

Делая сокращение и зная, что

$$b_x = b_0 + \frac{b_1 - b_0}{l} \cdot x,$$

найдем

$$M_x = \frac{P}{3} \frac{x^2}{l} \frac{b_0 \left(3 + \frac{x}{l}\right)}{(b_1 + b_0)}. \quad (54)$$

Толщина крыла на расстоянии x от конца крыла:

$$y = C \sqrt{\frac{P x^2}{3l} \frac{b_0 \left(3 + \frac{x}{l}\right)}{b_1 + b_0}}. \quad (55)$$

Так же, как и в первом случае, вынесем постоянную величину $\frac{P}{3}$ из-под знака радикала и, объединив ее с величиной C , получим новый коэффициент C_1 . Тогда можно написать уравнение:

$$y = C_1 \frac{x}{l} \sqrt{\frac{b_0 \left(3 + \frac{x}{l}\right)}{b_1 + b_0}}. \quad (56)$$

Постоянный коэффициент C_1 подбираем так, чтобы толщина крыла у корня равнялась 1.

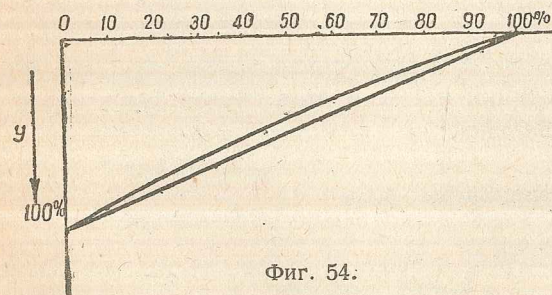
Принимая, например, отношение $\frac{b_1}{b_0} = 5$, когда $b_1 = 5b_0$, получим

$$y = C_1 \frac{x}{l} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{x}{6l}}.$$

Теперь, задавая значения x , равными 0; 0,1 l ; 0,2 l ... l , будем иметь следующие данные:

Таблица 3

x	0	0,01 l	0,2 l	0,3 l	0,4 l	0,5 l	0,6 l	0,7 l	0,8 l	0,9 l	l
$\frac{y}{C}$	0	0,0719	0,1462	0,2226	0,3012	0,3825	0,465	0,5495	0,6368	0,7245	0,816
y	0	0,088	0,1795	0,273	0,369	0,4695	0,570	0,673	0,781	0,887	1



Фиг. 54.

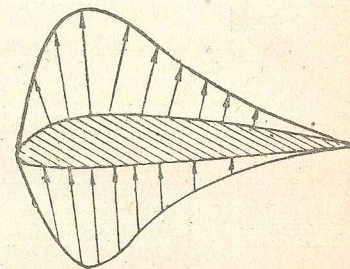
равным нулю, как принято в таблице, то отклонение от прямой получится довольно значительным.

РАСЧЕТ СВОБОДНОНЕСУЩИХ КРЫЛЬЕВ

§ 1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ПО ХОРДЕ КРЫЛА

Конструктору для расчета крыла нужно иметь распределение давления по хорде крыла и размаху.

Как показали многочисленные опыты с помощью манометров, давление по хорде крыла распределяется неравномерно. На фиг. 55 приведена диаграмма распределения давления по хорде дужки на угле атаки $\alpha = 10^\circ$. Из приведенной диаграммы видно, что:



Фиг. 55.

1) давление по поверхности дужки распределяется неравномерно, максимальную величину давление имеет в первой трети хорды, постепенно падая к концу хорды, где оно равно нулю;

2) большую часть подъемной силы создает зона пониженного давления (депрессии), т. е. верхняя поверхность крыла.

На нижнюю поверхность на летном диапазоне углов падает не более 25% всей подъемной силы. С изменением угла атаки кроме изменения величины подъемной силы меняется и характер распределения давления по хорде крыла.

Изменение угла атаки сопровождается изменением положения равнодействующей и ее наклона (фиг. 56). С увеличением угла атаки равнодействующая перемещается ближе к носку дужки и, наоборот, при уменьшении угла атаки — ближе к задней кромке.

