M_1 , T_1 и перемещений w показаны на рис. 41, б.

При $\varphi = \varphi_0$ имеем $x = x_0 = 1,815 \sqrt{R/\delta} \operatorname{tg} \varphi_0$;

$$M_1 = 0,3 \frac{P}{\cos^2 \varphi_0} \bar{M}_1; \quad T_1 = - \frac{P}{\delta \cos^2 \varphi_0} \bar{T}_1; \quad (69)$$

$$w_{\max} = \frac{PR}{E\delta^2 \cos^2 \varphi_0} \bar{w},$$

где \bar{M}_1 , \bar{T}_1 , \bar{w} — коэффициенты внутренних усилий и перемещений (рис. 42).

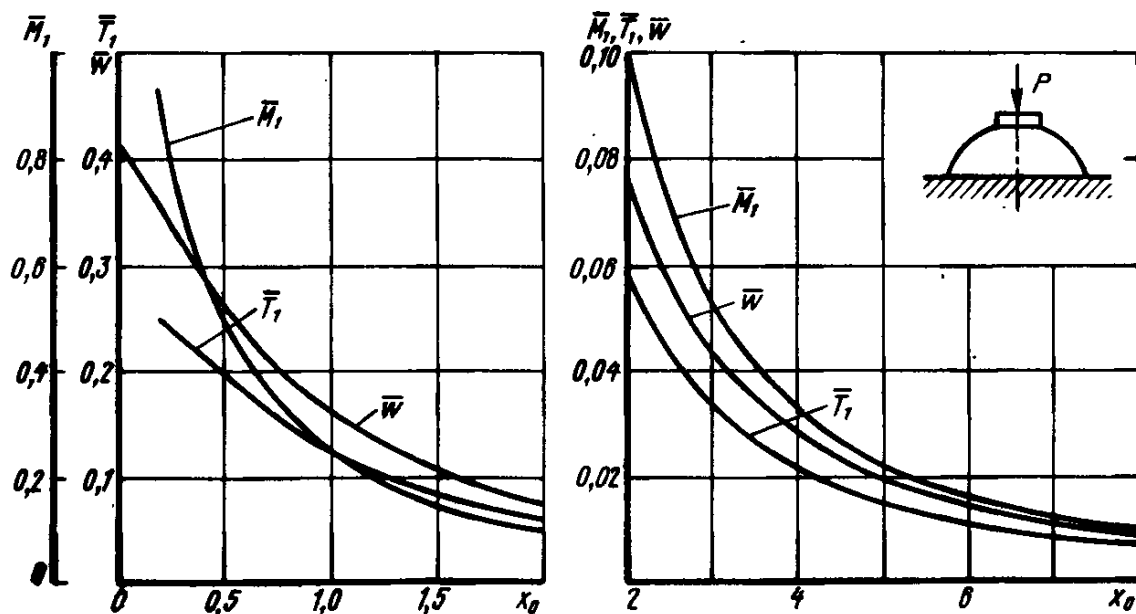


Рис. 42. Коэффициенты внутренних усилий \bar{M}_1 , \bar{T}_1 и перемещений \bar{w}

Максимальные напряжения в месте сопряжения с жестким включением

$$\sigma_1 = \frac{P}{\delta^2 \cos^2 \varphi_0} (\bar{T}_1 \pm 1,8 \bar{M}_1). \quad (70)$$

СФЕРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ МОМЕНТА

Для сосредоточенного момента, приложенного в точке (или распределенного на малой круговой площадке радиуса r), формулы для расчета приведены в табл. 15.

Момент приложен к жесткому включению (рис. 43). Напряженное состояние оболочки практически определяется меридиональными изгибающими моментами и нормальными усилиями

$$\begin{aligned} M_1 &= 0,3 \frac{M}{\sqrt{R\delta}} \left[\bar{C}_3 \left(\text{kei}' x - \frac{1,4 \text{ker}' x}{x^2} - \frac{0,7 \text{kei} x}{x} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \bar{C}_4 \left(\text{ker}' x + \frac{1,4 \text{kei}' x}{x^2} - \frac{0,7 \text{ker} x}{x} \right) \right] \cos \theta; \\ T_1 &= - \frac{M}{\delta \sqrt{R\delta}} \frac{1}{x} \left[-\bar{C}_3 \left(\frac{2 \text{kei}' x}{x} - \text{ker} x \right) + \right. \\ &\quad \left. + \bar{C}_4 \left(\frac{2 \text{ker}' x}{x} + \text{kei} x \right) + \frac{1,9}{x^3} \right] \cos \theta. \end{aligned}$$

Радиальное перемещение

$$\begin{aligned} w &= \frac{M}{E\delta^3} \sqrt{\frac{R}{\delta}} (\bar{C}_3 \text{ker}' x + \\ &\quad + \bar{C}_4 \text{kei} x) \cos \theta. \end{aligned}$$

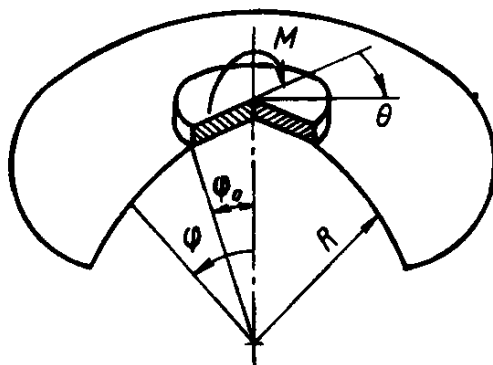


Рис. 43. Сферическая оболочка с жестким включением под действием момента M

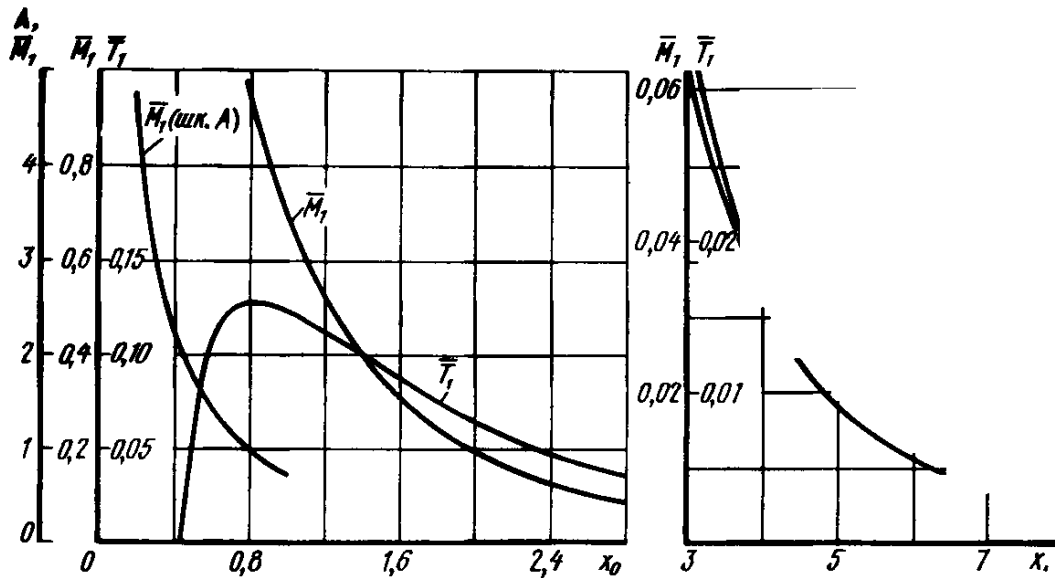


Рис. 44. Коэффициенты внутренних усилий \bar{M}_1 и \bar{T}_1

Внутренние усилия при $\varphi = \varphi_0$ в месте сопряжения оболочки с жестким включением

$$M_1 = 0,3 \frac{M}{\sqrt{R\delta}} \bar{M}_1 \cos \theta; \quad T_1 = -\frac{M}{\delta \sqrt{R\delta}} \bar{T}_1 \cos \theta.$$

Значения безразмерных коэффициентов внутренних усилий приведены на рис. 44.

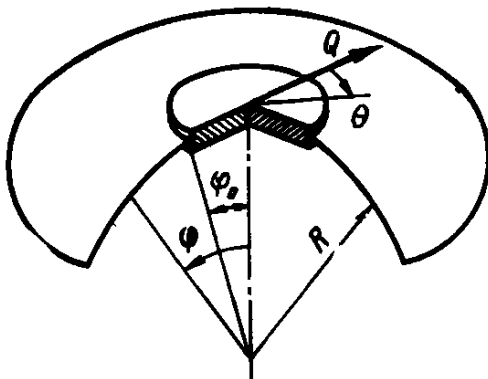
Максимальные напряжения будут в зоне $\theta = 0$

$$\sigma_1 = \frac{M}{\delta^2 \sqrt{R\delta}} (\bar{T}_1 \pm 1,8 \bar{M}_1) \quad (71)$$

и равные с ними по величине, но противоположные по знаку в зоне $\theta = 180^\circ$.

СФЕРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ КАСАТЕЛЬНЫХ СИЛ

Для сосредоточенной силы, приложенной в точке (или распределенной на малой круговой площадке радиуса r), формулы для расчета приведены в табл. 15



Касательная сила приложена к жесткому включению (рис. 45). Напряженное состояние оболочки практически определяется мер-

Рис. 45. Сферическая оболочка с жестким включением под действием касательной силы

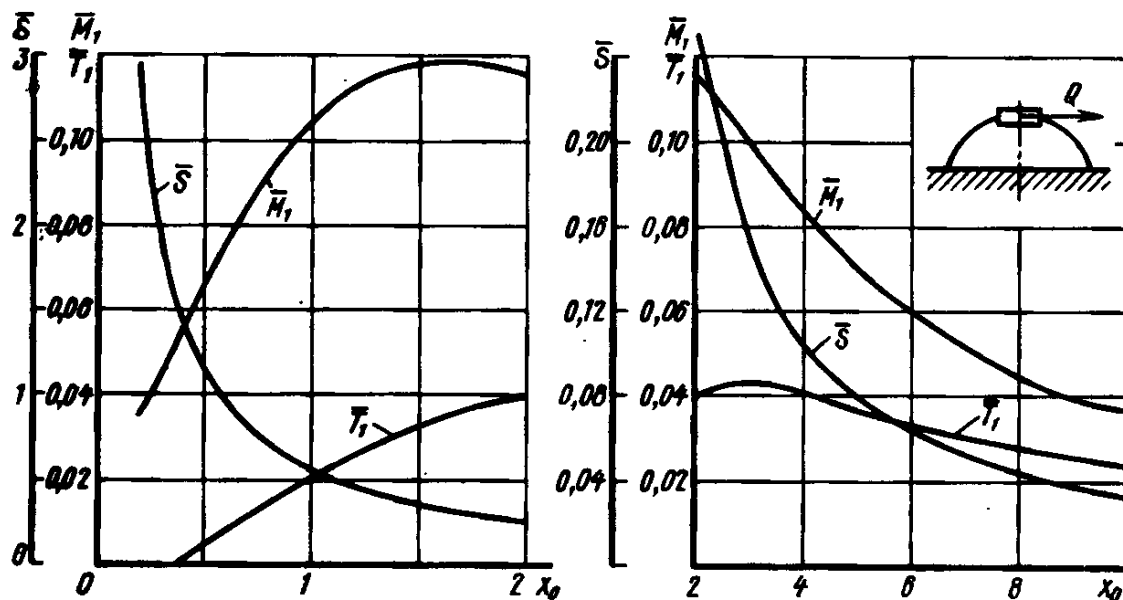


Рис. 46. Коэффициенты внутренних усилий \bar{M}_1 , \bar{T}_1 , \bar{S}

диональными изгибающими моментами, нормальными усилиями

$$M_1 = 0,3Q \sqrt{\frac{R}{\delta}} \left[\bar{C}_3 \left(\text{kei}' x - \frac{1,4 \text{ker}' x}{x^2} - \frac{0,7 \text{kei} x}{x} \right) - \right. \\ \left. - \bar{C}_4 \left(\text{ker}' x + \frac{1,4 \text{kei}' x}{x^2} - \frac{0,7 \text{ker} x}{x} \right) \right] \cos \theta, \\ T_1 = -\frac{Q}{\sqrt{R\delta}} \frac{1}{x} \left[-\bar{C}_3 \left(\frac{2 \text{kei}' x}{x} - \text{ker} x \right) + \right. \\ \left. + \bar{C}_4 \left(\frac{2 \text{ker}' x}{x} + \text{kei} x \right) + 0,289 \right] \cos \theta$$

и сдвигающими усилиями

$$S = \frac{Q}{\sqrt{R\delta}} \frac{1}{x} \left[\bar{C}_3 \left(\frac{2 \text{kei}' x}{x} - \text{ker} x \right) - \right. \\ \left. - \bar{C}_4 \left(\frac{2 \text{ker}' x}{x} + \text{kei} x \right) + 0,289 \right] \sin \theta.$$

Радиальные перемещения

$$w = \frac{Q}{E\delta} \sqrt{\frac{R}{\delta}} (\bar{C}_3 \text{ker}' x + \bar{C}_4 \text{kei} x) \cos \theta.$$

Внутренние усилия при $\varphi = \varphi_0$ в месте сопряжения оболочки с жестким включением

$$M_1 = 0,3Q \sqrt{\frac{R}{\delta}} \bar{M}_1 \cos \theta, \quad T_1 = -\frac{Q}{\sqrt{R\delta}} \bar{T}_1 \cos \theta, \\ S = \frac{Q}{\sqrt{R\delta}} \bar{S} \sin \theta.$$

Значения коэффициентов внутренних усилий \bar{M}_1 , \bar{T}_1 , \bar{S} приведены на рис. 46.

Максимальные нормальные напряжения будут в зоне $\theta = 0$

$$\sigma_1 = \frac{Q}{\delta \sqrt{R\delta}} (\bar{T}_1 \pm 1,8\bar{M}_1) \quad (72)$$

и равные с ними по величине, но противоположные по знаку в зоне $\theta = 180^\circ$

Максимальные касательные напряжения в зоне $\theta = \pm 90^\circ$

$$\tau = \frac{Q}{\delta \sqrt{R\delta}} \bar{S}. \quad (73)$$

ГЛАВА 16

РАСЧЕТ ШПАНГОУТОВ

В расчетах силовых шпангоутов обычно используются готовые зависимости, полученные из решения статической неопределимости замкнутых колец, которые приводятся в справочной литературе [1, 23, 25, 34 и др.]. Они дают результаты, хорошо согласующиеся с экспериментами для жестких шпангоутов тонкостенных отсеков, у которых $Il/R^4\delta > 0,1$, где l , R , δ — длина, радиус кривизны и толщина оболочки; I — момент инерции сечения шпангоута. При маложестких шпангоутах ($Il/R^4\delta \ll 0,1$) указанные данные приводят к завышенным результатам, так как они не учитывают влияние оболочек в распределении усилий по отсеку. Эта задача не нашла еще должного освещения в теоретических работах. Некоторые методические сведения по учету упругости оболочек можно найти в книге [25]. Методам расчета цилиндрических корпусов с днищами на действие сосредоточенных сил и локальных нагрузок при контактных взаимодействиях с упругим ложементом посвящена единственная монография [15], рассматривающая огромное число различных конструктивно-силовых схем.

ДЕЙСТВИЕ НАГРУЗОК В ПЛОСКОСТИ ШПАНГОУТА

В плоскости шпангоута тонкостенного отсека могут действовать три типа внешних нагрузок: радиальная P и касательная T силы, момент M_0 . Радиальная нагрузка может прикладываться в виде погонного давления q_0 , распределенного на некоторой длине. Внешние силы уравниваются потоком касательных усилий оболочки q . От внешних сил в сечении шпангоута действуют внутренние усилия: изгибающий момент M , нормальная (осевая) N и поперечная Q силы (рис. 47). Расчет шпангоутов включает определение этих усилий.

За силовую схему шпангоута принимается изолированное замкнутое кольцо, радиус которого равен радиусу нейтральной линии шпангоута r . Действие оболочки заменяется потоком касательных усилий, которые определяются из условия равновесия всей

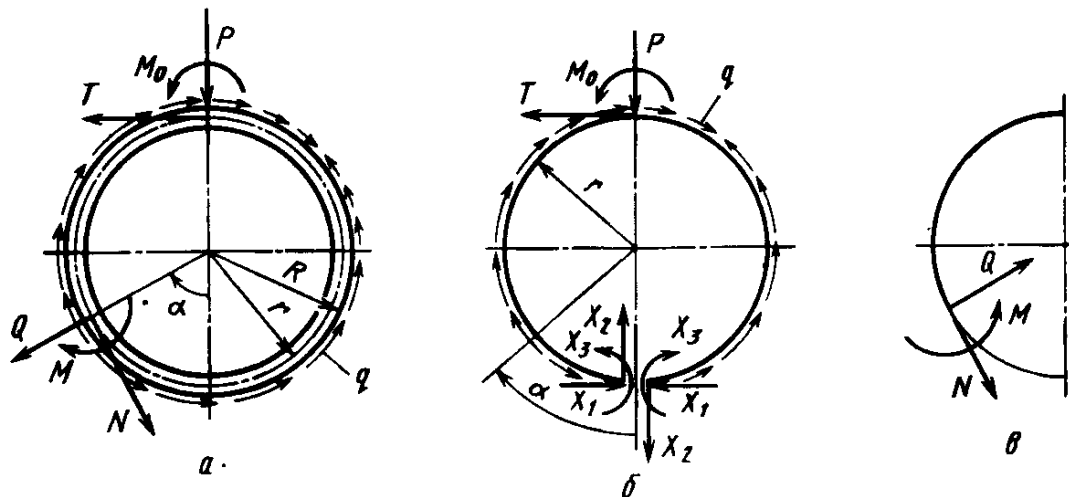


Рис. 47. К расчету шпангоута:

a — внешние нагрузки, внутренние усилия; *б* — основная статически определяемая система кольца; *в* — положительные направления внутренних усилий

системы. Все внешние силы, в том числе и поток касательных усилий, переносятся на нейтральную линию. При этом вследствие эксцентриситета нейтральной линии по отношению к поверхности оболочки дополнительно добавятся соответствующие моменты.

При раскрытии статической неопределимости кольца будем принимать следующие допущения.

1. Жесткость оболочки на изгиб по сравнению с жесткостью шпангоута равна нулю. Это позволяет считать, что вся внешняя нагрузка замыкается на кольцо. Для конструкций, имеющих сравнительно маложесткий шпангоут, допущение идет в запас прочности, так как в этом случае некоторая часть нагрузки воспринимается и оболочкой.

2. Высота сечения шпангоута по сравнению с радиусом кривизны незначительна.

3. Изменение круговой формы шпангоута под нагрузкой не учитывается.

В общем случае замкнутое кольцо при действии на него произвольной системы сил является трижды статически неопределимым. Разработано несколько методов решения замкнутых круговых колец. Будем пользоваться методом, основанным на составлении канонических уравнений сил. При этом взаимные смещения определяются интегралом Мора. Основную статически определяемую систему получим, разрезая кольцо в некотором сечении $\alpha = 0$ (см. рис. 47, б). Чтобы не нарушить равновесия системы, приложим в месте разреза неизвестные усилия, которые обозначим: X_1 — нормальная (осевая) сила; X_2 — поперечная сила; X_3 — изгибающий момент.

Из условия равенства нулю относительных перемещений сечений кольца в месте условного разреза получим систему канонических уравнений

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \delta_{1P} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \delta_{2P} &= 0; \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \delta_{3P} &= 0, \end{aligned} \quad (74)$$

где δ_{11} , δ_{12} и т. д. — коэффициенты влияния. Здесь первый индекс указывает, в направлении какой силы определяется перемещение, а второй — какой силой вызвано это перемещение. Так, например, δ_{1P} — перемещение в направлении силы X_1 от внешнего нагружения. Используя свойства симметричности и обратной симметричности эпюр, легко показать, что $\delta_{12} = \delta_{21} = 0$, $\delta_{23} = \delta_{32} = 0$. Это дает возможность сразу записать решение системы уравнений (74) в виде

$$X_1 = \frac{\delta_{3P}\delta_{13} - \delta_{1P}\delta_{33}}{\delta_{11}\delta_{33} - \delta_{13}\delta_{31}}; \quad X_2 = -\frac{\delta_{2P}}{\delta_{22}}; \quad X_3 = \frac{\delta_{1P}\delta_{31} - \delta_{3P}\delta_{11}}{\delta_{11}\delta_{33} - \delta_{13}\delta_{31}}. \quad (75)$$

Определим коэффициенты влияния от внешней нагрузки и единичных сил $X_1 = 1$, $X_2 = 1$, $X_3 = 1$. Если пренебречь влиянием нормальных и перерезывающих сил на деформацию, каждый из коэффициентов влияния записывается как интеграл от произведения соответствующих моментов, индексы которых приписываются коэффициенту влияния:

$$\delta_{13} = \int_l \frac{M_1 M_3}{EI(\alpha)} ds; \quad \delta_{1P} = \int_l \frac{M_1 M_P}{EI(\alpha)} ds \quad (76)$$

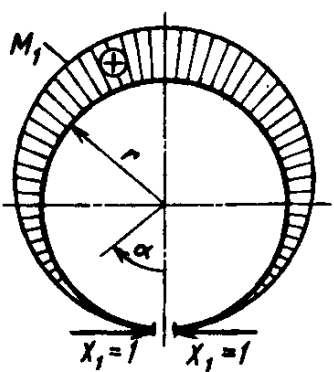
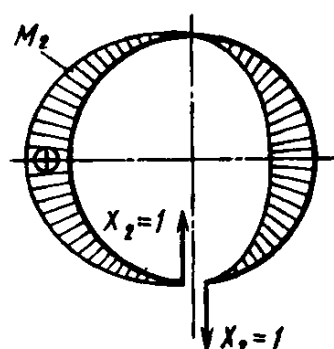
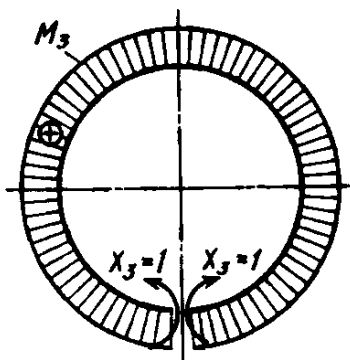
и т. п. для всех остальных коэффициентов, входящих в уравнение (75). Здесь M_1 , M_3 — изгибающие моменты в сечении кольца от единичной нагрузки $X_1 = 1$ и $X_3 = 1$; M_P — от внешних нагрузок; $EI(\alpha)$ — жесткость сечения на изгиб, которая в общем случае может быть переменной в зависимости от угла α .

Коэффициенты влияния обладают свойством взаимности, например, $\delta_{13} = \delta_{31}$.

Изгибающие моменты M_1 , M_2 , M_3 и эпюры моментов, построенные на разрезанном кольце, приведены в табл. 17. Выражения

Таблица 17

Изгибающие моменты и эпюры моментов от единичных сил

$X_1 = 1$	$X_2 = 1$	$X_3 = 1$
 <p>$M_1 = r(1 - \cos \alpha),$</p>	 <p>$M_2 = r \sin \alpha$</p>	 <p>$M_3 = 1$</p>

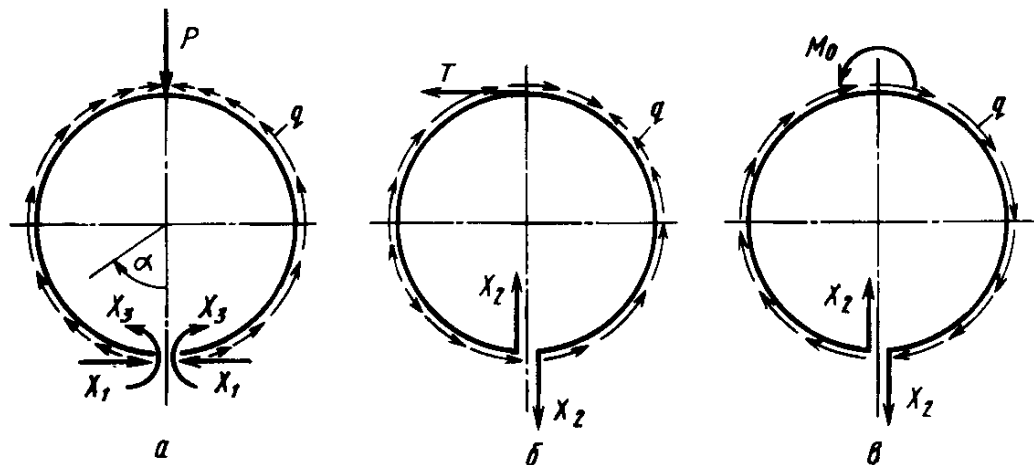


Рис. 48. Выбор места разреза кольца:

а — симметричное нагружение; б, в — обратнoсимметричное

моментов справедливы при $0 \leq \alpha \leq 360^\circ$ и могут использоваться при решении любой схемы нагружения, у которой разрез делается с координатой $\alpha = 0$.

Условимся считать момент положительным, если он увеличивает кривизну кольца. Эпюры моментов при построении на кольце будем располагать со стороны растянутых волокон. Таким образом, эпюры, расположенные внутри кольца, будут иметь отрицательный знак, а расположенные снаружи — положительный. Осевую силу N будем считать положительной, если она растягивает кольцо, а отрицательной — при сжатии. Положительные направления внутренних усилий показаны на рис. 47, в.

Значения неопределенных и определенных интегралов, часто встречающихся при решении статически неопределимых колец, приведены в табл. 18.

При выборе основной статически определимой системы, т. е. места разреза, следует иметь в виду, что если внешние нагрузки имеют ось симметрии, то разрез целесообразно делать по этой оси. В этом случае решение существенно упрощается, так как при симметричном нагружении обратнoсимметричные неизвестные равны нулю, при обратнoсимметричном — симметричные неизвестные равны нулю. Так, например, в схемах нагружения, показанных на рис. 48, разрез сделан по оси симметрии ($\alpha = 0^\circ$). Для симметричного нагружения задача будет дважды статически неопределимой, так как $X_2 = 0$. Для обратнoсимметричного нагружения два неизвестных X_1 и X_3 равны нулю. Решение сводится к определению только одного неизвестного. Для колец переменной жесткости эти условия выполняются, если ось симметрии нагрузки совпадает с осью симметрии конструкции. В произвольной схеме нагружения, не имея готового решения, найти ось симметрии нагрузки невозможно, поэтому приходится определять все три неизвестных.

После вычисления коэффициентов влияния (76) и неизвестных усилий X_1 , X_2 , X_3 определяются искомые внутренние усилия для произвольного сечения замкнутого кольца

$$\begin{aligned} M &= M_P + X_1 M_1 + X_2 M_2 + X_3 M_3; \\ N &= N_P + X_1 \cos \alpha - X_2 \sin \alpha; \\ Q_P &= Q + X_1 \sin \alpha + X_2 \cos \alpha, \end{aligned} \quad (77)$$

Значения неопределенных и определенных интегралов

Подынтегральное выражение	Значение неопределенного интеграла	Значение определенного интеграла в пределах $0 \dots \alpha^\circ$	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	$\alpha = \pi$
$\sin \varphi \, d\varphi$	$-\cos \varphi$	$1 - \cos \alpha$	1	2
$\cos \varphi \, d\varphi$	$\sin \varphi$	$\sin \alpha$	1	0
$\sin^2 \varphi \, d\varphi$	$-\frac{1}{4} \sin 2\varphi + \frac{1}{2} \varphi$	$-\frac{1}{4} \sin 2\alpha + \frac{1}{2} \alpha$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos^2 \varphi \, d\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\varphi + \frac{1}{2} \varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\alpha + \frac{1}{2} \alpha$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin^3 \varphi \, d\varphi$	$\frac{1}{12} \cos 3\varphi - \frac{3}{4} \cos \varphi$	$\frac{1}{12} \cos 3\alpha - \frac{3}{4} \cos \alpha + \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
$\cos^3 \varphi \, d\varphi$	$\frac{1}{12} \sin 3\varphi + \frac{3}{4} \sin \varphi$	$\frac{1}{12} \sin 3\alpha + \frac{3}{4} \sin \alpha$	$\frac{2}{3}$	0
$\varphi \sin \varphi \, d\varphi$	$\sin \varphi - \varphi \cos \varphi$	$\sin \alpha - \alpha \cos \alpha$	1	π
$\varphi \cos \varphi \, d\varphi$	$\cos \varphi + \varphi \sin \varphi$	$\cos \alpha + \alpha \sin \alpha - 1$	$\frac{\pi}{2} - 1$	-2
$\varphi^2 \sin \varphi \, d\varphi$	$2\varphi \sin \varphi - (\varphi^2 - 2) \cos \varphi$	$2\alpha \sin \alpha - (\alpha^2 - 2) \cos \alpha - 2$	$\frac{\pi}{2} - 2$	$\pi^2 - 4$
$\varphi^2 \cos \varphi \, d\varphi$	$2\varphi \cos \varphi + (\varphi^2 - 2) \sin \varphi$	$2\alpha \cos \alpha + (\alpha^2 - 2) \sin \alpha$	$\frac{\pi^2}{4} - 2$	-2 π
$\varphi \sin^2 \varphi \, d\varphi$	$\frac{1}{4} \varphi^2 - \frac{1}{4} \varphi \sin 2\varphi - \frac{1}{8} \cos 2\varphi$	$\frac{1}{4} \alpha^2 - \frac{1}{4} \alpha \sin 2\alpha - \frac{1}{8} \cos 2\alpha + \frac{1}{8}$	$\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4}$	$\frac{\pi^2}{4}$

Подынтегральное выражение	Значение неопределенного интеграла	Значение определенного интеграла в пределах $0 \dots \alpha$	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	$\alpha = \pi$
$\varphi \cos^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \varphi^3 + \frac{1}{4} \varphi \sin 2\varphi + \frac{1}{8} \cos 2\varphi$	$\frac{1}{4} \alpha^3 + \frac{1}{4} \alpha \sin 2\alpha +$ $+\frac{1}{8} \cos 2\alpha - \frac{1}{8}$	$\frac{\pi^3}{16} - \frac{1}{4}$	$\frac{\pi^3}{4}$
$\varphi^3 \sin^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\varphi \left(\frac{1}{2} - \varphi^2 \right) -$ $-\frac{1}{4} \varphi \cos^2 \varphi + \frac{\varphi^3}{6}$	$\frac{1}{4} \sin 2\alpha \left(\frac{1}{2} - \alpha^2 \right) -$ $-\frac{1}{4} \alpha \cos^2 \alpha + \frac{\alpha^3}{6}$	$\frac{\pi^3}{48}$	$\frac{\pi}{12} (2\pi^2 - 3)$
$\varphi^3 \cos^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\varphi \left(\varphi^2 - \frac{1}{2} \right) +$ $+\frac{1}{4} \varphi \cos^2 \varphi + \frac{\varphi^3}{6}$	$\frac{1}{4} \sin 2\alpha \left(\alpha^2 - \frac{1}{2} \right) +$ $+\frac{1}{4} \alpha \cos^2 \alpha + \frac{\alpha^3}{6}$	$\frac{\pi^3}{48}$	$\frac{\pi}{12} (2\pi^2 + 3)$
$\sin \varphi \cos \varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin^2 \varphi$	$\frac{1}{2} \sin^2 \alpha$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin \varphi \cos^3 \varphi d\varphi$	$-\frac{1}{3} \cos^3 \varphi$	$\frac{1}{3} (1 - \cos^3 \alpha)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\sin^3 \varphi \cos \varphi d\varphi$	$\frac{1}{3} \sin^3 \varphi$	$\frac{1}{3} \sin^3 \alpha$	$\frac{1}{3}$	0
$\sin^3 \varphi \cos^3 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{8} \varphi - \frac{1}{32} \sin 4\varphi$	$\frac{1}{8} \alpha - \frac{1}{32} \sin 4\alpha$	$\frac{\pi}{16}$	$\frac{\pi}{8}$

Подынтегральное выражение	Значение неопределенного интеграла	Значение определенного интеграла в пределах 0 ... α_0	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	$\alpha = \pi$
$\sin 2\varphi d\varphi$	$-\frac{1}{2} \cos 2\varphi$	$\sin^2 \alpha$	1	0
$\cos 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin 2\varphi$	$\frac{1}{2} \sin 2\alpha$	0	0
$\varphi \sin 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\varphi - \frac{1}{2} \varphi \cos 2\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\alpha - \frac{1}{2} \alpha \cos 2\alpha$	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$
$\varphi \cos 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \cos 2\varphi + \frac{1}{2} \varphi \sin 2\varphi$	$\frac{1}{4} \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \alpha \sin 2\alpha - \frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\sin (\alpha - \varphi) d\varphi$	$\cos (\alpha - \varphi)$	$1 - \cos \alpha$		
$\cos (\alpha - \varphi) d\varphi$	$\sin (\alpha - \varphi)$	$\sin \alpha$		
$\sin (\alpha - \varphi) \sin \varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin \varphi \cos (\alpha - \varphi) - \frac{1}{2} \varphi \cos \alpha$	$\frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \alpha \cos \alpha$		
$\cos (\alpha - \varphi) \sin \varphi d\varphi$	$-\frac{1}{2} \sin \varphi \sin (\alpha - \varphi) + \frac{1}{2} \varphi \sin \alpha$	$\frac{1}{2} \alpha \sin \alpha$		
$\sin (\alpha - \varphi) \cos \varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin \varphi \sin (\alpha - \varphi) + \frac{1}{2} \varphi \sin \alpha$	$\frac{1}{2} \alpha \sin \alpha$		
$\cos (\alpha - \varphi) \cos \varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin \varphi \cos (\alpha - \varphi) + \frac{1}{2} \varphi \cos \alpha$	$\frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \alpha \cos \alpha$		

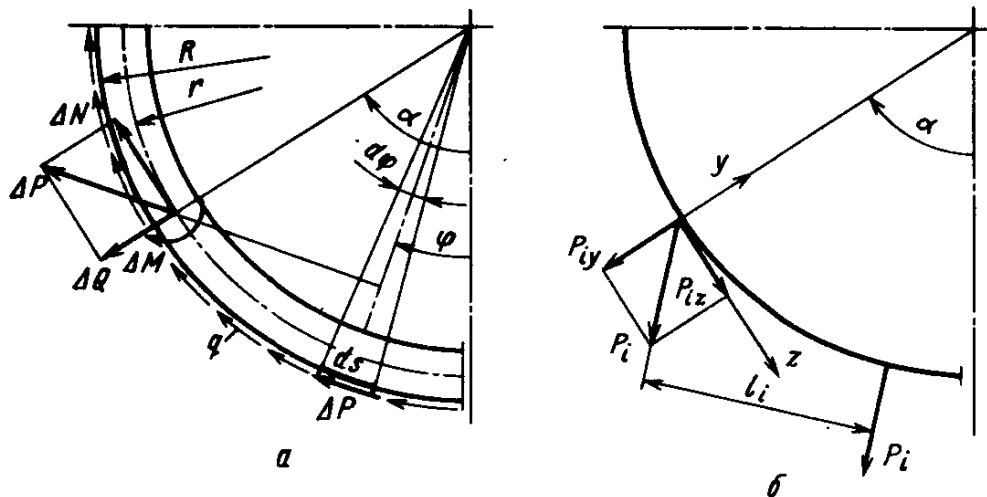


Рис. 49. Определение внутренних усилий в сечении α :

a — от касательных усилий в оболочке; b — от сосредоточенных сил

где M_P , N_P , Q_P — изгибающий момент, осевая сила, поперечная сила от внешних нагрузок в разрезанном кольце соответственно.

Внешними нагрузками для кольца являются действующие сосредоточенные силы и уравнивающий их поток касательных усилий в оболочке. Для определения усилий M_P , N_P и Q_P рассмотрим элементарную дугу ds с координатой φ (рис. 49). На эту дугу от потока касательных усилий $q = q_\varphi$ действует элементарная сила $\Delta P = q_\varphi R d\varphi$. Перенесем эту силу в точку C , расположенную на нейтральной оси кольца с координатой α . В результате получим

$$\Delta M = -\Delta P [R - r \cos (\alpha - \varphi)];$$

$$\Delta N = -\Delta P \cos (\alpha - \varphi);$$

$$\Delta Q = -\Delta P \sin (\alpha - \varphi).$$

Полное значение усилий в сечении α определим, суммируя усилия по всей дуге. Таким образом, с учетом сосредоточенных сил P_i , действующих в промежутке угла от 0 до α° , запишем

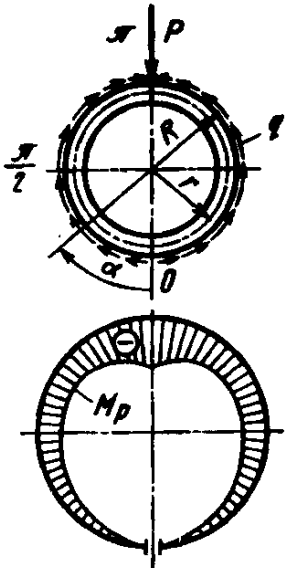
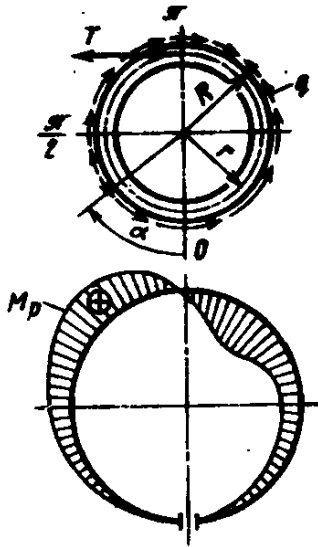
$$\begin{aligned} M_P &= -\int_0^\alpha q_\varphi [R - r \cos (\alpha - \varphi)] r d\varphi + \sum_{i=1}^n P_i l_i; \\ N_P &= -\int_0^\alpha q_\varphi \cos (\alpha - \varphi) r d\varphi + \sum_{i=1}^n P_{iz}; \\ Q_P &= -\int_0^\alpha q_\varphi \sin (\alpha - \varphi) r d\varphi + \sum_{i=1}^n P_{iy}, \end{aligned} \quad (78)$$

где P_{iz} , P_{iy} — проекции сил на оси z и y .

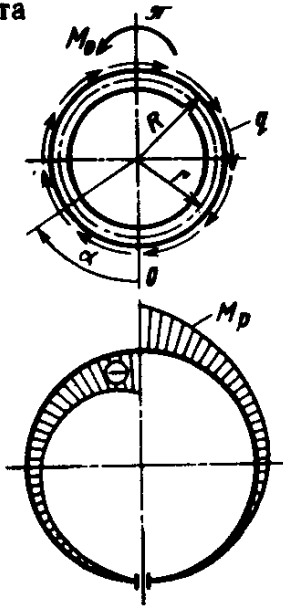
В табл. 19 приведены значения усилий M_P , N_P , Q_P и эпюры моментов в разрезанном кольце, полученные для элементарных схем нагружения. Здесь же приводятся касательные усилия q , действующие в оболочке.

Последовательность раскрытия статической неопределимости замкнутых колец следующая.

Внутренние усилия в разрезанном кольце от внешних сил

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>1. Кольцо под действием радиальной силы</p> 	$q = \frac{P}{\pi R} \sin \alpha$ $M_P = -\frac{Pr}{2\pi} \left[\frac{2R}{r} (1 - \cos \alpha) - \alpha \sin \alpha \right]$ $N_P = -\frac{P}{2\pi} \alpha \sin \alpha$ $Q_P = -\frac{P}{2\pi} (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)$
<p>2. Кольцо под действием касательной силы</p> 	$q = \frac{Tr}{2\pi R^2} - \frac{T}{\pi R} \cos \alpha$ $M_P = \frac{Tr}{2\pi} \left[\left(\frac{r}{R} + \frac{2R}{r} - 1 \right) \sin \alpha - (1 + \cos \alpha) \alpha \right]$ $N_P = \frac{T}{2\pi} \left[\left(1 - \frac{r}{R} \right) \sin \alpha + \alpha \cos \alpha \right]$ $Q_P = \frac{T}{2\pi} \left[\alpha \sin \alpha + \frac{r}{R} (\cos \alpha - 1) \right]$

3. Кольцо под действием момента



$$q = \frac{M_0}{2\pi R^2}$$

$$M_P = -\frac{M_0}{2\pi} \left(\alpha - \frac{r}{R} \sin \alpha \right)$$

$$N_P = -\frac{M_0}{2\pi R} \sin \alpha$$

$$Q_P = -\frac{M_0}{2\pi R} (1 - \cos \alpha)$$

1. Назначим основную статически определимую систему нагружения, выбрав место разреза. В месте разреза прикладываем неизвестные усилия, отбросив те, значения которых равны нулю.

При $r = (0,9 \dots 1,1) R$ можно пренебречь разницей радиусов кривизны шпангоута и оболочки, положив $R = r$.

2. Определим выражения изгибающих моментов M_P от внешних нагрузок для разрезанного кольца, построим эпюры моментов. Для элементарных схем нагружения значения моментов приведены в табл. 19.

Принимая неизвестные усилия равными единице, вычислим коэффициенты влияния (76) от единичного нагружения. Значения моментов при единичном нагружении приведены в табл. 17.

4. Вычислим перемещения от внешней нагрузки δ_{1P} , δ_{2P} , δ_{3P} соответствующим умножением эпюр единичных и внешних сил.

5. По формулам (75) найдем лишние неизвестные X_1 , X_2 , X_3 .

6. Из выражений (77) определим внутренние усилия M , N и Q , действующие в произвольном сечении замкнутого кольца.

ШПАНГОУТЫ ПОСТОЯННОЙ ЖЕСТКОСТИ

Если жесткость сечения шпангоута постоянна, решение несколько упрощается. Используя данные, приведенные в табл. 17, вычислим коэффициенты влияния от единичного нагружения

$$\delta_{11} = 2 \int_0^\pi \frac{M_1^2}{EI} r d\alpha = \frac{1}{EI} 3\pi r^3;$$

$$\delta_{13} = 2 \int_0^\pi \frac{M_1 M_3}{EI} r d\alpha = \frac{1}{EI} 2\pi r^3;$$

$$\delta_{22} = 2 \int_0^{\pi} \frac{M_2^2}{EI} r d\alpha = \frac{1}{EI} \pi r^3;$$

$$\delta_{33} = 2 \int_0^{\pi} \frac{M_3^2}{EI} r d\alpha = \frac{1}{EI} 2\pi r.$$

В результате выражения неизвестных усилий (75) могут быть представлены в следующем виде:

$$X_1 = \frac{1}{\pi r^3} (\bar{\delta}_{3P} r - \bar{\delta}_{1P}); \quad X_2 = -\frac{1}{\pi r^3} \bar{\delta}_{2P};$$

$$X_3 = \frac{1}{\pi r^2} \left(\bar{\delta}_{1P} - \frac{3}{2} r \bar{\delta}_{3P} \right),$$

где

$$\bar{\delta}_{iP} = 2 \int_0^{\pi} M_i M_P r d\alpha.$$

Здесь $i = 1, 2, 3$.

Пример 1. Кольцо нагружено радиальной нагрузкой, равномерно распределенной в секторе угла $2\alpha_0$ (рис. 50). Такое распределение внешней нагрузки встречается, например, при нагружении шпангоута через гибкую ленту. Принимаем, что радиус оболочки совпадает с радиусом оси кольца $R = r$. Погонное давление на единицу длины кольца

$$q_0 = \frac{P}{2r \sin \alpha_0}.$$

Решение проводим в следующей последовательности.

1. Место разреза принимаем в сечении $\alpha = 0$, в результате имеем $X_2 = 0$.
2. Изгибающий момент от потока касательных усилий q для угла $0 \leq \alpha \leq \pi$ запишем, пользуясь табл. 19 (схема 1):

$$M_P = -\frac{Pr}{2\pi} [2 - 2 \cos \alpha - \alpha \sin \alpha].$$

При $\pi - \alpha_0 \leq \alpha \leq \pi$ к этому моменту добавятся изгибающие моменты от погонного давления q_0 . В результате получим

$$M_P = -\frac{Pr}{2\pi} \left[2 - 2 \cos \alpha - \alpha \sin \alpha - \frac{\pi \cos(\alpha + \alpha_0)}{\sin \alpha_0} - \frac{\pi}{\sin \alpha_0} \right].$$

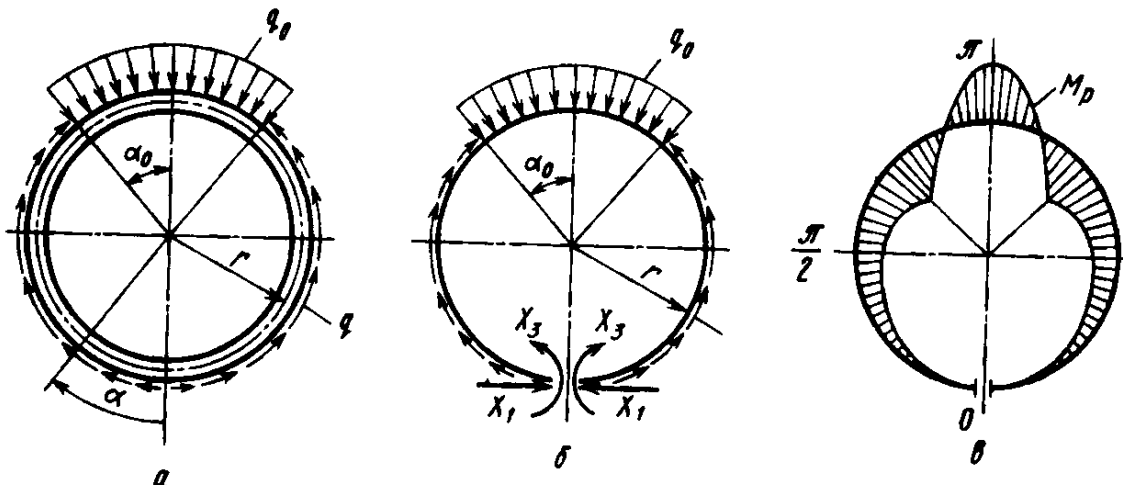


Рис. 50. Схема нагружения (а), основная статически определимая система (б) и эпюра моментов от внешнего нагружения (в)

3. Запишем выражения моментов M_1 , M_2 от единичного нагружения, пользуясь табл. 17.