Положение (равнодействующей по хорде и ее направление при выбранном угле атаки можно определить по формуле

$$a = \frac{bC_m}{C_n} \approx \frac{bC_m}{C_y}.$$

Угол наклона равнодействующей к хорде

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{C_t}{C_n},$$

где C_m , C_n и C_t — соответственно коэффициенты момента, нормальной и касательной к хорде сил;

a — расстояние от носка дужки до точки приложения равнодействующей;

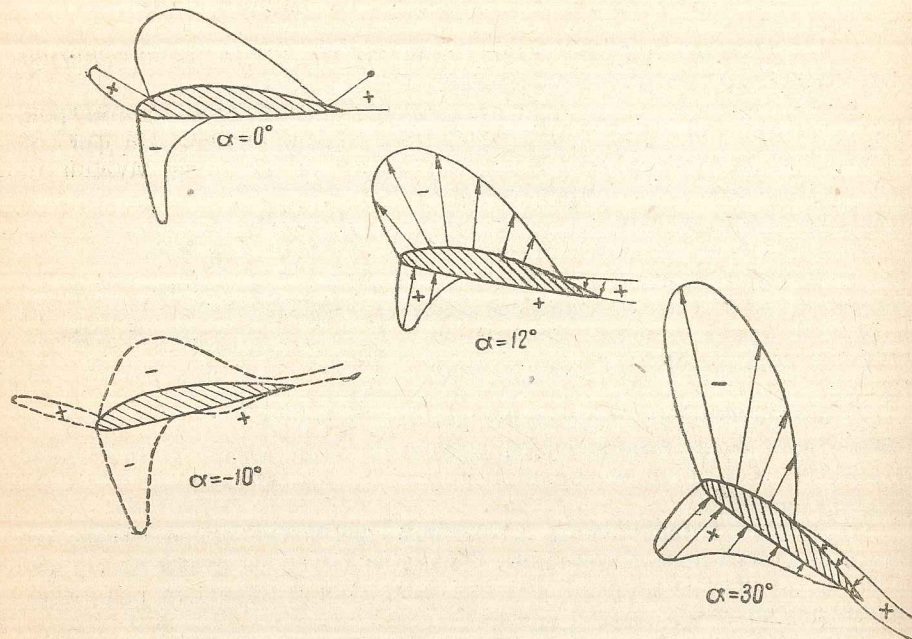
b — хорда крыла;

β — угол наклона равнодействующей к хорде.

При статических испытаниях крыла допускается упрощенная схема распределения нагрузки по хорде с тем условием, чтобы центр

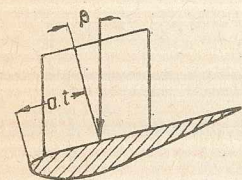
тяжести нагрузки и ее направление совпадали с центром давления и направлением воздушных сил (фиг. 57).

Для создания обшивке крыла нормальных условий работы внутренность крыла должна сообщаться с наружным воздухом. В против-



Фиг. 56.

ном случае на большой высоте полета большое давление внутри крыла будет его раздувать. В полете давление внутри крыла зависит от того, в каком месте поверхности дужки внутренность крыла сообщается с наружным воздухом; благодаря этому всевозможные отверстия будут сильно сказываться на работе обшивки. Обычно отверстия устраивают на задней кромке крыла, в месте небольшого разрежения.



Фиг. 57.

Большое отверстие на верхней поверхности крыла, в месте наибольшей депрессии, вызовет разгрузку верхней и сильное загрузку нижней обшивки крыла. Особо опасны отверстия в передней кромке крыла, где набегающий поток создает зону повышенного давления; тогда большое давление внутри крыла будет его распиравать. Таким образом полеты на большой скорости с поврежденной обшивкой очень опасны ввиду возможного срыва обшивки.

§ 2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ ПО РАЗМАХУ

Распределение подъемной силы по размаху может быть представлено двумя случаями:

1) крыло с постоянным профилем и углом установки отдельных сечений;

2) крыло, составленное из нескольких профилей, или крыло с меняющимся углом установки отдельных сечений (закрученное крыло).

В первом случае распределение нагрузки для аэродинамически незакрученного крыла по нормам принимается пропорционально хорде крыла по формуле:

$$q = p_{cp} b, \quad (1)$$

где q — погонная нагрузка в кг/м;

p_{cp} — средняя удельная нагрузка, равная $\frac{G}{S}$;

G — общая расчетная нагрузка на крыло;

S — площадь крыла;

b — хорда крыла.

При таком распределении нагрузки скос потока принимается постоянным по размаху в зависимости от средней дополнительной скорости w_{cp} (см. гл. I).

Во втором случае в закрученных крыльях из-за того, что скос потока вдоль крыла будет меняться (так как отдельные сечения крыла работают при разных C_y), пользоваться вышеуказанной формулой для построения кривой распределения нагрузки уже нельзя. Для нахождения распределения в этом случае нагрузки по размаху (или пропорциональной ей циркуляции i) приходится пользоваться методами, основанными на вихревой теории Прандтля.

Кривую распределения давления на закрученном крыле можно довольно быстро построить, пользуясь графиками распределения нагрузок на аэродинамически прямом и закрученном крыле (см. «Справочник авиаконструктора», том I, издание ЦАГИ, 1937 г., стр. 90).

Нагрузку на закрученное крыло можно представить в виде

$$P = P_1 + P_2, \quad (2)$$

где P — нагрузка на закрученном крыле;

P_1 — нагрузка на закрученном крыле при угле пикирования ($C_y = 0$);

P_2 — нагрузка на плоском крыле.

Для получения значений нагрузок P_2 при другом угле атаки (для другого расчетного случая) необходимо изменить значения P_2 пропорционально новому значению угла атаки, т. е.

$$P'_2 = P_2 \frac{\alpha_c}{\alpha'_c}, \quad (3)$$

и давление на закрученном крыле при новом угле атаки будет равно:

$$P' = P_1 + P_2 \frac{\alpha_c}{\alpha_c'} \quad (4)$$

где α_c' — новое значение угла атаки.

При пользовании графиками необходимо помнить, что коэффициенты пропорциональности здесь даны новые, а именно, в два раза больше старых, принятых в нашем изложении, т. е.

$$c_x = 2C_x$$

$$c_y = 2C_y.$$

При новых коэффициентах определение скорости полета по случаям A_K и B_K производим по формуле:

$$V = \sqrt{\frac{G}{\frac{\rho}{2} C_y S}} \quad (5)$$

и для случая C_K по формуле:

$$V_{\text{пик}} = \sqrt{\frac{G}{\frac{\rho}{2} C_x S}}, \quad (6)$$

где G — полетный вес планера;

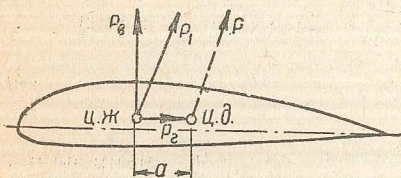
ρ — массовая плотность воздуха у земли = 0,125;

S — площадь крыла;

C_x и C_y — коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы, отнесенные к скоростному напору.

§ 3. СХЕМА РАБОТЫ КРЫЛА И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ

Конструкция обычного крыла представляет собой пространственную ферму, образованную лонжеронами крыла и нервюрами и закрепленную в корне у фюзеляжа. Такая ферма, являясь статически неопределимой системой, не может быть рассчитана обычными методами строительной механики.



Фиг. 58.

Для расчета действующую на крыло силу (фиг. 58) переносим в центр жесткости крыла и разбиваем на три силовых фактора: 1) горизонтальную слагающую P_H , перпендикулярную вертикальной стенке лонжерона, 2) вертикальную составляющую P_B , параллельную вертикальной стенке лонжерона, и 3) крутящий момент $M_{кр}$, получающийся от переноса силы в центр жесткости крыла; $M_{кр} = P_B a$.

Таким же образом можно разложить общую косую погонную нагрузку q на горизонтальную q_H и вертикальную q_B *. Крутящий момент в этом случае по сечениям будет выражаться через погонный крутящий момент, равный $m = q_B a$.