4. Определим

$$\bar{\delta}_{1P} = 2 \int_0^{\pi-\alpha_0} M_1 M_{Pr} d\alpha + 2 \int_{\pi-\alpha_0}^{\pi} M_1 M_{Pr} d\alpha;$$

$$\bar{\delta}_{2P} = 2 \int_0^{\pi-\alpha_0} M_2 M_{Pr} d\alpha + 2 \int_{\pi-\alpha_0}^{\pi} M_2 M_{Pr} d\alpha.$$

В результате вычислений получим

$$\bar{\delta}_{1P} = \frac{Pr^3}{\pi} \left[\frac{\pi\alpha_0}{\sin \alpha_0} \left(1 - \frac{1}{2} \cos \alpha_0 \right) - \frac{9\pi}{4} \right];$$

$$\bar{\delta}_{2P} = \frac{Pr^3}{\pi} \left(\frac{\pi\alpha_0}{\sin \alpha_0} - 2\pi \right).$$

5. Определим

$$X_1 = \frac{P}{\pi} \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha_0 \cos \alpha_0}{2 \sin \alpha_0} \right);$$

$$X_2 = \frac{Pr}{\pi} \left(\frac{3}{4} - \frac{\alpha_0}{2 \sin \alpha_0} - \frac{\alpha_0 \cos \alpha_0}{2 \sin \alpha_0} \right).$$

6. По формулам (77) определим внутренние усилия в замкнутом кольце. Полученные зависимости приведены в табл. 20 (схема (6)).

Аналогично получено решение для кольца под действием неравномерной нагрузки, распределенной по закону косинуса (схема 7).

Коэффициенты внутренних изгибающих моментов k_M и прогибов кольца δ_P приведены на рис. 51 и 52.

В данном подразделе приводятся готовые зависимости, которые могут использоваться для расчета шпангоутов. Они дают результаты, хорошо согласующиеся с экспериментами для жестких шпангоутов.

Внутренние усилия и радиальный прогиб f от внешних сил и момента

$$M = k_M r P, \quad N = k_N P, \quad Q = k_Q P,$$

$$f = \delta_P \frac{Pr^3}{EI};$$

$$M = k_M r T, \quad N = k_N T, \quad Q = k_Q T,$$

$$f = \delta_T \frac{Tr^3}{EI}; \quad (79)$$

$$M = k_M M_0, \quad N = k_N \frac{M_0}{r}, \quad Q = k_Q \frac{M_0}{r},$$

$$f = \delta_{M_0} \frac{M_0 r^3}{EI}.$$

Коэффициенты внутренних усилий k_M , k_N , k_Q и прогибов δ_P , δ_T , δ_{M_0} приведены в табл. 20.

Помимо прямого решения, т. е. когда статическая неопределимость раскрывается, например, методом, основанным на составлении канонических уравнений, для некоторых схем нагружения

Коэффициенты внутренних усилий и перемещений

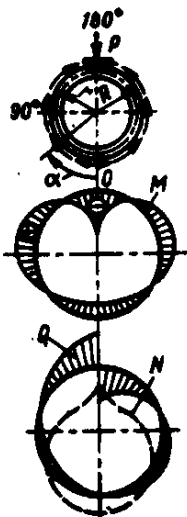
Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы																																																																						
<p>1. Кольцо под действием одной радиальной силы</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} \left(\alpha \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - 1 \right)$ $k_N = \frac{1}{2\pi} \left[\left(\frac{2R}{r} - 0,5 \right) \cos \alpha - \alpha \sin \alpha \right]$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \cos \alpha + \left(\frac{2R}{r} - \frac{3}{2} \right) \sin \alpha \right]$ $\delta_P = \frac{1}{2\pi} \left[1 - \frac{\alpha}{2} \sin \alpha + \frac{1}{4} (\alpha^2 - 4,78) \cos \alpha \right]$ <table><tr><th>$\alpha, ^\circ$</th><th>k_M</th><th>k_N^1</th><th>k_Q^1</th><th>δ_P</th></tr><tr><td>0</td><td>—0,08</td><td>0,239</td><td>0,0</td><td>—0,031</td></tr><tr><td>15</td><td>—0,072</td><td>0,22</td><td>0,061</td><td>—0,028</td></tr><tr><td>30</td><td>—0,049</td><td>0,165</td><td>0,112</td><td>—0,017</td></tr><tr><td>45</td><td>—0,015</td><td>0,08</td><td>0,145</td><td>—0,002</td></tr><tr><td>60</td><td>0,025</td><td>—0,025</td><td>0,152</td><td>0,014</td></tr><tr><td>75</td><td>0,063</td><td>—0,14</td><td>0,131</td><td>0,027</td></tr><tr><td>90</td><td>0,091</td><td>—0,25</td><td>0,080</td><td>0,034</td></tr><tr><td>105</td><td>0,102</td><td>—0,344</td><td>0,001</td><td>0,033</td></tr><tr><td>120</td><td>0,09</td><td>—0,408</td><td>—0,098</td><td>0,023</td></tr><tr><td>135</td><td>0,05</td><td>—0,434</td><td>—0,209</td><td>0,005</td></tr><tr><td>150</td><td>—0,02</td><td>—0,415</td><td>—0,322</td><td>—0,016</td></tr><tr><td>165</td><td>—0,118</td><td>—0,349</td><td>—0,422</td><td>—0,035</td></tr><tr><td>180</td><td>—0,239</td><td>—0,239</td><td>—0,5</td><td>—0,43</td></tr></table>	$\alpha, ^\circ$	k_M	k_N^1	k_Q^1	δ_P	0	—0,08	0,239	0,0	—0,031	15	—0,072	0,22	0,061	—0,028	30	—0,049	0,165	0,112	—0,017	45	—0,015	0,08	0,145	—0,002	60	0,025	—0,025	0,152	0,014	75	0,063	—0,14	0,131	0,027	90	0,091	—0,25	0,080	0,034	105	0,102	—0,344	0,001	0,033	120	0,09	—0,408	—0,098	0,023	135	0,05	—0,434	—0,209	0,005	150	—0,02	—0,415	—0,322	—0,016	165	—0,118	—0,349	—0,422	—0,035	180	—0,239	—0,239	—0,5	—0,43
$\alpha, ^\circ$	k_M	k_N^1	k_Q^1	δ_P																																																																			
0	—0,08	0,239	0,0	—0,031																																																																			
15	—0,072	0,22	0,061	—0,028																																																																			
30	—0,049	0,165	0,112	—0,017																																																																			
45	—0,015	0,08	0,145	—0,002																																																																			
60	0,025	—0,025	0,152	0,014																																																																			
75	0,063	—0,14	0,131	0,027																																																																			
90	0,091	—0,25	0,080	0,034																																																																			
105	0,102	—0,344	0,001	0,033																																																																			
120	0,09	—0,408	—0,098	0,023																																																																			
135	0,05	—0,434	—0,209	0,005																																																																			
150	—0,02	—0,415	—0,322	—0,016																																																																			
165	—0,118	—0,349	—0,422	—0,035																																																																			
180	—0,239	—0,239	—0,5	—0,43																																																																			
<p>¹ Приведены значения при $R/r = 1$</p>																																																																							

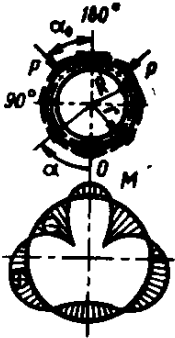
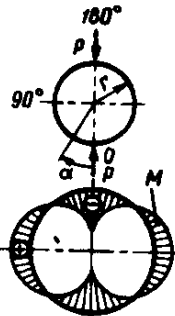
Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы
<p>2. Кольцо под действием двух радиальных сил, приложенных под углом $2\alpha_0$</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ - \alpha_0$</p> $k_M = \frac{1}{\pi} \left(\alpha a_2 + \alpha_0 b_2 + \frac{1}{2} b_1 - 1 \right)$ $k_N = \frac{1}{\pi} \left[\left(\frac{2R}{r} - 0,5 \right) b_1 - \alpha a_2 - \alpha_0 b_2 \right]$ $k_Q = \frac{1}{\pi} \left[\alpha b_1 - \alpha_0 a_1 + \left(\frac{2R}{r} - \frac{3}{2} \right) a_2 \right]$ <p>При $180^\circ - \alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{\pi} \left[(\alpha - \pi) a_2 + (\alpha_0 - \pi) b_2 + \frac{1}{2} b_1 - 1 \right]$ $k_N = \frac{1}{\pi} \left[\left(\frac{2R}{r} - 0,5 \right) b_1 - (\alpha - \pi) a_2 - (\alpha_0 - \pi) b_2 \right]$ $k_Q = \frac{1}{\pi} \left[(\alpha - \pi) b_1 - (\alpha_0 - \pi) a_1 + \left(\frac{2R}{r} - \frac{3}{2} \right) a_2 \right]$ <p>Здесь</p> $a_1 = \sin \alpha_0 \sin \alpha, \quad b_1 = \cos \alpha_0 \cos \alpha$ $a_2 = \cos \alpha_0 \sin \alpha, \quad b_2 = \sin \alpha_0 \cos \alpha$
<p>3. Кольцо под действием двух диаметрально противоположных радиальных сил</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2} \sin \alpha - 0,318$ $k_N = -\frac{1}{2} \sin \alpha, \quad k_Q = \frac{1}{2} \cos \alpha$ $\delta_P = \frac{1}{\pi} - \frac{\sin \alpha}{4} + \frac{(2\alpha - \pi)}{8} \cos \alpha$

Схема нагружения. эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы					
3. Кольцо под действием двух диаметрально про- тивоположных радиаль- ных сил	$\alpha, ^\circ$	k_M	k_N	k_Q		α°
				$\alpha \leq 90^\circ$	$\alpha > 90^\circ$	
	0	-0,318	0,0	0,5	-0,5	180
	15	-0,189	-0,13	0,483	-0,483	165
	30	-0,068	-0,25	0,433	-0,433	150
	45	0,035	-0,354	0,354	-0,354	135
	60	0,115	-0,435	0,25	-0,25	120
	75	0,165	-0,483	0,13	-0,13	105
	90	0,182	-0,5	0,0	0,0	90
4. Кольцо под действием четырех радиальных сил	При $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$					
	$k_M = \frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - 0,637$					
	$k_N = -\frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha$					
	$k_Q = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha$					
	$\alpha, ^\circ$	k_M	k_N	k_Q		
	0	-0,137	-0,5	0,5		
	15	-0,024	-0,612	0,354		
	30	0,046	-0,683	0,183		
	45	0,071	-0,71	0,0		
60	0,046	-0,683	-0,183			
75	-0,024	-0,612	-0,354			
90	-0,137	-0,5	-0,5			
5. Кольцо под действием n радиальных сил, при- ложенных с равным ша- гом по окружности	При $0 \leq \alpha \leq \alpha_0$					
	$k_M = \frac{1}{\alpha_0} - \frac{\cos\left(\frac{\alpha_0}{2} - \alpha\right)}{2 \sin \frac{\alpha_0}{2}}$					
	$k_N = -\frac{1}{2 \sin \frac{\alpha_0}{2}} \cos\left(\frac{\alpha_0}{2} - \alpha\right)$					

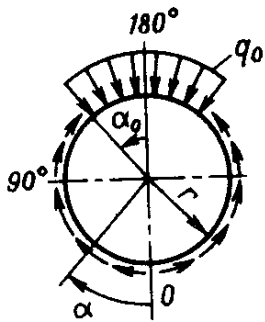
Схема нагружения. эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы
<p>5. Кольцо под действием n радиальных сил, приложенных с равным шагом по окружности</p>	<p>При $\alpha = 0$</p> $\delta_P = c(1 + \lambda) - \frac{1}{\alpha_0},$ <p>где</p> $c = \frac{\alpha_0 + \sin \alpha_0}{8 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}, \quad \lambda = \frac{l}{r^2 F}$
<p>6. Кольцо под действием погонной радиальной нагрузки q_0, равномерно распределенной в секторе $2\alpha_0$</p>  <p>Результирующая сила на вертикальную ось</p> $P = 2rq_0 \sin \alpha_0$	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ - \alpha_0$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} (\alpha \sin \alpha + a_2 \cos \alpha - a_1)$ $k_N = \frac{1}{2\pi} (b_1 \cos \alpha - \alpha \sin \alpha)$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} (\alpha \cos \alpha + c_1 \sin \alpha)$ $\delta_P = B_1 \cos \alpha + \frac{1}{2\pi} \left(d_1 - d_2 \alpha \sin \alpha + \frac{\alpha^2 \cos \alpha}{4} \right)$ <p>При $180^\circ - \alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = -\frac{1}{2\pi} [a_5 (\pi - \alpha) \sin \alpha + a_4 \cos \alpha + a_3]$ $k_N = \frac{1}{2\pi} [b_2 \cos \alpha + b_3 (\pi - \alpha) \sin \alpha + b_4]$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} [c_2 \sin \alpha + c_3 (\pi - \alpha) \cos \alpha]$ $\delta_P = B_2 \cos \alpha + \frac{1}{2\pi} \left[d_3 - \frac{d_4}{4} (\pi - \alpha) \sin \alpha + \frac{d_5}{4} (\pi - \alpha)^2 \cos \alpha \right],$ <p>где</p> $a_1 = \frac{\alpha_0}{\sin \alpha_0}, \quad a_2 = \frac{3}{2} - a_1 \cos \alpha_0,$ $a_3 = a_1 - \frac{\pi}{\sin \alpha_0}, \quad a_4 = a_3 \cos \alpha_0 - \frac{3}{2},$ $a_5 = 1, \quad b_1 = 2 - a_2, \quad b_2 = 2 + a_4,$ $b_3 = 1, \quad b_4 = a_3 - a_1, \quad c_1 = 1 - a_2,$ $c_2 = b_2, \quad c_3 = 1, \quad d_1 = a_1,$

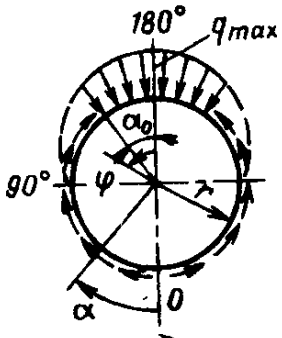
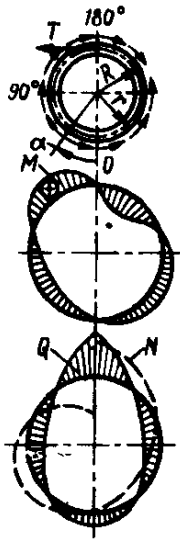
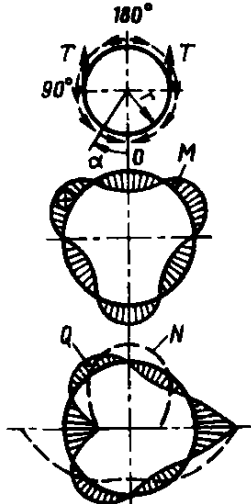
Схема нагружения. эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы
Результирующая сила на вертикальную ось $P = 2rq_0 \sin \alpha_0$	$d_2 = \frac{1}{4} + \frac{a_2}{2}, \quad d_3 = a_2, \quad d_4 = 2a_4 - 1,$ $d_5 = 1$ $B_2 = B_1 - \frac{1}{2} \left(\frac{3 - 2a_2}{2\alpha_0} - \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha_0}{2} \right)$ $B_1 = \frac{1}{8\pi} (\alpha_0^2 - 4a_2 - 2,79)$
7. Кольцо под действием погонной радиальной на- грузки, распределенной в секторе $2\alpha_0$ по закону $q = q_{\max} \cos \varphi$  Результирующая сила на вертикальную ось $P = q_{\max} r \times$ $\times \left(\alpha_0 + \frac{1}{2} \sin 2\alpha_0 \right)$	Коэффициенты k_M, k_N, k_Q, δ_P определяются по фор- мулам для схемы б, где $a_1 = \frac{2 \sin \alpha_0}{k}, \quad a_2 = 1 - \frac{\alpha_0 \cos^2 \alpha_0}{k}$ $a_3 = a_1, \quad a_4 = \frac{\pi \sin^2 \alpha_0}{k} - a_2$ $a_5 = 1 - \frac{\pi}{k}$ $b_1 = 2 - a_2, \quad b_2 = 2 + a_4 - \frac{2\pi}{k}$ $b_3 = a_5, \quad b_4 = 0, \quad c_1 = 1 - a_2$ $c_2 = \frac{\pi}{k} - a_4, \quad c_3 = a_5, \quad d_1 = d_3 = a_1$ $d_2 = \frac{1}{4} + \frac{a_2}{2}, \quad d_4 = -3a_5 - 2c_2$ $d_5 = a_5$ Здесь $k = \alpha_0 + \frac{1}{2} \sin 2\alpha_0$ $B_2 = B_1 + \frac{1}{8} \left[\frac{\alpha_0^2}{k} + \frac{3}{\pi} (a_4 + a_2) + \pi - 2\alpha_0 \right]$ $B_1 = \frac{1}{8\pi} \left(\alpha_0^2 - 3a_2 - \frac{2}{3} \frac{\alpha_0^3}{k} - 3,29 \right)$

Схема нагружения. эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы				
<p>8. Кольцо под действием касательной силы</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{3}{2} \sin \alpha - \alpha \cos \alpha - \alpha \right)$ $k_N = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \cos \alpha + \left(\frac{2R}{r} - \frac{3}{2} \right) \sin \alpha \right]$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \sin \alpha - \left(\frac{2R}{r} - \frac{5}{2} \right) \cos \alpha - \frac{r}{R} \right]$ $\delta_T = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \cos \alpha + \left(\frac{\alpha^2}{4} - 2,2 \right) \sin \alpha + \alpha \right]$				
	$\alpha, ^\circ$	k_M	k_N^1	$k_Q^{(1)}$	δ_P
0	0,0	0,0	0,0	0,08	0
15	—0,02	0,061	—0,071	—0,008	
30	—0,036	0,112	—0,048	—0,014	
45	—0,044	0,145	—0,015	—0,016	
60	—0,043	0,152	0,025	—0,015	
75	—0,032	0,131	0,063	—0,010	
90	—0,011	0,080	0,091	—0,002	
105	0,015	0,001	0,102	0,007	
120	0,04	—0,098	0,9	0,015	
135	0,059	—0,209	0,05	0,019	
150	0,064	—0,322	—0,02	0,017	
165	0,046	—0,422	—0,118	0,011	
180	0,0	—0,5	—0,239	—0	

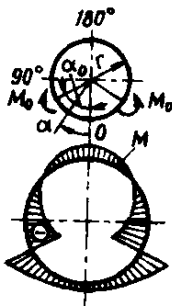
¹ Приведены значения при $R/r = 1$

Схема нагружения. эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы																																																																					
<p>9. Кольцо под действием двух касательных сил</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} (\pi - 2\alpha \sin \alpha - 3 \cos \alpha)$ $k_N = \frac{1}{2\pi} (2\alpha \sin \alpha - \cos \alpha)$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} (\sin \alpha - 2\alpha \cos \alpha)$ $\delta_T = \frac{1}{2\pi} \left(3,16 \cos \alpha - \frac{\alpha^2}{2} \cos \alpha + 2\alpha \sin \alpha - \pi \right)$ <p>При $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} [\pi (2 \sin \alpha - 1) - 2\alpha \sin \alpha - 3 \cos \alpha]$ $k_N = \frac{1}{2\pi} [2 (\alpha - \pi) \sin \alpha - \cos \alpha]$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} [\sin \alpha - 2 (\alpha - \pi) \cos \alpha]$ $\delta_T = \frac{1}{2\pi} \left[-1,77 \cos \alpha + \left(\pi - \frac{\alpha}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times \alpha \cos \alpha + \pi - 2 (\pi - \alpha) \sin \alpha \right]$																																																																					
	<table><tr><th>$\alpha, ^\circ$</th><th>k_M</th><th>k_N</th><th>k_Q</th><th>δ_T</th></tr><tr><td>0</td><td>0,023</td><td>-0,159</td><td>0,0</td><td>0,0031</td></tr><tr><td>15</td><td>0,019</td><td>-0,132</td><td>-0,039</td><td>0,0023</td></tr><tr><td>30</td><td>0,004</td><td>-0,054</td><td>-0,064</td><td>0,0002</td></tr><tr><td>45</td><td>-0,013</td><td>0,064</td><td>-0,064</td><td>-0,0022</td></tr><tr><td>60</td><td>-0,027</td><td>0,208</td><td>-0,029</td><td>-0,0034</td></tr><tr><td>75</td><td>-0,025</td><td>0,361</td><td>0,146</td><td>-0,0026</td></tr><tr><td>90</td><td>0,0</td><td>$\pm 0,5$</td><td>0,150</td><td>0</td></tr><tr><td>105</td><td>0,025</td><td>-0,361</td><td>0,046</td><td>0,0026</td></tr><tr><td>120</td><td>0,027</td><td>-0,208</td><td>-0,029</td><td>0,0034</td></tr><tr><td>135</td><td>0,013</td><td>-0,064</td><td>-0,064</td><td>0,0022</td></tr><tr><td>150</td><td>-0,004</td><td>0,054</td><td>-0,064</td><td>-0,0002</td></tr><tr><td>165</td><td>-0,019</td><td>0,132</td><td>-0,039</td><td>-0,0023</td></tr><tr><td>180</td><td>-0,023</td><td>0,159</td><td>0,0</td><td>-0,0031</td></tr></table>	$\alpha, ^\circ$	k_M	k_N	k_Q	δ_T	0	0,023	-0,159	0,0	0,0031	15	0,019	-0,132	-0,039	0,0023	30	0,004	-0,054	-0,064	0,0002	45	-0,013	0,064	-0,064	-0,0022	60	-0,027	0,208	-0,029	-0,0034	75	-0,025	0,361	0,146	-0,0026	90	0,0	$\pm 0,5$	0,150	0	105	0,025	-0,361	0,046	0,0026	120	0,027	-0,208	-0,029	0,0034	135	0,013	-0,064	-0,064	0,0022	150	-0,004	0,054	-0,064	-0,0002	165	-0,019	0,132	-0,039	-0,0023	180	-0,023	0,159	0,0
$\alpha, ^\circ$	k_M	k_N	k_Q	δ_T																																																																		
0	0,023	-0,159	0,0	0,0031																																																																		
15	0,019	-0,132	-0,039	0,0023																																																																		
30	0,004	-0,054	-0,064	0,0002																																																																		
45	-0,013	0,064	-0,064	-0,0022																																																																		
60	-0,027	0,208	-0,029	-0,0034																																																																		
75	-0,025	0,361	0,146	-0,0026																																																																		
90	0,0	$\pm 0,5$	0,150	0																																																																		
105	0,025	-0,361	0,046	0,0026																																																																		
120	0,027	-0,208	-0,029	0,0034																																																																		
135	0,013	-0,064	-0,064	0,0022																																																																		
150	-0,004	0,054	-0,064	-0,0002																																																																		
165	-0,019	0,132	-0,039	-0,0023																																																																		
180	-0,023	0,159	0,0	-0,0031																																																																		

¹ Приведены значения при $R/r = 1$

Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы																																																																						
10. Кольцо под дей- ствием момента	При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$ $k_M = \frac{1}{\pi} \left(\sin \alpha - \frac{\alpha}{2} \right)$ $k_N = -\frac{1}{\pi} \sin \alpha$ $k_Q = \frac{1}{\pi} \left(\cos \alpha - \frac{r}{2R} \right)$ $\delta_{M_0} = \frac{1}{2\pi} \left(\alpha \cos \alpha - \frac{3}{2} \sin \alpha + \alpha \right)$ <table><tr><th>$\alpha, ^\circ$</th><th>k_M</th><th>k_N</th><th>k_Q^1</th><th>δ_{M_0}</th></tr><tr><td>0</td><td>0,0</td><td>0,0</td><td>0,159</td><td>0</td></tr><tr><td>15</td><td>0,041</td><td>-0,082</td><td>0,148</td><td>0,0201</td></tr><tr><td>30</td><td>0,076</td><td>-0,159</td><td>0,117</td><td>0,0361</td></tr><tr><td>45</td><td>0,10</td><td>-0,225</td><td>0,066</td><td>0,046</td></tr><tr><td>60</td><td>0,11</td><td>-0,276</td><td>0,0</td><td>0,0432</td></tr><tr><td>75</td><td>0,10</td><td>-0,308</td><td>-0,077</td><td>0,0316</td></tr><tr><td>90</td><td>0,068</td><td>-0,318</td><td>-0,159</td><td>0,0113</td></tr><tr><td>105</td><td>0,017</td><td>-0,308</td><td>-0,242</td><td>-0,0144</td></tr><tr><td>120</td><td>-0,057</td><td>-0,276</td><td>-0,318</td><td>-0,0401</td></tr><tr><td>135</td><td>-0,151</td><td>-0,225</td><td>-0,384</td><td>-0,0590</td></tr><tr><td>150</td><td>-0,258</td><td>-0,159</td><td>-0,435</td><td>-0,0635</td></tr><tr><td>165</td><td>-0,376</td><td>-0,082</td><td>-0,467</td><td>-0,0462</td></tr><tr><td>180</td><td>-0,5</td><td>0,0</td><td>-0,477</td><td>0</td></tr></table> <p>¹ Приведены значения при $R/r = 1$</p>	$\alpha, ^\circ$	k_M	k_N	k_Q^1	δ_{M_0}	0	0,0	0,0	0,159	0	15	0,041	-0,082	0,148	0,0201	30	0,076	-0,159	0,117	0,0361	45	0,10	-0,225	0,066	0,046	60	0,11	-0,276	0,0	0,0432	75	0,10	-0,308	-0,077	0,0316	90	0,068	-0,318	-0,159	0,0113	105	0,017	-0,308	-0,242	-0,0144	120	-0,057	-0,276	-0,318	-0,0401	135	-0,151	-0,225	-0,384	-0,0590	150	-0,258	-0,159	-0,435	-0,0635	165	-0,376	-0,082	-0,467	-0,0462	180	-0,5	0,0	-0,477	0
$\alpha, ^\circ$	k_M	k_N	k_Q^1	δ_{M_0}																																																																			
0	0,0	0,0	0,159	0																																																																			
15	0,041	-0,082	0,148	0,0201																																																																			
30	0,076	-0,159	0,117	0,0361																																																																			
45	0,10	-0,225	0,066	0,046																																																																			
60	0,11	-0,276	0,0	0,0432																																																																			
75	0,10	-0,308	-0,077	0,0316																																																																			
90	0,068	-0,318	-0,159	0,0113																																																																			
105	0,017	-0,308	-0,242	-0,0144																																																																			
120	-0,057	-0,276	-0,318	-0,0401																																																																			
135	-0,151	-0,225	-0,384	-0,0590																																																																			
150	-0,258	-0,159	-0,435	-0,0635																																																																			
165	-0,376	-0,082	-0,467	-0,0462																																																																			
180	-0,5	0,0	-0,477	0																																																																			
11. Кольцо под дей- ствием двух моментов	При $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ $k_M = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - 2 \cos \alpha \right)$ $\delta_{M_0} = \frac{1}{2\pi} (3 \cos \alpha + 2\alpha \sin \alpha - \pi)$ При $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ $k_M = -\frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cos \alpha \right)$ $\delta_{M_0} = \frac{1}{2\pi} [3 \cos \alpha - 2 (\pi - \alpha) \sin \alpha + \pi]$																																																																						

Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы				
11. Кольцо под действием двух моментов	При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$				
	$k_N = \frac{2}{\pi} \cos \alpha, \quad k_Q = -\frac{2}{\pi} \sin \alpha$				
	$\alpha, ^\circ$	k_M	k_N	k_Q	δ_{M_0}
	0	-0,137	0,637	0,0	0,0226
	15	-0,115	0,615	-0,165	-0,0172
	30	-0,051	0,551	-0,319	-0,0031
	45	0,05	0,45	-0,45	0,0144
	60	0,181	0,319	-0,551	0,0274
	75	0,336	0,165	-0,615	0,0261
	90	$\pm 0,5$	0,0	-0,637	0
	105	-0,336	-0,165	-0,615	-0,0261
	120	-0,181	-0,319	-0,551	-0,0274
	135	-0,05	-0,45	-0,45	-0,0144
	150	0,051	-0,551	-0,319	0,0031
	165	0,115	-0,615	-0,165	0,0172
	180	0,137	-0,637	0,0	0,0226
12. Кольцо под действием двух моментов, приложенных под углом $2\alpha_0$	При $0 \leq \alpha \leq \alpha_0$				
	$k_M = \frac{1}{\pi} (\pi - 2 \sin \alpha_0 \cos \alpha - \alpha_0)$				
	При $\alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ$				
	$k_M = -\frac{1}{\pi} (\alpha_0 + 2 \sin \alpha_0 \cos \alpha)$				
	При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$				
	$k_N = \frac{2}{\pi} \sin \alpha_0 \cos \alpha$				
	$k_Q = -\frac{2}{\pi} \sin \alpha_0 \sin \alpha$				



внутренние усилия могут определяться методом наложения простейших схем. Его суть состоит в том, что заданная общая схема нагружения представляется как сумма простейших схем, для которых имеются готовые решения. Суммирование простейших схем производится аналитическим, графическим или табличным способами.

Аналитический способ наиболее рационально применять при суммировании простейших схем, у которых координаты отсчета

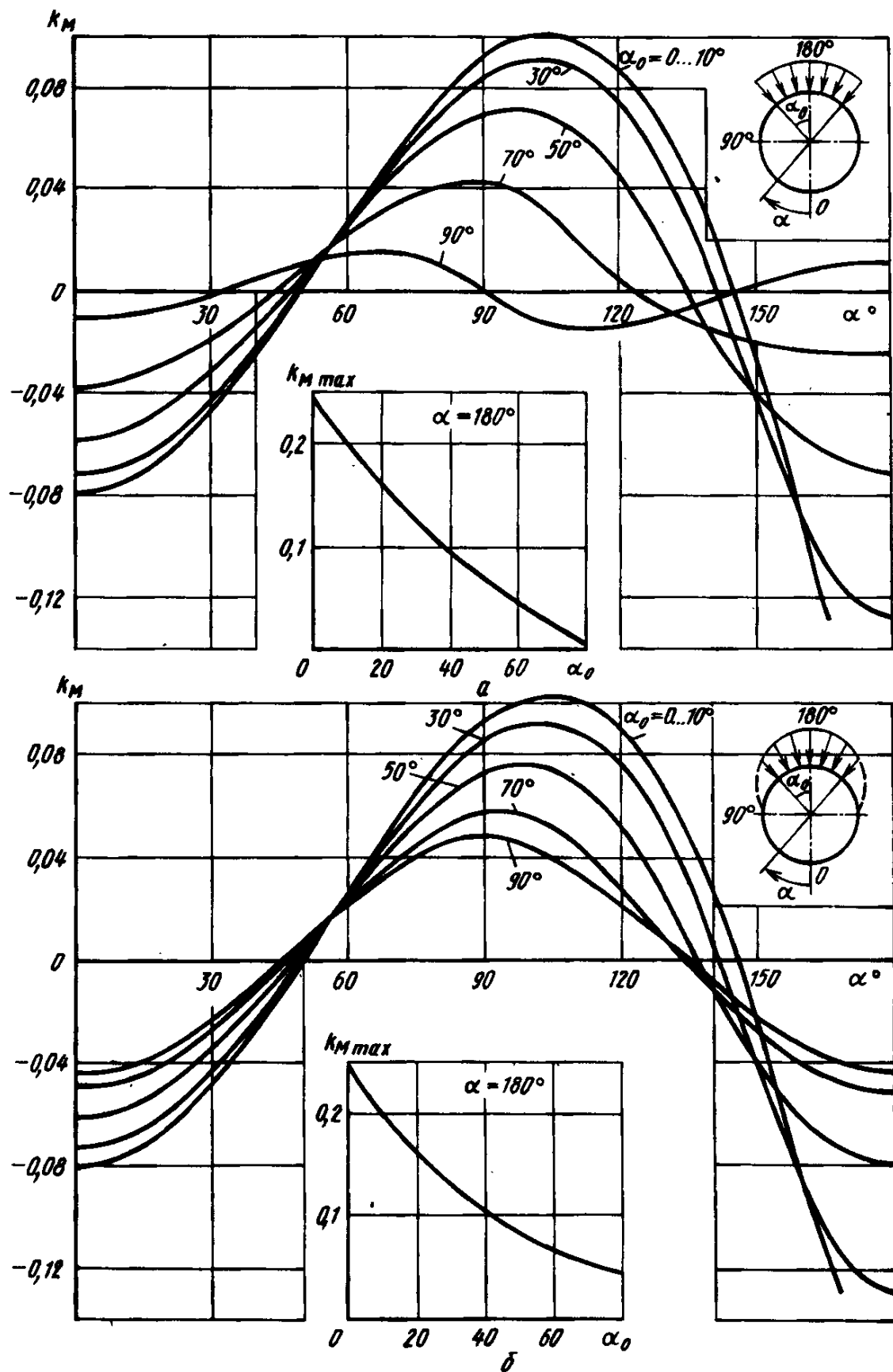


Рис. 51. Коэффициенты внутренних изгибающих моментов в кольце при нагружении погонной радиальной нагрузкой:
 а — равномерной; б — по закону косинуса

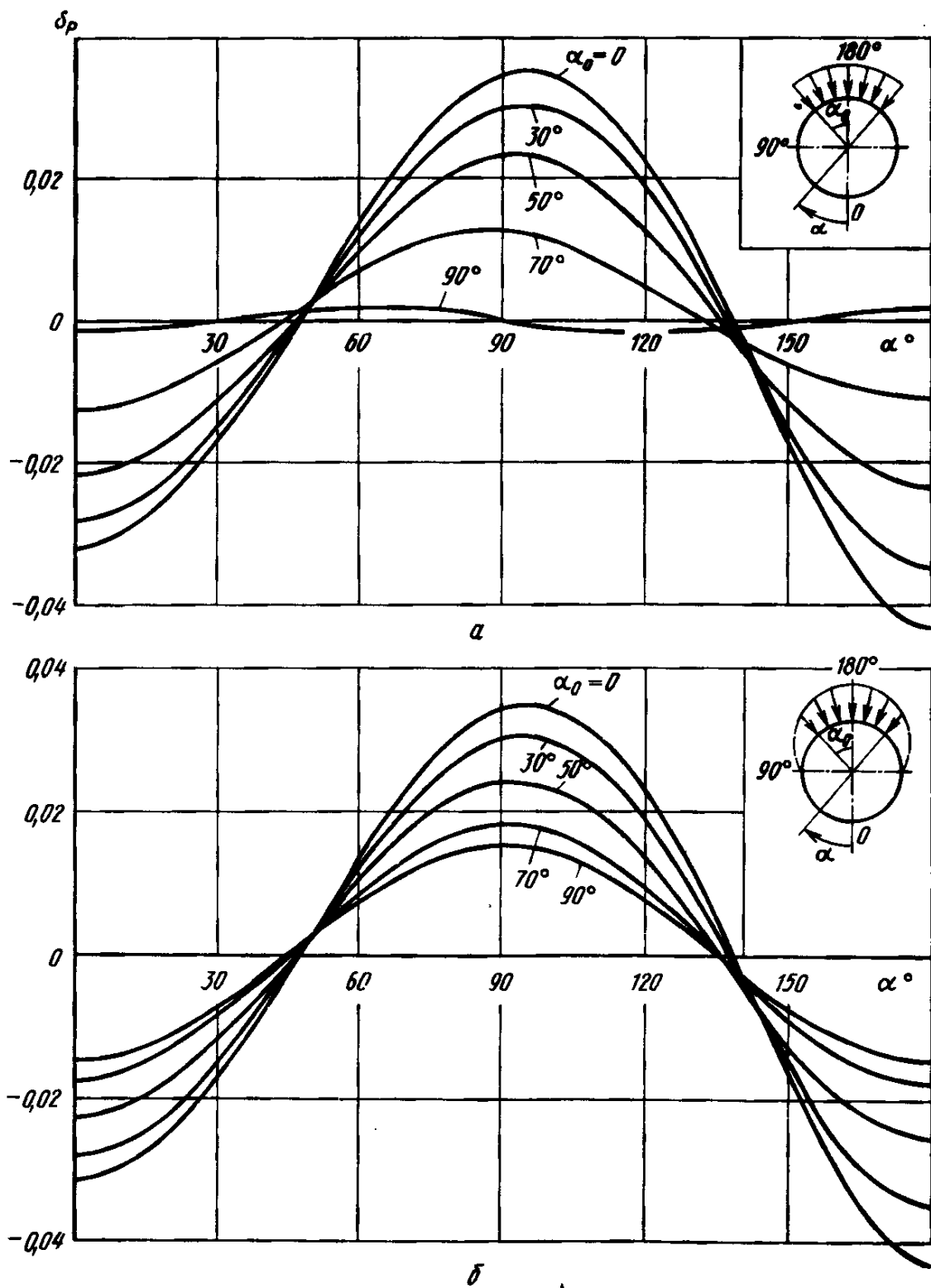


Рис. 52. Коэффициенты радиального прогиба кольца при нагружении погонной радиальной нагрузкой:
 а — равномерной; б — по закону косинуса

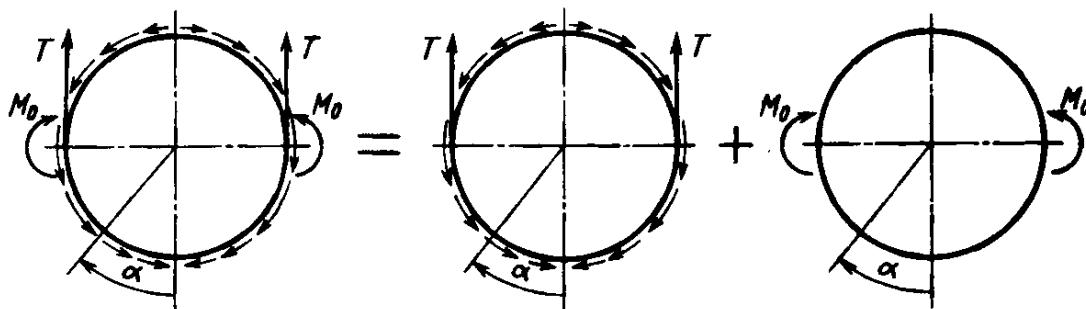


Рис. 53. Разложение заданной схемы нагружения на простейшие

угла совпадают с координатами отсчета в заданной схеме (рис. 53), а также для суммирования ограниченного числа схем с нагрузками одинакового типа и равных по величине. Способ состоит в том, что алгебраически суммируются аналитические выражения внутренних усилий в кольце. Для простейших схем, у которых координаты отсчета угла не совпадают с заданной схемой, выражения внутренних усилий предварительно переводятся на новый отсчет угла, соответствующий общей схеме (рис. 54).

Графический способ по сравнению со всеми другими позволяет наиболее быстро определить внутренние усилия в кольце при любом количестве сосредоточенных сил разного вида, равных или различных по величине. Координаты приложения сил не вызывают каких-либо затруднений. Способ состоит в том, что на одном общем графике строятся графики внутренних усилий (или коэффициентов усилий k_M , k_N , k_Q) каждой простейшей схемы со смещением относительно друг друга на угол, равный углу смещения внешних сил в общей схеме нагружения. Построенные графики суммируются.

При наложении схем с различными типами сосредоточенных сил удобнее производить суммирование предварительно вычисленных внутренних усилий. Сложение графиков коэффициентов усилий можно проводить только при наложении схем, имеющих силы одного типа. Данный способ обладает наглядностью, что помогает избежать ошибок при определении внутренних усилий в кольце.

Табличный способ в принципе похож на графический. Сложение простейших схем производится следующим образом. Заранее вычисленные внутренние усилия (или коэффициенты усилий) сводятся в одну общую таблицу со смещением по отношению друг к

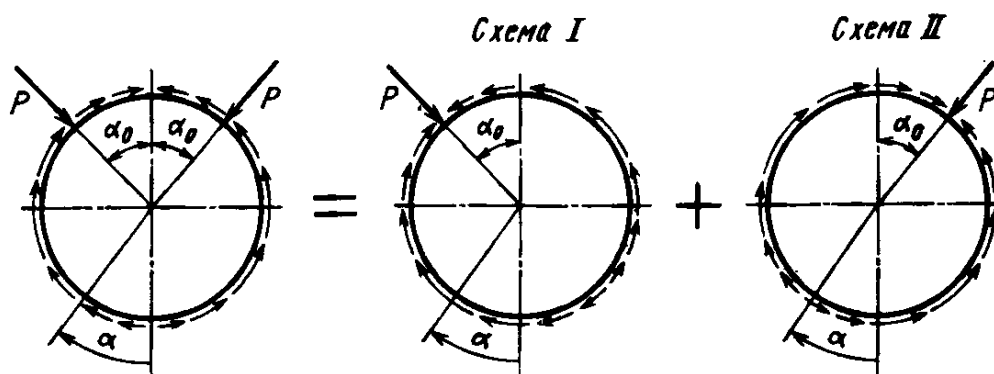


Рис. 54. Разложение заданной схемы нагружения на простейшие

другу на соответствующий угол, после чего производится алгебраическое суммирование цифр соответствующих строк. Табличный способ не обладает наглядностью. Для пояснений рассмотрим несколько примеров.

Пример 2. Шпангоут нагружен двумя касательными силами T и двумя моментами M_0 . Заданную схему разложим на две простейшие (см. рис. 53), для которых в табл. 20 приводятся готовые решения. Как видим, координаты отсчета в простейших схемах совпадают с заданной схемой. Силловые факторы в кольце найдем сложением аналитических выражений простейших схем. В результате для заданной схемы нагружения получим

$$M = k_{MP}rP + k_{MM}M_0, \quad N = k_{NP}P + k_{NM} \frac{M_0}{r},$$

$$Q = k_{QP}P + k_{QM} \frac{M_0}{r}.$$

Коэффициенты внутренних усилий для простейших схем определим из табл. 20 (схемы 9 и 11).

Пример 3. Шпангоут нагружен двумя одинаковыми радиальными силами P . Разложим заданную схему на две простейшие, для которых имеются готовые решения (см. рис. 54). Решим задачу аналитическим способом. Каждую простейшую схему необходимо предварительно перевести на новый отсчет угла, соответствующий общей схеме нагружения.

При отсчете углов α , показанном на схеме 1, изгибающие моменты в кольце: при $0 \leq \alpha \leq 180^\circ - \alpha_0$

$$M_I = \frac{Pr}{2\pi} \left[(\alpha + \alpha_0) \sin(\alpha + \alpha_0) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \alpha_0) - 1 \right]; \quad (a)$$

при $180^\circ - \alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ$

$$M_I = \frac{Pr}{2\pi} \left[(\alpha + \alpha_0 - 2\pi) \sin(\alpha + \alpha_0) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \alpha_0) - 1 \right].$$

Аналогично запишем для схемы 11 при $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$

$$M_{II} = \frac{Pr}{2\pi} \left[(\alpha - \alpha_0) \sin(\alpha - \alpha_0) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \alpha_0) - 1 \right], \quad (б)$$

Для заданной схемы нагружения изгибающие моменты в кольце определяются в результате суммирования двух простейших схем $M = M_I + M_{II}$. Подставляя выражения (a) и (б), получим

при $0 \leq \alpha \leq 180^\circ - \alpha_0$

$$M = \frac{P}{\pi} \left(\alpha \sin \alpha \cos \alpha_0 + \alpha_0 \sin \alpha_0 \cos \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha_0 \cos \alpha - 1 \right);$$

при $180^\circ - \alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ$

$$M = \frac{P}{\pi} \left[(\alpha - \pi) \sin \alpha \cos \alpha_0 + (\alpha_0 - \pi) \cos \alpha \sin \alpha_0 + \frac{1}{2} \cos \alpha \cos \alpha_0 - 1 \right].$$

Пример 4. На кольцо действуют три радиальных силы P_1, P_2, P_3 , разные по величине, приложенные соответственно в сечениях α_1, α_2 и α_3 . Требуется определить изгибающие моменты в кольце. Заданную схему разложим на три простейшие (рис. 55), для которых имеются готовые решения. Начало отсчета углов в простейших схемах не совпадает с началом отсчета углов заданной схемы. Задачу удобнее решить графическим суммированием эпюр изгибающих моментов или суммированием коэффициентов усилий. Рассмотрим оба варианта решения.