Здесь мы считаем, что вертикальный изгиб воспринимается лонжеронами крыла; горизонтальный — горизонтальной фермой крыла, за пояса которой принимаются лонжероны; кручение воспринимается межлонжеронной обшивкой и лонжеронами, т. е. полный крутящий момент распределится между лонжеронами и обшивкой

$$M_{кр} = M_{лонж} + M_{об}.$$

В этом случае суммарный изгибающий момент лонжеронов крыла будет складываться от изгиба в вертикальной плоскости и от кручения, т. е. расчетный изгибающий момент будет равен

$$M_{расч} = M_{верт} + M_{доп}.$$

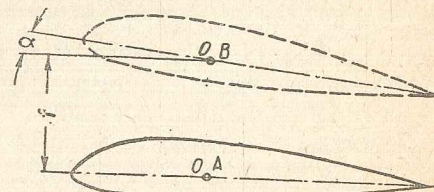
Описанное распределение деформаций, конечно, не является общим для всех случаев; оно, как правило, будет зависеть от конструкции крыла. Вышеописанное распределение принимается для двух- и многолонжеронных крыльев с жесткой обшивкой, работающей при кручении (на срез).

В однолонжеронных крыльях вертикальный изгиб воспринимается лонжероном; горизонтальный изгиб — лонжероном и носовыми стрингерами, подкрепляющими носовую обшивку; кручение крыла полностью воспринимается жестким контуром, состоящим из фанерного носка и стенок лонжерона, так как, считая лонжерон плоской фермой, мы не можем вводить его в работу кручения крыла.

Работа обшивки в кручении крыла оценивается в зависимости от материала (фанера, дюраль) и типа обшивки (гладкая или гофр). Так как при постройке планеров получила распространение только гладкая фанерная обшивка, то в дальнейшем все сказанное будет относиться только к указанному типу обшивки.

§ 4. ПОНЯТИЕ О ЦЕНТРЕ ЖЕСТКОСТИ КРЫЛА

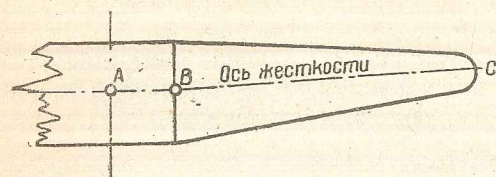
На фиг. 59 показана схема работы крыла. Под действием вертикальной силы крыло будет изгибаться, вызывая перемещение сечения в вертикальной плоскости. На фиг. 59 сечение крыла переместилось из положения А в положение В, имея стрелу прогиба f . Кроме того,



Фиг. 59.

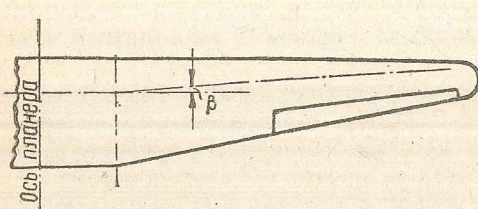
* В дальнейшем будем всегда общую силу, действующую в сечении, раскладывать по направлению правых прямоугольных осей координат X , Y и Z . Ось Y проводится вверх параллельно вертикальной стенке лонжерона. В крыльях планерного типа обычно вертикальную стенку лонжерона располагают перпендикулярно хорде крыла, тогда ось X будет параллельна хорде крыла. Ось Z идет вбок, образуя правую систему прямоугольных координат.

сечение крыла будет закручиваться вокруг некоторой точки O , называемой центром жесткости, в случае если сила приложена в стороне от указанной точки. Центром жесткости сечения крыла называется точка, в которой приложенная сила вызывает только поступательное



Фиг. 60.

только одна такая точка. Геометрическое место центров жесткости называют осью жесткости. На фиг. 60 изображено крыло с нанесенной на него осью жесткости. Ось жесткости обычно получается в виде кривой линии. Однако в расчетах принято ось жесткости спрямлять, т. е. заменять ее прямой линией и



Фиг. 61.

в случае наличия резкого перелома — ломаной линией. Приведенное на фиг. 60 крыло имеет ломаную ось жесткости. Если в таком крыле приложить силу по оси жесткости, то она даст в другом сечении не только изгиб, но и кручение, т. е. крыло будет работать, как кривая балка. Часть балки OA (фиг. 61) будет испытывать только изгиб, а часть AB — изгиб и кручение.

Перейдем к вопросу о нахождении центра жесткости. Надо оговориться, что при определении центра жесткости учитываются только те элементы, которые будут воспринимать изгиб; например, для крыла с обшивкой, работающей только на кручение, последняя не должна приниматься во внимание при определении положения ц. ж.

Центр жесткости крыла двухлонжеронной конструкции (фиг. 62) определяется в этом случае как центр тяжести моментов инерции лонжеронов переднего I_1 , заднего I_2 , т. е. по формуле:

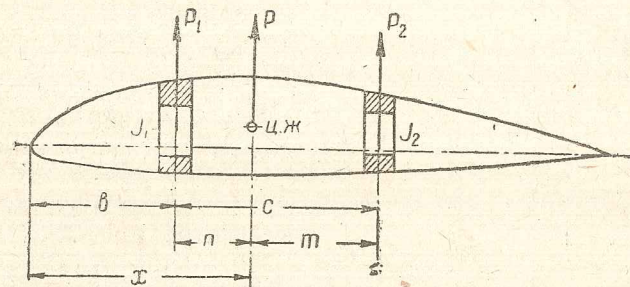
$$X_{ц.ж.} = \frac{I_1 b + I_2 (b + c)}{I_1 + I_2} = \frac{\sum I b}{\sum I}. \quad (7)$$

Следовательно, центр жесткости крыла будет делить расстояние между лонжеронами на участки, обратно пропорциональные моментам

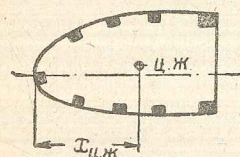
инерции лонжеронов, т. е.

$$\frac{m}{n} = \frac{I_1}{I_2}. \quad (8)$$

Таким образом при нахождении центра жесткости крыла мы не принимаем в расчет обшивки крыла, считая, что при чистом изгибе она не работает. В крыле однолонжеронной конструкции (фиг. 63) положение центра жесткости определяем по той же формуле.



Фиг. 62.



Фиг. 63.



Фиг. 63а.

При определении центра жесткости мы учитывали только моменты инерции элементов относительно нейтральной оси сечения и не учитывали собственных моментов инерции элементов сечения, т. е. моментов инерции, взятых относительно центра тяжести самого элемента. При больших размерах элементов их собственные моменты инерции получаются довольно большими, и пренебрегать ими уже нельзя. Поэтому в величину момента инерции должна быть включена величина

$$I_{ц.т.} = \frac{bh^3}{12}, \quad (9)$$

где b — ширина элемента;

h — высота элемента сечения.

Тогда полный момент инерции будет равен:

$$I_{ц} = I + I_{ц.т.} \quad (10)$$

Для удобства записей по подсчету положений центров жесткости по сечениям составляется таблица-форма. Таблица дана ниже (табл. 4). Она может быть использована также при расчете крыла на изгиб.

№ сечения	Обозначения элементов	Фактическая площадь F_0	Редукционный коэффициент k	Приведенные площади $F = F_0 \cdot k$	Координаты			Моменты инерции		Суммарный момент инерции $I_0 = I + I_{ц.т.}$	Статические моменты инерции $S = I_0 \cdot X$	Координата центра жесткости
					X	Z	Z^2	собств. $I_{ц.т.}$	$J = Z^2 \cdot F$			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Если обшивка не участвует в работе крыла на изгиб, то графы 4 и 5 выпадают.

Описанный способ определения центра жесткости неприменим для открытых профилей, имеющих незамкнутым контур в направлении отсчета x (фиг. 63, в). Для профилей же, имеющих вырезы подобно изображенному на фиг. 63, а, указанный метод может быть с успехом применен.

Ниже приводим несколько общих указаний о нахождении центра жесткости, а именно:

1) для замкнутых контуров центр жесткости находится вблизи центра тяжести;

2) для открытых профилей ломаной или кривой формы центр жесткости располагается ближе к замкнутой части;

3) для симметричных профилей центр жесткости находится на оси симметрии и в случае двух или нескольких осей симметрии находится в центре тяжести сечения (прямоугольник, круг, эллипс, круглая и эллиптическая труба);

4) вырезы в конструкции, например, вырез кабины пилота в фюзеляже, могут вывести ось жесткости за габариты сечения.