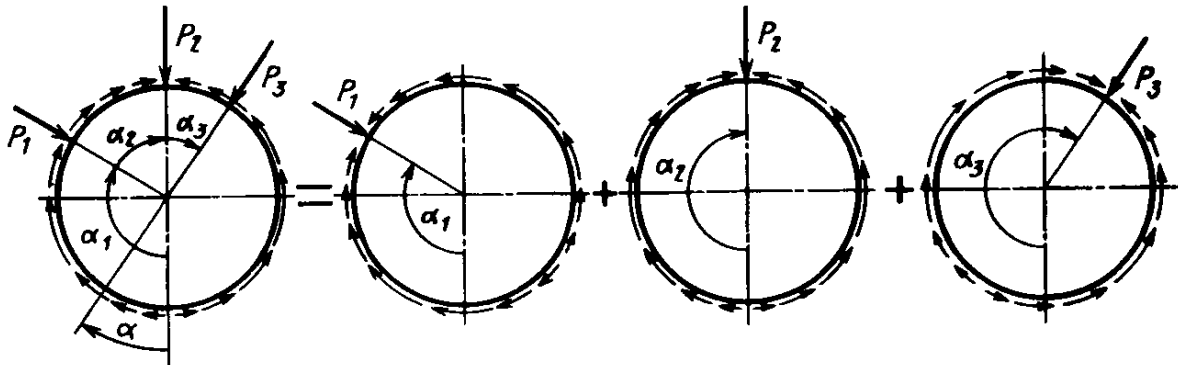


Рис. 55. Разложение заданной схемы нагружения на простейшие

Суммирование эпюр моментов

1. Вычислим изгибающие моменты $M(1)$, $M(2)$, $M(3)$ для каждой простейшей схемы.

2. На одном общем графике строим графики моментов $M(1)$, $M(2)$, $M(3)$. Отсчет угла α принимается по заданной суммарной схеме нагружения. Таким образом, каждый график будет смещен по отношению друг к другу на соответствующий угол (рис. 56, а).

3. Суммируя ординаты трех графиков, строим искомый график изгибающих моментов M_{Σ} .

Суммирование коэффициентов усилий

1. Суммарный изгибающий момент трех простейших схем

$$M_{\Sigma} = k_M r P_1 + k_M r P_2 + k_M r P_3$$

запишем в следующем виде:

$$M_{\Sigma} = k_{M\Sigma} r P_1,$$

где

$$k_{M\Sigma} = k_M + \varphi_2 k_M + \varphi_3 k_M;$$

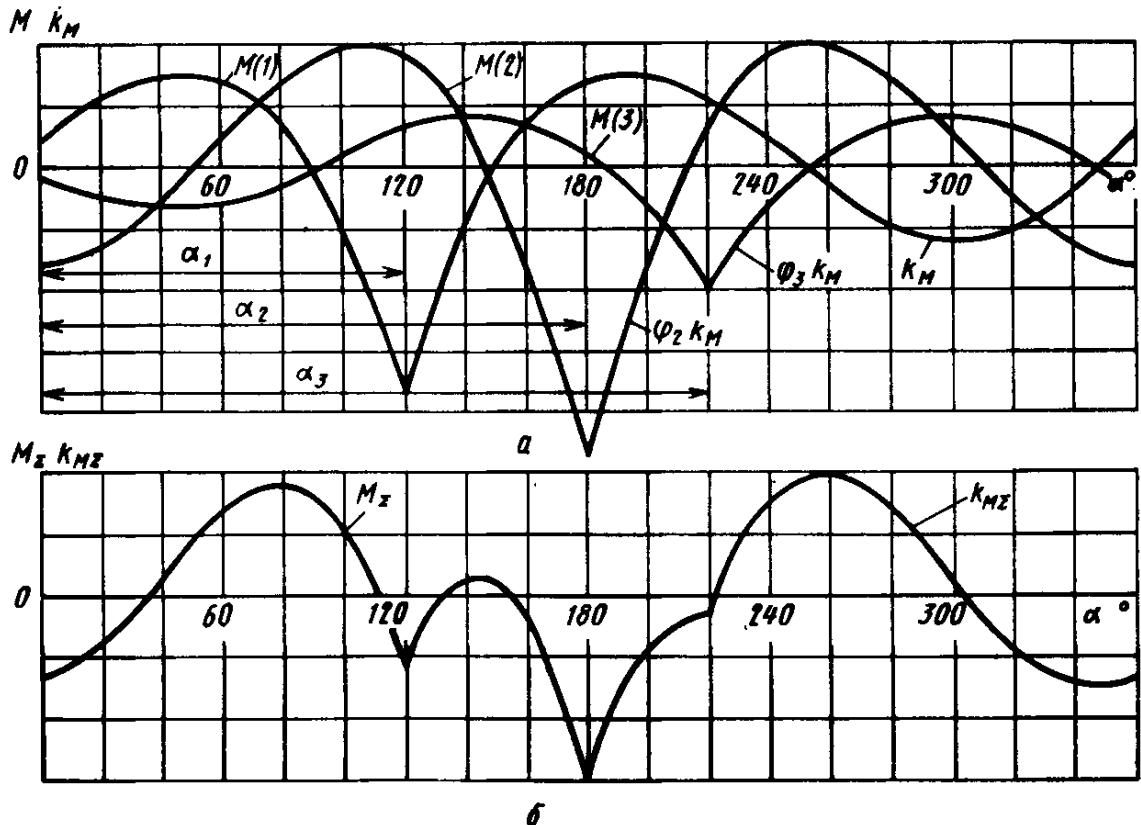


Рис. 56. Графический способ определения усилий в кольце:

а — графики простейших схем; б — суммарный график

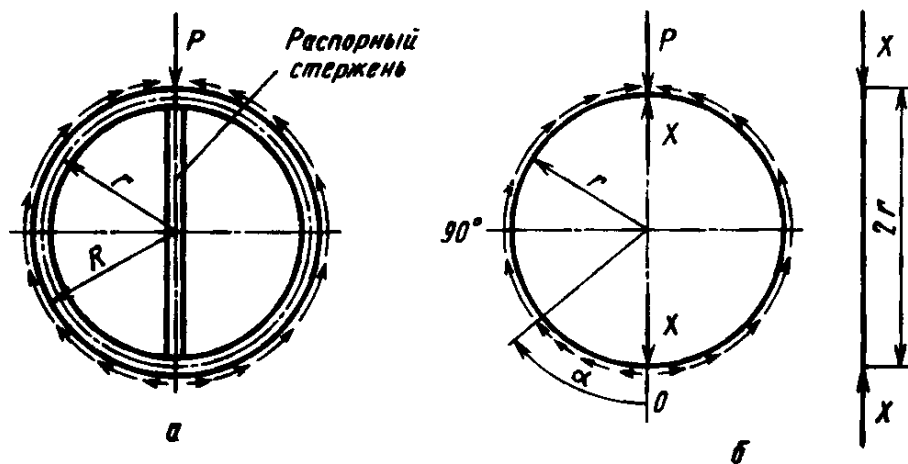


Рис. 57. Силовой шпангоут с распорным стержнем:
а — конструкция; б — расчетная схема кольца и стержня

здесь

$$\varphi_2 = \frac{P_2}{P_1}; \quad \varphi_3 = \frac{P_3}{P_1}.$$

2. На одном общем графике строим графики приведенных коэффициентов усилий k_M , $\varphi_2 k_M$, $\varphi_3 k_M$ со смещением по отношению друг к другу на соответствующий угол (см. рис. 56, а).

3. Суммируя ординаты трех графиков, получим суммарный коэффициент усилий $k_{M\Sigma}$.

4. Определим изгибающие моменты для расчетных сечений

$$M_{\Sigma} = k_{M\Sigma} P_1.$$

В качестве примера возможности использования готовых аналитических решений покажем определение внутренних усилий в шпангоуте, подкрепленном распорным стержнем (рис. 57). При действии радиальной силы постановка стержня по направлению действия силы является эффективным конструктивным мероприятием, позволяющим получить конструкцию со сравнительно меньшей массой. При этом наибольший изгибающий момент в месте приложения силы уменьшится примерно вдвое. Сам распорный стержень не требует большой затраты массы, так как он работает на сжатие (или растяжение).

Пример 5. Внутренние усилия в распорном стержне можно определить из условия совместности деформаций кольца и распорного стержня, принимая условные разрезы по местам заделки стержня. Действие стержня на кольцо заменим неизвестными усилиями X . Нетрудно заметить, что поперечные силы и моменты в стержне будут равны нулю как асимметричные неизвестные при симметричном нагружении. Если воспользоваться готовыми решениями для колец под действием радиальных сил, задача сведется к однажды статически неопределимой системе. Запишем условие совместности деформаций кольца и стержня:

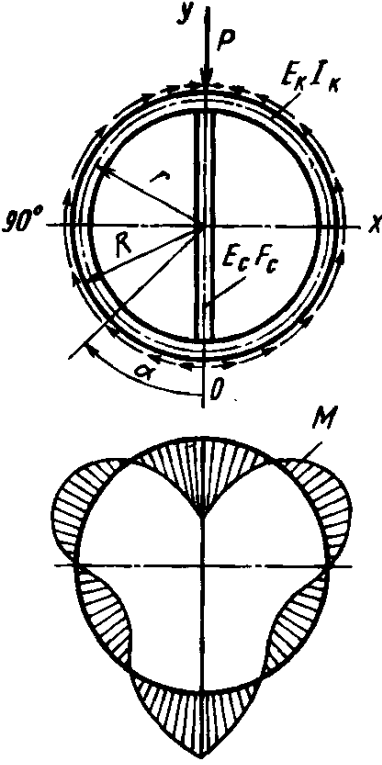
$$\delta_P - \delta_X = \Delta,$$

$$\delta_P = 0,0747 \frac{Pr^3}{E_K I_K} \text{ — изменение диаметра кольца при нагружении силой } P;$$

$$\delta_X = 0,149 \frac{Xr^3}{E_K I_K} \text{ — изменение диаметра кольца при нагружении силами } X;$$

$$\Delta = \frac{X2r}{E_c F_c} \text{ — деформация стержня от сил } X.$$

Внутренние усилия в кольце с распорным стержнем

Схема нагружения, эпюра моментов	Расчетные формулы
<p>Кольцо с распорным стержнем под действием радиальной силы.</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} \left[\left(\alpha - \frac{\pi}{2 + \lambda} \right) \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\lambda}{2 + \lambda} \right]$ $k_N = \frac{1}{2\pi} \left[\left(\frac{2R}{r} - 0,5 \right) \cos \alpha - \left(\alpha - \frac{\pi}{2 + \lambda} \right) \sin \alpha \right]$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} \left[\left(\alpha - \frac{\pi}{2 + \lambda} \right) \cos \alpha + \left(\frac{2R}{r} - \frac{3}{2} \right) \sin \alpha \right]$ <p>Здесь</p> $\lambda = 26,8 \frac{E_K I_K}{r^2 E_C F_C}$ <p>Усилие в распорном стержне</p> $X = \frac{1}{2 + \lambda} P$ <p>Изменение диаметра кольца в направлении осей x и y</p> $\delta_y = - \frac{2rP}{E_C F_C} \frac{1}{2 + \lambda}$ $\delta_x = 0,068 \frac{Pr^3}{E_K I_K} \frac{\lambda}{2 + \lambda}$

В результате найдем

$$X = \frac{1}{2 + \lambda} P, \quad (80)$$

где

$$\lambda = 26,8 \frac{E_K I_K}{r^2 E_C F_C}.$$

Внутренние усилия в кольце с распорным стержнем найдем способом аналитического сложения схем 1 и 3 (см. табл. 20). Полученные формулы приведены в табл. 21.

ШПАНГОУТЫ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ

При действии на шпангоут сосредоточенных сил основными внутренними усилиями, определяющими его прочность и, следовательно, массу, являются изгибающие моменты. Как видно из эпюр

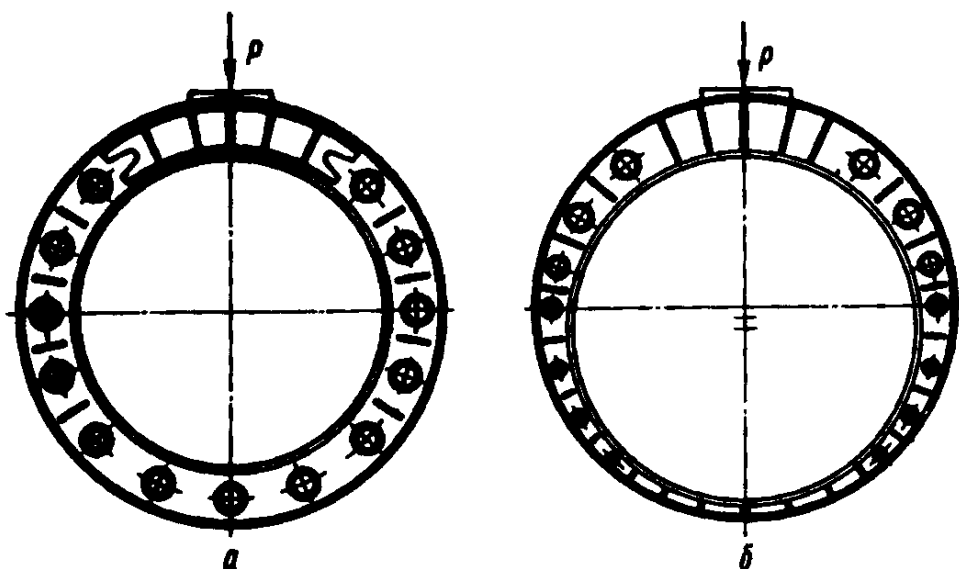


Рис. 58. Конструкция шпангоутов переменной жесткости:
 а — с постоянной строительной высотой; б — с переменной высотой

моментов, приведенных в табл. 20 для колец постоянной жесткости, изгибающие моменты имеют резко изменяющийся характер. Вдали от места приложения внешней нагрузки их величина может быть в 3—4 раза меньше по сравнению с сечением, находящимся непосредственно под силой. Поэтому рациональным будет шпангоут переменной жесткости, изменение которой подбирается при проектировании в соответствии с действующими в шпангоуте моментами. Изменение жесткости может быть достигнуто установкой местных накладок в шпангоуте с постоянной высотой сечения или изменением высоты сечений (рис. 58). При проектной разработке таких конструкций для приближенных расчетов могут быть использованы расчетные данные для колец постоянной жесткости. При этом следует иметь в виду, что в результате местного увеличения жесткости шпангоута в местах приложения сосредоточенных сил внутренние усилия имеют несколько большие значения, чем в кольце постоянной жесткости. Для окончательно спроектированной конструкции точные значения внутренних усилий определяются с учетом фактического изменения жесткостей. Рассмотрим порядок расчета на конкретных примерах.

Ступенчатое изменение жесткостей. В пределах каждой ступеньки жесткость постоянна. Примем, что ось кольца имеет форму окружности радиуса r . Внутренние усилия будем определять методом, основанным на решении канонических уравнений сил. Решение статической неопределимости кольца будем проводить в такой же последовательности, как и для колец постоянной жесткости.

1. Назначим основную статически определимую систему нагружения, выбрав место разреза. Если внешние нагрузки и рассматриваемое кольцо переменной жесткости имеют общую ось симметрии, то разрез целесообразно делать по этой оси. Для схемы нагружения, показанной на рис. 59, ось симметрии нагрузки не совпадает с осью симметрии конструкции. Следовательно, в месте

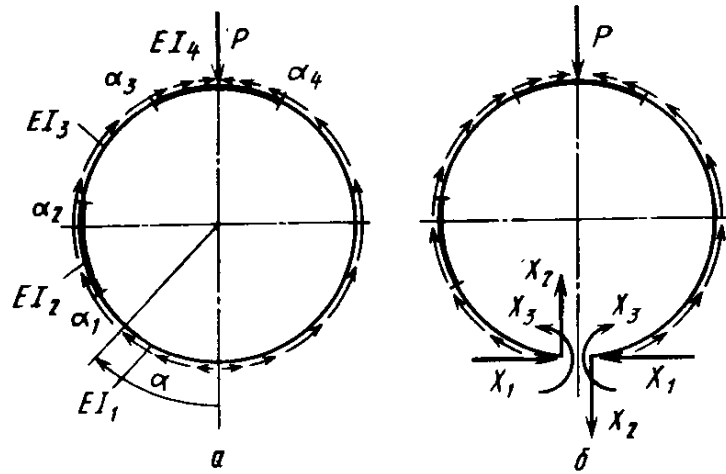


Рис. 59. Схема нагружения (а) и основная статически определимая система для кольца переменной жесткости (б)

разреза по сечению $\alpha = 0$ все три неизвестных силовых фактора будут отличны от нуля. Задача будет трижды статически неопределимой.

2. Определим выражения изгибающих моментов M_P от внешнего нагружения, построим эпюры моментов на кольце. Для разрезанного кольца значения M_P не зависят от жесткости кольца. Для элементарных схем нагружения могут быть использованы данные, приведенные в табл. 19.

3. Принимая $X_1 = 1$, $X_2 = 1$, $X_3 = 1$, вычислим коэффициенты влияния от единичного нагружения

$$\delta_{11} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_1^2}{EI_{i+1}} r d\alpha; \quad \delta_{13} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_1 M_3}{EI_{i+1}} r d\alpha;$$

$$\delta_{22} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_2^2}{EI_{i+1}} r d\alpha; \quad \delta_{33} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_3^2}{EI_{i+1}} r d\alpha,$$

где EI_i — жесткость сечения кольца, постоянная для i -го пролета.

4. Вычислим перемещения от внешней нагрузки соответствующим умножением эпюр единичных и внешних сил:

$$\delta_{1P} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_1 M_P}{EI_{i+1}} r d\alpha;$$

$$\delta_{2P} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_2 M_P}{EI_{i+1}} r d\alpha;$$

$$\delta_{3P} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_3 M_P}{EI_{i+1}} r d\alpha.$$

5. Вычислим лишние неизвестные по формулам (75).

6. Из выражений (77) определим искомые внутренние усилия M , N и Q для произвольного сечения кольца. В табл. 22 для некоторых схем нагружения приведены формулы внутренних усилий в кольцах с двумя секторами жесткости.

Таблица 22

Внутренние усилия в кольцах переменной жесткости

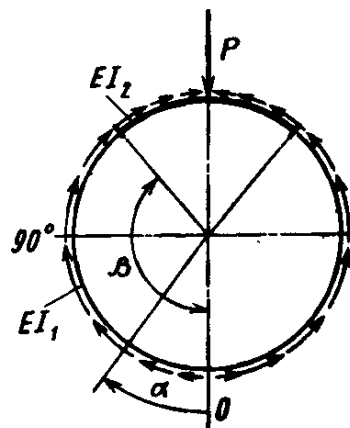
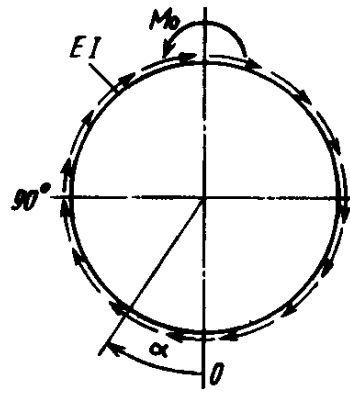
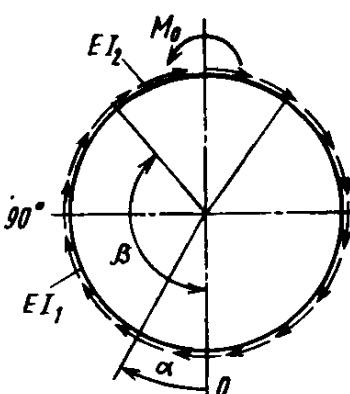
Схема нагружения	Расчетные формулы						
<p>1. Кольцо из двух секторов разной жесткости под действием радиальной силы [23]</p> 	<p>При $0 < \alpha < 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} [\alpha \sin \alpha + (2 - c_2) \cos \alpha - c_1 + c_2 - 2]$ $k_N = \frac{1}{2\pi} (c_2 \cos \alpha - \alpha \sin \alpha)$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} [\alpha \cos \alpha + (c_2 - 1) \sin \alpha]$ $c_1 = \frac{a_4 B_1 - a_2 B_2}{a_1 a_4 - a_2 a_3}, \quad c_2 = \frac{a_3 B_1 - a_1 B_2}{a_2 a_3 - a_1 a_4}$ $a_1 = b\beta + \pi, \quad a_2 = b(\sin \beta - \beta) - \pi, \quad a_3 = b(\sin \beta + \beta) + \pi$ $a_4 = b(\sin \beta \cos \beta - \beta) - \pi, \quad b = \frac{EI_2}{EI_1} - 1$ $B_1 = b(3 \sin \beta - \beta \cos \beta - 2\beta)$ $B_2 = \frac{b}{8} (5 \sin 2\beta + 8 \sin \beta - 8\beta \cos \beta + 4\beta \sin^2 \beta - 10\beta) - \frac{\pi}{4}$						
Значения коэффициентов k_M							
$\beta, ^\circ$	$\alpha, ^\circ$	b					
		0,1	0,3	0,5	1,0	1,5	2,0
170	0	0,079	0,077	0,076	0,074	0,072	0,071
	170	0,159	0,163	0,166	0,174	0,178	0,180
	180	0,242	0,247	0,250	0,257	0,261	0,264
160	0	0,078	0,076	0,073	0,070	0,067	0,065
	160	0,086	0,095	0,101	0,110	0,120	0,124
	180	0,243	0,252	0,258	0,268	0,267	0,282
150	0	0,080	0,077	0,074	0,072	0,068	0,066
	150	0,026	0,033	0,038	0,050	0,062	0,067
	180	0,245	0,253	0,260	0,273	0,284	0,291

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>2. Кольцо переменной жесткости под действием момента [23]</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = A \sin \alpha + \frac{1}{2\pi} (\alpha + \sin \alpha)$ $k_N = A \sin \alpha + \frac{1}{2\pi} \sin \alpha$ $k_Q = A \cos \alpha + \frac{1}{2\pi} (1 + \cos \alpha),$ <p>где</p> $A = -\frac{1}{2\pi} \left\{ 1 + \frac{\int_0^\pi \frac{\alpha \sin \alpha}{EI} d\alpha}{\int_0^\pi \frac{\sin^2 \alpha}{EI} d\alpha} \right\}$
<p>3. Кольцо из двух секторов жесткости под действием момента [23]</p> 	<p>Коэффициенты усилий определяются по формулам схемы 2, где</p> $A = -\frac{1}{2\pi} \times$ $\times \frac{b (4 \sin \beta - 4\beta \cos \beta + 2\beta - \sin 2\beta) + 6\pi}{b (2\beta - \sin 2\beta) + 2\pi}$ <p>Здесь</p> $b = \frac{EI_2}{EI_1} - 1$

Плавное изменение жесткости. Конструкция такого шпангоута показана на рис. 58, б. Примем, что ось кольца имеет круговую форму с радиусом r . Расчет проводится в следующей последовательности.

Вычисляем момент инерции нескольких сечений, строим график изменения момента инерции в зависимости от угла α . В общем случае такой график представляет нелинейную функцию $I_x = f(\alpha)$. Можно подобрать аппроксимирующее выражение этой функции. Однако, вводя это выражение в интеграл Мора, при

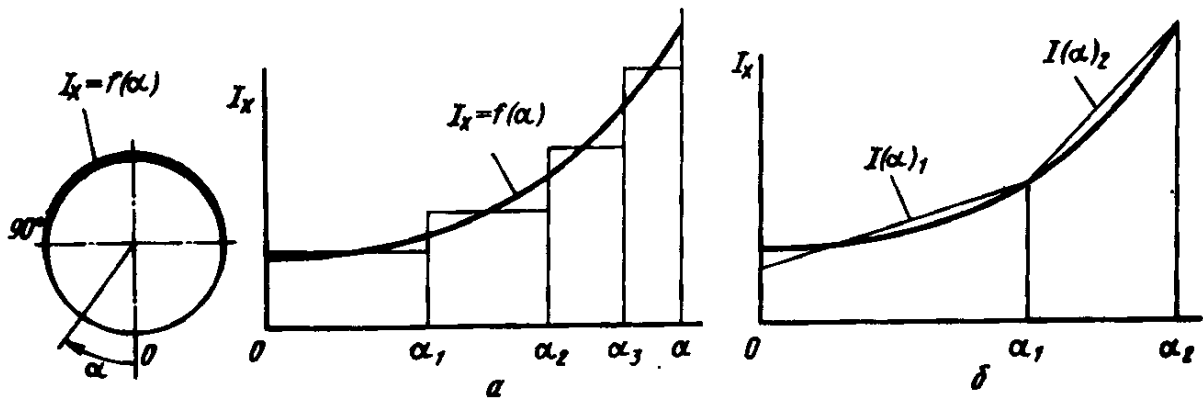


Рис. 60. Схема нагружения кольца переменной жесткости, варианты аппроксимации жесткости:

a — ступенчатая; *б* — линейная

вычислении коэффициентов влияния часто встречаются выражения, которые элементарно не интегрируются. Рассмотрим приближенные решения. Возможны два варианта аппроксимации жесткости кольца (рис. 60).

1-й вариант. График $I_x = f(\alpha)$ разбивается на несколько мелких участков, на которых действительное выражение I_x заменяется прямыми, параллельными оси α . В результате реальное изменение жесткости заменяется ступенчатым (см. рис. 60, *a*). Расчет такого ступенчатого кольца был разобран выше.

2-й вариант. График $I_x = f(\alpha)$ разбивается на несколько крупных участков, в пределах которых реальная функция может быть заменена линейной. Записывается уравнение каждой прямой: $I_1(\alpha)$, $I_2(\alpha)$ и т. д. (см. рис. 60, *б*), после чего можно перейти к решению статической неопределенности кольца.

Расчет проводится в такой же последовательности, как и для кольца со ступенчатым изменением жесткости, при этом коэффициенты:

влияния от единичного нагружения

$$\delta_{11} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_1^2}{EI(\alpha)_{i+1}} r d\alpha.$$

перемещения от внешней нагрузки

$$\delta_{1P} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_1 M_P}{EI(\alpha)_{i+1}} r d\alpha.$$

РАСПОРНЫЕ ШПАНГОУТЫ ДНИЩ

На распорный шпангоут сферического днища действуют сосредоточенные силы P (рис. 61, *a*), T или M_0 . При наличии днища напряженное состояние узла, определяющее прочность конструкции, имеет локальный характер в зоне приложения внешних сил.

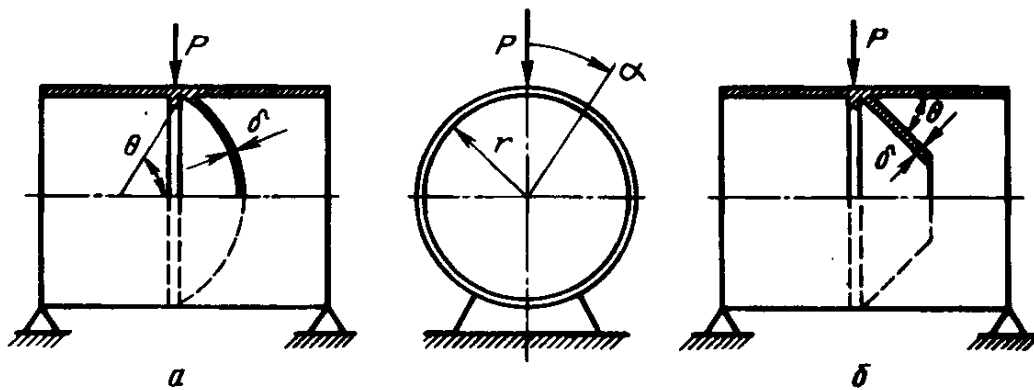


Рис. 61. Схема нагружения распорного шпангоута днища радиальной силой: а — отсек со сферическим днищем; б — с коническим днищем

Основными внутренними усилиями будут изгибающие моменты M и осевые силы N , которые определяются с учетом упругости днища [15] согласно выражений (79).

Коэффициенты k_M , k_N , вычисленные для максимально нагруженных сечений, приведены в табл. 23 в зависимости от параметра $\bar{\delta}$, учитывающего упругость сферической оболочки:

$$\bar{\delta} = 2,6 \frac{E_{\text{ш}} I_x}{E_{\text{сф}} \delta^3},$$

где $E_{\text{ш}}$, $E_{\text{сф}}$ — модули упругости материала шпангоута и сферы; δ — толщина днища; I_x — собственный момент инерции сечения шпангоута.

Приведенные в табл. 23 коэффициенты k_M , k_N вычислены для угла $\theta = 55^\circ$ и могут быть использованы при расчетах конструкций, имеющих $\theta < 55^\circ$. Данными табл. 23 можно воспользоваться для расчета шпангоутов конических днищ при углах $\theta \geq 35^\circ$ (рис. 61, б).

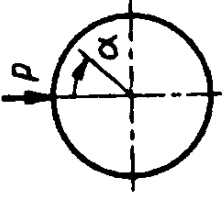
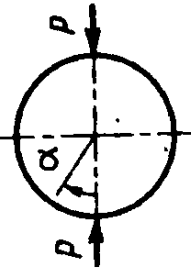
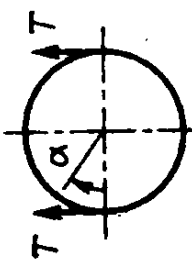
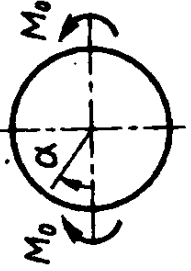
Необходимо обратить внимание на то, что в зоне действия сосредоточенных сжимающих сил в днище будет действовать поток сжимающих усилий, которые могут привести к местной потере устойчивости днища. В данном случае несущая способность конструкции может быть повышена установкой местных подкрепляющих накладок или ребер жесткости.

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ШПАНГОУТОВ

Определение действующих напряжений. Основными внутренними усилиями, определяющими прочность шпангоута, являются изгибающие моменты M , поэтому при проведении расчетов в шпангоуте выделяются те сечения, в которых моменты имеют максимальное значение. Нормальные напряжения определяются с учетом одновременного действия в рассматриваемом сечении осевой растягивающей или сжимающей силы N . Максимального значения нормальные напряжения достигают в наружной и внутренней полках шпангоута (рис. 62) и соответственно равны

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{My_{\text{н}}}{I_x} + \frac{N}{F}; \quad \sigma_{\text{вн}} = -\frac{My_{\text{вн}}}{I_x} + \frac{N}{F}, \quad (81)$$

Коэффициенты k_M , k_N в расчетном сечении распорного шпайгоута днища (при $\theta_0 = 55^\circ$)

Схема нагружения	$\alpha, ^\circ$	$\bar{\sigma}$	0,01	0,005	0,003	0,001	0,0005	0,0001
	0	k_M k_N	-0,086 -0,76	-0,07 -0,84	-0,061 -0,92	-0,045 -1,16	-0,037 -1,29	-0,024 -1,42
	0	k_M k_N	-0,09 -0,66	-0,077 -0,74	-0,065 -0,81	-0,048 -0,97	-0,04 -1,07	-0,025 -1,32
	10 ... 15	k_M k_N	-0,011 -0,29	-0,0072 -0,31	-0,0055 -0,32	-0,0029 -0,34	-0,002 -0,35	-0,0009 -0,37
	0	k_M k_N	$\pm 0,5$ 0					

* При $\alpha = 0^\circ$ $k_N = \pm 0,5$ для всех значений $\bar{\sigma}$.

Рис. 62. Усилия, действующие в сечении шпангоута, эпюры напряжений

где I_x , F — собственный момент инерции и площадь сечения шпангоута с присоединенной оболочкой соответственно; y_n , $y_{вн}$ — расстояния от нейтральной линии до наружных и внутренних волокон шпангоута.

Здесь M и N подставляются в формулы (81) с теми знаками, которые получаются при их вычислении. Напомним, что знак «минус» для усилия M означает, что наружная полка шпангоута сжата (внутренняя растянута); для усилия N знак «минус» показывает, что данное усилие сжимающее.

Расчет касательных напряжений от поперечной силы Q производится обычно для сечений, имеющих профиль со сравнительно тонкой стенкой, как, например, сечение, показанное на рис. 62. Максимального значения касательные напряжения достигают в стенке около нейтральной оси x :

$$\tau_{\max} = \frac{QS_x}{I_x b}; \quad (82)$$

$b = 2\delta_1$ — для сечений с двойной стенкой (см. рис. 62); (для сечений с одинарной стенкой $b = \delta_1$); δ_1 — толщина стенки; S_x — статический момент части площади сечения, расположенной выше нейтральной оси (рис. 63), относительно этой оси $S_x = F_0 y_0$, где F_0 — часть площади сечения, расположенная выше оси x ; y_0 — ее координата центра тяжести.

При соединении шпангоута с наружной или внутренней полкой заклепками или сварными точками (рис. 64) от действия поперечных сил Q между соединяемыми деталями возникают усилия среза, которые могут привести к срезу заклепок или сварных точек.

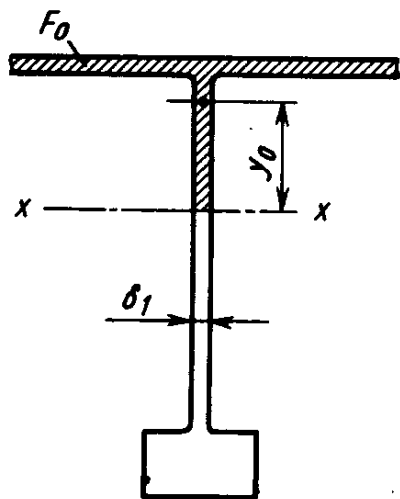


Рис. 63. К определению статического момента сечения

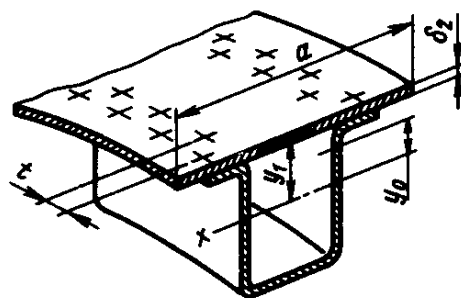
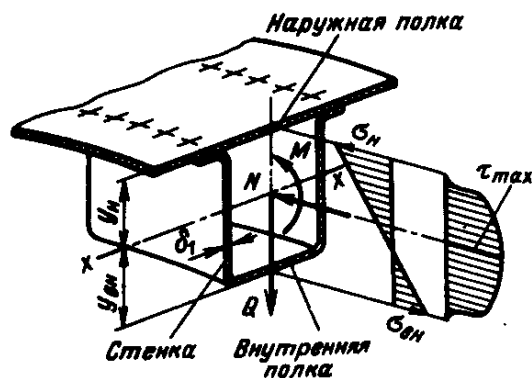


Рис. 64. К расчету заклепок (сварных точек)

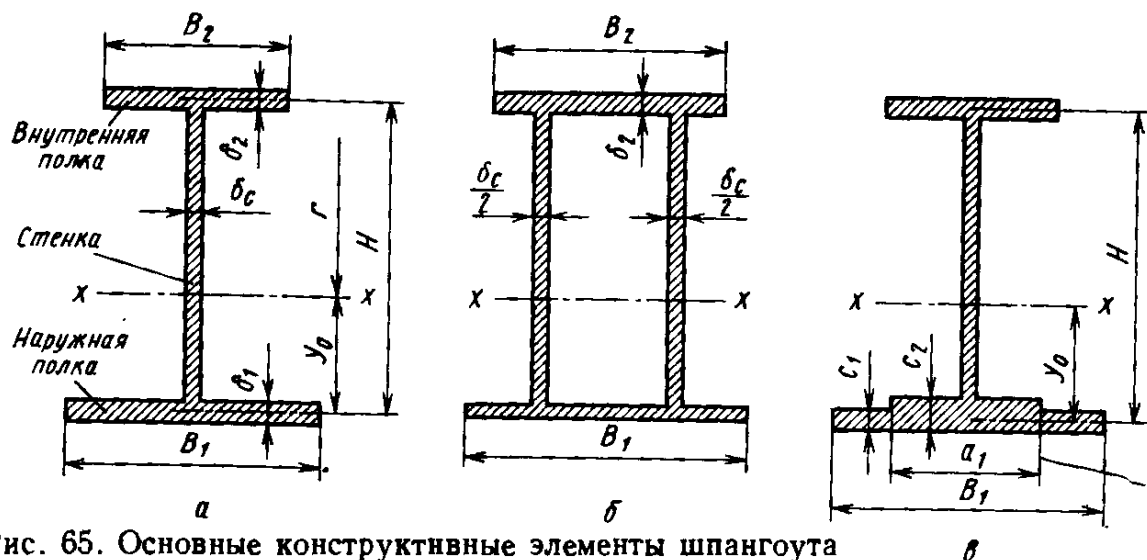


Рис. 65. Основные конструктивные элементы шпангоута

Сила, срезающая одну заклепку или сварную точку:

$$P_{\text{ср}} = \frac{qt}{n}, \quad (83)$$

где t — шаг заклепок (сварных точек) в ряду; n — число рядов заклепок (сварных точек). Для сечения, показанного на рис. 64, $n=2$.

Касательные усилия, действующие между соединяемыми деталями:

$$q = \frac{QS_{\text{н}}}{I_x} = \frac{QF_{\text{н}}y_1}{I_x}, \quad (84)$$

где $F_{\text{н}}$, $S_{\text{н}}$ — площадь сечения и статический момент площади сечения наружной детали относительно нейтральной оси x ; y_1 — координата центра тяжести сечения наружной детали. Для сечения, показанного на рис. 64, $S_{\text{н}} = F_{\text{н}}y_1$, где $F_{\text{н}} = a\delta_2$; a , δ_2 — ширина и толщина полки соответственно.

Подставляя (84) в (83), получим формулу для определения срезающей силы, приходящейся на одну заклепку (сварную точку):

$$P_{\text{ср}} = \frac{QF_{\text{н}}y_1t}{I_x n}. \quad (85)$$

По усилию $P_{\text{ср}}$ проводится расчет заклепок на срез и смятие. Наиболее достоверная оценка прочности сварных точек может быть проведена по экспериментальным данным, полученным на плоских образцах из рассматриваемого материала.

Проектировочный расчет шпангоутов. Задача проектирования силового шпангоута состоит в определении формы профиля сечения, его высоты, толщины стенок и назначении конструктивных мероприятий, исключающих потерю устойчивости тонкостенных элементов. При действии нагрузки в плоскости шпангоута профиль сечения обычно назначают исходя из конструктивно-технологических соображений. Конструктивно шпангоут состоит из внутренней и наружной полок, соединенных стенкой (рис. 65). Для профиля b эквивалентная толщина наружной полки

$$\delta_1 = \frac{c_2 a_1 + c_1 (B_1 - a_1)}{B_1}.$$

Таблица 24

Значения параметров a_F, a_y, a_I

η_1, η_2		1.0		1.5		2.0	
β_1		0.8	1.6	0.8	1.6	0.8	1.6
$\beta_2 = 0.4$	a_F	2,2	3,0	2,8	4,0	3,4	5,0
	a_y	0,409	0,3	0,393	0,275	0,382	0,26
	a_I	0,357	0,423	0,489	0,581	0,622	0,736
$\beta_2 = 0.8$	a_F	2,6	3,4	3,4	4,6	4,2	5,8
	a_y	0,5	0,382	0,5	0,369	0,5	0,362
	a_I	0,483	0,622	0,683	0,888	0,883	1,053

Введем безразмерные параметры относительных размеров элементов сечения. Условимся параметры, относящиеся к наружной полке, обозначать индексом «1», к внутренней — индексом «2»:

$$\eta_1 = \frac{\delta_1}{\delta_c}; \quad \eta_2 = \frac{\delta_2}{\delta_c}; \quad \beta_1 = \frac{B_1}{H}; \quad \beta_2 = \frac{B_2}{H}.$$

Площадь сечения, координаты центра тяжести и собственный момент инерции представим в следующем виде:

$$F = a_F \delta_c H; \quad y_0 = a_y H; \quad I_x = a_I \delta_c H^3, \quad (86)$$

где δ_c, H — толщина и высота стенки шпангоута;

$$a_F = 1 + \eta_1 \beta_1 + \eta_2 \beta_2; \quad a_y = \frac{1 + 2\eta_2 \beta_2}{2a_F};$$

$$a_I = \eta_1 \beta_1 a_y^2 + \eta_2 \beta_2 (1 - a_y^2) + 0,083.$$

Здесь при определении момента инерции сечения собственный момент инерции полок не учитывался, так как его величина при достаточном разnose полок пренебрежимо мала.

Выражением (86) можно воспользоваться при определении геометрических характеристик любого произвольного сечения, состоящего из полок и стенок. В табл. 24 приведены значения безразмерных геометрических параметров сечений.

С достаточной точностью для проектировочного расчета можно пренебречь напряжениями от усилия N . В результате с учетом (86) запишем:

$$\text{при } y_{\max} = y_0 \quad \sigma = \pm \frac{M a_y}{\delta_c H^2 a_I} \leq [\sigma]; \quad (87)$$

$$\text{при } y_{\max} = H - y_0 \quad \sigma = \mp \frac{M (1 - a_y)}{\delta_c H^2 a_I} \leq [\sigma].$$

Таким образом, проектировочный расчет сводится к определению значения $\delta_c H^2$, удовлетворяющего условию (87).

Рассмотрим последовательность проектировочного расчета. Задано: внешняя нагрузка, габариты (радиус кривизны оболочки R), допускаемые напряжения материала $[\sigma]$.

1. Рассмотрев эпюру изгибающих моментов в кольце, выделим расчетные сечения и определим изгибающие моменты M . Радиус кривизны оси шпангоута может быть принят равным $r \approx (0,9 \dots 1,15) R$, большее значение при наружном расположении шпангоута, меньшее — при внутреннем.

2. Выбираем профиль сечения шпангоута. Задаемся безразмерными параметрами $\eta_1, \eta_2, \beta_1, \beta_2$, которые обычно лежат в интервалах:

$$\eta_1 = 1,0 \dots 2,0; \beta_1 = 0,8 \dots 1,6;$$

$$\eta_2 = 1,0 \dots 3,0; \beta_2 = 0,3 \dots 0,8.$$

Меньшие значения β_1, β_2 принимают для сечений двутаврового профиля с одинарной стенкой, большее — для коробчатых сечений с двумя стенками.

3. Определим безразмерные параметры a_F, a_y, a_I .

4. Вычислим $\delta_c H^2$:

$$\begin{aligned} \text{при } a_y \leq 0,5 \quad \delta_c H^2 &\geq \frac{M}{[\sigma]} \frac{1 - a_y}{a_I}; \\ \text{при } a_y \geq 0,5 \quad \delta_c H^2 &\geq \frac{M}{[\sigma]} \frac{a_y}{a_I}. \end{aligned} \quad (88)$$

5. Назначим толщину стенки δ_c и высоту H , которые удовлетворили бы условию (88). Из условия минимума массы толщина стенки должна быть минимальной, ее значение принимают обычно из конструктивно-технологических ограничений.

6. Определим ширину и толщину полок:

$$\delta_1 = \eta_1 \delta_c; \delta_2 = \eta_2 \delta_c; B_1 = \beta_1 H; B_2 = \beta_2 H,$$

величины которых корректируются окончательно по конструктивно-технологическим соображениям.

7. Вычислив для окончательно принятых размеров коэффициенты a_F, a_y, a_I по формулам (86), определим F, y_0, I_x .

8. По формулам (81) и (82) проводим уточненный расчет прочности шпангоута.

Пример. На цилиндрическую емкость радиуса $R = 50$ см действует радиальная сила $P = 100$ кН. Материал: сталь, $[\sigma] = 50$ кН/см².

1. Принимаем $r = 0,9R = 0,9 \cdot 50 = 45$ см. Рассматривая эпюры моментов (табл. 20, схема 1) для расчетных сечений $\alpha_1 = 105^\circ$ и $\alpha_2 = 180^\circ$, найдем $M_1 = 472$ кН·см, $M_2 = 1080$ кН·см.

2. Принимаем сечение двутаврового профиля. Задаемся $\eta_1 = \eta_2 = 1,5; \beta_1 = 0,8; \beta_2 = 0,4$.

3. Из табл. 24 определим $a_F = 2,8, a_y = 0,393, a_I = 0,489$.