§ 5. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ РАСЧЕТ КРЫЛА

В предварительном расчете (в первом приближении) лонжероны считаются независимыми друг от друга, и расчет производится без учета кручения и горизонтального изгиба. Порядок предварительного расчета следующий:

1. Устанавливается расчетная разрушающая нагрузка на крыло

по формуле:

$$P_p = n(G_n - G_{кр}) \text{ кг}, \quad (11)$$

где n — коэффициент перегрузки;

G_n — полетный вес планера;

$G_{кр}$ — вес крыла.

2. Вычисляется средняя удельная нагрузка, равная частному от деления расчетной разрушающей нагрузки на площадь крыла

$$P_{cp} = \frac{P_p}{S} \text{ кг/м}^2, \quad (12)$$

где S — площадь крыла.

3. Намечается по крылу несколько расчетных сечений; обычно расчетные сечения берутся по нечетным нервюрам 1, 3, 5, 7 и т. д. и вычисляется для них нагрузка

$$q = P_{cp} t \text{ кг/м}, \quad (13)$$

где t — хорда в расчетном сечении.

4. Определяется нагрузка на отсеки крыла по формуле:

$$P_{отс} = b_n \frac{q_n + q_{n+1}}{2} \text{ кг}, \quad (14)$$

где b_n — расстояние между расчетным сечением и таким же сечением справа;

q_n — ордината погонной нагрузки в сечении;

q_{n+1} — ордината погонной нагрузки в правом сечении от расчетного (для правого крыла).

Подсчитав значение $P_{отс}$ для каждого отсека и сосредоточивая их в центре тяжести отсека, строим эпюру сил.

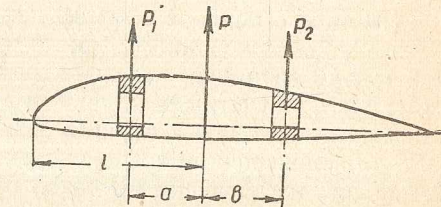
5. Намечается в расчетных сечениях точка приложения равнодействующей по формуле:

$$e = t \frac{C_m}{C_n} \approx t \frac{C_m}{C_y}; \quad (15)$$

так как отношение $\frac{C_m}{C_n} \approx \frac{C_m}{C_y}$ остается постоянной величиной по размаху для данного расчетного случая, то, вычислив его один раз, получим для вычисления точек приложения равнодействующей формулу:

$$e = t \cdot \text{const}. \quad (16)$$

6. Распределяются между лонжеронами силы, приходящиеся на каждый отсек по закону рычага (фиг. 64)



Фиг. 64.

$$\begin{aligned} P_1 &= P \frac{b}{a+b}, \\ P_2 &= P \frac{a}{a+b} \end{aligned} \quad (17)$$

и строится эпюра сил для каждого лонжерона.

7. Определяются изгибающие моменты лонжеронов по расчетным сечениям.

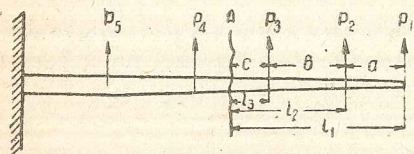
Изгибающий момент в сечении X будет равен (фиг. 65)

$$M_x = p_1 l_1 + p_2 l_2 + p_3 l_3.$$

Полученное значение M_x может быть представлено в виде:

$$M_x = p_1 a + (p_1 + p_2) b + (p_1 + p_2 + p_3) c.$$

При вычислении изгибающих моментов по сечениям соблюдается



Фиг. 65.