4. Для сечения α_1

$$\delta_c H^2 = \frac{M (1 - a_y)}{[\sigma] a_I} = \frac{472 \cdot 0,607}{50 \cdot 0,489} = 11,8 \text{ см}^2;$$

для сечения α_2

$$\delta_c H^2 = \frac{1080 \cdot 0,607}{50 \cdot 0,489} = 26,8 \text{ см}^2.$$

Рис. 66. Варианты усиления, предотвращающие местную потерю устойчивости стенок и полок шпангоута

5. Принимая $\delta_c = 0,15$ см, найдем:
для сечения α_1

$$H = \sqrt{\frac{11,8}{0,15}} = 8,87 \text{ см};$$

для сечения α_2

$$H = \sqrt{\frac{26,8}{0,15}} = 13,3 \text{ см}.$$

6. Для шпангоута постоянной жесткости определим

$$\delta_1 = \delta_2 = 1,5 \cdot 0,15 = 0,225 \text{ см};$$

$$B_1 = \beta_1 H = 0,8 \cdot 13,3 = 10,6 \text{ см};$$

$$B_2 = \beta_2 H = 0,4 \cdot 13,3 = 5,3 \text{ см}.$$

Местная потеря устойчивости. Стремление получить конструкцию минимальной массы приводит к применению тонкостенных шпангоутов. Уменьшение толщин требует увеличения высоты сечения шпангоута, что может привести к местной потере устойчивости. Для ее предотвращения предусматриваются (рис. 66): отверстия с отбортованными краями 1, рихтовки 2, ребра жесткости 3, 4, 5, которые не требуют больших дополнительных затрат массы. В местах приложения сосредоточенных сил устанавливаются местные накладки 6, увеличивающие прочность узла в месте нагружения.

При проведении расчетов местной устойчивости тонкостенные элементы обычно рассматриваются как прямоугольные плоские пластинки, размеры которых равны размерам рассматриваемого элемента. Учитывая деформируемость самого шпангоута, кромки выделенных элементов принимают опертыми. Рассмотрим расчет местной устойчивости на примерах.

Пример 1. Полка шпангоута находится под действием равномерно распределенных по ширине нормальных сжимающих напряжений (рис. 67). Критические напряжения определим по формуле

$$\sigma_{кр} = k \frac{E\delta^3}{b^3}.$$

При определении коэффициента k для закрытых полок (рис. 67, а) все четыре кромки принимаем опертыми; для открытых (рис. 67, б) три кромки принимаем

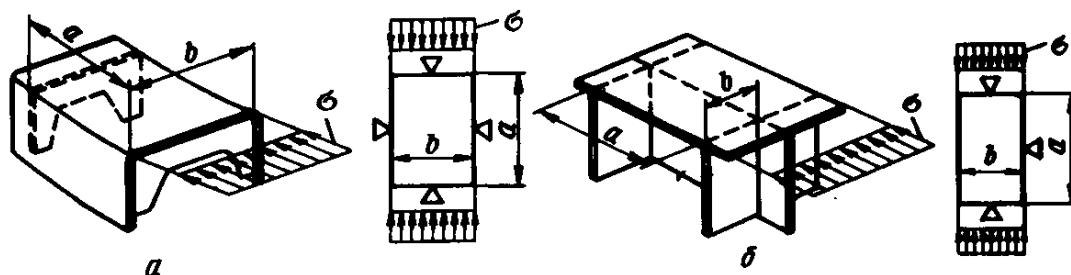


Рис. 67. Схемы нагружения и расчетные схемы полки шпангоута

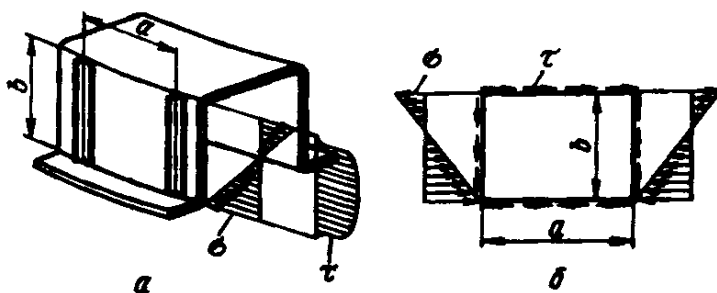


Рис. 68. Схема нагружения и расчетная схема стенки шпангоута

опертыми, а боковую — свободной. Длину пластинки принимаем равной шагу поперечных подкреплений, а если их нет, длину можно принять $a = \infty$. Если напряжения $\sigma_{кр}$ больше предела текучести σ_T , расчет проводится по соответствующим формулам, учитывающим работу пластинки за пределом упругости. Затем критические напряжения сравниваются с расчетными, определенными по формуле (81).

При недостаточной жесткости закрытой полки наиболее эффективным мероприятием будет установка на полки ребер, уменьшающих расчетную ширину пластинки. Так, например, продольное ребро 5 (см. рис. 66) уменьшит расчетную ширину в два раза, при этом критические напряжения возрастут в четыре раза. Критические напряжения открытых полок могут быть повышены подкреплением свободной кромки, например отбортовкой.

Пример 2. В стенках шпангоута одновременно действуют касательные и нормальные напряжения (рис. 68). За расчетную схему стенки будем принимать плоскую пластинку, находящуюся под действием эксцентричного сжатия и равномерно распределенного потока касательных усилий. Критические нормальные напряжения с учетом одновременного действия сдвига и критические касательные напряжения с учетом одновременного действия сжатия

$$\sigma_{кр} \tau = c_1 \sigma_{кр}, \quad \tau_{кр} \sigma = c_2 \tau_{кр};$$

c_1, c_2 — определим по соответствующим графикам гл. 9; $\sigma_{кр}, \tau_{кр}$ — критические напряжения пластинки при раздельном действии силовых факторов,

$$\sigma_{кр} = k \frac{E \delta^3}{b^3}; \quad \tau_{кр} = k \frac{E \delta^3}{b^3}.$$

При выборе коэффициента k все четыре кромки принимаются опертыми. Если $\sigma_{кр} > \sigma_T, \tau_{кр} > 0,6\sigma_T$, критические напряжения определяются с учетом работы пластинки за пределом упругости.

ДЕЙСТВИЕ НАГРУЗОК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ПЛОСКОСТИ ШПАНГОУТА

Ниже приведены некоторые справочные данные к расчету замкнутых круговых колец постоянной жесткости. Эти данные могут быть использованы для прикидочных проектировочных расчетов шпангоутов цилиндрических отсеков под действием сил, перпендикулярных их плоскости. Такой расчет будет приближенным, так как он не учитывает упругость оболочки. Однако для некоторых схем нагружения этот расчет будет достаточно точно отражать напряженное состояние узла в сечениях, расположенных около мест приложения сил.

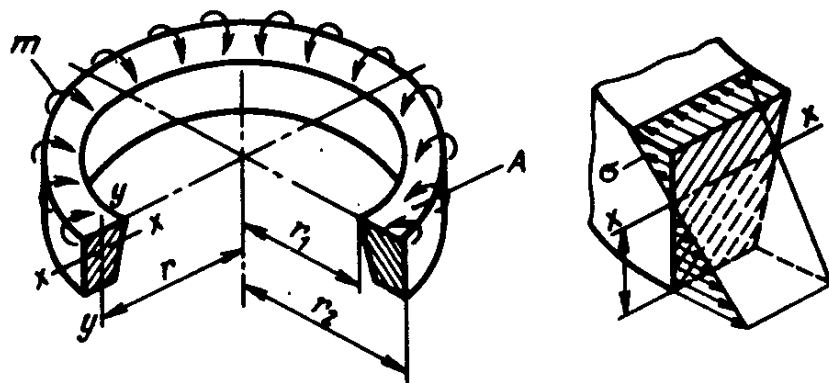


Рис. 69. Схема нагружения кольца моментами, эпюра нормальных напряжений

На замкнутое кольцо постоянного сечения действуют равномерно распределенные погонные крутящие моменты m . При направлении нагрузки m , показанном на рис. 69, вся верхняя поверхность кольца A будет сжата в окружном направлении, а нижняя — растянута, что показано на эпюре напряжений.

Максимальные напряжения и угол поворота сечения кольца, у которого размеры сечения малы по сравнению с радиусом ($r_1 \leq \leq 1,2r_1$):

$$\sigma_{\max} = \frac{mry_{\max}}{I_x}; \quad \theta = \frac{mr^2}{EI_x}, \quad (89)$$

где I_x — момент инерции сечения относительно оси x , лежащей в плоскости кольца; y_{\max} — координата нейтральной оси; r — радиус кривизны оси кольца.

Формулы для колец прямоугольного сечения приведены в табл. 25.

Различают три типа сосредоточенных сил (рис. 70): сила P , изгибающий L и крутящий K моменты, которые уравниваются погонными усилиями q . При действии внешних сил в сечениях кольца действуют изгибающий M и крутящий H моменты, поперечная сила Q :

$$M = k_M Pr, \quad H = k_H Pr, \quad Q = k_Q P;$$

$$M = k_M L, \quad H = k_H L, \quad Q = k_Q \frac{L}{r};$$

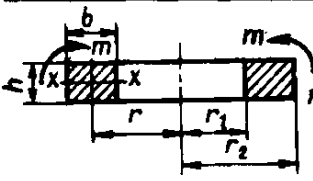
$$M = k_M K, \quad H = k_H K, \quad Q = k_Q \frac{K}{r}.$$

Эти усилия вызывают нормальные напряжения изгиба и касательные

$$\sigma = \pm \frac{My}{I_x}, \quad \tau = \frac{H}{W_K}, \quad \tau = \frac{QS_x}{\delta I_x}, \quad (90)$$

где W_K — момент сопротивления сечения при кручении.

Формулы для колец прямоугольного сечения

	$r = \frac{r_1 + r_2}{2}, \quad W_x = \frac{bh^3}{6}, \quad I_x = \frac{bh^3}{12}$	
Соотношения размеров поперечного сечения	Наибольшие напряжения	Угол поворота сечения
Размеры поперечного сечения кольца малы по сравнению с радиусом, $r_2 < 1,2r_1$ [11]	$\sigma_{\max} = \pm \frac{mr}{W_x}$	$\theta = \frac{mr^2}{EI_x}$
Размеры поперечного сечения кольца соизмеримы с радиусом, $r_2 > 1,2r_1$ [11]	$\sigma_{\max} = \pm \frac{mr}{W_x} \times \frac{b}{2,3r_1 \lg \frac{r_2}{r_1}}$	$\theta = \frac{mrb}{2,3EI_x \lg \frac{r_2}{r_1}}$
Тонкая кольцевая пластинка при $r_2 > 2r_1$ и $h < 0,2b$	Расчеты проводятся по формулам для тонкой пластинки	

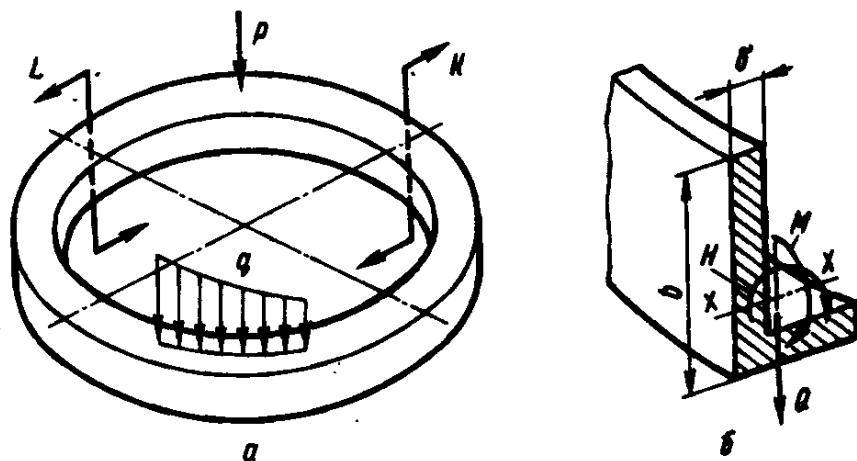
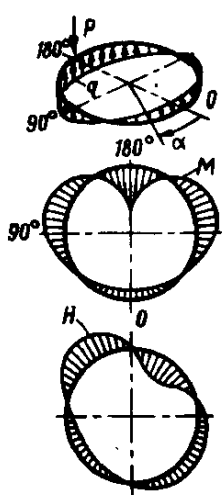


Рис. 70. Виды сосредоточенных сил (а) и внутренние усилия в сечении кольца (б)

Касательная напряжения от силы Q рассчитываются обычно только для сечений с тонкостенным профилем.

В табл. 26 приводятся формулы внутренних усилий в кольце для наиболее часто встречающихся схем нагружения. Формулы применимы для расчета колец с толстостенным сечением, а также с тонкостенным замкнутым профилем (коробчатое сечение). Профиль сечения принимается толстостенным, если отношение ширины его стенок к их толщине $b/\delta < 5 \dots 10$ (см. рис. 70, б).

Коэффициенты внутренних усилий

Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы			
<p>1. Сила P уравновешивается распределенной по кольцу нагрузкой</p> $q = \frac{P}{\pi R} \left(\frac{1}{2} - \cos \alpha \right)$ 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} \left(\alpha \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - 1 \right)$ $k_H = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \frac{R}{r} \cos \alpha - \left(2 - \frac{R}{2r} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin \alpha + \alpha \right]$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} (2 \sin \alpha - \alpha)$			
	$\alpha, ^\circ$	k_M	$k_H^1)$	k_Q
0	—0,08	0,0	0,0	
15	—0,072	0,0202	0,041	
30	—0,049	0,0363	0,076	
45	—0,015	0,0445	0,10	
60	0,025	0,043	0,11	
75	0,063	0,0316	0,10	
90	0,091	0,011	0,068	
105	0,102	—0,0146	0,017	
120	0,09	—0,0405	—0,057	
120	0,09	—0,0405	—0,057	
135	0,05	—0,0592	—0,151	
150	—0,02	—0,0637	—0,258	
165	—0,118	—0,0458	—0,376	
180	—0,239	0,0	—0,5	

¹⁾ Приведены значения при $R/r = 1$

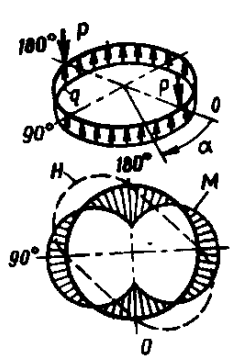
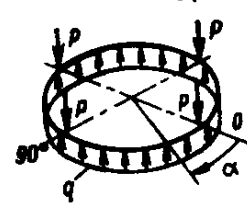
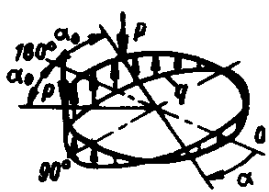
Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы																																																								
<p>2. Две силы P уравновешиваются равномерно распределенной нагрузкой</p> $q = \frac{P}{\pi R}$ 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{1}{\pi}$ $k_H = \frac{R}{2r} \cos \alpha + \frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{2}$ $k_Q = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\pi}$ <table><tr><th>$\alpha, ^\circ$</th><th>k_M</th><th>$k_H^1)$</th><th>k_Q</th></tr><tr><td>0</td><td>-0,318</td><td>0,0</td><td>0,5</td></tr><tr><td>15</td><td>-0,189</td><td>0,067</td><td>0,416</td></tr><tr><td>30</td><td>-0,068</td><td>0,10</td><td>0,333</td></tr><tr><td>45</td><td>0,035</td><td>0,104</td><td>0,25</td></tr><tr><td>60</td><td>0,115</td><td>0,084</td><td>0,167</td></tr><tr><td>75</td><td>0,165</td><td>0,046</td><td>0,083</td></tr><tr><td>90</td><td>0,182</td><td>0,0</td><td>0,0</td></tr><tr><td>105</td><td>0,165</td><td>-0,046</td><td>-0,083</td></tr><tr><td>120</td><td>0,115</td><td>-0,084</td><td>-0,167</td></tr><tr><td>135</td><td>0,035</td><td>-0,104</td><td>-0,25</td></tr><tr><td>150</td><td>-0,068</td><td>-0,10</td><td>-0,333</td></tr><tr><td>165</td><td>-0,189</td><td>-0,067</td><td>-0,416</td></tr><tr><td>180</td><td>-0,318</td><td>0,0</td><td>-0,5</td></tr></table> <p>¹⁾ Приведены значения при $R/r = 1$</p>	$\alpha, ^\circ$	k_M	$k_H^1)$	k_Q	0	-0,318	0,0	0,5	15	-0,189	0,067	0,416	30	-0,068	0,10	0,333	45	0,035	0,104	0,25	60	0,115	0,084	0,167	75	0,165	0,046	0,083	90	0,182	0,0	0,0	105	0,165	-0,046	-0,083	120	0,115	-0,084	-0,167	135	0,035	-0,104	-0,25	150	-0,068	-0,10	-0,333	165	-0,189	-0,067	-0,416	180	-0,318	0,0	-0,5
$\alpha, ^\circ$	k_M	$k_H^1)$	k_Q																																																						
0	-0,318	0,0	0,5																																																						
15	-0,189	0,067	0,416																																																						
30	-0,068	0,10	0,333																																																						
45	0,035	0,104	0,25																																																						
60	0,115	0,084	0,167																																																						
75	0,165	0,046	0,083																																																						
90	0,182	0,0	0,0																																																						
105	0,165	-0,046	-0,083																																																						
120	0,115	-0,084	-0,167																																																						
135	0,035	-0,104	-0,25																																																						
150	-0,068	-0,10	-0,333																																																						
165	-0,189	-0,067	-0,416																																																						
180	-0,318	0,0	-0,5																																																						
<p>3. Четыре силы P уравновешиваются равномерно распределенной нагрузкой</p> $q = \frac{2P}{\pi R}$ 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{2}{\pi}$ $k_H = \frac{R}{2r} (\cos \alpha - \sin \alpha) + \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{1}{2}$ $k_Q = \frac{1}{2} - \frac{2\alpha}{\pi}$																																																								

Схема нагружения. эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы			
3. Четыре силы P уравновешиваются равномерно распределенной нагрузкой $q = \frac{2P}{\pi R}$	$\alpha, ^\circ$	k_M	$k_H^{1)}$	k_Q
	0	-0,137	0,0	0,5
	15	-0,024	0,021	0,333
	30	0,046	0,017	0,166
	45	0,071	0,0	0,0
	60	0,046	-0,017	-0,166
	75	-0,024	-0,021	-0,333
	90	-0,137	0,0	-0,5
	1) При $R/r = 1$			
	4. Две силы P , приложенные под углом $2\alpha_0$, уравновешиваются распределенной нагрузкой $q = \frac{2P}{\pi R} \times$ $\times (1 - \cos \alpha \cos \alpha_0)$ 	При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ - \alpha_0$ $k_M = \frac{1}{\pi} \left(\alpha a_2 + \alpha_0 b_2 + \frac{1}{2} b_1 - 1 \right)$ $k_H = \frac{1}{\pi} \left[\alpha \frac{R}{r} b_1 - \alpha_0 \frac{R}{r} a_1 - \left(2 - \frac{R}{2r} \right) a_2 + \alpha \right]$ $k_Q = \frac{1}{\pi} (2a_2 - \alpha)$ При $180^\circ = \alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ$ $k_M = \frac{1}{\pi} \left[(\alpha - \pi) a_2 + (\alpha_0 - \pi) b_2 + \frac{1}{2} b_1 - 1 \right]$ $k_H = \frac{1}{\pi} \left[(\alpha - \pi) \frac{R}{r} b_1 - (\alpha_0 - \pi) \frac{R}{r} a_1 - \left(2 - \frac{R}{2r} \right) a_2 + (\alpha - \pi) \right], \quad k_Q =$ $= \frac{1}{\pi} [2a_2 - (\alpha - \pi)],$ где $a_1 = \sin \alpha_0 \sin \alpha, \quad b_1 = \cos \alpha_0 \cos \alpha$ $a_2 = \cos \alpha_0 \sin \alpha, \quad b_2 = \sin \alpha_0 \cos \alpha$		

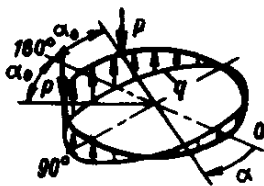


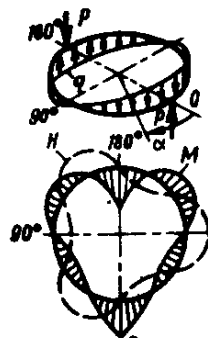
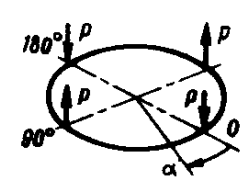
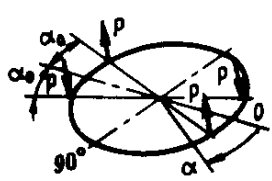
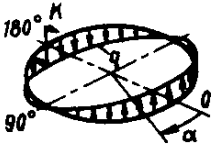
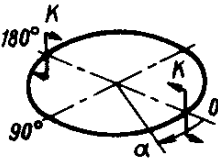
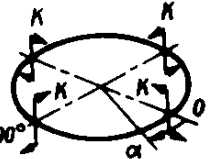
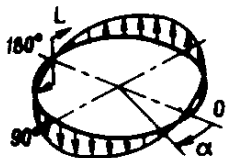
Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы																																																			
<p>5. Пара сил P уравновешивается распределенной нагрузкой</p> $q = \frac{2P}{\pi R} \cos \alpha$ 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = -\frac{1}{2\pi} [(\pi - 2\alpha) \sin \alpha - \cos \alpha]$ $k_H = -\frac{1}{2\pi} \left[(\pi - 2\alpha) \frac{R}{r} \cos \alpha + \left(4 - \frac{R}{r} \right) \sin \alpha - \pi \right]$ $k_Q = -\frac{1}{2\pi} (\pi - 4 \sin \alpha)$ <table><tr><th rowspan="2">$\alpha, ^\circ$</th><th colspan="2">k_M</th><th>k_H</th><th rowspan="2">k_Q</th><th rowspan="2">$\alpha, ^\circ$</th></tr><tr><th>$\alpha \leq 90^\circ$</th><th>$\alpha \geq 90^\circ$</th><th>$R/r = 1$</th></tr><tr><td>0</td><td>0,159</td><td>-0,159</td><td>0,0</td><td>-0,5</td><td>180</td></tr><tr><td>15</td><td>0,046</td><td>-0,046</td><td>-0,0271</td><td>-0,335</td><td>165</td></tr><tr><td>30</td><td>-0,029</td><td>0,029</td><td>-0,0271</td><td>-0,182</td><td>150</td></tr><tr><td>45</td><td>-0,064</td><td>0,064</td><td>-0,0143</td><td>-0,049</td><td>135</td></tr><tr><td>60</td><td>-0,064</td><td>0,064</td><td>0,0032</td><td>0,051</td><td>120</td></tr><tr><td>75</td><td>-0,039</td><td>0,039</td><td>0,0167</td><td>0,115</td><td>105</td></tr><tr><td>90</td><td>0,0</td><td>0,0</td><td>0,0223</td><td>0,137</td><td>90</td></tr></table>	$\alpha, ^\circ$	k_M		k_H	k_Q	$\alpha, ^\circ$	$\alpha \leq 90^\circ$	$\alpha \geq 90^\circ$	$R/r = 1$	0	0,159	-0,159	0,0	-0,5	180	15	0,046	-0,046	-0,0271	-0,335	165	30	-0,029	0,029	-0,0271	-0,182	150	45	-0,064	0,064	-0,0143	-0,049	135	60	-0,064	0,064	0,0032	0,051	120	75	-0,039	0,039	0,0167	0,115	105	90	0,0	0,0	0,0223	0,137	90
$\alpha, ^\circ$	k_M		k_H	k_Q	$\alpha, ^\circ$																																															
	$\alpha \leq 90^\circ$	$\alpha \geq 90^\circ$	$R/r = 1$																																																	
0	0,159	-0,159	0,0	-0,5	180																																															
15	0,046	-0,046	-0,0271	-0,335	165																																															
30	-0,029	0,029	-0,0271	-0,182	150																																															
45	-0,064	0,064	-0,0143	-0,049	135																																															
60	-0,064	0,064	0,0032	0,051	120																																															
75	-0,039	0,039	0,0167	0,115	105																																															
90	0,0	0,0	0,0223	0,137	90																																															
<p>6. Две силы P уравновешиваются двумя силами P</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2} (\sin \alpha - \cos \alpha)$ $k_H = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r} \sin \alpha + \frac{R}{r} \cos \alpha - 1 \right)$ $k_Q = \frac{1}{2}$ <p>Наибольшие значения усилий: M при $\alpha = 0$ и 90°; H при $\alpha = 45^\circ$</p>																																																			
<p>7. Две силы P уравновешиваются двумя силами P, приложенными под углом $2\alpha_0$</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq \alpha_0$</p> $k_M = \cos \alpha_0 \sin \alpha$ $k_H = \cos \alpha_0 \cos \alpha + \frac{2\alpha_0}{\pi} - 1$ $k_Q = 1 - \frac{2\alpha_0}{\pi}$																																																			

Схема нагружения. эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы
<p>7. Две силы P уравниваются двумя силами P, приложенными под углом $2\alpha_0$</p>	<p>При $\alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ - \alpha_0$</p> $k_M = \sin \alpha_0 \cos \alpha$ $k_H = \frac{2\alpha_0}{\pi} - \sin \alpha_0 \sin \alpha$ $k_Q = -\frac{2\alpha_0}{\pi}$ <p>Наибольшие значения: усилий M при $\alpha = \alpha_0$; усилий H: для $\alpha_0 \leq 45^\circ$ при $\alpha = 0$; для $\alpha_0 \geq 45^\circ$ при $\alpha = 90^\circ$</p>
<p>8. Момент K уравнивается распределенными усилиями</p> $q = -\frac{K}{\pi r^2} \cos \alpha$ 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \sin \alpha + \frac{1-3\lambda}{2(1+\lambda)} \cos \alpha \right]$ $k_H = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \cos \alpha - \frac{3-\lambda}{2(1+\lambda)} \sin \alpha \right]$ $k_Q = -\frac{\sin \alpha}{\pi}$ $\lambda = \frac{EI}{GI_K} \text{ — отношение жесткости кольца на изгиб к жесткости на кручение}$
<p>9. На кольцо действуют два самоуравновешенных момента K</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2} \sin \alpha, \quad k_H = \frac{1}{2} \cos \alpha$ $k_Q = 0$ <p>Наибольшие значения усилий: M при $\alpha = 90^\circ$; H при $\alpha = 0$</p>
<p>10. На кольцо действуют четыре самоуравновешенных момента K</p> 	<p>При $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)$ $k_H = \frac{1}{2} (\cos \alpha - \sin \alpha)$ <p>Наибольшие значения усилий: M при $\alpha = 45^\circ$; H при $\alpha = 0$</p>

11. Момент L уравнивается распределенной нагрузкой

$$q = -\frac{L}{\pi r^2} \sin \alpha$$



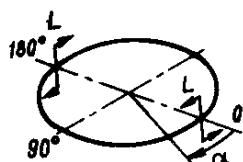
При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$

$$k_M = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{2} \sin \alpha - \alpha \cos \alpha \right)$$

$$k_H = -\frac{1}{2\pi} \left(\alpha \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - 1 \right)$$

$$k_Q = \frac{1}{2\pi} (1 - 2 \cos \alpha)$$

12. На кольцо действуют два самоуравновешенных момента



При $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$

$$k_M = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\alpha}{\pi} \cos \alpha$$

$$k_H = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \sin \alpha$$

$$k_Q = \frac{1}{\pi}$$

Наибольшие значения усилий M и H при $\alpha = 0$

ГЛАВА 17

РАСЧЕТ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РАЗЪЕМНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Для соединения отсеков, закрепления грузов и передачи сосредоточенных сил используются кронштейны, балки, рамы, стержневые фермы и оболочки. Выбор того или иного переходного элемента определяется конкретными конструктивно-компоновочными условиями. При этом в качестве общих соображений можно привести следующие. Кронштейны и балки применяются при малой высоте детали, рамы используются при наличии компоновочных ограничений. При больших расстояниях до стыковочных поверхностей применяются стержневые фермы. Их преимуществом являются конструктивно-технологическая простота и малая масса, несмотря на большие габариты. В осесимметричных конструкциях наряду со стержневыми фермами могут использоваться также оболочки. В данной главе рассмотрен расчет прочности и проектные методы некоторых перечисленных конструкций и элементов соединений, использующихся в разъемных узлах.

РАСЧЕТ ФЛАНЦЕВ

Фланцевые соединения можно подразделить на три основных вида: неконтактирующие, контактирующие и свободные (рис. 71). Классификация различных соединений, методы их расчета и обзор существующих исследований приведены в книге [4], освещающей методы расчета предварительно напряженных фланцевых соединений с учетом упругости оболочек, контактной жесткости фланцев затяжки и упругости болтов. Для расчета фланцев ниже использовались также зависимости, приведенные в справочном пособии [1].

В данном подразделе приведен упрощенный проверочный расчет круговых фланцев на усилия, действующие в болтах от внешних нагрузок (давление в емкости p , опрокидывающий момент M_0 , осевая сила T) и на усилия затяжки болтов. Эквивалентная суммарная осевая сила, действующая на болты:

$$Q = k \frac{\pi D_{\text{пр}}^2}{4} p + k_1 \frac{M_0}{D_{\text{пр}}} + T, \quad (91)$$

где $D_{\text{пр}}$ — средний диаметр прокладки; $k_1 = 2,67 \dots 4$, причем большее значение принимают для нежестких фланцев, полагая, что раскрытие стыка происходит относительно оси, проходящей через точку E , меньшее — для жестких (раскрытие относительно точки E_1).

Коэффициент затяжки k , зависящий от материала и вида прокладки, обычно принимают равным $1,25 \dots 3$. Меньшее значение соответствует неметаллическим (мягким) прокладкам, большее — металлическим [1].

Условие прочности фланцевых болтов $\sigma = \frac{Q}{nF_1} \leq [\sigma]$, где n — число болтов; F_1 — площадь сечения болта по внутреннему диаметру.

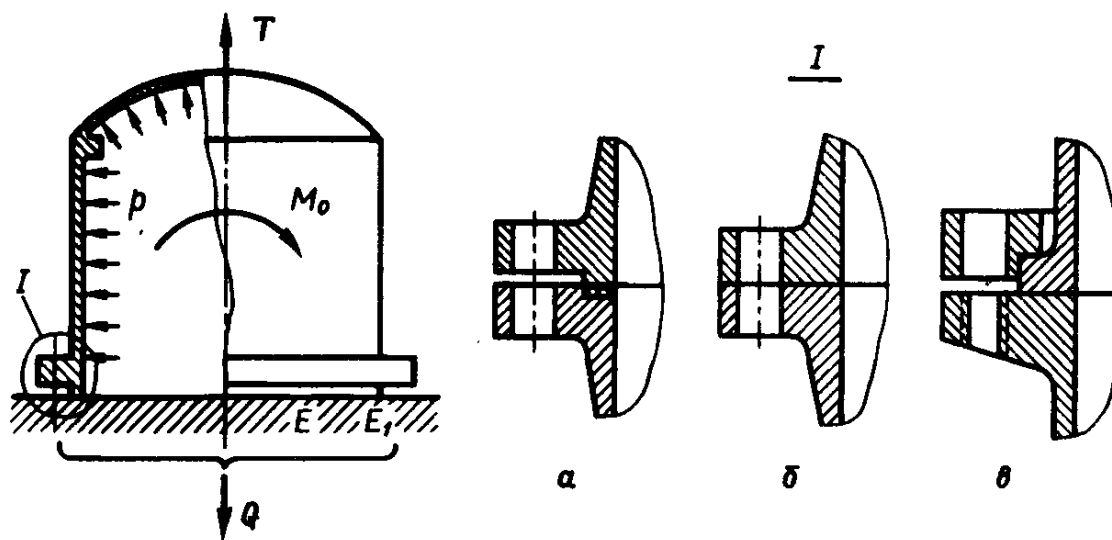


Рис. 71. Схема нагружения стыка и виды фланцевых соединений:
а — неконтактирующие; б — контактирующие; в — со свободным фланцем

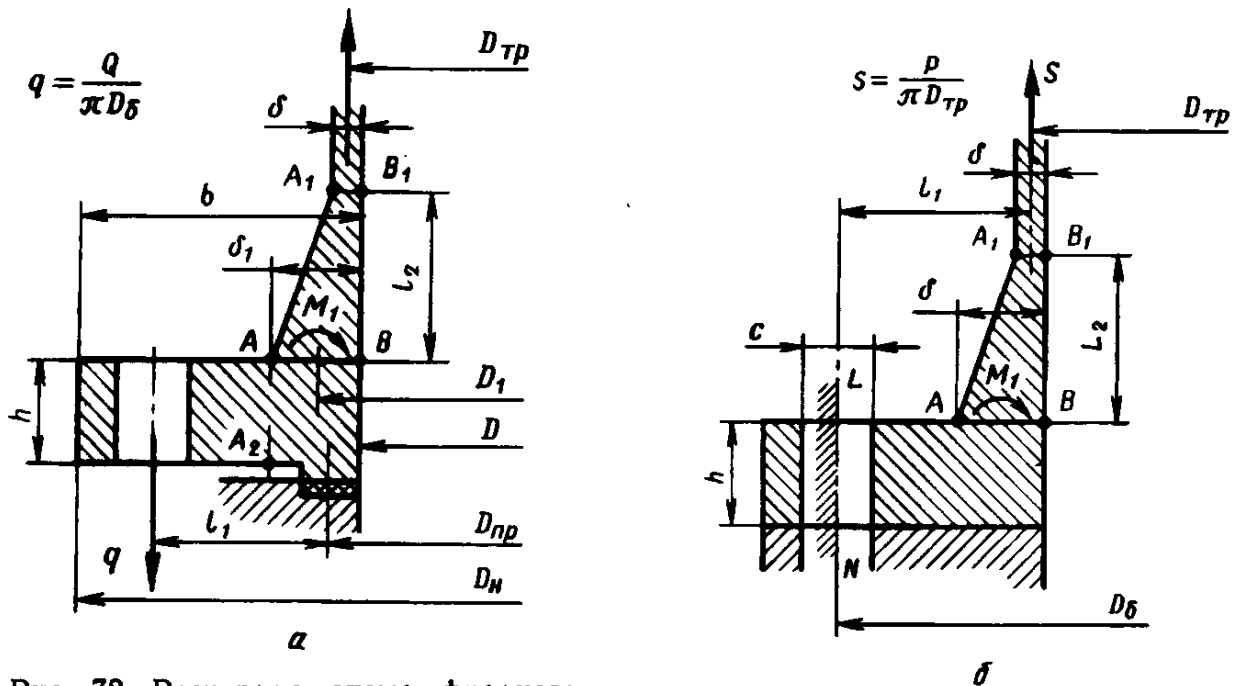


Рис. 72. Расчетная схема фланцев:
 а — неконтактирующего; б — контактирующего

Расстояние между осями болтов (шаг болтов) обычно принимают $5...7d_0$ при малых давлениях ($p \leq 1$ МПа) и $2,5...4 d_0$ — при больших давлениях ($p \geq 3$ МПа).

Неконтактирующие фланцы. На фланец действует усилие Q (формула 91). Опасным сечением обычно является место перехода от фланца к трубе (рис. 72, а сечение А—В). Напряжения изгиба в этом сечении

$$\sigma = \frac{6M_1}{\delta_1^2} = \frac{6\eta Q l_1}{\delta_1^2 \pi D_1}, \quad (92)$$

где η — коэффициент, учитывающий упругость фланца и трубы. В табл. 27 приведены значения η , которые вычислялись по формуле

$$\eta = \frac{1}{1 + 1,16 \left(\frac{h}{\delta_{ср}} \right)^3 \sqrt{\frac{\delta_{ср}}{D_{тр}} \lg \frac{D_{н}}{D}}}, \quad (93)$$

или при $D_{н} \leq 1,2D$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{h^3 b}{\delta_{ср}^3 D} \sqrt{\frac{\delta_{ср}}{D_{тр}}}}, \quad (94)$$

где b — ширина сечения фланцевого кольца; $\delta_{ср} = \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta)$ — средняя толщина трубы на коническом участке.

В самом фланце возникают окружные напряжения

$$\sigma_{окр} = 0,83 \frac{Q l_1 (1 - \eta)}{D h^2 \lg \frac{D_{н}}{D}} \quad (95)$$

или при $D_{н} \leq 1,2D$

$$\sigma_{окр} = 0,95 \frac{Q l_1 (1 - \eta)}{h^2 b}. \quad (96)$$

Коэффициент η

$\frac{\delta_{cp}}{h}$	$\delta_{cp} = 0.01D_{\tau p}$			$\delta_{cp} = 0.05D_{\tau p}$			$\delta_{cp} = 0.2D_{\tau p}$		
	$D/\Sigma D$								
	1,2	1,5	2,0	1,2	1,5	2,0	1,2	1,5	2,0
1	0,991	0,980	0,966	0,980	0,956	0,928	0,961	0,916	0,865
0,8	0,982	0,962	0,936	0,962	0,918	0,868	0,926	0,849	0,766
0,6	0,959	0,913	0,860	0,912	0,824	0,733	0,840	0,702	0,579
0,5	0,931	0,860	0,782	0,859	0,733	0,616	0,752	0,578	0,445
0,4	0,874	0,758	0,647	0,757	0,584	0,451	0,609	0,412	0,291
0,3	0,747	0,570	0,437	0,569	0,372	0,258	0,397	0,229	0,148

Наиболее опасной будет точка B , где в двух взаимно перпендикулярных площадках действуют сжимающие напряжения σ и растягивающие окружные напряжения $\sigma_{окр}$. Эквивалентные напряжения

$$\sigma_{эв} = \sqrt{\sigma^2 + \sigma_{окр}^2 + \sigma\sigma_{окр}}. \quad (97)$$

При большом уклоне конической части ($l_2 < 2\delta_1$) и для труб больших диаметров может оказаться опасным сечение в месте перехода к коническому участку. Напряжения изгиба в сечении A_1-B_1

$$\sigma = \frac{6M_1}{\delta^2} = \frac{6\eta Q l_1}{\pi D_1 \delta^2} e^{-\beta l_1} \cos \beta l_2, \quad (98)$$

где $\beta = 1,28/\sqrt{R_{тр}\delta_{ср}}$. Окружные напряжения в этом сечении от давления p

$$\sigma_{окр} = \frac{pR_{тр}}{\delta}. \quad (99)$$

Прочность сечения A_1-B_1 оценивают по формуле (97).

Контактирующие фланцы. На стык действуют нагрузки M_0 , T и давление p (см. рис. 71). Эквивалентная осевая сила, действующая на фланец:

$$P = \frac{\pi D_{тр}^2}{4} p + k_1 \frac{M_0}{D_6} + T. \quad (100)$$

Расчетные формулы для контактирующих фланцев получены при предположении, что фланец заделан в сечении $L-N$ (рис. 72, б) и упруго связан с трубой. Напряжения изгиба в сечении $L-N$

$$\sigma = \frac{6M}{(\pi D_6 - \pi c) h^3} = \frac{6\eta_1 P l_1}{(\pi D_6 - \pi c) h^3}, \quad (101)$$

где η_1 — коэффициент, учитывающий влияние упругости трубы ($0,5 \leq \eta_1 \leq 1$). Если труба очень жесткая, то $\eta_1 = 0,5$; для тонкой

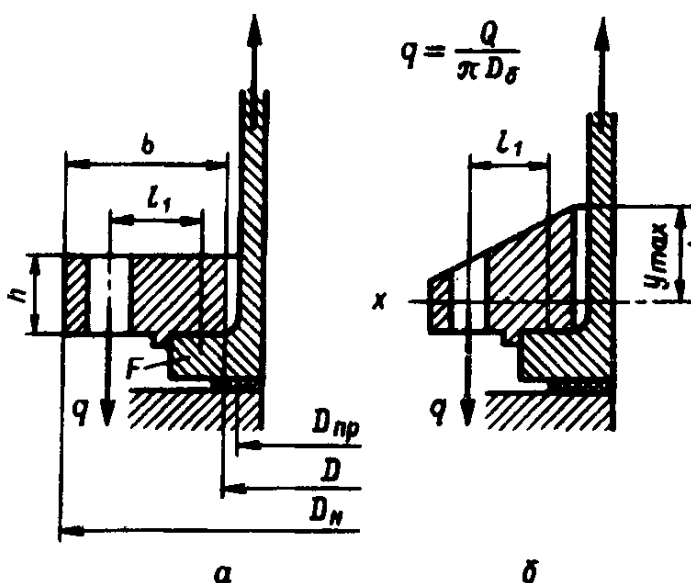


Рис. 73. Расчетная схема свободного фланца

трубы $\eta_1 = 1$. Значение η_1 определяется по формуле

$$\eta_1 = \frac{1 + \lambda}{2 + \lambda},$$

где

$$\lambda = 0,51 \frac{\sqrt{D_{\text{тр}} \delta}}{l_1} \times \left(\frac{h}{\delta_{\text{ср}}} \right)^3 \frac{\pi D_{\text{б}} - \pi c}{\pi D_{\text{тр}}};$$

$\delta_{\text{ср}} = \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta)$ — средняя толщина трубы на коническом участке. В приближенных расчетах можно принимать $\eta_1 \approx 0,8 \dots 1$. Напряжения изгиба в сечении A — B от момента M_1

$$\sigma = \frac{6M_1}{\delta_1^2} = \frac{6Pl_1}{\delta_1^2 \pi D_{\text{тр}}} (1 - \eta). \quad (102)$$

и напряжения изгиба в сечении $A_1—B_1$ от момента M_2

$$\sigma = \frac{6M_2}{\delta^2} = \frac{6M_1}{\delta^2} e^{-\beta l_1} \cos \beta l_2. \quad (103)$$

При сравнительно малой толщине фланца h и редком шаге болтов возможен местный изгиб фланца под болтом по сечению A — A_2 .

Свободные фланцы. На фланец действует усилие Q (формула 91). Окружные напряжения в свободном фланце прямоугольного сечения (рис. 73, а).

$$\sigma_{\text{окр}} = 0,83 \frac{Ql_1}{Dh^2 \lg \frac{D_{\text{н}}}{D}}. \quad (104)$$

При $D_{\text{н}} \leq 1,2D$

$$\sigma_{\text{окр}} = 0,95 \frac{Ql_1}{h^2 b}. \quad (105)$$

Максимальные окружные напряжения в свободном фланце произвольного сечения (рис. 73, б)

$$\sigma_{\text{окр}} = \frac{Ql_1 y_{\text{max}}}{2\pi I_x}, \quad (106)$$

где I_x — момент инерции сечения относительно оси x ; y_{max} — координата наиболее удаленной от нейтральной линии точки сечения.

СОЕДИНЕНИЯ С ПРОУШИНАМИ

Шарнирный узел, состоящий из проушин, соединенных осями или болтами, является ответственным и высоконагруженным силовым элементом, широко применяющимся в конструкциях машин. При проектировании конструкций на основе проушин в отечественной и зарубежной практике используют главным образом экспериментальные результаты и полученные на их основе приближенные методы расчета [13, 25, 28].

Для конструкций, лимитированных по массе, установление наименьших размеров шарнирных узлов оказывается важным потому, что они определяют размеры, а следовательно, габариты и массу соединяемых деталей. Поэтому в таких конструкциях обычно используются высокопрочные материалы. Конструктивной особенностью деталей шарнирных узлов является резкое изменение форм сечений. Важным условием их надежной работы является использование материалов, которые сочетают высокую прочность с хорошей пластичностью и низкой чувствительностью к концентраторам. О качестве материалов в этом отношении судят по опытному их использованию в реальных условиях эксплуатации, а также по результатам экспериментальной лабораторной и заводской отработки. Поэтому при проектировании новых изделий конструктор предпочитает использовать материалы, хорошо зарекомендовавшие себя на практике, а возможность применения новых материалов рассматривается при условии повышения эффективности по массе, технологичности и пр.

В самолетостроении, где предъявляются высокие требования по массе конструкций, запасы прочности рассчитывают по предельной несущей способности [9, 25], при этом используются экспериментальные данные по статической прочности [13, 28] и др. Максимальные напряжения при разрушающей нагрузке условно сравнивают с пределом прочности материала. Использование таких методов оправдано многолетней практикой.

Одинарная проушина. Экспериментальные исследования проушины при нагружении осью, вставленной в отверстие, показывают, что она находится в сложном объемном напряженном состоянии и приближенно может рассматриваться как находящаяся в плоском напряженном состоянии. Основными напряжениями, определяющими прочность проушины, являются окружные σ_ϕ , которые достигают максимального значения на контуре отверстия в сечениях по горизонтальному диаметру (рис. 74) и контактные напряжения σ_r на площадке, где ось передает нагрузку на проушину. Увеличение относительной перемычки a/b снижает максимальные напряжения $\sigma_{\phi \max}$. Предельному снижению соответствует отношение $a/b = 2$, при котором напряжения уменьшаются на 20% в сравнении со случаем $a/b = 1$.

Величина разрушающей нагрузки, вид и характер деформирования зависят от физико-механических свойств материала, отно-

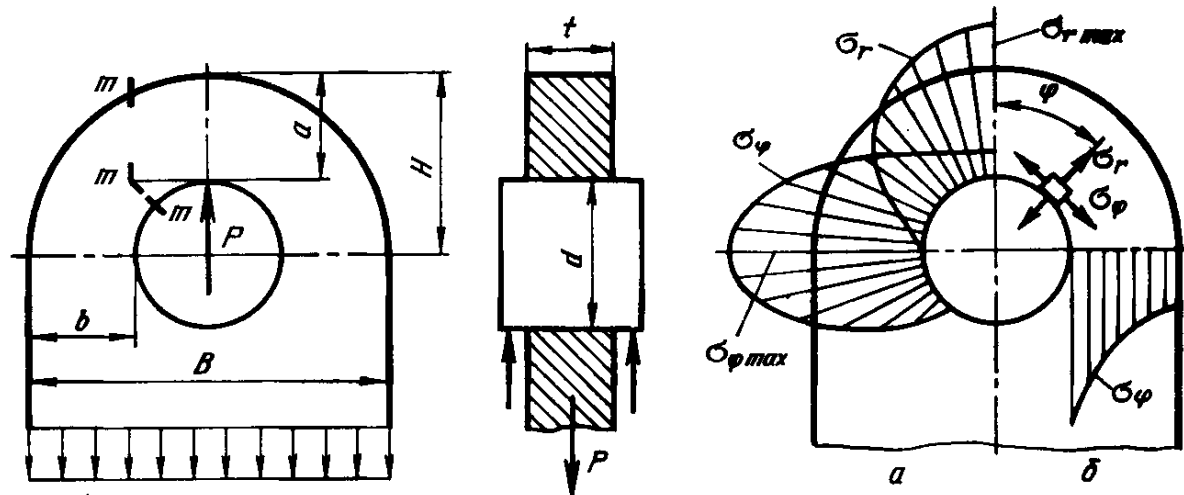


Рис. 74. Схема нагружения проушины, эпюры распределения напряжений: а — по контуру отверстия; б — по ширине

сительных геометрических параметров проушин и оси $B/d, a/b, t/d$. Небольшой зазор или натяг между осью и отверстием, а также масштабный фактор незначительно влияют на статическую прочность проушины.

Экспериментально наблюдается четыре вида разрушения проушин (рис. 75). Разрушения по перемычке обычно происходят при малых значениях — $a/b < 1$. Рассмотрим расчет проушин для перечисленных видов разрушений при заданной нормированной разрушающей нагрузке $P_{разр} = fP_0$.

1. Смятие. Первым этапом расчета является определение напряжений контактного смятия при эксплуатационной нагрузке P_0 , сравнение их с пределом текучести материала. В общем машиностроении расчет запасов прочности по контактным напряжениям производят в упругой области по отношению к значениям $0,8 \dots 0,9\sigma_T$. В авиационном допускаяемые эксплуатационные напряжения в шарнирах задаются в соответствии с пределом текучести. Условие прочности на смятие

$$\sigma = \frac{P_0}{dt} \leq K_c \sigma_T. \quad (107)$$

Предельная допускаемая нагрузка при этом условии

$$P_{доп} = K_c \sigma_T dt. \quad (108)$$

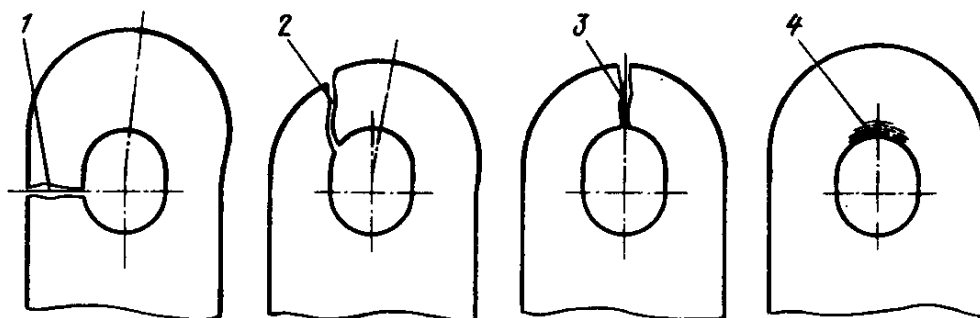


Рис. 75. Виды разрушений проушины:

1 — разрыв по поперечному сечению; 2 — срез перемычки; 3 — разрыв перемычки; 4 — смятие

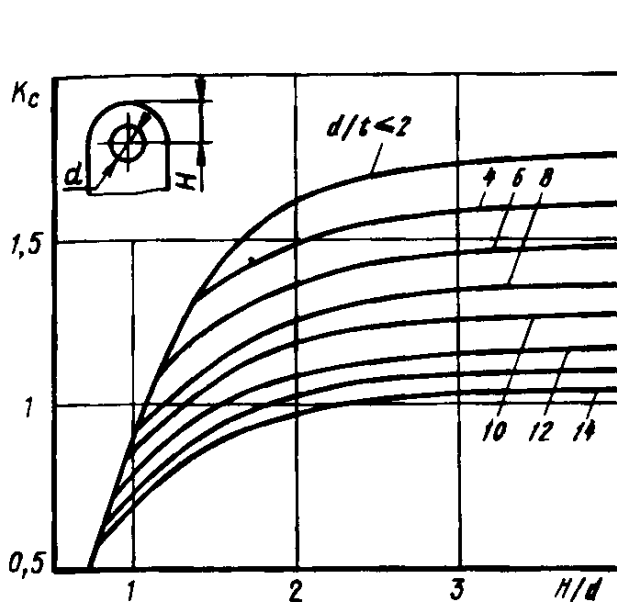


Рис. 76. Коэффициент допускаемых контактных напряжений смятия

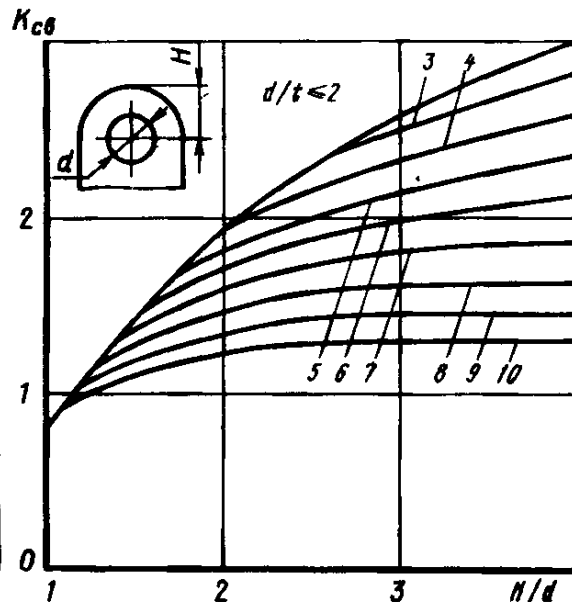


Рис. 77. Коэффициент контактной прочности

Эмпирический коэффициент K_c (рис. 76) получен на основании диаграмм деформации при цилиндрическом контакте, в котором жесткость и продольные значения по смятию для шарнирного болта значительно выше, чем у материала проушины или корпуса [36]. Значения K_c следует понимать как коэффициент отличия предела текучести при растяжении от σ_T при контактном сжатии [28].

Экспериментально установлено, что распределение контактных напряжений σ_ϕ по контуру отверстия хорошо описывается косинусоидальным законом при посадке болта без зазора. При этом максимальные значения при $\phi = 0$ будут в 1,27 раза больше средних, определенных по формуле (107). Это увеличение косвенно учитывается коэффициентом K_c .

Далее для заданной разрушающей нагрузки $P_{\text{разр}}$ оценим прочность контактной поверхности под осью на смятие:

$$\sigma = \frac{P_{\text{разр}}}{dt} \leq K_{св} \sigma_B. \quad (109)$$

Данные, приведенные на рис. 77, определяют нижние значения коэффициентов $K_{св}$, которые получены по испытаниям проушин из сталей, титановых и алюминиевых сплавов [28, 37].

2. Разрыв поперечного сечения проушины. Условие прочности

$$\sigma = \frac{P_{\text{разр}}}{2bt} \leq K_{\sigma B} \sigma_B, \quad (110)$$

где $K_{\sigma B} = 0,48 + 0,45 \frac{a}{b} - 0,075 \frac{B}{d}$. Здесь принимается $K_{\sigma B} \leq 1$.

3. Срез перемычки. Условие прочности на срез сечения $m-m-m$

$$\tau = \frac{P_{\text{разр}}}{2F_m} = \frac{P_{\text{разр}}}{2(a + 0,2d)t} \leq K_\tau \tau_B. \quad (111)$$

Имеющихся экспериментальных данных для установления закономерности изменения коэффициента K_τ от геометрических соотношений параметров проушины недостаточно. Для материалов

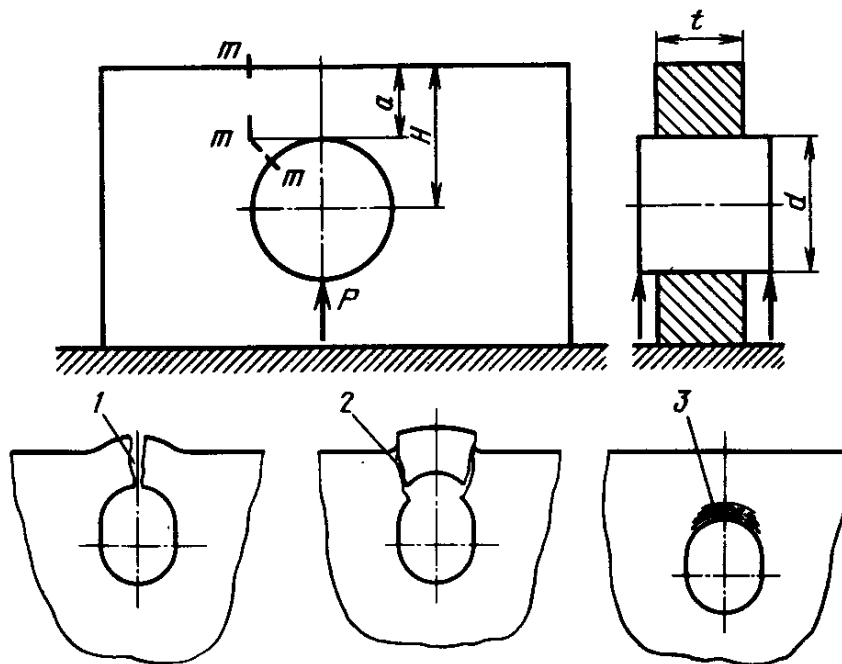


Рис. 78. Схема нагружения полуплоскости с отверстием у края, виды разрушений

с малой чувствительностью к концентраторам напряжений при $a/b \approx 1$, очевидно, можно принимать $K_\tau = 0,9 \dots 1$.

Для наиболее употребляющегося диапазона $a/b = 0,5 \dots 1,5$ по экспериментальным данным получены следующие значения [28]: для титановых проушин из материала ВТ-22 ($\sigma_B = 96,7 \text{ кН/см}^2$) при $B/d \geq 2$ $K_\tau = 0,9 \dots 1$ (меньшие величины относятся к большим значениям a/b), при $B/d = 1,33$ $K_\tau = 0,7$; для алюминиевого сплава АК41-Т1 ($\sigma_B = 40 \text{ кН/см}^2$) $K_\tau = 0,7 \dots 1,0$ (меньшие величины для больших a/b), при $B/d = 2$ имеются значения $K_\tau = 0,5 \dots 0,7$.

4. Разрыв перемычки. Условие прочности

$$\sigma = \frac{P_{\text{разр}}}{2at} \leq K_{\sigma\pi} \sigma_B, \quad (112)$$

где при $B/d < 3$

$$K_{\sigma\pi} = 1,15 - 0,3 \frac{a}{b}.$$

Полуплоскость с отверстием у края. При нагружении осью, вставленной в отверстие (рис. 78), в зависимости от относительного расположения отверстия H/d возможны три вида разрушений: для широкой перемычки a — смятие 1 под осью; для весьма узкой перемычки при $H/d < 1$ — разрыв перемычки 2; при $H/d > 1$ — срез перемычки 3 по сечению $m-m-m$.

На основании экспериментальных данных оценка прочности перечисленных видов разрушений проводится по выше приведенным формулам для проушин, при этом: коэффициенты K_c , $K_{cв}$ определяются в соответствии с рис. 76, 77; по испытаниям алюминиевых деталей данные [28] аппроксимированы зависимостями

$$K_\tau = \frac{1,7}{\sqrt[4]{H/d}} - 0,55, \quad K_{\sigma\pi} = \frac{0,655}{(H/d)^2} + 0,5.$$

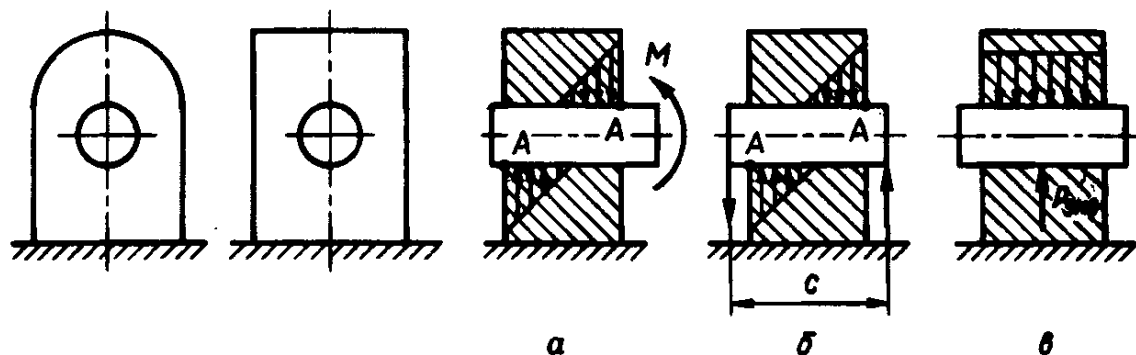


Рис. 79. Проушина и полуплоскость под действием момента:

a, б — реальные схемы нагружения; *в* — эквивалентная расчетная схема

Имеются также данные по магниевым сплавам, для которых при $H/d = 0,9 \dots 1,3$ коэффициенты имеют несколько меньшие значения, равные $K_\tau = 0,85 \dots 0,95$, $K_{\text{сп}} = 0,7$.

Проушина или полуплоскость под действием момента. При нагружении проушины и полуплоскости моментом M или парой сил $M = Pc$ (рис. 79) расчет прочности на разрыв, срез и смятие может быть проведен по приведенным ранее формулам, как для эквивалентной осевой силы

$$P_{\text{эkv}} = \frac{6M}{l},$$

которая определена из условия равенства максимальных контактных напряжений в точках A для схем *a* и *б* с напряжениями от эквивалентной силы схемы *в*.

Вильчатое соединение. Анализ работы шарнирного соединения (рис. 80) одинарной проушины 1 с вильчатой 2 осью 3 показывает, что вследствие изгиба оси на щеки вильчатой проушины помимо осевой силы передаются и изгибающие моменты.

Работа шарнирного соединения на прочность существенно зависит от прочности материала оси. Так, например, при испытаниях геометрически одинаковых образцов соединений, различающихся только прочностью материала оси, во всех случаях разрушение происходило по проушинам. Замечена следующая закономерность. Для очень прочной оси разрушение проушины происходило независимо

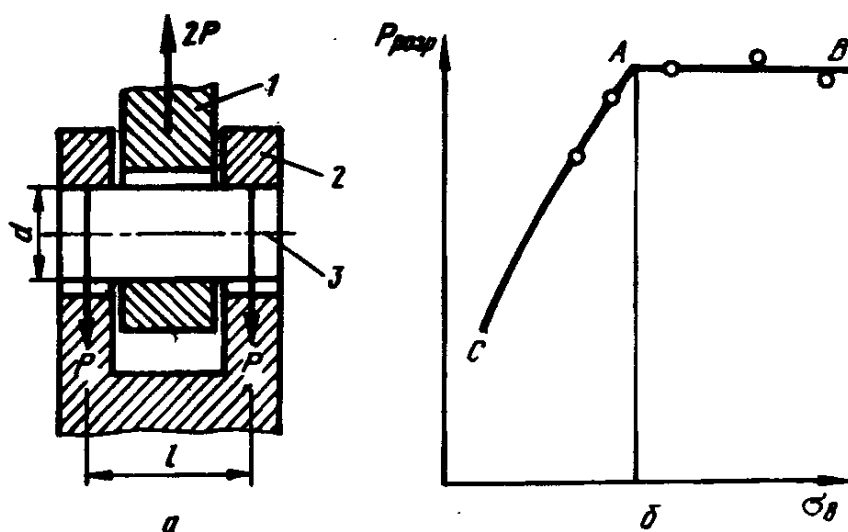


Рис. 80. Шарнирное соединение проушин (*a*), зависимость разрушающей нагрузки уала от прочности материала оси (*б*)

от прочности оси (линия AB), а сами они имели незначительную остаточную деформацию. При уменьшенной прочности оси разрушающая нагрузка проушин снизилась (линия AC), а оси после испытаний имели значительный остаточный изгиб. Это объясняется тем, что преждевременно изогнутая ось приводит к изгибу вильчатых проушин и уменьшению их прочности. В соответствии с этим расчет шарнирного соединения проводится для двух типов: с жесткой или маложесткой осями.

1. Соединение с жесткой осью. При сравнительно коротких осях $l/d < 2$ (тонких проушинах), весьма малых зазорах между щеками проушин и высокой прочности материала оси расчет одинарных и вильчатых проушин проводится по формулам (107) ... (112). Ось рассчитывается, как для случая чистого среза:

$$\tau = \frac{P}{F} \leq \tau_b, \quad (113)$$

где F — площадь сечения оси; τ_b — предел прочности материала при срезе. Для сталей титановых и алюминиевых сплавов $\tau_b = 0,6 \dots 0,7\sigma_b$, для магниевых $\tau_b = 0,55 \dots 0,6\sigma_b$. Меньшее значение принимается для высокопрочных сплавов [25].

2. Соединение с маложесткой осью. При $l/d > 2$, малой прочности материала и больших зазорах между проушинами необходимо учитывать изгиб оси и щек вильчатой проушины. По данным работы [13], приведенным также в монографиях [25, 28], несущая способность вильчатых проушин, выполненных из хромансиля и углеродистой стали снижалась на 5 ... 10%, а алюминиевых — до 20%. На основании этих данных в ориентировочных расчетах несущей способности вильчатых проушин влияние изгиба можно учитывать, уменьшая значения коэффициентов $K_{св}$, $K_{ов}$, K_t , $K_{оп}$, умножив их на 0,8 ... 0,95.

Более точный и достаточно обоснованный расчет в шарнирном соединении, учитывающий контактные условия и «рамный» эффект изгиба деталей, можно провести следующим образом [28]. Пусть шарнирная ось установлена в центральную проушину с зазором, позволяющим достаточно свободный ее изгиб. В вильчатой проушине ось запрессована или посажена с весьма малым зазором.

Изгиб оси влечет за собой сложную деформацию вильчатых проушин и значительную контактную деформацию смятия центральной проушины. Распределение силовых факторов в этом случае зависит от соотношения жесткостей и геометрических параметров элементов соединения, а также от величины зазоров в соединении.

В результате изгиба оси можно предположить, что нагрузка будет передаваться двумя сосредоточенными силами P (рис. 81, б), координаты приложения которых примем с учетом толщины шайб и зазоров, а также фасок в проушине.

Максимальные напряжения в точке O щеки вильчатой проушины с учетом изгиба

$$\sigma = \frac{P}{F_{12}} + 0,5 \frac{M}{W_{12}},$$

где F_{12} , W_{12} — площадь и момент сопротивления сечения.

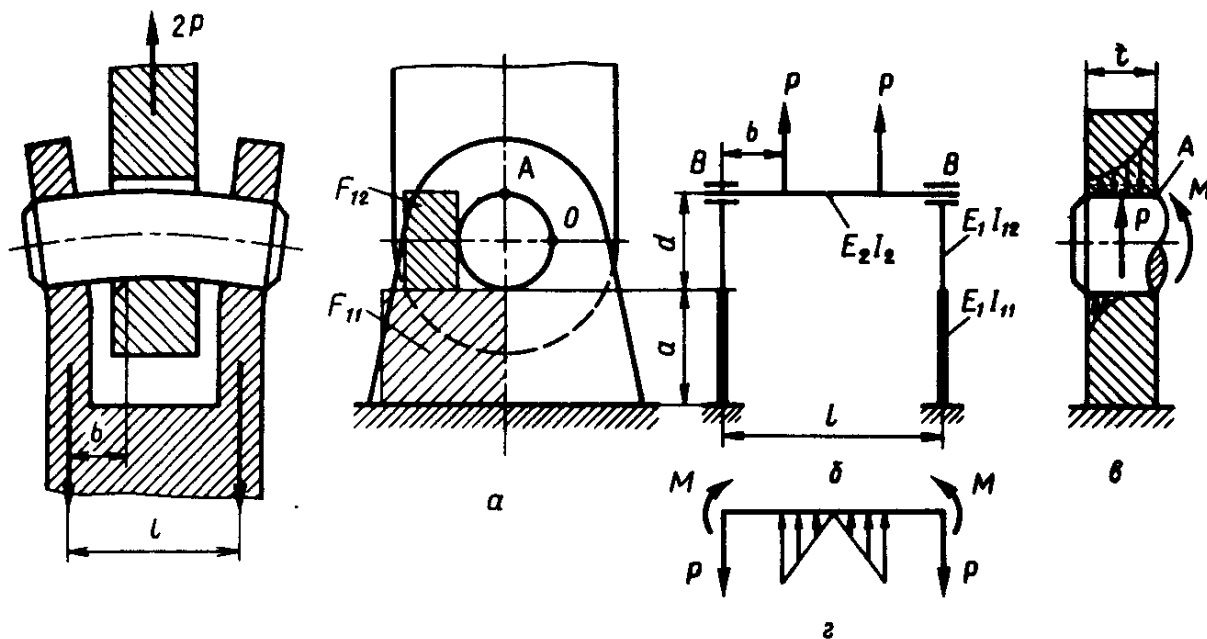


Рис. 81. Соединение с вильчатой проушиной:

a — основные геометрические параметры; *б* — расчетная схема; *в* — распределение контактных напряжений по толщине щеки; *г* — расчетная схема оси

Изгибающий момент получен из условия совместности деформаций оси и вильчатой проушины

$$M = \frac{Pb(l-b)}{2lc_0},$$

где $c_0 = \frac{a}{l} \frac{E_2 I_2}{E_1 I_{11}} + \frac{0,5d}{l} \frac{E_2 I_2}{E_1 I_{12}} + 0,5.$

Максимальные напряжения смятия возникают в точке *A* от силы *P* и момента *M*:

$$\sigma_{\max} = \frac{1,27}{td} \left(P + \frac{6M}{t} \right).$$

Здесь коэффициент 1,27 соответствует распределению контактных напряжений в окружном направлении по закону косинуса.

Максимальный изгибающий момент в оси определим, принимая распределение контактного давления центральной проушины по закону треугольника (см. рис. 81, г):

$$M_{\max} = P \left(b + \frac{l-2b}{6} \right) - M.$$

Максимальные напряжения изгиба и среза в оси соответственно

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W}, \quad \tau_{\max} = 1,33 \frac{P}{F}.$$

Как видно из сравнения τ_{\max} с формулой (113), напряжений среза в цилиндрической оси, работающей с изгибом, будут в 1,33 раза больше, чем в случае чистого среза.

Соединения с цилиндрическими поверхностями. Формулы для расчета напряжений смятия некоторых соединений деталей с цилиндрическими поверхностями приведены в табл. 28. Оценка прочности по допускаемым контактным напряжениям $\sigma \leq K_c \sigma_T$ и предельным напряжениям смятия $\sigma \leq K_{св} \sigma_B$ от заданной разрушающей нагрузки $P_{\text{разр}}$ проводится по коэффициентам K_c , $K_{св}$,

**Максимальные напряжения смятия в соединениях
с цилиндрическими поверхностями**

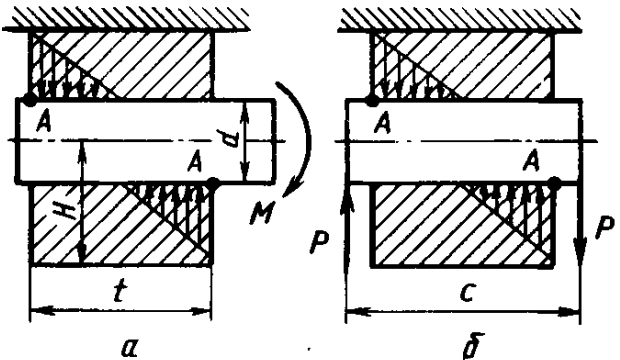
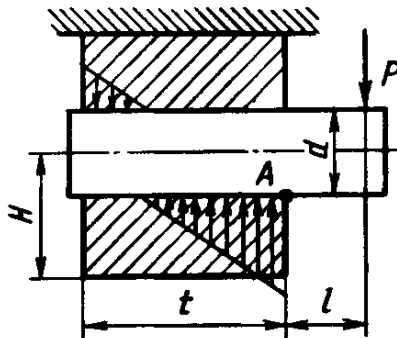
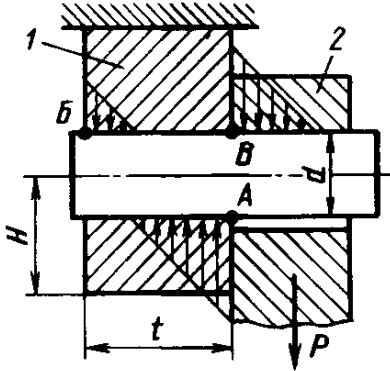
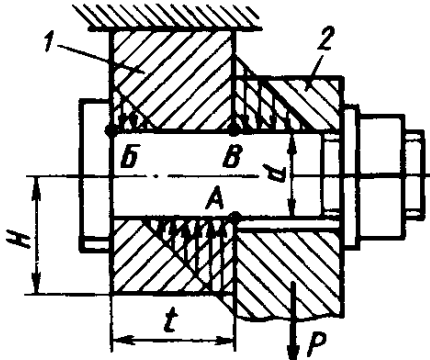
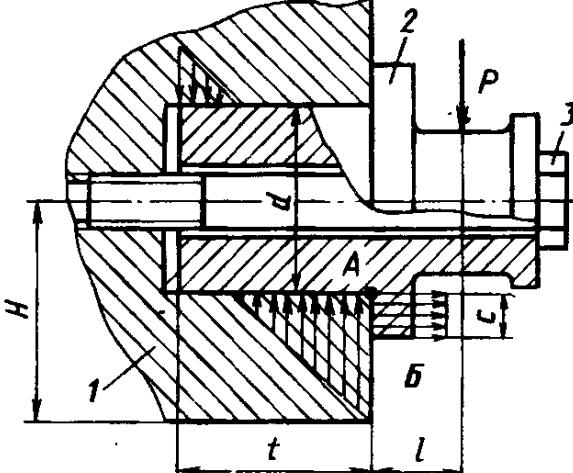
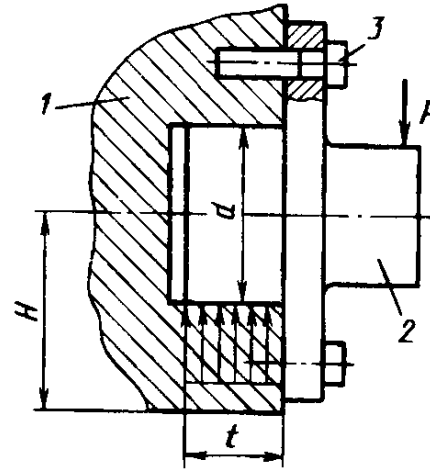
Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>1. Деталь с отверстием нагружена моментом, приложенным к цилиндрической оси</p> 	<p>Напряжения в точках А для схемы а</p> $\sigma = \frac{6M}{dt^2}$ <p>для схемы б</p> $\sigma = \frac{6Pc}{dt^2}$
<p>2. Деталь с отверстием нагружена поперечной силой, приложенной к цилиндрической оси</p> 	<p>Напряжения в точке А</p> $\sigma = \frac{P}{dt} \left(4 + \frac{6l}{t} \right)$
<p>3. Две плоские детали соединены осью. В детали 2 ось установлена с небольшим зазором</p> 	<p>Для детали 1 в точке А</p> $\sigma = \frac{P}{dt} \left(4 + \frac{l}{t} \right)$ <p>в точке В</p> $\sigma = \frac{P}{dt} \left(2 + \frac{l}{t} \right).$ <p>Для детали 2 в точке В</p> $\sigma = k \frac{P}{ld},$ <p>где $k = \frac{2l}{d},$</p> <p>при $l/d \leq 0,5 \quad k = 1$</p>

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>4. Две плоские детали стянуты болтом</p> 	<p>Для детали 1 в точке А</p> $\sigma = \frac{P}{dt} \left(2,5 + \frac{l}{2t} \right)$ <p>в точке В</p> $\sigma = \frac{P}{dt} \left(0,5 + \frac{l}{2t} \right).$ <p>Для детали 2 в точке В</p> $\sigma = k \frac{P}{ld},$ <p>где $k = \frac{l}{d}$,</p> <p>при $l/d \leq 1$ $k = 1$</p>
<p>5. Цапфа с кольцевым буртом под действием поперечной силы</p> 	<p>При $t \approx 0,9 \dots 1,1d$, $c \geq 0,2t$ напряжения в точке А цилиндрической поверхности</p> $\sigma = \frac{P}{dt} \left(\frac{5}{2} + \frac{3l}{t} \right)$ <p>под буртом на поверхности В</p> $\sigma = \frac{P}{c\pi d} \left(\frac{4l}{d} + \frac{2t}{d} \right)$ <p>При $t \gg 1,1d$ или $c \approx 0$ расчет проводится по формуле п. 2</p> <p>Примечание. Усилие растяжения в болте 3 оценим по формуле</p> $P_3 = \frac{2Pl}{d + c}$
<p>6. Кронштейн 2 с цилиндрическим буртом соединен с корпусом 1 группой болтов 3</p> 	<p>Напряжения на цилиндрической поверхности под буртом</p> $\sigma = \frac{P}{td}$

определяемым в соответствии с рис. 77, 78. Для схем 2 ... 4 рекомендуемыми формулами можно воспользоваться для достаточно толстого корпуса (при $t/d \geq 1$).

РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ ДЕТАЛЕЙ НА ИЗГИБ

Совершенство сечений по массе. В узлах конструкций применяют детали типа кронштейна, балок, цилиндрических осей и т. п., которые при передаче сосредоточенных сил работают на изгиб. За расчетную схему для таких деталей обычно принимается консольно защепленная или опертая на нескольких опорах балка, находящаяся под действием сосредоточенных сил.

Максимального снижения массы деталей можно добиться, придавая им полную равнопрочность. Идеальным представляется случай, когда напряжения в каждом сечении детали и в каждой точке сечения одинаковы. Это — условие равнопрочности. В этом случае материал используется наилучшим образом, масса детали при заданном уровне напряжений получается наименьшей. Такой случай оказывается возможным лишь для некоторых простейших видов нагружения, таких, например, как растяжение или сжатие.

При изгибе напряжения по сечению распределяются неравномерно. Они имеют максимальную величину в крайних точках сечения и снижаются до нуля на нейтральной оси. Можно только приблизиться к условию полной равнопрочности, удаляя металл из наименее нагруженных зон и сосредотачивая его в наиболее нагруженных участках сечения. Эта задача решается прежде всего выбором наиболее рациональной формы сечения и соответствующим подбором высоты сечения и толщины стенки. На рис. 82 показан ряд профилей с одинаковой площадью сечения в порядке увеличения рациональности формы сечения при работе его на изгиб [19]. Наиболее рациональные формы (пустотелые и двутавровые) отличаются повышенной прочностью и жесткостью.

С точки зрения совершенства по массе детали, работающей на изгиб, наиболее эффективным будет сечение, у которого большая часть металла сконцентрирована в полках, разнесенных от оси x , а материал стенки занимает незначительную долю, например, двутавровый профиль (рис. 83, а). Для деталей цилиндрических форм оптимальным будет тонкостенное круглое сечение.

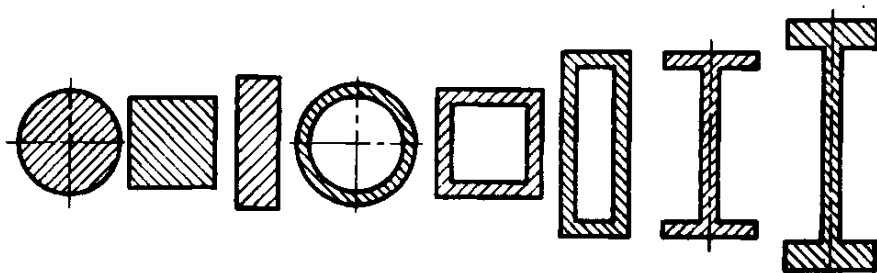


Рис. 82. Профили сечений с одинаковой площадью, расположенные в последовательности увеличения рациональности формы

Рис. 83. Профили сечений с выборкой металла:

a — прямоугольное; *b* — круглое

Рассмотрим эффективность выборки металла h и d с точки зрения массы детали для прямоугольного и круглого сечений. Полагаем, что материал работает в пределах упругости.

Принимаем, что в прямоугольном сечении стенка отсутствует, $\delta = 0$. Условие прочности сечения при действии изгибающего момента

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq [\sigma]. \quad (114)$$

Моменты сопротивления прямоугольного сплошного сечения и облегченного с выборкой металла $\beta = h/H$

$$W_0 = \frac{BH_0^2}{6}; \quad W = \frac{BH^2}{6} (1 - \beta^3).$$

Моменты сопротивления круглого сплошного сечения и облегченного с выборкой металла $\alpha = d/D$

$$W_0 = \frac{\pi D_0^3}{32}; \quad W = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4).$$

Коэффициент совершенства сечения по массе, показывающий, какую долю составляет площадь облегченного сечения от площади сплошного сечения при равной их несущей способности:

$$K_G = \frac{(H - h) B}{H_0 B}; \quad (115)$$

для круглого

$$K_G = \frac{\frac{\pi D^3}{4} (1 - \alpha^4)}{\frac{\pi D_0^3}{4}}. \quad (116)$$

Определив из выражения (114) необходимые размеры сплошных сечений H_0 , D_0 и размеры облегченных сечений H , D , из формул (115), (116) получим коэффициент совершенства по массе:

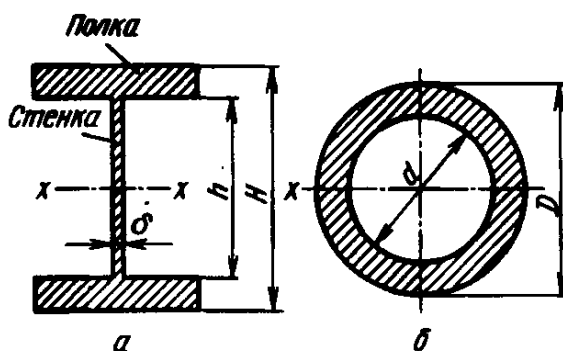
прямоугольного сечения

$$K_G = (1 - \beta) \sqrt{\frac{1}{1 - \beta^3}}; \quad (117)$$

круглого сечения

$$K_G = \sqrt[3]{\frac{1 - \alpha^4}{(1 + \alpha^2)^2}}. \quad (118)$$

Значения K_G приведены на рис. 84. Как видно из графика, совершенство облегченного сечения возрастает с увеличением параметров выборки β и α . Для практических расчетов можно рекомендовать для прямоугольных сечений $\beta = 0,8 \dots 0,9$, для



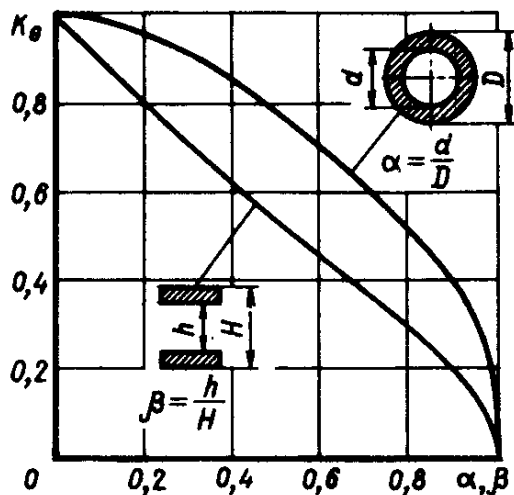


Рис. 84. Коэффициент совершенства по массе прямоугольного и круглого сечений

круглых $\alpha = 0,95$, при этом облегчение сечения составляет $\approx 70\%$. При значении $\alpha \leq 0,95$ возможность потери устойчивости цилиндрической стенки исключена.

Проектировочный расчет кронштейнов. В узлах конструкций для закрепления различных агрегатов применяют кронштейны, которые в силовом отношении представляют консольный элемент, прикрепленный к жесткому основанию и находящийся под действием сосредоточенных сил. В общем случае нагрузка может быть самого произвольного вида. Рассмотрим наиболее часто встречающийся случай — действие одной сосредоточенной силы, приложенной на некотором плече от плоскости заделки (рис. 85). Проектировочные расчеты проводятся в следующей последовательности.

1. Выбирается материал, определяются допустимые напряжения.

2. Принимается расчетная схема: консольная защемленная балка под действием силы, приложенной на конце (см. рис. 85).

3. Определяются основные габаритные размеры.

Расчет основных размеров целесообразно сопровождать конструктивными прорисовками. Ширина B для всех рассчитываемых сечений принимается из конструктивных соображений и может быть выполнена постоянной или расширяющейся в сторону основания кронштейна.

Толщина уха в сечении 1—1 в районе посадочного места груза

$$h_1 = \sqrt{\frac{6Pl_1}{B[\sigma]}}$$

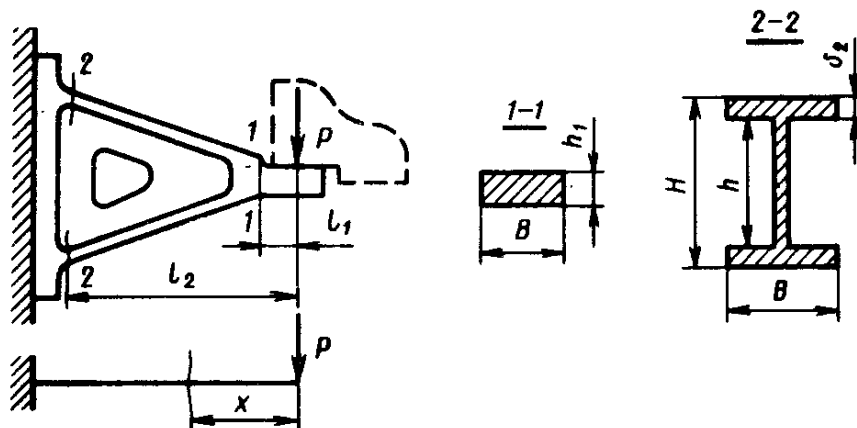


Рис. 85. Расчетная схема консольного кронштейна, расчетные сечения

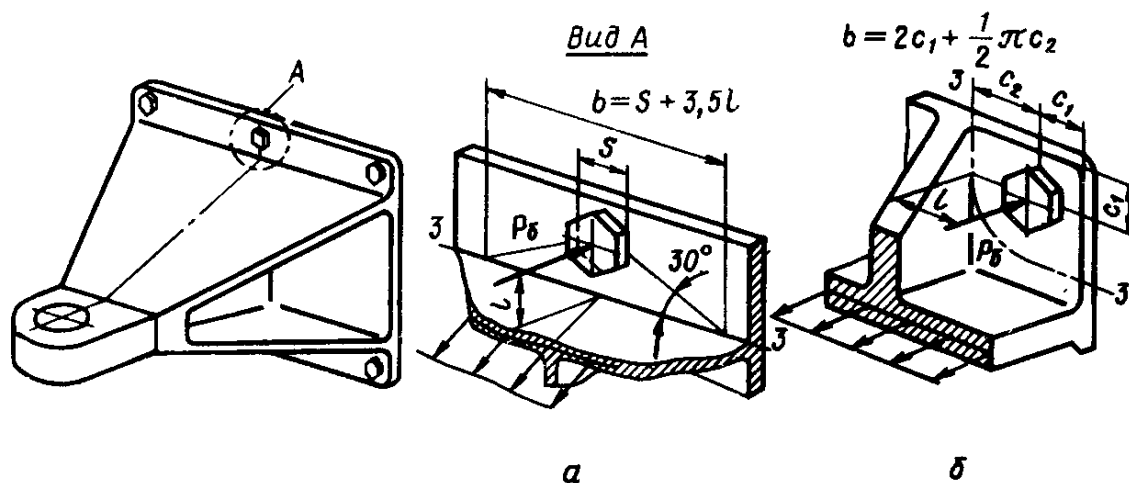


Рис. 86. К определению эффективной ширины полки фланца на изгиб:
а — открытой; б — подкрепленной ребром

Высота сечения 2—2 в районе основания кронштейна

$$H = \sqrt{\frac{6Pl_2}{B[\sigma](1-\beta^3)}}.$$

Толщина полки

$$\delta_2 = \frac{1}{2} H (1 - \beta).$$

Можно принять $\beta = 0,8 \dots 0,9$. Для принятого значения β по графику, приведенному на рис. 84, оценим коэффициент совершенства сечения по массе K_G . Необходимо отметить, что коэффициент K_G не характеризует совершенство по массе детали в целом, так как не учитывает массу вертикальной стенки, основания кронштейна и прочих конструктивных элементов, однако будет тем ближе к K_G детали, чем больше ее длина.

Для облегчения детали в вертикальной стенке выполняют отверстия, как это показано на рис. 85. Максимальный размер отверстий не должен превышать $0,5H$. При больших отверстиях кронштейн в силовом отношении будет представлять уже рамную систему, для которой балочная схема расчета становится неприменимой.

Тонкостенные полки при $B > 8\delta_2$ необходимо проверить на местную устойчивость.

4. Рассчитывается крепление кронштейнов. Для приварных кронштейнов оценивается прочность сварных швов. Для резьбового стыка определяется усилие в максимально нагруженном болте (шпильке) и назначается диаметр болта (шпильки) d_0 .

5. Рассчитываем фланец кронштейна на изгиб под болтом. Полка фланца оценивается на местный изгиб под отдельным болтом по сечению 3—3 (рис. 86). Контакт кронштейна с другой деталью обычно осуществляется по всей поверхности стыка. В этом случае при затянутом болтовом соединении изгиб полки фланца будет стесненным. Принимая расчетную схему для оценки полки

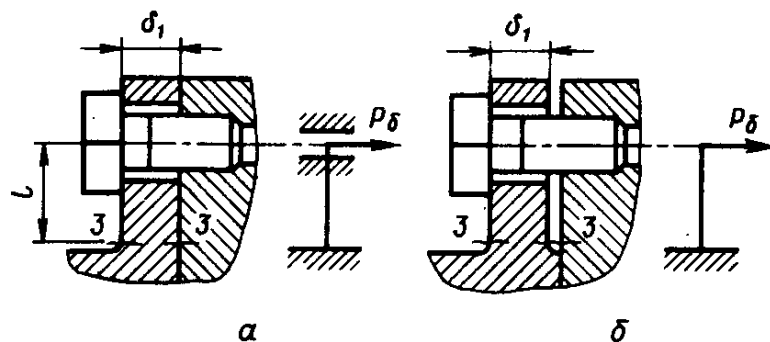


Рис. 87. Расчетная схема полки фланца на изгиб:
а — контактирующий фланец; б — неконтактирующий

кронштейна на изгиб в соответствии с рис. 87, напряжения изгиба в сечении 3—3 для контактирующего фланца

$$\sigma = 0,5 \frac{P_{\delta} l}{W};$$

для неконтактирующего фланца (см. рис. 87, б)

$$\sigma = \frac{P_{\delta} l}{W},$$

где $W = b\delta_1^2/6$; δ_1 — толщина полки фланца; b — ширина полки, эффективно работающая на изгиб, определяется в соответствии с рис. 86.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ПРИ ИЗГИБЕ

При расчете по допускаемым напряжениям за предельное состояние конструкции принимается такое, при котором максимальные напряжения достигают величины допускаемых напряжений $[\sigma]$ или $[\tau]$. Однако в случае неоднородного напряженного состояния возникновение пластических деформаций в одной наиболее напряженной точке еще не приводит к разрушению конструкции. При достижении напряжений текучести в местной зоне деталь еще может сопротивляться увеличению внешних сил до тех пор, пока пластические деформации не охватят значительный объем детали. Предельное состояние конструкции соответствует величинам таких перемещений, превышение которых обращает ее в геометрически изменяемую систему или нарушает условия нормальной эксплуатации. Нагрузки, соответствующие предельному состоянию, называются предельными.

В методе расчета по предельному состоянию вначале определяется величина предельной нагрузки, после чего вычисляется коэффициент запаса прочности как отношение предельной нагрузки к действующей.

При растяжении, когда напряжения распределены по сечению равномерно, материал достигает предела текучести сразу по всему сечению. Расчет статически определимых стержневых систем,

работающих только на растяжение или сжатие, по методу предельного состояния и методу допускаемых напряжений приводит к одинаковым результатам. Иначе обстоит дело при изгибе, отличающемся неравномерным распределением напряжений по сечению. Когда напряжения в крайних волокнах достигают предела текучести σ_T , несущая способность детали сохраняется, так как остальные волокна испытывают напряжения, не превышающие σ_T . При дальнейшем нагружении область пластических деформаций охватывает все большую часть сечения, пока во всех волокнах, за исключением бесконечно малого центрального ядра, напряжения не достигнут предела текучести. Если материал неупрочняющийся, то дальнейшее увеличение нагрузки невозможно.

Характеристика диаграмм растяжения. Для расчета конструкций за пределом упругости необходимо знать диаграмму растяжения (сжатия) материала $\sigma = f(\epsilon)$. Для большинства металлов можно принять, что диаграммы растяжения и сжатия совпадают. На рис. 88 показаны характерные диаграммы растяжения материалов [24]. Зона OA носит название зоны упругости. У некоторых материалов (например у малоуглеродных сталей) диаграмма растяжения 1 имеет площадку текучести AB , которая называется зоной общей текучести. Здесь происходит существенное изменение длины образца без заметного увеличения нагрузки. Наличие площадки текучести для металлов не характерно. В большинстве случаев при испытании на растяжение и сжатие она не обнаруживается. Кривая 2 типична для высокопрочных легированных сталей, 4 — для высокопрочных алюминиевых сплавов, 5 — для большинства пластичных алюминиевых сплавов. Зона BC называется зоной упрочнения. Здесь удлинение образца сопровождается возрастанием нагрузки, но неизмеримо более медленным (в сотни раз), чем на упругом участке.

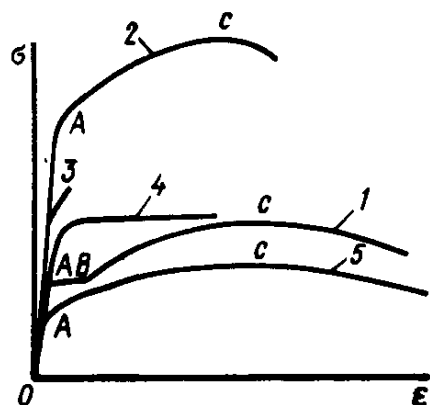


Рис. 88. Вид диаграммы растяжения некоторых материалов: a — малоуглеродистые стали; 2 — высокопрочные легированные стали; 3 — хрупкие материалы; 4 — высокопрочные алюминиевые сплавы; 5 — пластичные алюминиевые сплавы

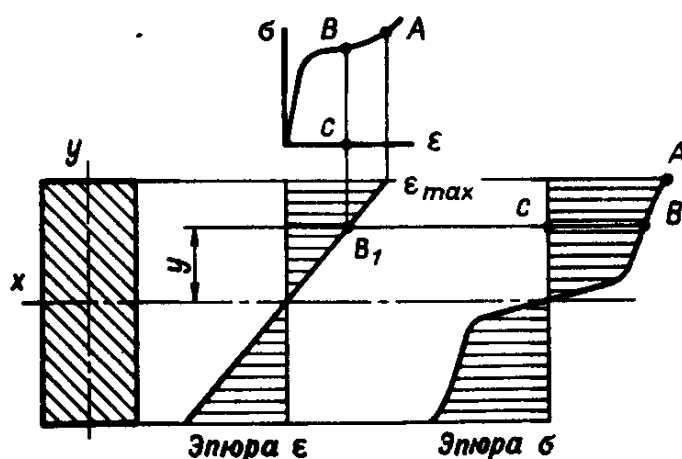


Рис. 89. Определение распределения напряжений и сечений при изгибе за пределом упругости

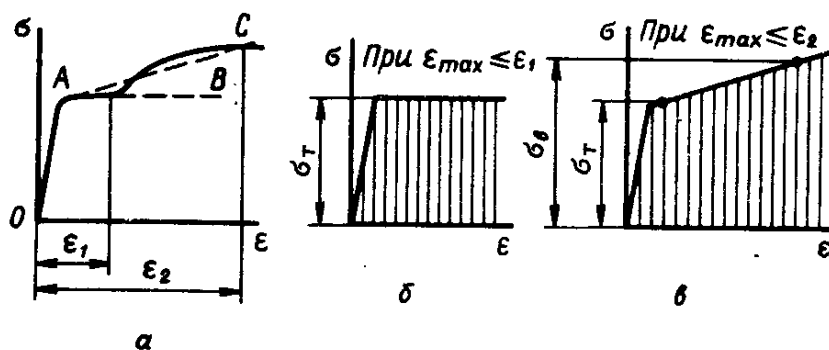


Рис. 90. Диаграмма растяжения материала:

a — реальная диаграмма с площадкой текучести; *б* — расчетная диаграмма идеальной пластичности; *в* — с упрочнением материала

Несущая способность во многом будет зависеть от пластических свойств материала. Под пластичностью понимают способность материала получать большие остаточные деформации, не разрушаясь. Мерой пластичности является относительное удлинение δ при разрыве. Чем больше δ , тем более пластичным будет материал.

Противоположным пластичности является свойство хрупкости, т. е. способность материала разрушаться без заметной пластической деформации. Диаграмма растяжения хрупких материалов *з* не имеет площади текучести и зоны упрочнения. У таких материалов величина удлинения при разрыве не превышает 2%, а в ряде случаев измеряется долями процента. К хрупким материалам относятся чугун, высокоуглеродистая сталь. К ним можно отнести также некоторые литейные алюминиевые и магниевые сплавы.

Распределение напряжений при изгибе за пределом упругости. Для определения распределения напряжений в сечении в зависимости от удлинения ϵ рядом с поперечным сечением изображаем диаграмму растяжения $\sigma = f(\epsilon)$ (рис. 89). Удлинения ϵ распределены по высоте сечения по линейному закону. Далее строим эпюру напряжений [31]. Для некоторого значения y по удлинению ϵ (точка B_1) на диаграмме $\sigma = f(\epsilon)$ находим напряжение σ (точка B). Откладывая длину отрезка BC , строим справа эпюру распределения напряжений по высоте. Таким образом, имея диаграмму растяжения, можно определить распределение напряжений в сечении при любом удлинении ϵ_{\max} .

Схематизация диаграммы растяжения. Для упрощения расчетов диаграмма растяжения может быть схематизирована, т. е. заменена линиями (прямыми или кривыми), имеющими достаточно простое математическое выражение. Схематизация диаграммы зависит от ее вида и от того, насколько широки пределы изменения деформаций в рассматриваемой задаче. Так, например, если ожидаемые деформации лежат в пределах $\epsilon_{\max} \leq \epsilon_1$ (рис. 90), диаграмму следует схематизировать прямыми OA и AB . У малоуглеродистых сталей деформация, соответствующая окончанию

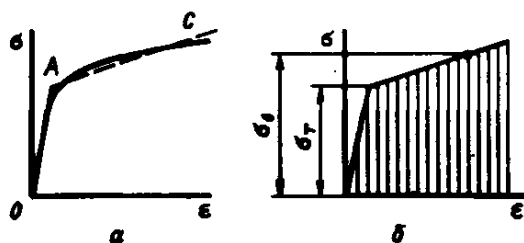


Рис. 91. Аппроксимация диаграммы растяжения материала с упрочнением (а), расчетная диаграмма (б)

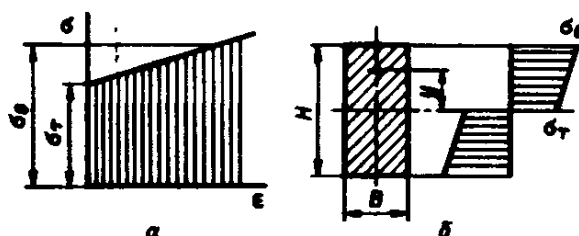


Рис. 92. Расчетная диаграмма полностью пластичного материала с упрочнением (а); соответствующее распределение напряжений при изгибе в момент разрушения (б)

площадки текучести, в 10 ... 20 раз больше величины упругой деформации, что дает возможность считать длину площадки текучести неограниченной. Такая диаграмма носит название диаграммы идеальной пластичности (рис. 90, а). Если необходимо исследовать распределение напряжений в пределах больших деформаций $\epsilon_{\max} > \epsilon_1$, диаграмма может быть заменена прямыми OA и AC (рис. 90, б). Аналогично можно представить расчетную диаграмму растяжения для материала с упрочнением (рис. 91).

Если рассматриваются значительные пластические деформации, то участками упругого деформирования можно пренебречь. Тогда схематизированная диаграмма $\sigma = f(\epsilon)$ имеет вид, показанный на рис. 92, а. Материал, наделенный такими свойствами, называется жесткопластическим.

Определение разрушающего момента. Изгибающий момент, при котором в какой-либо точке сечения возникает напряжение, равное пределу прочности материала, называют предельным разрушающим моментом.

В зависимости от характера диаграмм растяжения материалы можно разделить на хрупкие, пластичные упрочняющиеся и идеально пластичные.

Хрупкий материал. Реальную диаграмму растяжения хрупкого материала можно заменить линейной зависимостью OA (рис. 93, а). Таким образом, в момент разрушения распределение напряжений в сечении будет иметь линейный характер (рис. 93, б). Для расчета прочности применим метод расчета по напряжениям

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq \sigma_b,$$

откуда разрушающий момент

$$M_b = \sigma_b W,$$

где W — упругий момент сопротивления сечения.

Пластичный упрочняющийся материал. При определении разрушающего момента будем исходить из схематизированной кривой деформирования для полностью пластичного материала, показанной на рис. 92. Рассмотрим сначала стержень прямоугольного сечения. Распределение изгибающих напряжений в момент

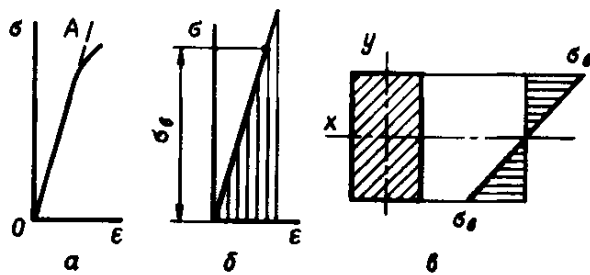


Рис. 93. Аппроксимация диаграммы растяжения хрупкого материала (а), расчетная диаграмма (б), распределение напряжений при изгибе в момент разрушения (в)

разрушения показано на рис. 92, б. В крайних волокнах напряжение равно $\sigma_{\text{в}}$, на расстоянии y от оси

$$\sigma = \sigma_{\text{т}} + (\sigma_{\text{в}} - \sigma_{\text{т}}) \frac{2y}{H}.$$

Из условия равновесия разрушающий момент [1]

$$M_{\text{в}} = 2 \int_0^{H/2} \left[\sigma_{\text{т}} + (\sigma_{\text{в}} - \sigma_{\text{т}}) \frac{2y}{H} \right] yB dy,$$

или

$$M_{\text{в}} = \sigma_{\text{т}} W_{\text{т}} + (\sigma_{\text{в}} - \sigma_{\text{т}}) W, \quad (119)$$

где упругий и пластический моменты сопротивления для прямоугольного сечения соответственно

$$W = \frac{BH^2}{6}, \quad W_{\text{т}} = \frac{BH^2}{4}.$$

Формула (119) справедлива для любого поперечного сечения, имеющего две оси симметрии. Приближенно можно считать, что она справедлива и для сечения с одной осью симметрии. Это равенство удобнее записать в таком виде:

$$M_{\text{в}} = k_{\text{в}} W \sigma_{\text{в}}, \quad (120)$$

где

$$k_{\text{в}} = 1 + \frac{\sigma_{\text{т}}}{\sigma_{\text{в}}} (k - 1);$$

$k = W_{\text{т}}/W$ — коэффициент пластичности, зависящий от формы сечения (табл. 29).

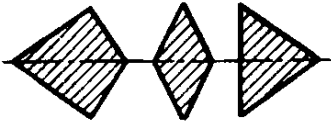
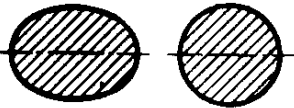

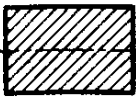
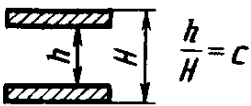
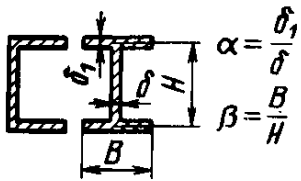
Значения коэффициента $k_{\text{в}}$ для круглых и прямоугольных сечений приводятся на рис. 94.

Как видно из рис. 94, для прямоугольных сечений с тонкими стенками коэффициент $k_{\text{в}} = 1$. Таким образом, расчет деталей с сечениями рациональной формы профиля по методу предельных нагрузок и методу напряжений дает одинаковые результаты. При рассмотрении графиков рис. 94 можно отметить следующее.

1. Наибольшее значение коэффициент $k_{\text{в}}$ имеет при $\sigma_{\text{т}}/\sigma_{\text{в}} = 1$, что соответствует диаграмме растяжения материала с идеальной пластичностью. Здесь $k_{\text{в}} = k$.

2. В диапазоне $\sigma_{\text{т}}/\sigma_{\text{в}} < 1$, который соответствует пластичным материалам с упрочнением, значения $k_{\text{в}}$ уменьшаются с уменьшением отношения $\sigma_{\text{т}}/\sigma_{\text{в}}$.

Коэффициент пластичности при изгибе

Сечение	k
	2
	1,7
 $\frac{d}{D} = c$	$1,7 \frac{1 - c^3}{1 - c^4}$ При $c \rightarrow 1$ $k = 1,27$. Это значение можно принять для $c \geq 0,94$
	1,5
 $\frac{h}{H} = c$	$1,5 \frac{1 - c^2}{1 - c^3}$ При $c \rightarrow 1$ $k = 1$. Это значение можно принять для $c \geq 0,95$
 $\alpha = \frac{\delta_1}{\delta}$ $\beta = \frac{B}{H}$	$\frac{\alpha\beta + 0,25}{\alpha\beta + 0,167}$ При $\alpha\beta \geq 2,6$ можно принять $k = 1$

3. В пределе $\sigma_{\text{т}}/\sigma_{\text{в}} \rightarrow 0$ для всех форм сечений $k_{\text{в}} = 1$, что соответствует хрупким материалам.

4. Коэффициент $k_{\text{в}}$ уменьшается с совершенствованием формы сечения. Так, например, для двутавровых сечений с выборкой металла около нейтральной оси при $h/H \rightarrow 1$ коэффициент $k_{\text{в}} = 1$.

5. Для определения предельного разрушающего момента применим обычный метод расчета по упругому моменту сопротивления в следующих случаях: при расчете деталей из хрупких материалов независимо от формы сечений, для сечений рациональной формы

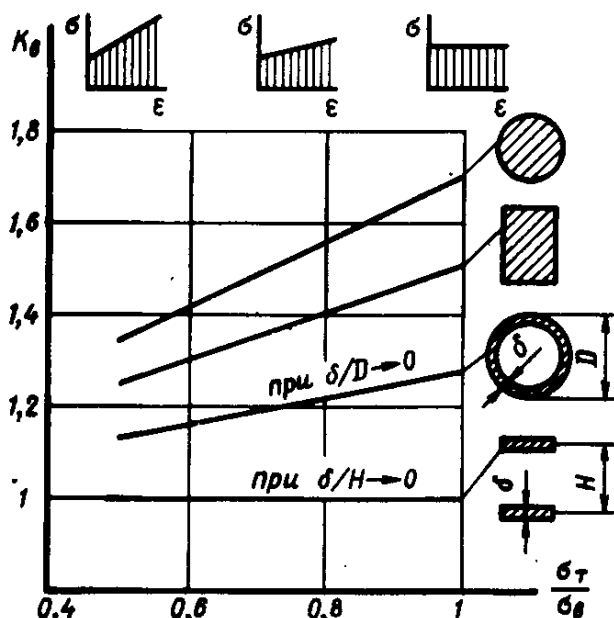


Рис. 94. Значение коэффициента k_B в зависимости от формы сечения и отношения σ_T/σ_B

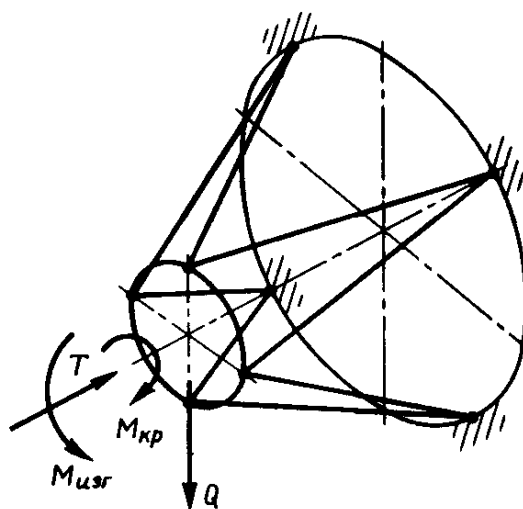


Рис. 95. Схема нагружения фермы

с профилем в виде двутавра или швеллера при $\alpha\beta \geq 2,6$ независимо от вида диаграммы растяжения материала.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ВОСЬМИСТЕРЖНЕВОЙ ФЕРМЫ

Наиболее распространенными являются фермы в виде осесимметричной замкнутой восьмистержневой системы, составленной из трубчатых стержней. Расчет таких конструкций проводится с предположением, что стержни фермы соединены шарнирно. Это допущение не вносит существенной погрешности, так как внешние усилия прикладываются в узлах фермы. Далее рассматривается простейший метод определения максимальных усилий в стержнях и подбора их сечений, производится анализ оптимальности фермы по массе в зависимости от ее высоты.

Определение максимальных усилий и размеров сечения. В общем случае ферма нагружается осевой T и поперечной Q силами, изгибающим $M_{изг}$ и крутящим $M_{кр}$ моментами (рис. 95). Усилие в отдельном стержне от осевой силы $R_T = Tl/8h$, от момента $M_{изг}$ определим, пользуясь понятием эквивалентной осевой силы

$$R_{M_{изг}} = \frac{4M_{изг}l}{8hD_1}.$$

Здесь момент приведен к стыковочной плоскости фермы. При вычислении усилия в стержне от поперечной силы Q полагаем, что нагрузку воспринимают только те стержневые треугольники (вид В, рис. 96), плоскость которых параллельна плоскости действия силы Q . Тогда усилие в отдельном стержне

$$R_Q = \frac{Q}{4 \sin \gamma} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{l}{D_1} Q.$$

Поскольку стержневые треугольники нагружаются при действии скручивающего момента M_p аналогично нагружению от поперечной силы, можно легко получить выражение для усилия в стержне

$$R_{M_{кр}} = \frac{\sqrt{2} l}{2D_1} \frac{M_{кр}}{D_2}.$$

В проектном расчете можно предположить, что усилия от T , $M_{изг}$, Q и $M_{кр}$ складываются в одном стержне по максимуму независимо от направления их действия: $R = R_T + R_{M_{изг}} + R_Q + R_{M_{кр}}$. Эквивалентная осевая сила для фермы, вызывающая в стержнях усилие R , равна $N = 8hR/l$, откуда получим

$$N = T + \frac{4M_{изг}}{D_1} + 4\sqrt{2} \frac{h}{D_1} \left(Q + \frac{M_{кр}}{D_2} \right). \quad (121)$$

Таким образом, все внешние силы приводятся к осевой силе и дальнейшие рассуждения проводятся применительно к ферме, нагруженной этой силой.

Задача проектирования фермы с заданными габаритами D_1 , D_2 и h сводится к подбору необходимых сечений стержней, нагруженных сжимающей силой. Обычно стержни имеют тонкостенное трубчатое сечение. Напряжения общей потери устойчивости стержня, как для стойки с шарнирно-опертыми концами, имеющей тонкостенное кольцевое сечение:

$$\sigma_{кр} = \frac{1,25E}{\left(\frac{l}{d}\right)^2}, \quad (122)$$

где d — средний диаметр кольцевого сечения,

Как видно из формулы (122), критические напряжения определяются диаметром сечения. Поэтому напрашивается следующий порядок выбора сечения. Сначала выбирается диаметр сечения d из условия, чтобы $\sigma_{кр}$ было как можно ближе к пределу текучести материала (с точки зрения обеспечения лучшего совершенства по массе).

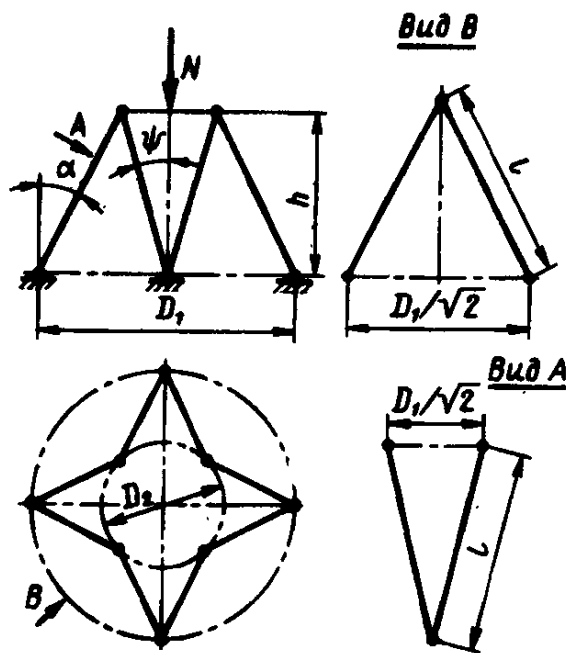


Рис. 96. Конструктивная схема восьми-стержневой фермы

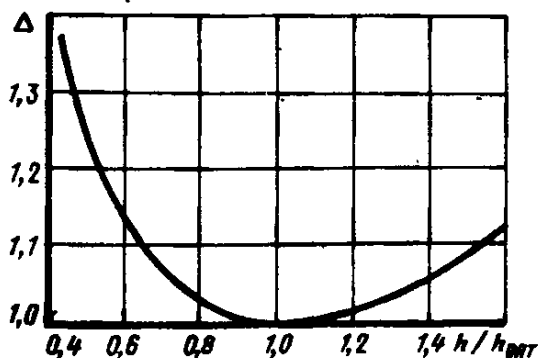


Рис. 97. Изменение массы фермы при отклонении ее высоты от оптимального значения

Затем определяется толщина стенки сечения δ из условия, чтобы действующие напряжения не превышали критических. Таким образом, определим размеры сечения стержня, диаметр и толщину стенки:

$$d \leq 0,9l \sqrt{\frac{\sigma_T}{E}}; \quad (123)$$

$$\delta = 0,255 \frac{l^2}{d^3} \frac{R}{E}. \quad (124)$$

Наименьшая масса трубы получается при выполнении равенства в условии (123). Прочность из условия местной потери устойчивости будет обеспечиваться, если выбранная толщина стенки $\delta \geq 4d^3/l^2$. В итоге получим формулу для определения несущей способности заданной фермы

$$N_{\text{разр}} = \frac{10\pi E h \delta}{\left(\frac{l}{d}\right)^3}. \quad (125)$$

Анализ оптимальности по массе. Проведем анализ массы фермы считая заданными два основных габаритных размера D_1 и D_2 . Полагаем, что масса кронштейнов фермы при изменении ее высоты практически не меняется и устанавливается для заданного материала и конструкции по статистическим данным. Масса фермы без учета распорного шпангоута

$$G_{\text{ст}} = 8F_{\text{ст}}l\gamma_{\text{ст}},$$

где $F_{\text{ст}}$, $\gamma_{\text{ст}}$ — площадь и плотность материала стержня.

Получим

$$G_{\text{ст}} = \frac{N\gamma_{\text{ст}}}{\sigma_{\text{кр}}} \frac{l^2}{h}. \quad (126)$$

Можно показать, что

$$l = \frac{1}{2} \sqrt{4h^2 + D_1^2 - \sqrt{2} D_1 D_2 + D_2^2}. \quad (127)$$

Подставляя формулу (127) в выражение (126), получим

$$G_{\text{ст}} = \frac{N\gamma_{\text{ст}}}{\sigma_{\text{кр}}} \left(h + \frac{D_1^2 - \sqrt{2} D_1 D_2 + D_2^2}{4h} \right). \quad (128)$$

Приравнявая нулю производную массы по h и имея в виду, что в конструкциях рассматриваемого типа величина N в основном определяется осевой силой (что позволяет принять для простоты $dN/dh = 0$), получим следующее выражение для оптимальной высоты фермы:

$$h_{\text{опт}} = \frac{1}{2} \sqrt{D_1^2 - \sqrt{2} D_1 D_2 + D_2^2}. \quad (129)$$

Из формулы (128) с учетом (129) получим

$$G_{\text{ст}} = \frac{N\gamma_{\text{ст}}}{\sigma_{\text{кр}}} \left(h + \frac{h_{\text{опт}}^2}{h} \right), \quad (130)$$

откуда при $h = h_{\text{опт}}$ следует

$$\min G_{\text{ст}} = \frac{N\gamma_{\text{ст}}}{\sigma_{\text{кр}}} 2h_{\text{опт}}. \quad (131)$$

Выражение для массы рамы произвольной высоты h получается из формул (130) и (131):

$$(G_{\text{ст}})_h = \Delta \min G_{\text{ст}}, \quad (132)$$

где $\Delta = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{h_{\text{опт}}} + \frac{h_{\text{опт}}}{h} \right)$ — коэффициент, характеризующий степень отклонения массы данной фермы от минимально возможной. Как видно из рис. 97, в области оптимальных значений при изменении высоты рамы масса меняется незначительно. При $h/h_{\text{опт}} = 0,63 \dots 1,53$ $\Delta = 1,0 \dots 1,1$.

Оптимальность по массе можно качественно оценить также по величине угла α . Из выражения (129) следует, что $h_{\text{опт}}/h = \sqrt{\text{tg}^2 \alpha + \text{tg}^2 \psi}$. Для оптимальной фермы $\text{tg}^2 \alpha + \text{tg}^2 \psi = 1$, откуда следует, что $\alpha < 45^\circ$.

Таким образом можем оценить параметры оптимальной конструкции, причем при всех этих расчетах и оценке массы величину $\sigma_{\text{кр}}$ можно считать равной $\sigma_{\text{т}}$ или несколько меньшей (в 1,1 ... 1,2 раза).

Рассмотрим условия оптимальности фермы с учетом массы опорного кольца, нагруженного четырьмя диаметрально-противоположными усилиями $P_{\text{к}} = 0,25N \text{ tg } \alpha$, которые вызывают в нем изгибающие моменты

$$M = k_M \frac{N}{8} D_1 \text{tg } \alpha. \quad (133)$$

Если принять, что между площадью сечения и моментом сопротивления существует зависимость вида $W = \zeta F$, где ζ — числовой коэффициент, то площадь сечения $F = M/\zeta \sigma_{\text{доп}}$. Здесь $\sigma_{\text{доп}}$ — допускаемые напряжения в кольце при действии расчетной нагрузки. Следовательно, масса кольца

$$G_{\text{к}} = \frac{\pi k_M}{8} \frac{N\gamma_{\text{к}}}{\zeta \sigma_{\text{доп}}} D_1^2 \text{tg } \alpha. \quad (134)$$

Преобразуем формулу (130), используя зависимость (129):

$$(G_{\text{ст}})_h = \frac{N\gamma_{\text{ст}}}{2\sigma_{\text{кр}}} \frac{D_1 - \frac{D_2}{\sqrt{2}}}{\text{tg } \alpha} \left\{ 1 + \text{tg}^2 \alpha \left[1 + \frac{1}{\left(\sqrt{2} \frac{D_1}{D_2} - 1 \right)^2} \right] \right\}.$$

Значение угла $\alpha_{\text{опт}}$, при котором конструкция будет иметь наименьшую массу, определится из условия $dG_{\Sigma}/d \text{tg } \alpha = 0$, где

$$G_{\Sigma} = (G_{\text{ст}})_h + G_{\text{к}}. \quad (135)$$

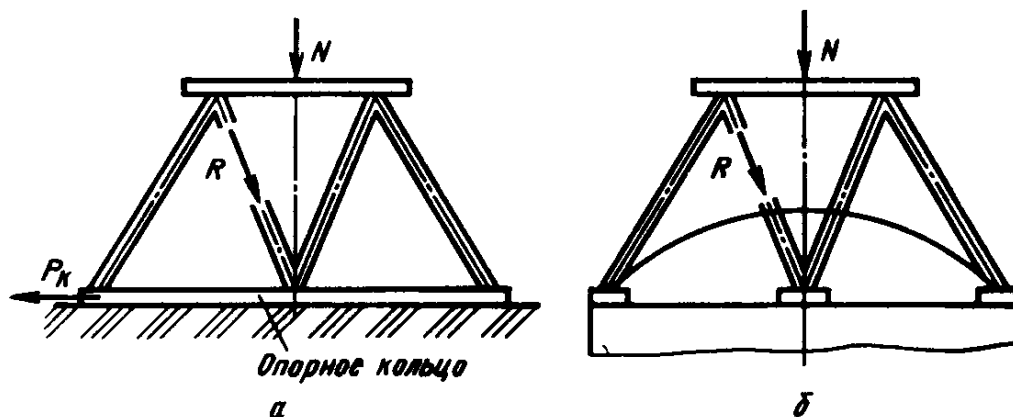


Рис. 98. Конструктивные варианты заделки основания фермы:
 а — на опорном кольце; б — на распорном шпангоуте емкости

После соответствующих преобразований запишем окончательно

$$\operatorname{ctg} \alpha_{\text{опт}} = \sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{2} \frac{D_1}{D_2} - 1} + \frac{\pi k_M}{4} \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\zeta \sigma_{\text{доп}}} \frac{\gamma_{\text{к}}}{\gamma_{\text{ст}}} \frac{D_1^2}{D_1 - \frac{D_2}{\sqrt{2}}}}. \quad (136)$$

Значение оптимального угла $\alpha_{\text{опт}}$ для фермы без распорного кольца определится из (136), принимая $\gamma_{\text{к}} = 0$.

Для кольца, нагруженного четырьмя силами, k_M имеет два максимальных значения: 0,137 — в местах приложения сил; 0,071 — в промежутках между силами. Для проектных расчетов можно рекомендовать $k_M = 0,137$, но при этом принимать $\sigma_{\text{доп}} = (1,0 \dots 1,2) \sigma_{\text{в}}$, так как обычно в местах стыковки с фермой опорные кольца несколько усливаются.

Величина ζ выбирается в зависимости от формы сечения кольца: 0,17b — для прямоугольного; 0,13b — для уголкового; 0,08b — для двутаврового, швеллерного или z-образного сечения. Здесь b — высота сечения кольца в направлении радиуса — назначается из конструктивных соображений.

Определив $\alpha_{\text{опт}}$, легко подсчитать суммарную массу оптимальной конструкции по формуле (135).

Проектировочный расчет. Исходные данные: D_1 , D_2 и внешние нагрузки T , Q , $M_{\text{изг}}$, $M_{\text{кр}}$.

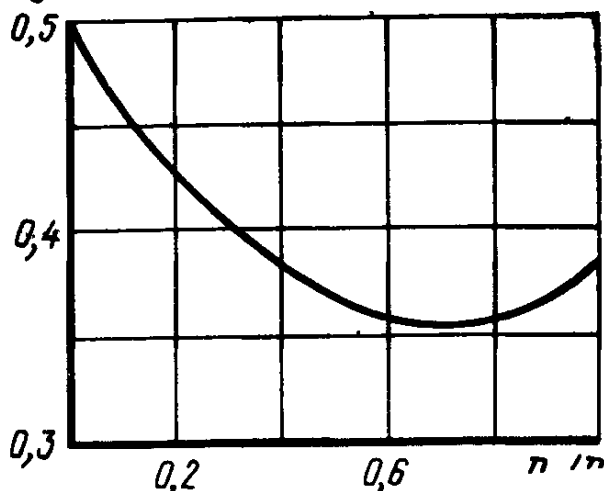
Рассмотрим два конструктивных варианта: ферма имеет собственное опорное кольцо (рис. 98, а); в качестве опорного кольца используется конструктивный элемент стыкуемого узла, прочность которого на распорные усилия фермы заранее обеспечивается. Таким элементом может быть, например, распорный шпангоут днища цилиндрической емкости (см. рис. 98, б).

Порядок расчета фермы с опорным кольцом

1. Определяя $\alpha_{\text{опт}}$ из формулы (136), вычислим

$$h_{\text{опт}} = \frac{D_1 - \frac{D_2}{\sqrt{2}}}{2 \operatorname{tg} \alpha_{\text{опт}}}.$$

Рис. 99. Зависимость коэффициента c от отношения D_2/D_1



Принимая окончательное значение h , которое по конструктивным соображениям может быть отлично от $h_{\text{опт}}$ в ту или другую сторону, определим угол α из соотношения

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{D_1 - \frac{D_2}{\sqrt{2}}}{2h}.$$

2. По формуле (121) определим эквивалентную осевую силу N , найдем усилие в стержне $R = Nl/8h$.

3. Принимаем диаметр стержня из условия (123). Масса стержней будет минимальной при наибольшем диаметре d .

4. Найдем толщину трубы стержня из выражения (124).

5. Оценим несущую способность полученной рамы по формуле (125).

6. Определив радиальное усилие в опорном кольце $P_k = 0,25N \operatorname{tg} \alpha$, проведем расчет кольца на прочность.

Порядок расчета фермы без опорного кольца

1. Определим оптимальную высоту рамы $h_{\text{опт}} = cD_1$, где c определяется по рис. 99 в зависимости от отношения D_2/D_1 . В крайних случаях: при $D_2 = D_1$ $h_{\text{опт}} = 0,383D_1$, при $D_2 = 0$ $h_{\text{опт}} = 0,5D_1$.

Принимаем окончательное значение h , которое может отличаться от $h_{\text{опт}}$ в ту или другую сторону. Для принятого h в соответствии с рис. 97 сделаем оценку отклонения от оптимальных параметров. Отметим, что при изменении высоты h в 1,5 раза от оптимального значения (как в ту, так и в другую сторону) масса меняется не более чем на 10%.

Далее все расчеты проводятся по формулам пп. 2 ... 5 случая с опорным кольцом.

ГЛАВА 18

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Резьбовые соединения, широко применяемые в конструкциях, являются весьма ответственными их элементами, передающими значительные нагрузки. Практически единственной отечественной работой, обобщающей существующие теоретические и экспериментальные исследования, в том числе и зарубежные, является монография [2], с учетом которой разработана монография [3],

включающая исследования последних лет. Эти работы дают конкретные методы и сведения почти по всем вопросам, возникающим в практике.

ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

При нормальной эксплуатации в условиях статического нагружения резьбовые детали разрушаются редко. Статистический анализ случаев разрушения резьбовых деталей при значительных перегрузках показывает, что 90% всех поломок носят усталостный характер. Это объясняется прежде всего тем, что при переменных напряжениях прочность резьбовых деталей снижается из-за наличия резьбы и переходных сечений (сбег резьбы, сопряжение стержня болта с головкой), которые являются концентраторами напряжений. Иногда разрушения болтов являются следствием того, что при проектировании не учитывались дополнительные нагрузки, возникающие в процессе эксплуатации, а также из-за недостаточно тщательного контроля сборки узла, неточностей изготовления и т. п.

Разрушения резьбовых деталей могут привести к различным последствиям, иногда это выражается в нарушении нормальной эксплуатации изделия и приводит к ее простоям. В этом случае для устранения неисправности достаточно замены разрушенной детали. В ряде же случаев последствия оказываются тяжелыми: разрушение одной резьбовой детали может вызвать серьезную аварию изделия. Надежность резьбовых соединений обеспечивается выбором достаточного числа болтов (шпилек) и конструктивных форм соединения, технологическими и эксплуатационными мерами, а также соблюдением правил монтажа при сборке.

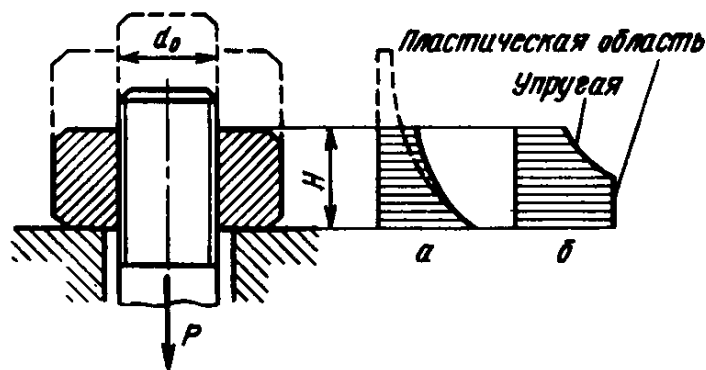
В многочисленных экспериментах по испытанию резьбовых соединений на растяжение до разрушения статической нагрузкой наблюдаются два вида поломок: разрыв стержня болта и срез витков резьбы. Основным является первый вид — разрушение стержня болта. Разрушение второго вида встречается только при мелкой резьбе, недостаточной толщине стенки гайки или пониженной прочности материала гайки.

Прочность витков резьбы. Основными конструктивными параметрами, определяющими прочность витков, являются отношение d_0/s и относительная высота гайки H/d_0 . Экспериментальные исследования прочности витков показывают следующее [2].

1. С увеличением отношения d_0/s , т. е. для резьбы с мелким шагом, опасность разрушения вследствие среза витков возрастает. При статических и переменных нагрузках можно рекомендовать $d_0/s = 10 \dots 15$. Не рекомендуется применять резьбу с $d_0/s < 8$. При мелкой резьбе $d_0/s > 20$ может наступить явление цепного среза, когда разрушение витков идет одно за другим и равнопрочности гайки и болта нельзя достигнуть даже при очень большой

Рис. 100. Распределение нагрузки по высоте гайки с деформациями:

a — в пределах упругости;
б — пластическими



высоте гайки. Для гаек из пластмасс цепной срез витков возможен при $d_0/s > 7$.

2. С увеличением механических свойств материала болта и понижением их у материала гайки из условия равнопрочности стержня болта и витков резьбы гайки необходимая величина H/d_0 возрастает. При равноценных механических свойствах материала гайки и болта усталостная прочность резьбы повышается с увеличением высоты гайки до $H = 1,2d_0$. Дальнейшее увеличение высоты гайки не дает существенного возрастания прочности, так как нагрузка на первый виток изменяется очень мало.

3. У резьбы, изготовленной по третьему классу точности, при нормальной высоте гайки не обнаруживается снижение статической прочности по сравнению с резьбой, изготовленной более точно.

4. Прочность ответственной силовой резьбы, нагруженной переменными усилиями, заметно снижается при стандартном для метрических резьб закруглении впадин между витками $r = 0,108s$, поэтому принимают $r = (0,15 \dots 0,22) s$.

5. Накатывание резьбы увеличивает усилия среза витков на 4 ... 8%. Ее можно производить на всех материалах, имеющих относительное удлинение не ниже 8 ... 10% и предел прочности не выше 110 кН/см².

Усталостная прочность накатанной резьбы при правильных режимах накатки и при отсутствии последующей термической обработки на 30% больше нарезанной резьбы. При особых режимах накатки это увеличение может достигать 80 ... 100%.

Прочность гаек. Соединение типа болт — гайка характеризуется неравномерностью распределения нагрузки между витками (рис. 100). Наиболее нагруженным оказывается первый виток, на который может приходиться до 30% нагрузки. Увеличение числа витков резьбы в гайке при работе материала в упругой области за счет увеличения высоты гайки неэффективно. Поэтому полезную высоту гайки обычно назначают равной $H = (0,8 \dots 1) d_0$. При большой нагрузке, особенно при нагрузке, близкой к разрушающей, пластические деформации приведут к более равномерному распределению нагрузки между витками и полезная высота гайки окажется большей. Отметим, что прочность соединения повышается при несколько меньшей твердости материала гайки по сравнению с болтом.

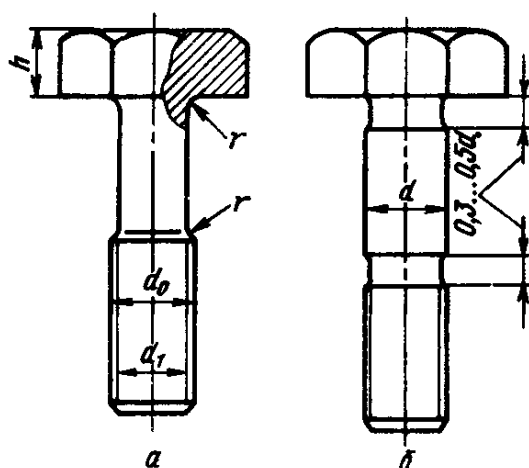


Рис. 101. Формы болтов из высокопрочных материалов:

a — равнопрочный болт минимальной массы; *b* — с проточками в местах концентраций

Применение гаек из материала с меньшим модулем упругости по отношению к болту приводит к более равномерному распределению нагрузки по виткам. Так, например, при алюминиевой гайке и

стальном болте нагрузка на первый виток на 30% меньше, чем при однородных материалах. Существенным недостатком гаек из имеющихся материалов с малым модулем упругости является их небольшая статическая прочность. При уменьшении модуля упругости материала гайки усталостная прочность соединения возрастает на 10 ... 20%.

Увеличение равномерности распределения усилий по высоте гайки может быть достигнуто соответствующим выбором ее конструктивных форм: применением сжато-растянутых гаек, гаек с переменным сечением или переменным диаметром резьбы.

Прочность болтов. Расчет болтов на прочность при действии растягивающих сил производится как для гладкого стержня при одноосном растяжении. Работа болта в нарезанной части характеризуется объемным напряженным состоянием, неравномерностью распределения напряжений в сечении, наличием местных концентраций напряжений. Однако при расчете прочности от статических нагрузок не следует брать за основу величину наибольших напряжений. Опыты показали, что местные пики напряжений не оказывают существенного влияния на прочность стержня.

Характер распределения напряжений зависит от механических характеристик материала детали, его способности упрочняться и т. д. Наряду с осевыми растягивающими напряжениями в стержне с резьбой действуют растягивающие напряжения в поперечном направлении, образуя объемное напряженное состояние. Последнее затрудняет развитие пластических деформаций и увеличивает прочность стержня. Таким образом, имеется противоположное влияние двух факторов: неравномерность распределения напряжений понижает прочность стержня, а объемность напряженного состояния повышает. Чем пластичнее материал, тем меньше влияние первого фактора и больше влияние второго.

Размеры резьбовых элементов влияют на размеры соединяемых деталей, а следовательно, на их массу и габариты. Поэтому болты, шпильки и гайки выполняют из материалов с высоким пределом прочности. Однако не рекомендуется применять стали с пределом прочности $\sigma_b > 160 \text{ кН/см}^2$ с пониженной пластичностью.

При недостаточной высоте головки болта происходит ее срез по цилиндрической поверхности. На основании практического опыта и экспериментальных данных можно считать, что при высоте головки $h \geq 0,6d_0$ статические изломы по головке болта исключаются.

При проектировании болтов из высокопрочных конструкционных материалов необходимо применять плавные переходы от головки болта к стержню и при сбеге резьбы, с максимально возможными радиусами закругления, так как такие болты часто разрушаются в указанных местах. Радиус закругления в местах сопряжения должен быть $r \geq 0,2d_0$. Наиболее рациональными являются болты с равнопрочным стержнем (рис. 101, а), которые обеспечивают наименьшую массу. В соединениях, работающих на срез, применяются также болты с проточками после резьбы и под головкой (см. рис. 101, б). Эти проточки уменьшают концентрацию напряжений. Резьба также должна выполняться с гарантированным минимальным радиусом во впадине.

Для резьбовых деталей важными также являются дополнительные изгибающие усилия, вызванные перекосом опорных поверхностей. В реальных конструкциях практически невозможно предотвратить перекос. Он может возникнуть при сборке из-за неточности изготовления (технологический перекос) или в процессе нагружения вследствие деформаций. Чувствительность болтов к перекосам устанавливается испытаниями на растяжение до разрушения со специальными косыми шайбами, подкладываемыми под гайку с углом $5 \dots 8^\circ$.

На основании многочисленных экспериментальных исследований можно сделать следующие выводы. Легированные стали с $\sigma_b = 90 \dots 120 \text{ кН/см}^2$, а также углеродистые с $\sigma_b \leq 80 \text{ кН/см}^2$ не снижают прочности при перекосе до 8° . Болты из высокопрочных и сверхвысокопрочных сталей и сплавов ($\sigma_b \geq 150 \text{ кН/см}^2$) оказываются чувствительными к перекосу. Величина ударной вязкости a_k тесно связана с чувствительностью к перекосу. Меньшим значениям соответствует большая чувствительность.

При разработке конструкций соединений с целью устранения нагружения болтов изгибом вводят строгие допуски на перекос поверхностей, на биение торца гайки, обработку поверхностей деталей под гайками и головками болтов, предусматривают специальные сферические или шарнирные шайбы.

В последние годы находят применение болты из титановых сплавов с пределом прочности до $90 \dots 110 \text{ кН/см}^2$, что позволяет снизить массу крепежных деталей до 45%. Эксперименты показали, что титановые болты по статической прочности почти не уступают болтам из легированной стали и, по данным работы [3], оказываются также не чувствительными к перекосу опорных поверхностей до 8° . Упругое удлинение при одних и тех же напряжениях в титановых болтах приблизительно в два раза больше, что очень важно для сохранения первоначальной затяжки. Де-

тали, изготовленные из титановых сплавов, чувствительны к концентраторам напряжений и качеству обработки поверхности. При статических нагрузках прочность нарезанных и накатанных болтов одинакова. Усталостная прочность накатанных болтов в два раза выше нарезанных.

РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

При действии на консольно закрепленную деталь момента прежде всего необходимо найти рациональное размещение болтов по отношению к действующей нагрузке и соотношение всех элементов стыка. Иногда расположение болтов и их число определяются видом стыкуемых деталей. Так, например, при соединении двух деталей трубчатого сечения стык будет кольцевым, а шаг болтов принимается конструктивно из соображений обеспечения равномерного нагружения фланца. Расчет прочности сводится к определению необходимого диаметра болта, а затем толщины фланца.

Выбор силовой схемы стыка часто имеет первостепенное значение. Конструктивный вид стыка в каждом случае устанавливается исходя из конкретных условий. С увеличением расстояния между крайними болтами уменьшается усилие на болт, а следовательно, уменьшаются их диаметр и толщина полки фланца. Однако при этом одновременно увеличиваются габариты детали. В этом случае трудно дать какие-либо конкретные проектные методы расчета. Получение наиболее рациональных соотношений всех элементов во многом будет зависеть от опытности конструктора. Но некоторые соображения общего характера должны учитываться проектантом.

Прежде всего необходимо рационально разместить болты в стыке по отношению к действующей нагрузке [19]. При креплении кронштейна по типу 1 (рис. 102) в результате неправильного размещения болтов они будут работать с изгибом. Под действием силы P кронштейн стремится повернуться относительно точки A . При соотношениях, показанных на рис. 102, сила, действующая на каждый болт, равна $P_b = Pl/2b$. Кроме того, болт подвергается изгибу моментом $M = P_b d/2$, где d — диаметр головки болта.

Однако, если учесть деформацию фланца и обжатие поверхностей стыка, реальная точка опрокидывания лежит ближе к оси болта. Поэтому для подобных стыков, если размер b соизмерим с диаметром болта и $b \ll l$, принимают, что весь внешний момент воспринимается только болтами, работающими на изгиб. Изгибающий момент для одного болта $M = Pl/2$.

При расположении фланца по типу 2 (см. рис. 102) болт будет работать только на растяжение. При значительных внешних нагрузках, а также с целью надежности соединения увеличивают число болтов в нагруженном ряду. Введение болта по типу крепления 3 не увеличивает прочность соединения, так как дополни-

тельный болт не принимает участия в работе. Целесообразна конструкция 4: здесь сила, действующая на каждый болт, в сравнении со стыками 2 и 3 уменьшится в два раза, пропорционально числу болтов в нагруженном ряду.

Основное условие нормальной работы резьбовых деталей состоит в том, что резьбовое сечение болтов должно быть изолировано от нагружения изгибом и срезом. Болт, установленный с зазором в отверстие детали (рис. 103), при действии поперечной силы подвергается изгибу и срезу, а также растяжению вследствие удлинения при смещении стягиваемых деталей. Все эти напряжения складываются с напряжениями растяжения от момента, действующего на кронштейн. Поперечные силы создают местные напряжения смятия в отверстиях деталей (зоны А и Б), расклинивая витки резьбового отверстия. При малой глубине завинчивания болта витки резьбы будут работать еще и на срез. В результате возникает сложное напряженное состояние, усугубляющееся тем, что резьбовые витки являются концентраторами напряжений. Последнее особенно опасно для болтов, изготовленных из высокопрочных материалов. В результате создаются ненадежные условия для работы стыка.

Таким образом, задача упрочнения группового резьбового соединения заключается в том, чтобы устранить сложное напряженное состояние резьбовых деталей и создать условия, при ко-

торых они работали бы только на растяжение. Поперечные силы следует воспринимать дополнительными силовыми элементами, работающими на срез. Для передачи поперечных сил чаще всего применяются штифты, центрирующие бурты, шпонки, шлицы, специальные срезные болты (рис. 104). Существуют также способы,

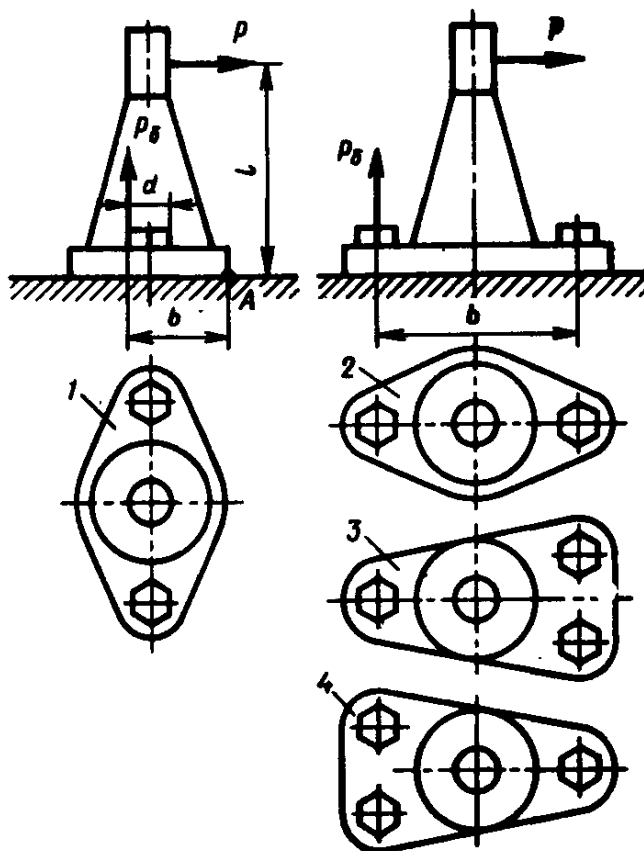


Рис. 102. Размещение болтов в стыке по отношению к действующей нагрузке:

1 — неправильное; 2 — правильное; 3 — не-
рациональное; 4 — рациональное

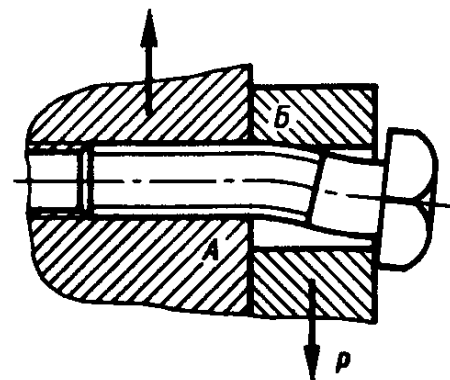


Рис. 103. Деформирование болта под действием поперечной силы

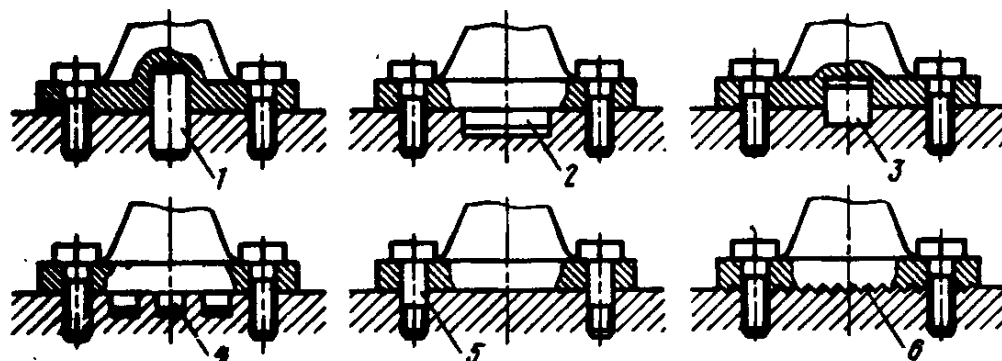


Рис. 104. Конструктивные элементы для передачи поперечных сил:

1 — штифт; 2 — кольцевой центрирующий бурт; 3 — шпонка; 4 — шлицы; 5 — срезные болты; 6 — насечка

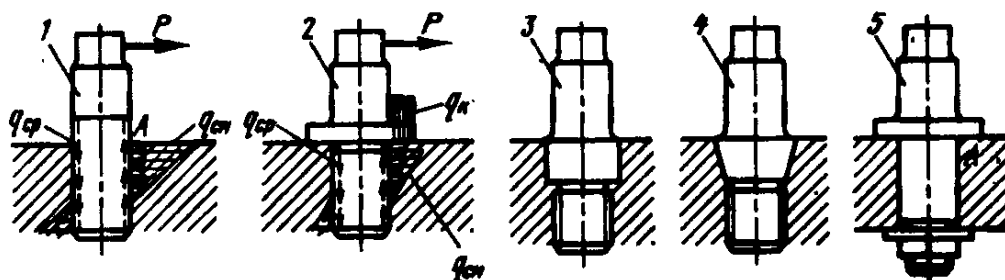


Рис. 105. Варианты крепления консольного стержня, нагруженного поперечной силой

увеличивающие сцепление поверхностей стыкуемых деталей, такие, например, как насечка или клеевое соединение.

Рассмотрим крепление консольного стержня в корпусе (рис. 105). Конструкция 1 нежелательна, так как максимум изгибающего момента от поперечной силы P приходится на резьбовой участок стержня. В зоне A резьбовая поверхность будет работать на смятие под действием усилий $q_{см}$, а при малой глубине завинчивания в корпус одновременно будут действовать также и усилия среза $q_{ср}$. Введение бурта в конструкции 2 при достаточной затяжке детали уменьшает усилия $q_{см}$ и $q_{ср}$ благодаря разгружающему действию реакции корпуса q_k на бурт.

В конструкциях 3 и 4 стержень снабжен цилиндрическим или коническим пояском, плотно входящим в отверстие корпуса и эффективно тормозящим поперечные деформации. Целесообразно также рассмотреть конструкцию 5, где резьба полностью разгружена от изгиба, а упорный бурт позволяет уменьшить напряжения смятия в зоне A .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ГРУППОВОМ СОЕДИНЕНИИ

Расчет прочности группового резьбового соединения сводится к определению усилий в наиболее нагруженном болте и проверке его прочности. В общем случае в стыке двух деталей действует осевая и поперечная силы, опрокидывающий момент M . Расчет на осевую силу, приведенную к центру тяжести сечений болтов, не представляет затруднений, так как эта нагрузка равномерно

распределяется между болтами. При расчете на опрокидывающий момент M (рис. 106) принимаем: для стыкуемых деталей с жесткими фланцами раскрытие стыка происходит относительно оси x , проходящей через крайний неагруженный ряд болтов; усилия между болтами распределяются по линейному закону; все болты имеют одинаковое сечение и расположены с равным шагом. Определим усилия в болтах от момента M для некоторых форм стыков.

1. Кольцевой стык (рис. 107). Усилие в i -м болте с координатой y_i

$$P_i = \sigma_i f, \quad (137)$$

где $\sigma_i = My_i/I_x$; f — площадь сечения болта.

Момент инерции $I_x = \sum_{i=1}^n f y_i^2$ можно вычислить, непосредственно суммируя $f y_i^2$. Однако при большом числе болтов n их сечения могут быть «размазаны» по условному кольцу, площадь которого $\pi d\delta = fn$, а момент инерции относительно оси x

$$I_x = \frac{\pi d^3}{8} \delta + \pi d\delta \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} d^3 n f.$$

Наиболее нагруженным будет крайний болт с координатой $y_i = d$, для которого из выражения (137) определим

$$\max P = 2,67 \frac{M}{nd}. \quad (138)$$

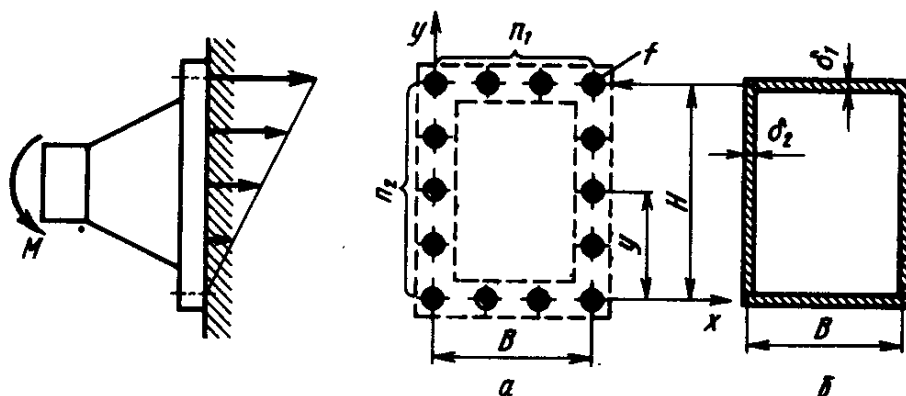


Рис. 106. Схема нагружения крошштейна моментом и распределение усилий между болтами; расчетное сечение:

a — по болтам; b — эквивалентное по площади

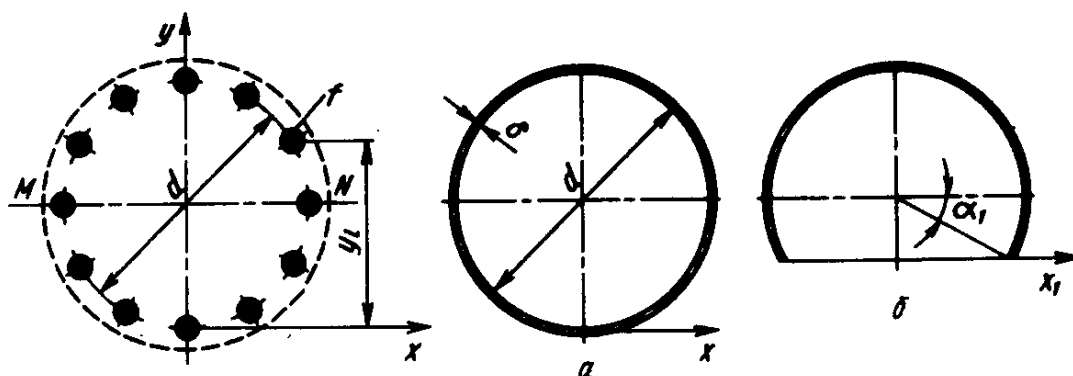
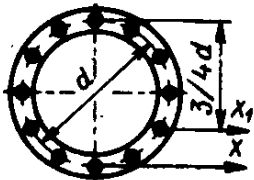
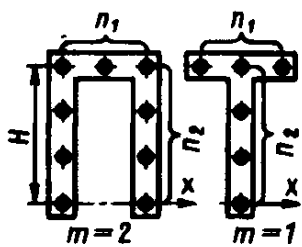
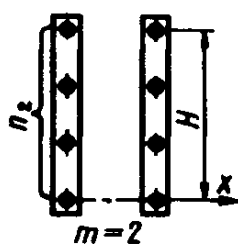
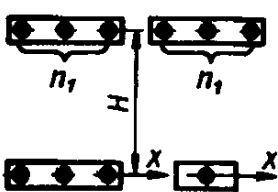
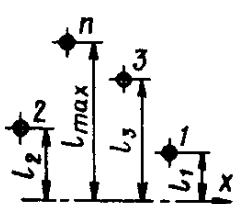


Рис. 107. К расчету кольцевого стыка; эквивалентные по площади сечения при жестких фланцах (a) и при нежестких (b)

Формулы для расчета усилий в наиболее нагруженных болтах

<p>Схема стыка, положение осн. относительно которой он раскрывается</p>	<p>Расчетные формулы</p>
	<p>Раскрытие стыка относительно оси x</p> $P_{\max} = 2,67 \frac{M}{nd}$ <p>Раскрытие стыка относительно оси x_1</p> $P_{\max} = \frac{4M}{nd}$
	$P_{\max} = \frac{M}{H \left(n_1 + \frac{1}{3} mn_2 \right)}$ <p>n_1, n_2 — число болтов в ряду, m — число вертикальных рядов</p>
	$P_{\max} = \frac{3M}{Hmn_2}$ <p>m — число вертикальных рядов</p>
	$P_{\max} = \frac{M}{Hn_1}$
<p>Стык с произвольным расположением болтов</p> 	$P_{\max} = \frac{Ml_{\max}}{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + \dots + l_n^2}$

При нежестких фланцах, например при стыковке двух тонкостенных отсеков посредством нежестких шпангоутов, нейтральная линия x_1 будет находиться между линией MN и осью x . Принимая положение нейтральной линии с координатой $\alpha_1 \approx 30^\circ$, расчетную схему эквивалентного кольцевого сечения болтов представим в виде, показанном на рис. 107, б. Усилие в наиболее нагруженном болте с координатой $y_1 = \frac{3}{4} d$

$$\max P = \frac{4M}{nd}. \quad (139)$$

2. Прямоугольный стык. Представим, что сечения болтов «размазаны» по прямоугольному контуру (рис. 106, б), у которого $\delta_1 = n_1 f / B$, $\delta_2 = n_2 f / H$. Момент инерции относительно оси x

$$I_x = \delta_1 B H^3 + \frac{2\delta_2 H^3}{12} + 2\delta_2 H \left(\frac{H}{2} \right)^2 = f H^3 \left(n_1 + \frac{2}{3} n_2 \right).$$

Наибольшее усилие в болте крайнего ряда с координатой $y = H$ определим из выражения (137)

$$\max P = \frac{M}{H \left(n_1 + \frac{2}{3} n_2 \right)}. \quad (140)$$

В табл. 30 приводятся формулы для расчета усилий в наиболее нагруженных болтах для некоторых стыков.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ РЕЗЬБОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В данном подразделе изложен упрощенный расчет резьбовых деталей, который необходим для определения основных размеров резьбовых элементов.

1. Определение диаметра болта (шпильки). Диаметр стержня болта является основным параметром, определяющим геометрические размеры резьбовых деталей и размеры стыкуемых деталей. Расчет болта будем проводить по максимальному эксплуатационному усилию при работе его в групповом соединении, $P = P_{\max}$. Требуемая площадь сечения болта по внутреннему диаметру резьбы

$$F_1 = k \frac{P}{[\sigma]}, \quad (141)$$

где $k = 1,25$ — коэффициент, учитывающий требование повышенной прочности болтов по отношению к прочности соединяемых деталей.

Составляя незначительную часть массы узла, болты являются весьма ответственным элементом конструкций. Коэффициент k позволяет обеспечить надежное соединение, а при проведении экспериментальной отработки прочности — получить данные о несущей способности самого узла.

По расчетному значению F_1 в соответствии с табл. 31 принимается номинальный диаметр болта d_0 и шаг резьбы s . Здесь же

Данные для расчета болтов на разрыв

d_0 , мм	s , мм	d_1 , мм	F_1 , см ²	Разрушающее усилие, кН	
				$\sigma_B =$ $= 60 \text{ кН/см}^2$	$\sigma_B =$ $= 110 \text{ кН/см}^2$
5	0,8	4,02	0,127	7,6	13,9
6	1,0	4,77	0,179	10,8	19,7
8	1,0	6,77	0,36	21,6	39,6
	1,25	6,47	0,328	19,7	36,1
10	1,0	8,77	0,604	36,2	66,4
	1,5	8,16	0,523	31,4	57,5
12	1,5	10,16	0,809	48,5	89,0
	1,75	9,85	0,768	46,0	84,5
14	1,5	12,16	1,16	69,6	127,5
	2,0	11,55	1,05	63,0	115,5
16	1,5	14,16	1,57	94,2	172,5
	2,0	13,55	1,44	86,5	158,5
18	1,5	16,16	2,05	123	225
	2,5	14,93	1,75	105	193
20	1,5	18,16	2,59	155	285
	2,5	16,93	2,25	135	247
22	1,5	20,16	3,19	191	351
	2,5	18,93	2,81	169	309
24	1,5	22,16	3,86	232	425
	2,0	21,55	3,64	219	400
	3,0	20,32	3,24	194	356
27	1,5	25,16	4,97	299	546
	2,0	24,55	4,73	284	520
	3,0	23,32	4,27	256	470
30	1,5	28,16	6,23	374	685
	2,0	27,54	5,96	358	655
	3,5	25,7	5,19	311	570
33	1,5	31,16	7,63	458	840
	2,0	30,54	7,33	440	806
	3,5	28,7	6,47	388	712
36	2,0	33,54	8,84	530	971
	3,0	32,3	8,2	492	901
	4,0	31,1	7,59	455	834

приводятся значения разрушающих усилий на разрыв, определенные по пределу прочности материала болта. Проверочный расчет болта приводится по формуле

$$\sigma = k \frac{4P}{\pi d_1^2} \leq [\sigma]. \quad (142)$$

2. Расчет витков резьбы, определение глубины заворачивания. При действии осевой силы (рис. 108, а) напряжения среза витков резьбы болта гайки или корпуса детали рассчитываются по формуле

$$\tau = k \frac{P}{\pi d_0 H \beta k_m} \leq [\tau], \quad (143)$$

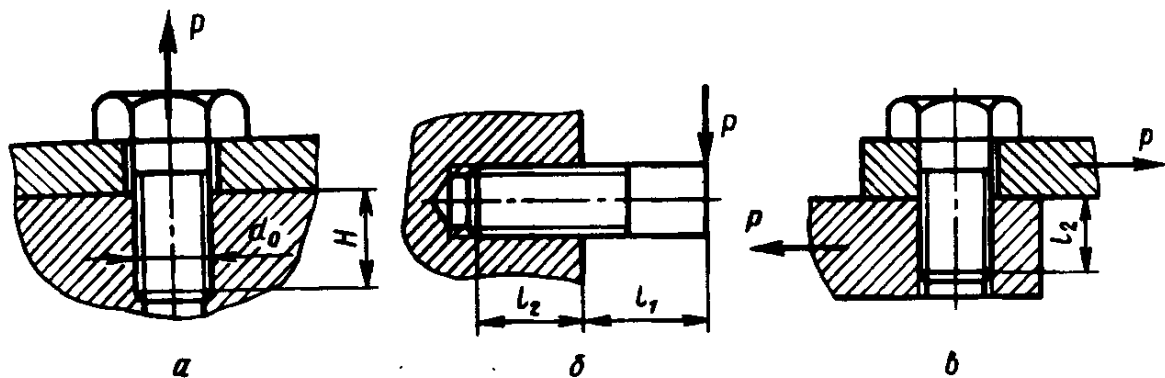


Рис. 108. Нагружение резьбовой детали силой:

a — осевой; *б* — поперечной; *в* — поперечной при стесненном изгибе

где $[\tau] = 0,6 [\sigma]$; k_m — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по виткам, $k_m = 0,56$ — болт и гайка из одинаковых (по модулю упругости) материалов; $k_m = 0,75$ — болт стальной, гайка из алюминиевого сплава; β — коэффициент полноты заполнения резьбы, $\beta = 0,8$ — для метрической резьбы; $\beta = 0,65$ — для трапецеидальной резьбы; $\beta = 0,5$ — для прямоугольной резьбы.

Если число витков $z > 8$, то для обеспечения работы витков в пределах упругости в расчетах принимают эффективную глубину завинчивания болта в корпус равной $8z$.

При разнородных по механическим свойствам материалах гайки и болта для обеспечения равнопрочности стержня и витков резьбы гайки (корпуса) должно выполняться условие [1]

$$\frac{H}{d_0} = \frac{d_1^2}{d_0^2} \frac{1}{4\beta k_m} \frac{(\sigma_B)_6}{0,6 (\sigma_B)_r}, \quad (144)$$

где $(\sigma_B)_6$, $(\sigma_B)_r$ — предел прочности материала болта и гайки.

Из соотношения (144) следует, что величина H/d_0 возрастает с повышением механических свойств материала болта (шпильки) и с понижением этих свойств у материала гайки (корпуса). Глубина завинчивания стальных шпилек в корпус, при которой обеспечивается равнопрочность резьбового соединения, принимается в соответствии с табл. 32.

При действии поперечной силы, когда резьбовая деталь ввернута на небольшую глубину $l_2 < 1,5d_0$, может произойти срез витков резьбы. Для схемы нагружения, показанной на рис. 108, б, прочность витков можно оценить по формуле

$$\tau = 0,4 \frac{P}{\beta l_2 d_0^2} (2l_1 + l_2). \quad (145)$$

Если болт, соединяющий две детали (рис. 108, в), предварительно затянут, срез резьбы поперечной силой будет затруднен из-за стесненности изгиба болта. Напряжения среза витков

$$\tau = 0,2 \frac{P}{\beta d_0^2} + \frac{Q_{зат}}{\pi d_0 l_2 \beta}, \quad (146)$$

где $Q_{зат}$ — осевое усилие в болте от затяжки соединения, определяется по формуле (152).

Значение H/d_0 для определения глубины завинчивания шпильки

Предел прочности шпильки, кН/см ²	Предел прочности гайки σ_B , кН/см ²			
	Сталь		Алюминиевый сплав	
	90 ... 100	30 ... 40	30 ... 40	литье 16 ... 20
40 ... 50	—	0,8 ... 0,9	0,8 ... 0,9	1,4 ... 2,0
90 ... 110	0,8 ... 0,9	1,6 ... 2,0	1,6 ... 2,0	2,0 ... 2,5 *

* Рекомендуется увеличить диаметр шпильки.

3. Оценка прочности гайки. При постановке гайки с низкими прочностными свойствами имеется опасность срыва ее с болта от действия распорных усилий в витках резьбы q (рис. 109). Принимая материал гайки идеально пластичным с пределом текучести σ_T , определим силу, при которой происходит срыв гайки:

$$P = \frac{\pi d_{cp}}{\operatorname{tg} 30^\circ} \frac{2F}{D_{cp}} k_m \sigma_T, \quad (147)$$

где $d_{cp} = \frac{1}{2} (d_0 + d_1)$; F , D_{cp} — площадь сечения и средний диаметр сечения гайки.

Как показывают практика и расчетные оценки, срыв гаек со стандартными размерами исключается даже при уменьшенных их значениях.

4. Конструктивные формы резьбовых деталей. Обычно в резьбовых соединениях применяются стандартные болты (шпильки) и гайки, размеры которых выбраны из условия обеспечения равнопрочности болта и гайки. При этом проектировочный расчет сводится, по существу, к определению внутреннего диаметра резьбы.

Конструктивные формы элементов нестандартных резьбовых деталей (рис. 110) с однородными механическими свойствами

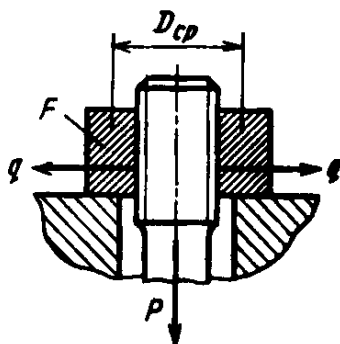


Рис. 109. К расчету гайки

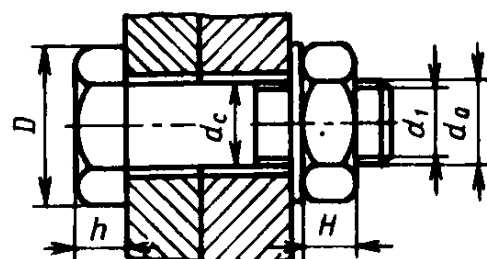


Рис. 110. Болтовое соединение

материала гайки и болта могут быть приняты из следующих соотношений [27]:

$$h = \begin{cases} 0,7d_0 & \text{— нормальная высота головки;} \\ 0,6d_0 & \text{— пониженная высота головки;} \end{cases}$$

$$H = 0,6 \dots 1,0d_0;$$

$$d_c = \begin{cases} d_0 & \text{— для болтов, нагруженных статическими нагрузками;} \\ d_1 & \text{— для болтов, нагруженных переменными нагрузками,} \\ & \text{и болтов, изготовленных из материала с повышенной твердостью;} \end{cases}$$

$$D \approx \begin{cases} 1,8 \dots 2d_0 & \text{— для болтов (гайки) с нормальной головкой;} \\ 1,5 \dots 1,7d_0 & \text{— для болтов (гаек) с уменьшенной головкой.} \end{cases}$$

Размер под ключ ориентировочно может быть определен из соотношения $S \approx 0,85D$.

5. Усилия в болте от момента затяжки. Крутящий момент затяжки $M_{\text{зат}}$, равный произведению силы, приложенной на конце ключа на плечо ключа, создает осевую силу $Q_{\text{зат}}$, растягивающую болт. Величина момента $M_{\text{зат}}$, приложенного к гайке, уравнивается:

моментом от возникающих на поверхности витков гайки и болта сил трения [2]

$$M_1 = Q_{\text{зат}} \frac{d_{\text{ср}}}{2} \frac{\frac{s}{\pi d_{\text{ср}}} + \frac{f}{\cos \frac{\alpha}{2}}}{1 - \frac{f}{\cos \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\pi d_{\text{ср}}}} \quad (148)$$

и моментом от сил трения на торце гайки

$$M_2 = \frac{2}{3} Q_{\text{зат}} f_0 \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2}, \quad (149)$$

где f — коэффициент трения поверхности гайки по болту; f_0 — коэффициент трения на кольцевой опорной поверхности гайки с радиусами r_1 и r_2 ; α — угол профиля резьбы; $d_{\text{ср}}$, s — средний диаметр нарезки, шаг резьбы соответственно.

В расчетах можно положить

$$d_{\text{ср}} \approx d_0; \quad \frac{2}{3} \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \approx r_{\text{ср}},$$

где d_0 — наружный диаметр резьбы; $r_{\text{ср}}$ — средний радиус опорной поверхности гайки, $r_{\text{ср}} = \frac{1}{2} (r_1 + r_2)$.

Момент затяжки на ключе

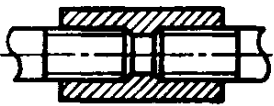
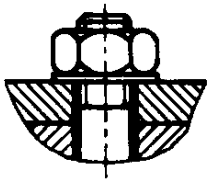
$$M_{\text{зат}} = M_1 + M_2. \quad (150)$$

Для метрической резьбы из выражения (150) получим

$$M_{\text{зат}} = Q_{\text{зат}} \left[\frac{1}{2} d_0 \left(\frac{s}{\pi d_0} + 1,15f \right) + f r_{\text{ср}} \right]. \quad (151)$$

Таблица 33

Значения k в зависимости от коэффициентов трения

Конструктивная схема резьбового соединения	$k = f (f, f_0)$				
	$f_0 = 0$				
Соединение стяжкой 	f k	0,1 12,9	0,15 9,4	0,2 7,4	0,3 5,18
Болтовое соединение 	$f = f_0$ k	0,1 6,77	0,15 4,74	0,2 3,64	0,3 2,5

Принимая $r_{cp} \approx 0,7d_0$, $d_0/s = 8$, из формулы (151) получим выражение для осевого усилия в болте от момента затяжки

$$Q_{зат} = k \frac{M_{зат}}{d_0}, \quad (152)$$

где

$$k = \frac{1}{0,02 + 0,575f + 0,7f_0}.$$

Величина усилия $Q_{зат}$, вызываемого затяжкой, в большой степени зависит от величины коэффициентов трения в резьбе и на опорной поверхности гайки (табл. 33). Трение как бы блокирует силу затяжки: большая часть ее расходуется на преодоление трения и только незначительная часть передается на стержень болта. При соединении стяжкой $f_0 = 0$, т. е. внешний момент $M_{зат}$, приложенный на ключе, уравнивается только силами трения витков резьбы.

Коэффициент трения зависит от материала болта и гайки, состояния поверхности соприкосновения, числа затяжек и сорта смазки. При ориентировочных расчетах можно принять $f = 0,17$ как наиболее соответствующий опытным данным для чистовой обработки [2]. При этом усилие затяжки в болтовых соединениях

$$Q_{зат} = 4,2 \frac{M_{зат}}{d_0}.$$

В силовых узлах с болтовыми соединениями допускаемые напряжения затяжки в долях от предела текучести материала могут быть приняты равными $[\sigma] = (0,4 \dots 0,5) \sigma_T$, а во фланцевых соединениях для получения требуемого запаса плотности стыка обычно принимают $[\sigma] = (0,5 \dots 0,7) \sigma_T$. В табл. 34 приво-

Допускаемый момент затяжки $M_{зат}$, Н·м

d_0 , мм	s , мм	$\sigma_T =$ $= 65 \text{ Н/см}^2$	$\sigma_T =$ $= 85 \text{ кН/см}^2$	$\sigma_T =$ $= 105 \text{ кН/см}^2$
5	0,8	2,0	2,5	3,3
6	1	3,4	4,3	5,5
8	1	9,2	12	15
	1,25	6,4	11	14
10	1	20	26	32
	1,5	17	30	28
12	1,5	27	35	43
	1,75	25	33	41
14	1,5	57	75	92
	2	51	67	84
16	1,5	92	120	150
	2	85	100	130
18	1,5	140	190	230
	2	130	170	210

дится допускаемый момент затяжки на ключе, определенный как $M_{зат} \approx 0,15 Q_{зат} d_0$, где допускаемые напряжения принимались равными $0,4\sigma_T$.

У ответственных резьбовых соединений необходимо контролировать величину затяжки. Как чрезмерная, так и недостаточная затяжки могут явиться причиной разрушения соединения. Наиболее простым и распространенным способом является способ затяжки тарированными ключами, которые позволяют контролировать величину приложенного крутящего момента. В неотвественных соединениях силу затяжки не регламентируют. В механизированных сборочных цехах для затяжки используют гайковерты и болтоверты с регулируемым и автоматически выдерживаемым моментом затяжки. При затяжке болтов малых диаметров обычными (нетарированными) ключами может произойти их разрушение, поэтому не рекомендуется использовать в нагруженных узлах болты диаметром меньше 8 ... 10 мм. Вероятность перетяжки болтов с резьбой больше М12 при пользовании стандартными ключами практически исключена.

Кроме осевых напряжений растяжения от момента затяжки

$$\sigma_1 = Q_{зат}/F_1$$

в стержне болта действуют касательные напряжения кручения

$$\tau = M_{зат}/0,2d_1^3.$$

Эквивалентные нормальные напряжения определим следующим образом [1]:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + 3\tau^2}.$$

Напряжения кручения возникают только при затяжке и в дальнейшем практически исчезают в результате упругой отдачи болта. Поэтому при расчете болтов на длительную прочность напряжения кручения обычно не учитывают, ограничиваясь расчетом на осевую силу.

ГЛАВА 19

СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Принятые в практике методы расчета прочности сварных соединений приближенны. Они дают возможность получить решение с меньшей затратой времени, однако нуждаются в дополнительной корректировке, основанной на опыте, накопленном в процессе изготовления, эксплуатации и экспериментальной отработки конструкций.

В результате сварки в околошовной зоне ухудшаются механические характеристики основного материала, возникают остаточные сварочные напряжения. Проявление перечисленных факторов может быть уменьшено, но не исчезает полностью даже после термической обработки. В расчетах конструкций снижение прочности сварного шва учитывается коэффициентом сварного шва ϕ , который равен отношению предела прочности сварного шва к пределу прочности материала детали $\phi = (\sigma_{\text{в}})_{\text{св. шв}} / \sigma_{\text{в}}$. Значения ϕ определяют на стандартных образцах, вырезанных из специальных контрольных деталей со сварным швом, выполненным по режимам сварки основной детали. В некоторых случаях образцы вырезают из основной детали.

В расчетах принимают, что коэффициент ϕ характеризует конструктивную прочность сварного соединения с учетом качества его изготовления. Однако в общем случае значение ϕ , определенное на стандартных образцах, может не соответствовать действительной прочности, т. е. не учитывает сварочные напряжения и реальные геометрические обводы сварных швов.

Принято считать, что в сварных конструкциях из материалов, обладающих достаточной пластичностью, остаточные напряжения при сварке не оказывают влияния на прочность и их не следует учитывать при проектировании. Остаточные напряжения не сказываются на несущей способности, если сварные изделия и в дальнейшем не теряют своих пластических свойств. Можно констатировать, что в большинстве случаев численный учет остаточных напряжений не имеет практического смысла, так как их огромные величины способны дезориентировать проектировщика. Всегда имеют место зоны, где остаточные напряжения оказываются выше допускаемых. Сумма остаточных напряжений и напряжений от основных нагрузок окажется недопустимо большой. Приходится полагаться на большой мировой опыт эксплуатации не только сварных, но и литых, прокатных и других конструкций, имеющих большие остаточные напряжения, не учитываемых при расчетах прочности [22].

На основании обобщения результатов испытаний различных конструкций можно сделать следующий вывод. При соответству-

ющем выборе материала по технологическим и механическим свойствам, геометрии деталей и свариваемых кромок, выборе режимов сварки, а также при соответствующем контроле качества изготовления можно обеспечить получение прочности сварных швов не ниже 90 ... 80% предела прочности материала деталей. Большее значение относится к стыковым сварным швам первой категории контроля, который назначается для особо ответственных узлов. Вторая категория назначается для стыковых или нахлесточных швов, у которых качество и прочность соединения не контролируются.

Расчет сварных соединений на статическую прочность проводят с учетом предполагаемого равномерного распределения напряжений по длине шва и в сечениях. Определенные расчетом напряжения σ и τ сравниваются с допускаемыми $\sigma \leq [\sigma]$ и $\tau \leq [\tau]$, значения которых устанавливаются в зависимости от предела прочности σ_b и предела текучести σ_t материала деталей. Принимаются наименьшие $[\sigma]$ и $[\tau]$, полученные из двух следующих оценок:

1) по пределу прочности

$$[\sigma] = \frac{\varphi \sigma_b}{f}; \quad [\tau] = \frac{0,6 \varphi \sigma_b}{f},$$

где $\varphi = 0,9$ — коэффициент сварного шва первой категории; $\varphi = 0,8$ — для второй категории;

2) по пределу текучести

$$[\sigma] = \frac{\sigma_t}{n}; \quad [\tau] = \frac{0,6 \sigma_t}{n},$$

где $n = 1,2 \dots 1,5$ [1]; при действии нагрузок с малым числом нагружений $n = 1,0 \dots 1,1$.

В данной главе приводятся также общая характеристика прочности и распределение напряжений в сечениях для швов различных типов. Эти сведения могут быть полезными при проектировании сварных соединений. Подробнее о распределении напряжений в сварных швах изложено в работе [16]; значения концентраций напряжений приведены в [1, 16]; теоретическому определению сварочных напряжений посвящены монография [16]; общим вопросам проектирования сварных конструкций — работа [22]. Перечисленные вопросы представляют интерес при оценке усталостной прочности соединений в случаях, если они подвергаются многоцикловым нагружениям [1, 26].

СТЫКОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Стыковое соединение наиболее надежное. От всех существующих оно отличается наименьшими изменениями формы сечений, поэтому характеризуется меньшими значениями концентрации напряжений. Изменение формы сечений происходит только за счет местного утолщения шва, вызванного необходимостью иметь не-

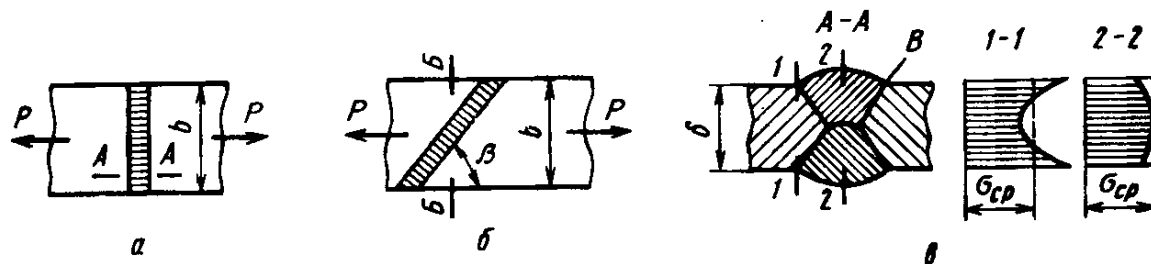


Рис. 111. Соединение встык:
 а — прямым швом; б — косым; в — распределение напряжений

который технологический допуск на толщину шва. Утолщение шва приводит к повышению концентрации напряжений в наиболее опасном сечении, расположенном на границе перехода от шва к основному металлу. Наиболее напряженным участком является место перехода от поверхности шва к поверхности детали (рис. 111, зона В). При удалении утолщения механической обработкой концентрация напряжений устраняется, однако при этом может снизиться прочность сварного шва, так как удаляется наиболее прочная часть наплавленного металла.

Утолщение шва не связано с необходимостью увеличения его прочности. Поэтому термин «усиление шва», употребляющийся иногда для обозначения местного утолщения, часто приводит к неправильным представлениям о прочности сварного соединения и в связи с этим — к ошибочным рекомендациям по дополнительному наплавлению шва. Это не дает ожидаемого эффекта при пластичных материалах, а при высокопрочных — снижает прочность соединения.

Условие прочности стыкового шва (см. рис. 111, а)

$$\sigma = \eta \frac{P}{b\delta} \leq [\sigma], \quad (153)$$

где η — коэффициент, учитывающий смещение свариваемых кромок d .

$$\text{При } d/\delta \leq 0,25 \quad \eta = 1 - 0,3 \frac{d}{\delta};$$

$$\text{при } d/\delta > 0,25 \quad \eta = 1,07 - 0,61 \frac{d}{\delta}.$$

Рекомендуемые выражения η аппроксимируют результаты экспериментальных исследований влияния смещения кромок, проведенных на 800 плоских образцах, изготовленных из материала АМгб с относительными смещениями сваренных кромок, изменяющимися в диапазоне $d/\delta = 0 \dots 1$.

При смещении $d = 0$ и $\eta = 1$; при смещениях $d/\delta = 0,25$ снижение прочности шва составляло около 8%; при значительных смещениях $d/\delta = 0,75 \dots 1$ до 40 ... 55%. В последнем случае несущая способность шва приближалась к прочности нахлесточного соединения.

Для повышения прочности соединения применяют косые швы (см. рис. 111, б). Такое соединение при $\beta = 45^\circ$ равнопрочно

целому сечению. Расчетные напряжения в сечении $B-B$

$$\sigma = \frac{P}{b\delta};$$

здесь при определении $[\sigma]$ принимают коэффициент сварного шва равным $\phi = 1$.

НАХЛЕСТОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Нахлесточные соединения выполняют угловыми швами, которые характеризуются высокой концентрацией напряжений, что ограничивает область их использования в ответственных узлах. Концентрация увеличивается и от неравномерности распределения усилий между отдельными швами.

Нахлесточные соединения выполняют лбовыми, фланговыми косыми и комбинированными швами (рис. 112). Величина нахлестки c должна быть не менее 4δ . В соединениях с лбовыми швами имеет место резкая концентрация напряжений как за счет изменения направления силового потока при передаче усилия от полосы к полосе, так и за счет конфигурации шва. Распределение напряжений в лбовом шве в зависимости от его конфигурации показано на рис. 113, б [1]. За единицу принята величина напряжения растяжения в сечении детали. Установлено, что если площадь сечения накладок будет превышать в два раза площадь соединяемых элементов и сварные швы будут иметь увеличенные размеры с соотношением катетов $1:4$ (см. рис. 113, в), то по условиям работы такое соединение приблизится к стыковому соединению [16].

В соединениях фланговыми швами распределение напряжений по длине весьма неравномерное. Максимального значения они

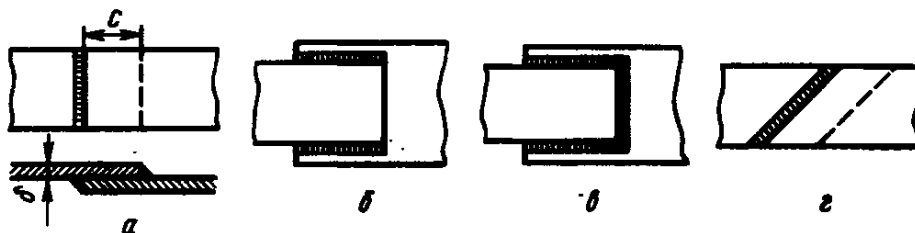


Рис. 112. Виды нахлесточных швов:

а — лбовой; б — фланговый; в — комбинированный; г — косой

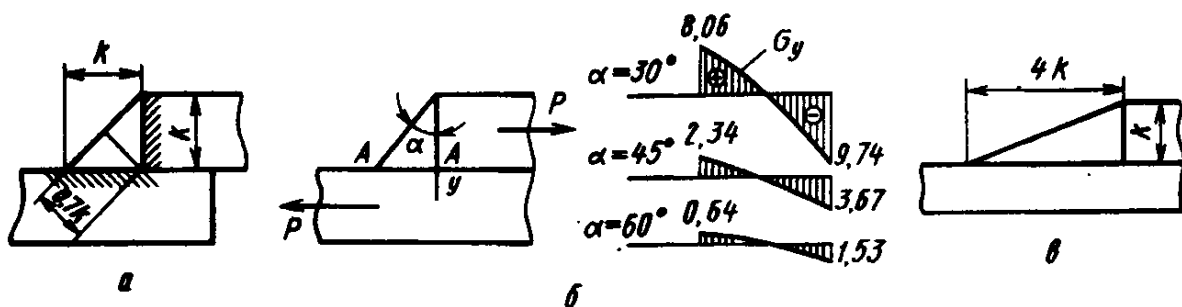
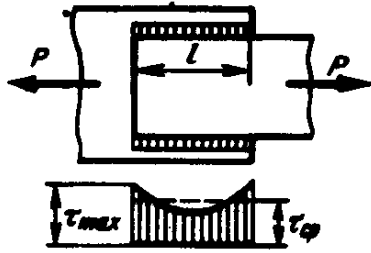


Рис. 113. Угловой шов:

а — расчетное сечение; б — распределение напряжений в сечении $A-A$; в — схема шва со сниженной концентрацией напряжений

Рис. 114. Распределение напряжений во фланговом шве



достигают на концах шва (рис. 114). Неравномерность распределения напряжений возрастает с увеличением длины шва и разности жесткостей деталей. В практике длину фланговых швов ограничивают условием $l \leq 50k$, но минимальная длина — 30 мм. При меньшей длине дефекты в начале и в конце шва значительно снижают его прочность. Угловые швы рассчитывают условно на срез по сечению, совпадающему с биссектрисой прямого угла шва (см. рис. 113, а).

Рассмотрим расчет нахлесточных швов для некоторых схем.

1. Расчет лобовых, фланговых и комбинированных угловых швов (рис. 115, а) при растяжении (сжатии) приводится по среднему напряжению. Условие прочности соединения

$$\tau = \frac{P}{0,7kl} \leq [\tau], \quad (154)$$

где $l = l_1 + l_2 + l_3$ — суммарная длина швов; k — катет шва.

2. Иногда для усиления соединения с фланговыми швами делаются швы в специальных прорезях (рис. 115, б). Рекомендуемые размеры прорезей: $a = 2\delta$, $l_1 = (10 \dots 25)\delta$. Условие прочности соединения

$$\tau = \frac{P}{0,7k2l + al_1} \leq [\tau]. \quad (155)$$

3. При несимметричном соединении деталей или несимметричном нагружении (рис. 115, в) определяется нагрузка, воспринимаемая каждым швом. Усилия в швах 1 и 2

$$P_1 = P \frac{e_2}{b}; \quad P_2 = P \frac{e_1}{b}.$$

Условие равнопрочности выполняется при $e_1 l_1 = e_2 l_2$. Если $e_1 = e_2$, наиболее напряженным тогда будет тот шов, длина которого меньше.

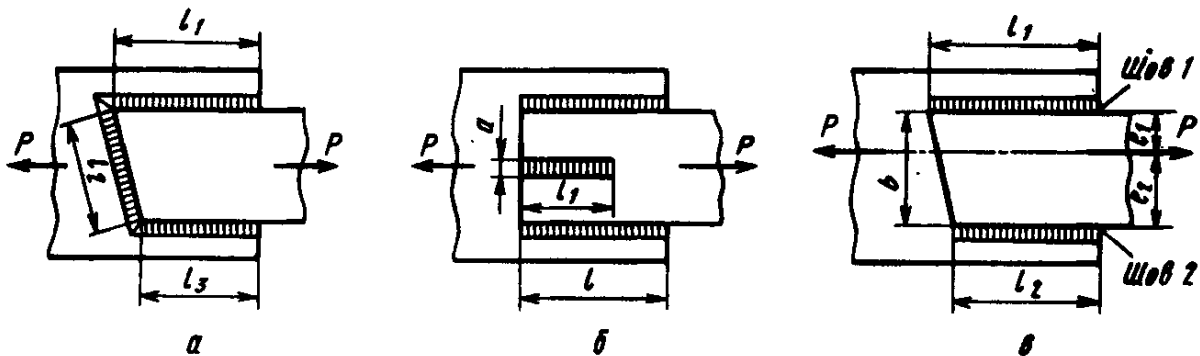


Рис. 115. К расчету нахлесточных соединений швами:

а — комбинированным; б — фланговыми и швами в прорезях; в — фланговыми при несимметричном нагружении

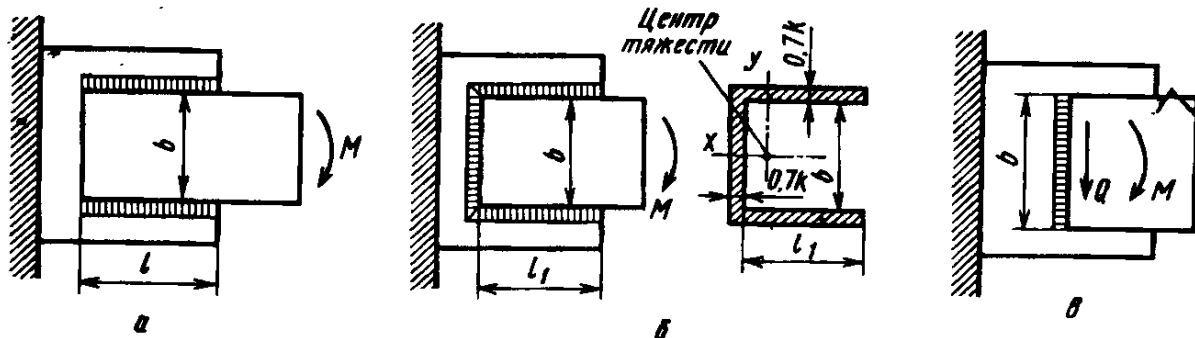


Рис. 116. К расчету соединений, нагруженных:

а, б — моментом; в — моментом и силой

4. Соединение фланговыми швами нагружено моментом M (рис. 116, а). Для сравнительно коротких швов ($l < b$) можно принять, что напряжения направлены вдоль швов и распределены по длине равномерно. Напряжения в двух швах образуют пару сил с плечом b , уравновешивающую момент M :

$$\tau = \frac{M}{0,7klb} \leq [\tau]. \quad (156)$$

Для длинных швов $l > b$ максимальные напряжения можно определить по формуле кручения

$$\tau = \frac{M}{W_p} \leq [\tau], \quad (157)$$

где W_p — момент сопротивления кручению, который подсчитывается для сечения швов в плоскости разрушения (см., например, расчетное сечение, показанное на рис. 116, б).

5. Комбинированное соединение лобовыми и фланговыми швами (см. рис. 116, б) нагружено моментом M . В приближенном расчете полагают, что момент, воспринимаемый комбинированным соединением, равен сумме моментов, воспринимаемых каждым швом в отдельности:

$$M = \tau 0,7kl_1b + \frac{\tau 0,7kb^3}{6},$$

откуда

$$\tau = \frac{M}{0,7kb \left(l_1 + \frac{b}{6} \right)} \leq [\tau] \quad (158)$$

При более точном расчете касательные напряжения определяются по формуле (157), где полярный момент сопротивления W_p вычисляется для расчетного сечения, показанного на рис. 116, б.

6. Соединение с лобовым швом нагружено моментом M и поперечной силой Q (см. рис. 116, в). Условие прочности шва

$$\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \leq [\tau],$$

где

$$\tau_1 = \frac{M}{W} = \frac{6M}{0,7kb^3}, \quad \tau_2 = \frac{Q}{0,7kb}.$$

Здесь принималось, что распределение напряжений от момента M подобно распределению нормальных напряжений в поперечном сечении балки при изгибе.

ТАВРОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Тавровыми соединениями свариваются детали, расположенные во взаимно перпендикулярных плоскостях. Это соединение может выполняться стыковым швом с разделкой кромок или угловыми швами без разделки кромок. В соединениях без разделки кромок и без обеспечения провара по всей толщине стенки имеет место сильное искажение силового потока, что приводит к значительной концентрации напряжений в отдельных участках [16] (рис. 117, а). Разделка кромок обеспечивает существенно меньшую концентрацию напряжений, условия работы соединения приближаются к стыковому соединению. Рассмотрим расчет тавровых соединений для некоторых схем.

1. Соединение с плоской пластиной (рис. 118, а), нагружено растягивающей силой и изгибающим моментом. Условие прочности соединения без разделки кромок

$$\tau = \frac{P}{2 \cdot 0,7kl} + \frac{6M}{2 \cdot 0,7kl^2} \leq [\tau], \quad (159)$$

с разделкой кромок

$$\tau = \frac{P}{\delta l} + \frac{6M}{\delta l^2} \leq [\tau]. \quad (160)$$

2. Соединение трубы нагружено крутящим и изгибающим моментами (рис. 118, б). Условие прочности соединения

$$\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \leq [\tau]. \quad (161)$$

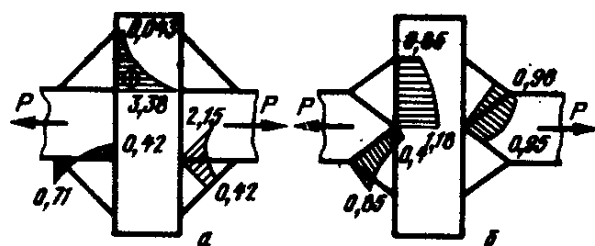


Рис. 117. Распределение напряжений в тавровом соединении:

а — без разделки кромок; б — с разделкой кромок

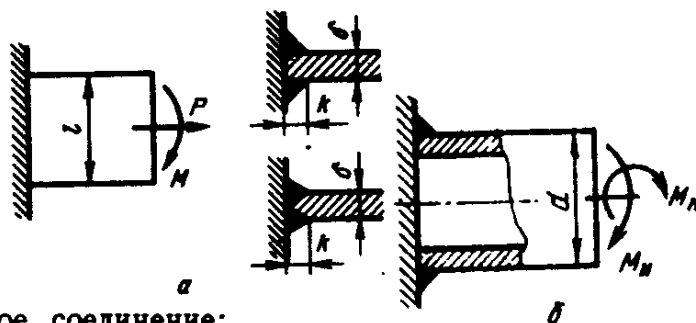


Рис. 118. Тавровое соединение:

а — плоской пластины с разделкой или без разделки кромок; б — трубы без разделки кромок

Напряжения в шве, выполненном без разделки кромок, от крутящего и изгибающего моментов

$$\tau_1 = \frac{2M_K}{0,7k\pi(d+0,7k)^2}; \quad \tau_2 = \frac{4M_K}{0,7k\pi(d+0,7k)^2}.$$

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ И РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ

В отношении влияния сварных соединений на работу тонкостенных конструкций необходимо отметить два отрицательных фактора: сварочные деформации в зонах швов, увеличивающие несовершенства формы оболочки; остаточные сварочные напряжения в сварных швах и прилегающих зонах. Они могут заметно снизить несущую способность, особенно при работе на устойчивость, а следовательно, потребовать дополнительных затрат массы на их компенсацию. Поэтому создание надежных сварных тонкостенных конструкций является комплексной задачей, при решении которой проектант должен обеспечить прочность и технологичность. В качестве рекомендаций для тонкостенных конструкций отметим следующее: необходимо стремиться к уменьшению сварных соединений; располагать швы в местах, где конструкция менее чувствительна к несовершенствам; применять стыковые швы.

Общие рекомендации к сварным соединениям: искать решения, позволяющие применять стыковые швы; избегать резких изменений сечений в направлении по потоку сил и создавать плавные переходы, уменьшающие опасность проявления концентраций; при высокопрочных материалах не располагать швы в местах резкого изменения жесткости сечений, где концентрация напряжений неизбежна; обеспечить возможность применения автоматической сварки; для алюминиевых сплавов учитывать повышенную деформативность материала при сварке по сравнению со сталью, избегая жестких узлов со значительным скоплением швов.

Следует отметить, что изготовление сварных алюминиевых конструкций требует высокой культуры и совершенства технологических процессов [8].

Прочность сварного соединения зависит от свариваемости материала, совершенства технологического процесса и характера действующих нагрузок (постоянные или переменные). Сварочные температурные деформации вызывают остаточные напряжения в соединениях, которые не оказывают заметного влияния на статическую прочность, если основной и наплавленный металл сохраняют пластические свойства. Поэтому стремятся подбирать такие материалы, которые обладали бы повышенной пластичностью и не теряли ее после сварки.

Очаги концентрации напряжений возникают в местах технологических дефектов (рис. 119). Наиболее распространенным дефектом является смещение свариваемых кромок, которое приводит к появлению изгибающих моментов, а в угловых швах — непро-

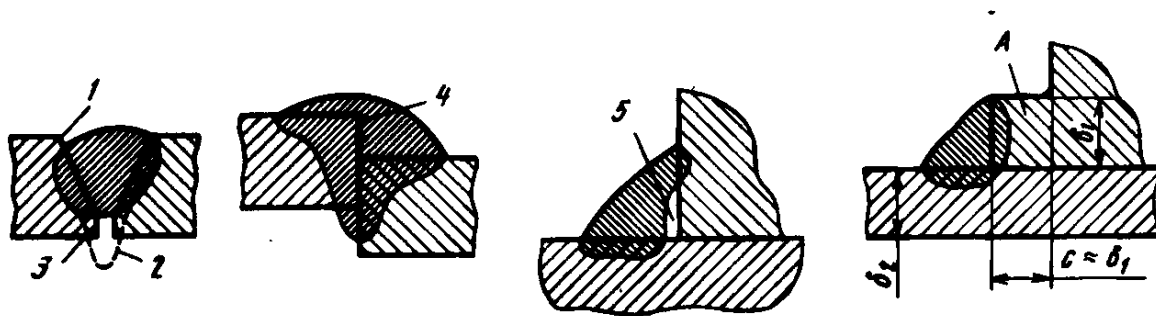


Рис. 119. Дефекты сварных соединений:

1 — подрез; 2 — прожог; 3 — непровар; 4 — смещение кромок; 5 — непровар в угловом шве

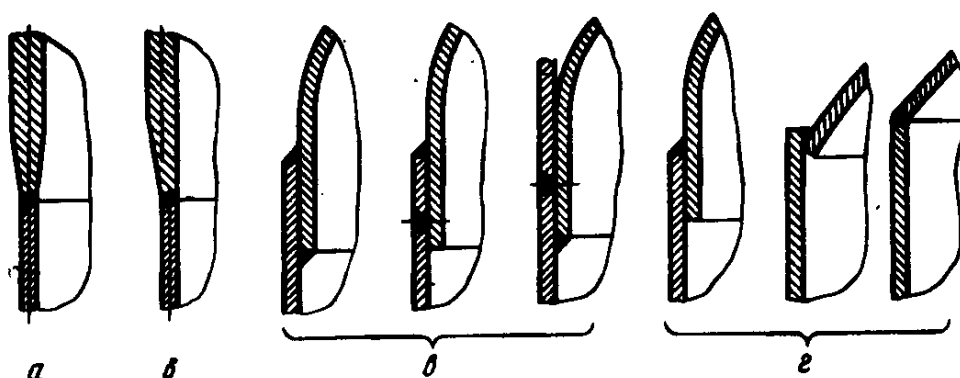


Рис. 120. Соединение днищ с корпусом емкости:

а, б — рекомендуемые; в — нерекомендуемые; г — недопустимые

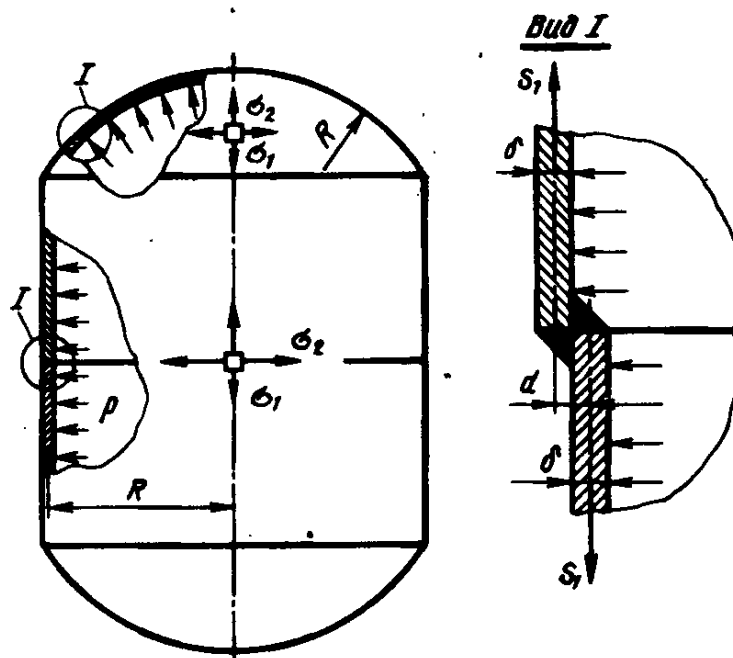


Рис. 121. Соединение оболочек со смещением свариваемых кромок

вары. В алюминиевых деталях обычно выполняют специальную кромку для сварки A (см. рис. 119) и стремятся, чтобы толщины свариваемых деталей были одинаковы и равны катету шва ($\delta_1 = \delta_2 = k$). Влияние технологических дефектов на прочность заметно сказывается при действии переменных и ударных нагрузок. Применение автоматической сварки является эффективным средством получения качественных соединений.

Соединения днищ с корпусом изделия рекомендуется выполнять стыковыми швами. При соединении оболочек разной толщины предпочтительно, чтобы их срединные поверхности являлись одна продолжением другой (рис. 120, a), хотя допускается также некоторое смещение внешних или внутренних поверхностей (рис. 120, b). В ответственных конструкциях не рекомендуются нахлесточные соединения (рис. 120, $в$), которые допустимы при обеспечении больших запасов прочности и для достаточно пластичных материалов. При этом обязательно выполнение соединения швами в двух сечениях. Совершенно недопустимыми следует считать соединения днищ с корпусом одним угловым швом без обеспечения плавного перехода, т. е. под углом (см. рис. 120, $г$).

При проектировании соединений днищ с распорными шпангоутами следует придерживаться аналогичных принципов.

В месте соединения двух цилиндрических оболочек емкости давления при смещении свариваемых кромок d (рис. 121) кроме безмоментных продольных усилий S_1 дополнительно возникает внутренний изгибающий момент M . Из условия совместности деформаций соединения двух цилиндров со смещением определено, что в каждой из оболочек в месте смещения действует момент $M = 1/2 S_1 d$. В результате запишем максимальные продольные и кольцевые напряжения в сварном соединении с учетом смещения кромок

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{\delta} + \frac{6M}{\delta^2}; \quad \sigma_2 = \frac{S_2}{\delta} + \mu \frac{6M}{\delta^2}.$$

Представим данные выражения в виде

$$\sigma_1 = \frac{pR}{2\delta} \left(1 + 3 \frac{d}{\delta} \right);$$

$$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta} \left(1 + \frac{3}{2} \mu \frac{d}{\delta} \right).$$

При $a/\delta < 0,475$, $\mu = 0,3$ определяющими будут кольцевые напряжения σ_2 , а при $0,475 < d/\delta \leq 1$ — продольные σ_1 .

При местных смещениях кромок на длине сварного шва $a \leq 4,5\sqrt{R\delta}$ изгибные напряжения в кольцевом направлении, учитываемые коэффициентом Пуассона, отсутствуют. Принимая $\mu = 0$, получим $\sigma_2 = pR/\delta$. В этом случае продольные напряжения σ_1 будут определяющими при $0,338 < d/\delta \leq 1$.

Аналогично для смещения свариваемых кромок двух сферических оболочек получим меридиональные продольные и кольцевые напряжения

$$\sigma_1 = \frac{pR}{2\delta} \left(1 + 3 \frac{d}{\delta} \right); \quad \sigma_2 = \frac{pR}{2\delta} \left(1 + 3\mu \frac{d}{\delta} \right).$$

Здесь для всего диапазона смещений $0 < d/\delta \leq 1$ определяющими являются меридиональные напряжения σ_1 .

На основании экспериментальных данных можно считать, что при достаточно пластичных материалах предложенные зависимости дают надежные результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

К части I

1. Бирюк В. И., Липин Е. К., Фролов В. М. Методы проектирования конструкций самолетов. М.: Машиностроение, 1977. 232 с.
2. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Физматгиз, 1969. 576 с.
4. Джоис Дж. К. Методы проектирования: Пер. с англ. М.: Мир, 1986. 326 с.
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике: Пер. с англ. М.: Мир, 1975. 541 с.
6. Композиционные материалы. Т. 3. Применение композиционных материалов в технике: Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1978. 508 с.
7. Композиционные материалы. Т. 7. Анализ и проектирование конструкций: Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1978. 300 с.
8. Композиционные материалы. Т. 8. Анализ и проектирование конструкций: Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1978. 264 с.
9. Мишин В. П., Осин М. И. Введение в машинное проектирование летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 127 с.
10. Протасов В. Д. Особенности проектирования и создания изделий из композиционных материалов//Журнал Всесоюзного химического общества им. Д. И. Менделеева. 1978. Т. 23. № 3. С. 289—292.
11. Рейтман М. И., Шапиро Г. С. Методы оптимального проектирования деформируемых тел. М.: Наука, 1976. 266 с.
12. Сергеев Н. Д., Богатырев А. И. Проблемы оптимального проектирования конструкций. Л.: Стройиздат, 1971. 136 с.
13. Феодосьев В. И. Десять лекций — бесед по сопротивлению материалов. М.: Наука, 1969. 174 с.
14. Шеверов Д. Н. Проектирование беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 264 с.

К части II

1. Авдовин А. С. Прикладные методы расчета оболочек и тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1969. 402 с.
2. Алфутов Н. А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. М.: Машиностроение, 1978. 311 с.
3. Алфутов Н. А. О влиянии граничных условий на значение верхнего критического давления цилиндрической оболочки//Расчет прочности. Вып. II. М.: Машиностроение, 1965. С. 349—363.
4. Андреев Л. В., Моссаковский В. И., Ободан Н. И. Об устойчивости цилиндрической оболочки при произвольном внешнем давлении//Тр. VII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. М.: Наука, 1970. С. 629—633.
5. Андреев Л. В., Ободан Н. И., Лебедев А. Г. Анализ поведения геометрически нелинейных цилиндрических оболочек//Изв. вузов СССР. 1976. № 5. С. 5—9.
6. Андреев Л. В., Макеев Е. М. Об устойчивости цилиндрической оболочки, нагруженной равномерным внешним давлением на части ее длины//Тр. IV Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. М.: Наука, 1966. С. 67—73.

7. Андреев Л. В., Макеев Е. М. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки при локальном нагружении внешним давлением// Прикладная механика. 1969. Т. 5. № 4. С. 123—126.
8. Андреев Л. А., Ободан Н. И. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек при действии неравномерного давления//Тр. VI Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. М.: Наука, 1966. С. 74—78.
9. Бушнелл. Выпучивание сферических оболочек, подкрепленных кольцами на краях//Ракетная техника и космонавтика: Пер. с англ. 1967. Т. 5. № 11. С. 151—163.
10. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
11. Голда Ю. Л., Преображенский И. Н., Штукарев В. С. Экспериментальное исследование устойчивости оболочек с отверстиями//Прикладная механика. 1973. Т. 9. № 1. С. 27—32.
12. Григолюк Э. И., Кабанов В. И. Устойчивость оболочек. М.: Наука, 1978. 359 с.
13. Добряков А. А. Влияние нормального давления на устойчивость цилиндрической оболочки, нагруженной поперечной силой и изгибающим моментом// Некоторые вопросы механики. М.: Оборонгиз, 1962. С. 33—50.
14. Кабанов В. В., Курцевич Г. И. Устойчивость цилиндрической оболочки при неосесимметричном давлении//Прикладная механика. 1977. Т. 13. № 1. С. 21—26.
15. Кабанов В. В., Курцевич Г. И., Михайлов В. Д. Предельное состояние и устойчивость цилиндрической оболочки при неоднородном неосесимметричном внешнем давлении//Изв. АН СССР. МТТ. 1978. № 4. С. 129—134.
16. Коноплев Ю. Г. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки, ослабленной круговым отверстием//Исследования по теории пластин и оболочек. Вып. VI—VII. Изд-во КГУ. 1970. С. 500—503.
17. Коноплев Ю. Г. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки под действием произвольного числа локальных осевых сил// Исследования по теории пластин и оболочек, вып. VI—VII. Изд-во КГУ, 1970. С. 481—484.
18. Кригер В. Ф. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки с продольными шарнирами при равномерном внешнем давлении//Прочность и устойчивость тонкостенных авиационных конструкций. М.: Машиностроение, 1971. С. 273—282.
19. Кукуджанов С. Н. Устойчивость цилиндрической оболочки под действием переменного давления//Изв. АН СССР. МТТ. 1964. Т. 4. № 3. С. 533—538.
20. Марьин В. А. Устойчивость цилиндрической оболочки при кручении и внутреннем давлении//Расчет пространственных конструкций. № 5. М.: Гостройиздат, 1959. С. 475—484.
21. Муштари Х. М., Галимов К. З. Нелинейная теория упругих оболочек. Казань: Таткинигоиздат, 1957. 431 с.
22. Муштари Х. М. Об устойчивости цилиндрической оболочки под действием неравномерной нагрузки//Тр. ФТИ, Казанский филиал АН СССР. Вып. 1. Казань, 1954. С. 77—103.
23. Муштари Х. М., Прохоров С. В. Об устойчивости цилиндрической оболочки при неравномерном обжатии//Тр. КХТИ. Вып. 22. Казань, 1958. С. 10—23.
24. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник. Т. 3. М.: Машиностроение, 1968. 567 с.
25. Расчеты на прочность в машиностроении/С. Д. Пономарев и др. Т. 3. М.: Машгиз, 1959. 1118 с.
26. Саченков А. В. Об устойчивости цилиндрической оболочки при произвольных краевых условиях под действием равномерного поперечного давления// Изв. Казанского филиала АН СССР. Сер. физико-математических и технических наук. 1958. № 12. С. 127—132.
27. Справочник машиностроителя. Т. 3. М.: Машгиз, 1962. 651 с.
28. Старис Ж. Влияние кругового отверстия на выпучивание цилиндрических оболочек при осевом сжатии//Ракетная техника и космонавтика: Пер. с англ. 1972. Т. 10. № 11. С. 92—104.

29. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций/А. В. Кармишин и др. М.: Машиностроение, 1975. 376 с.
30. Устойчивость оболочек/С. Н. Кан и др. Харьков: Изд-во Харьковского гос. ун-та, 1970. 154 с.
31. Хертель Г. Тонкостенные конструкции. М.: Машиностроение, 1965, 528 с.
32. Almroth B. O., Brush D. O. Buckling of a Finitelength Cylindrical Shell under a Circumferential Band Pressure. I. Aerospace Sci, 1961, N. 28. P. 573—592.
33. Becker H., Gerard G. Experiments on Axial Compressive General Instability of Monopolithic Ring-Stiffened Cylinders. AIAA Journal. 1963. N 7. P. 1614—1618.

К части III

1. Александров А. Я., Трофимова Э. П. Определение приведенных упругих параметров сотовых заполнителей трехслойных панелей//Вопросы расчета элементов авиационных конструкций. Вып. 2. М.: Оборонгиз, 1959. С. 7—16.
2. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек. М.: Физматгиз, 1961. 384 с.
3. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974. 446 с.
4. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
5. Белозеров Л. Г., Рубина А. Л. Устойчивость стеклопластиковых оболочек при осевом сжатии//Учен. зап. ЦАГИ. 1970. Т. 1. № 1. С. 124—133.
6. Бокринов А. И., Кафаров В. В. Методы оптимизации в химической технологии. М.: Химия, 1969. 564 с.
7. Буштырков А. А. Устойчивость ортотропной цилиндрической оболочки с начальными неправильностями при осевом сжатии, поперечном давлении и кручении//Тр. V Всесоюз. конф. по теории пластинок и оболочек. М.: Наука, 1965. С. 305—309.
8. Буштырков А. А. О нижних и верхних критических нагрузках и об одном аспекте проблемы закритического поведения тонкостенных оболочек//Тр. VI Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластинок. М.: Наука, 1966. С. 202—208.
9. Буштырков А. А. Устойчивость стеклопластиковых цилиндрических оболочек под внешним давлением//Механика полимеров. 1967. № 6. С. 1089—1095.
10. Вагин Г. А., Семенюк Н. П., Емельянов Р. Ф. Устойчивость оболочек из армированных материалов. Киев: Наукова думка. 1978. 211 с.
11. Галимов Н. К. К устойчивости трехслойных цилиндрических оболочек//Исследование по теории пластин и оболочек. Казань, Казанский филиал АН СССР. 1965. С. 157—172.
12. Галимов Н. К., Муштаров Х. М. К теории трехслойных пластин и оболочек//Исследование по теории пластин и оболочек. Труды КХТИ. Казань, 1964. № 2. С. 35—47.
13. Григолюк Э. И. Уравнения трехслойных оболочек с легким заполнителем//Изв. АН СССР. ОТН. 1957. № 1. С. 77—84.
14. Григолюк Э. И., Кирюхин Ю. П. Линейная теория трехслойных оболочек с жестким заполнителем//Изв. СО АН СССР. 1962. № 3. С. 12—24.
15. Григолюк Э. И., Чулков П. П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек. М.: Машиностроение, 1973. 172 с.
16. Иванов В. В. Исследование устойчивости замкнутых круговых цилиндрических оболочек, изготовленных из стеклопластика//Пластические массы. 1964. № 4. С. 61—66.
17. Кан С. Н. Строительная механика оболочек. М.: Машиностроение, 1966. 508 с.
18. Кобелев В. Н., Коварский Л. М., Тимофеев С. И. Расчет трехслойных конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 304 с.
19. Композиционные материалы в конструкции летательных аппаратов: Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1975. 272 с.
20. Королев В. И. Слоистые анизотропные пластинки и оболочки из армированных пластмасс. М.: Машиностроение, 1966. 272 с.

21. Королев В. И. Упруго-пластические деформации оболочек. М.: Машиностроение, 1971. 304 с.
22. Куршин Л. М. Уравнения трехслойных цилиндрических оболочек// Изв. АН СССР. ОТН. 1958. № 3. С. 142—144.
23. Куршин Л. М. Уравнения трехслойных пологих и непологих оболочек// Расчеты элементов авиационных конструкций. Вып. 3. М.: Машиностроение, 1965. С. 106—157.
24. Маиандян Л. Т. Экспериментальное исследование устойчивости трехслойных оболочек при осевом сжатии//Изв. вузов, МВТУ. Машиностроение. 1976. № 5. С. 190—192.
25. Матошко С. И., Макаручук В. И. Приближенная оценка устойчивости трехслойных металлопластиковых цилиндрических оболочек при осевом сжатии// Устойчивость и деформативность элементов конструкций из композиционных материалов. Киев: Наукова думка, 1972. С. 190—203.
26. Образцов И. Ф., Васильев В. В., Бунаков В. А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1977. 143 с.
27. Пластины и оболочки из стеклопластиков/В. Л. Бажанов и др. М.: Высшая школа, 1970. 407 с.
28. Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. Вып. 1. ЦАГИ, 1973. 197 с.
29. Прочность, устойчивость, колебания. Т. 2. М.: Машиностроение, 1968. 463 с.
30. Расчет трехслойных панелей/А. Я. Александров и др. М.: Оборонгиз, 1960. 172 с.
31. Сухинин С. Н., Микишева В. И. Устойчивость цилиндрических оболочек из стеклопластика с упругим заполнителем при действии осевого сжатия, внешнего вдавливания и кручения//Механика полимеров. 1974. № 3. С. 484—489.
32. Сухинин С. Н., Микишева В. И., Смыков В. И. Экспериментально-теоретические исследования устойчивости ортотропных оболочек с заполнителем при осевом сжатии//Механика полимеров. 1978. № 3. С. 485—489.
33. Терегулов А. Г., Муштаров Х. М. Об устойчивости трехслойных оболочек с упруговязким заполнителем//Механика и машиностроение. 1964. № 6. С. 119—123.
34. Экспериментальное исследование устойчивости и напряженно-деформированного состояния трехслойных стеклопластиковых оболочек под действием гидростатического давления//Проблемы прочности. 1975. № 7. С. 81—84.
35. Baker E. H. Experimental investigation of sandwich cylinders and cones subjected to axial compression. AIAA Journal, 1968, 6, N. 9. P. 1769—1770.
36. Kazimi M. I. Sandwich cylinders. Aero/Space Engineering, 1960, IX. V. 19, N. 9. P. 34—45.
37. Rossi G. A., Johnston J. H. Composite sandwich for small unmanned deep-submergence vehicles. Pap. Amer. Soc., Mech., Eng., 1965, N. UNT—2. P. 8.

К части IV

1. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Шнейдерович Р. М. Расчет на прочность деталей машин. М.: Машиностроение, 1979. 702 с.
2. Биргер И. А. Расчет резьбовых соединений. М.: Оборонгиз, 1959. 251 с.
3. Биргер И. А., Иосилевич Г. Б. Резьбовые соединения. М.: Машиностроение, 1973. 256 с.
4. Бугов А. У. Фланцевые соединения. Л.: Машиностроение, 1975. 191 с.
5. Григорьев Л. Я. Судовые сосуды, работающие под действием давления. М.: Судостроение, 1965. 195 с.
6. Даревский В. М. Определение перемещений и напряжений в цилиндрической оболочке при локальных нагрузках//Прочность и динамика авиационных двигателей. Вып. 1. М.: Машиностроение, 1964. С. 23—83.
7. Зик Л., Джермейн А. Окружные напряжения в оболочках вращения для сосудов давления: Пер. с англ.//Конструирование и технология машиностроения. Серия В. 1963. № 2. С. 82—103.

8. Канторович З. Б. Основы расчета химических машин и аппаратов. М.: Машгиз, 1960. 744 с.
9. Кац А. М. Теория упругости. М.: Машгиз, 1956. 208 с.
10. Кузьмин С. А. Сварочные деформации судовых корпусных конструкций. Л.: Судостроение, 1974. 286 с.
11. Кулешов Д. Я. Экспериментальное исследование прочности проушин.// Труды ЦАГИ, 1940. Вып. 518. 27 с.
12. Моссаковский В. И., Гудрамович В. С., Макеев Е. М. Контактные взаимодействия элементов оболочечных конструкций. Киев: Наукова думка, 1988. 288 с.
13. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. Л.: Судпромгиз., 1962. 408 с.
14. Новожилов В. В., Черных К. Ф. К расчету оболочек на сосредоточенные воздействия//Исследования по упругости и пластичности. Изд-во ЛГУ. 1963. № 2.
15. Орлов П. И. Основы конструирования. М.: Машиностроение, 1988. 560 с.
16. Основы строительной механики ракет/Л. И. Балабух и др. М.: Высшая школа, 1969. 494 с.
17. Попов, Пензин, Раджан. Концентрация напряжений в тонких сферических оболочках//Конструирование и технология машиностроения: Пер. с англ. 1966. № 2. С. 102—108.
18. Проектирование сварных конструкций в машиностроении/С. В. Вершинский и др. М.: Машиностроение, 1975. 376 с.
19. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник. Т. 1, М.: Машиностроение, 1968. 812 с.
20. Расчеты на прочность в машиностроении/С. Д. Пономарев и др. Т. 2. М.: Машгиз, 1958. 974 с.
21. Справочная книга по расчету самолета на прочность/М. Ф. Астахов и др. М.: Оборонгиз, 1954. 702 с.
22. Справочник машиностроителя. Т. 4. Кн. 1. М.: Машгиз, 1963. С. 445—931.
23. Сухарев И. П. Прочность шарнирных узлов машин. М.: Машиностроение, 1977. 168 с.
24. Феодосьев В. И. Упругие элементы точного приборостроения. М.: Оборонгиз, 1949. 344 с.
25. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. М.: Физматгиз, 1972. 554 с.
26. Чернышев Г. Н. О действии сосредоточенных сил и моментов на упругую оболочку произвольного очертания//Прикладная математика и механика. Т. 27. Вып. 1. 1963. С. 35—37.
27. Шусторович В. М. Расчет на прочность опорных круговых колец//Вестник машиностроения. 1966. № 5. С. 16—22.
28. Янке Е. Я., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1968. 342 с.
29. Analysis and design of flight vehicle structures. By E. F. Bruhn, Cincinnati ON10, 45202 — Printed in USA, 1965. P. 976.
30. Cozzone F. P., Melcon M. A., Hoblit F. M. Analysis of lugs and Sheat pins made of aluminium steel alloys.//Product Engineering. V. 21. N. 5. 1950. P. 113—117.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
ЧАСТЬ I. ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ	4
Глава 1. Проектирование и оптимизация тонкостенных конструкций	4
Проектирование силовых конструкций	5
Выбор компоновочно-силовой схемы и разработка чертежной документации	7
Выбор коэффициентов безопасности	15
Выбор показателя критерия оптимальности по массе	18
Совершенство материалов по массе	20
Исследование оптимальности оболочек, проектировочные методы	24
Глава 2. Особенности работ по обеспечению прочности конструкций	29
Выбор расчетной схемы	29
Расчет на прочность	31
Производственно-технологическая и конструкторская отработка	32
Экспериментальные исследования и отработка конструкций	32
Определение коэффициентов устойчивости оболочек по экспериментальным данным	36
Контроль прочности в серийном производстве	38
Часть II. УСТОЙЧИВОСТЬ ГЛАДКИХ И ПОДКРЕПЛЕННЫХ ОБОЛОЧЕК И ПЛОСКИХ ПЛАСТИН	41
Глава 3. Осевое сжатие цилиндрических и конических оболочек	43
Гладкие цилиндрические оболочки	43
Анализ оптимальности вафельных оболочек	48
Вафельные цилиндрические оболочки	50
Проектировочный расчет вафельных оболочек	57
Цилиндрические оболочки с кольцевыми ребрами	61
Гладкие конические оболочки	64
Вафельные конические оболочки	65
Конические оболочки с кольцевыми ребрами	67
Глава 4. Устойчивость цилиндрических оболочек при сдвиге	68
Гладкие оболочки под действием крутящего момента	68
Гладкие оболочки под действием поперечной силы	69
Вафельные оболочки под действием крутящего момента	71
Вафельные оболочки под действием поперечной силы	72
Оболочки с кольцевыми ребрами под действием крутящего момента	74
Оболочки с кольцевыми ребрами под действием поперечной силы	75

Глава 5. Цилиндрические и конические оболочки под внешним давлением	75
Гладкие цилиндрические оболочки	76
Гладкие оболочки, подкрепленные шпангоутами	82
Оптимальные параметры подкрепленной шпангоутами оболочки	85
Результаты анализа оптимальности вафельных оболочек	88
Вафельные цилиндрические оболочки	89
Проектировочный расчет вафельных оболочек	93
Цилиндрические оболочки, подкрепленные кольцевыми ребрами	97
Вафельные цилиндрические оболочки и оболочки с кольцевыми ребрами, подкрепленные шпангоутами	99
Цилиндрические оболочки под действием локального давления	100
Гладкие конические оболочки	105
Конические оболочки, вафельные и с кольцевыми ребрами	106
Конические оболочки, подкрепленные шпангоутами	108
Глава 6. Цилиндрические оболочки под действием комбинации нагрузок	109
Осевое сжатие и внутреннее давление	109
Осевое сжатие и внешнее давление	112
Кручение или поперечный сдвиг и внутреннее давление	114
Кручение или поперечный сдвиг и внешнее давление	115
Поперечный сдвиг и осевое сжатие	115
Поперечный сдвиг, осевое сжатие и внешнее давление	115
Внутреннее и локальное внешнее давления	116
Локальное внешнее давление и осевое сжатие	116
Глава 7. Сферические и эллипсоидальные оболочки	117
Гладкие сферические оболочки под внешним давлением	117
Вафельные сферические оболочки под внешним давлением	119
Проектировочный расчет вафельных оболочек	124
Емкости с эллипсоидальными оболочками под внешним давлением	127
Емкости с эллипсоидальными и тороидальными оболочками под внутренним давлением	128
Глава 8. Тороидальные оболочки	131
Емкости с тороидальными оболочками кругового сечения под действием давлений	131
Эллипсоидальные торовые оболочки под внутренним давлением	133
Глава 9. Плоские пластинки	133
Действие сжимающих усилий	134
Действие касательных усилий	139
Действие комбинированных усилий	141
Вафельные пластинки под действием сжимающих усилий	142
Вафельные пластинки под действием касательных усилий	144
ЧАСТЬ III. УСТОЙЧИВОСТЬ ОБОЛОЧЕК ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКТИВНО-МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК	145
Глава 10. Особенности многослойных стенок из композиционных материалов, определение приведенных жесткостей	147
Особенности изготовления и работы тонкостенных оболочек	147
Подход к учету механических характеристик стенки оболочки	149
Жесткости стенки вафельной оболочки	151
Жесткости конструктивно-многослойных стенок	152
Приведенные упругие характеристики заполнителя	156

Глава 11. Осевое сжатие цилиндрических и конических оболочек	159
Однослойные и вафельные оболочки	159
Двухслойные цилиндрические оболочки	162
Трехслойные цилиндрические оболочки	163
Анализ оптимальности трехслойных оболочек	169
Проектировочный расчет трехслойных оболочек	173
Конические оболочки	176
Глава 12. Цилиндрические и конические оболочки под внешним давлением	177
Однослойные и вафельные оболочки	177
Двухслойные цилиндрические оболочки	178
Трехслойные цилиндрические оболочки	179
Анализ оптимальности трехслойных оболочек	183
Проектировочный расчет трехслойных оболочек	186
Конические оболочки	188
Глава 13. Сферические оболочки под внешним давлением	190
Однослойные и вафельные оболочки	190
Двухслойные оболочки	191
Трехслойные оболочки	191
Условия оптимальности трехслойных оболочек	194
ЧАСТЬ IV. ПРОЧНОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ	196
Глава 14. Емкости под действием равномерного давления	196
Расчет оболочек на прочность	196
Цилиндрические оболочки эллиптического сечения	203
Определение площади шпангоутов в местах сопряжения оболочек различных очертаний	207
Определение напряжений в торосферических и тороконических днищах	218
Проектировочный расчет емкостей давления	223
Емкости с плоскими днищами	225
Компенсация отверстий в оболочках емкостей	228
Решение краевой задачи распорных узлов	232
Краевые перемещения вафельных оболочек	242
Глава 15. Оболочки под действием локальных нагрузок	248
Цилиндр под действием радиальных сил	249
Цилиндр под действием окружного момента	257
Цилиндр под действием продольного момента	258
Цилиндр под действием локальных нагрузок и внутреннего давления	260
Сфера под действием радиальных сил	263
Сфера под действием момента	265
Сфера под действием касательных сил	266
Глава 16. Расчет шпангоутов	268
Действие нагрузок в плоскости шпангоута	268
Шпангоуты постоянной жесткости	277
Шпангоуты переменной жесткости	295
Распорные шпангоуты днищ	300
Расчет и проектирование шпангоутов	301
Действие нагрузок перпендикулярно плоскости шпангоута	308

Глава 17. Расчет некоторых элементов разъемных соединений	316
Расчет фланцев	317
Соединения с проушинами	321
Расчет элементов деталей на изгиб	330
Определение предельной нагрузки при изгибе	334
Проектировочный расчет восьмистержневой фермы	340
Глава 18. Резьбовые соединения	345
Характеристика прочности элементов резьбовых соединений	346
Рекомендации к проектированию резьбовых соединений	350
Определение усилий в групповом соединении	352
Проектировочный расчет резьбовых элементов	355
Глава 19. Сварные соединения	362
Стыковые соединения	363
Нахлесточные соединения	365
Тавровые соединения	368
Некоторые замечания и рекомендации к проектированию	369
Список литературы	373

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

**ЛИЗИН Валерий Товьевич
ПЯТКИН Виктор Александрович**

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

**Редактор *Т.П. Топчий*
Переплет художника *Е.Н. Волкова*
Художественный редактор *С.Н. Голубев*
Технический редактор *М.Е. Маркарян*
Корректор *Л.Л. Георгиевская***

ИБ № 7224

Лицензия ЛР № 080003 от 15.08.91

Сдано в набор 02.09.91. Подписано в печать 30.11.94. Формат 60×90¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура литературная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 24,0. Усл. кр.-отт. 24,25. Уч.-над. л. 25,61.
Тираж 1100 экз. Заказ. 658 «С».

Ордена Трудового Красного Знамени издательство "Машиностроение",
107076, Москва, Странный пер., д. 4.

УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!

Издательство "Машиностроение" продолжает выпуск литературы по авиации, ракетной технике и космонавтике.

По этой тематике издательство выпускает учебники, справочники, научную, производственную и научно-популярную литературу, комплекты открыток с изображением летательных аппаратов и их техническими характеристиками.

По вопросам приобретения продукции издательства (оптом и в розницу, за наличный и безналичный расчет) обращайтесь по адресу:

***103051, Москва, ГСП-4, Петровка, 24,
издательство "Машиностроение".
Тел. 200-31-09, 200-50-70.***