следующий порядок: а) определяется перерезывающая сила Q в сечении как сумма всех сил справа; б) полученное значение срезывающей силы умножается на расстояние между соседними сечениями X и получается приращение момента ΔM в сечении; в) суммируются все приращения

изгибающих моментов правее расчетного сечения и получается изгибающий момент в сечении:

$$M_n = \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_n. \quad (18)$$

8. Определяются по полученным изгибающим моментам необходимые размеры сечений полок лонжеронов по формуле изгиба:

$$\sigma = \frac{M}{W}, \quad (19)$$

где M — расчетный изгибающий момент в сечении в $\text{кг} \cdot \text{см}$;

W — момент сопротивления сечения лонжерона в см^3 ;

σ — временное напряжение изгиба в $\text{кг}/\text{см}^2$ для сосны, равное $680 \text{ кг}/\text{см}^2$ с поправкой на фактор формы, который может быть определен по графику по отношению

$$\frac{T}{H} = \frac{(\text{высота сжатой полки})}{(\text{высота лонжерона})}.$$

Подробнее о подборе сечений лонжерона см. ниже.

Для однолонжеронного крыла расчет производится аналогично, с той только разницей, что лонжерон крыла будет воспринимать полную силу P . Расчетными случаями для лонжеронов будут: для переднего лонжерона случай A_K , для заднего B_K .

В однолонжеронном крыле расчетным случаем (т. е. случаем, дающим наибольшие изгибающие моменты) будет случай A_K .

Таким образом сечения переднего лонжерона должны быть подобраны по случаю A_K ; сечения заднего — по случаю B_K . При этом при расчете на случай A_K можно не строить изгибающих моментов для заднего лонжерона, и при расчете на случай B_K — для переднего лонжерона, так как изгибающие моменты лонжеронов по этим случаям будут меньше расчетных, соответствующих случаям B_K и A_K .

Расчет двухлонжеронного крыла с обшивкой, работающей на кручение

В двухлонжеронном крыле с жесткой фанерной обшивкой последняя будет разгружать лонжероны от изгиба, воспринимая на себя часть крутящего момента. Кроме того, при горизонтальном изгибе крыла обшивка будет работать на срез как стенка балки, поясами которой будут являться лонжероны крыла.

§ 6. ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ИЗГИБ

Имея эпюру погонных нагрузок по крылу и угол наклона равнодействующей этих нагрузок, можно построить эпюру вертикальной составляющей погонной нагрузки q^B для всего крыла и вычислить вертикальные нагрузки по отсекам крыла по известной уже нам формуле:

$$P_{отс} = \frac{q_n^B + q_{n+1}^B}{2} \cdot l_n. \quad (20)$$

Построение эпюры моментов от этих нагрузок производится аналитически или графически.

Уравнение упругой линии выражается формулой

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}. \quad (21)$$

Напишем уравнения упругих линий для наших лонжеронов

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_1}{E_1 I_1}; \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M_2}{E_2 I_2}. \quad (22)$$

Так как мы рассматриваем только изгиб, то сила должна быть приложена в центре жесткости сечения. Тогда прогибы лонжеронов и кривизна упругой линии $\frac{1}{\rho}$ должны быть равны. Следовательно, можно написать:

$$\frac{M_1}{E_1 I_1} = \frac{M_2}{E_2 I_2}; \quad (23)$$

принимая $E_1 = E_2$, получим

$$\frac{M_1}{I_1} = \frac{M_2}{I_2} \quad (24)$$

или

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{I_1}{I_2}, \quad (25)$$

т. е. изгибающие моменты в сечении распределяются пропорционально моментам инерции лонжеронов.

Зная, что общий изгибающий момент в сечении равен сумме моментов, действующих на лонжероны, находим моменты, действующие на лонжероны.

Момент для переднего лонжерона:

$$M_1 = M \frac{I_1}{I_1 + I_2}. \quad (26)$$

Момент для заднего лонжерона:

$$M_2 = M \frac{I_2}{I_1 + I_2}, \quad (27)$$

где M — общий изгибающий момент, действующий в сечении;

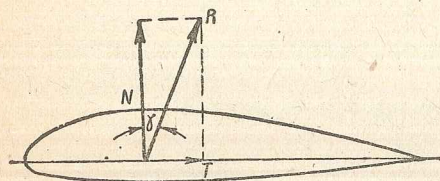
I_1 — момент инерции переднего лонжерона;

I_2 — момент инерции заднего лонжерона.

Таким образом при расчете на изгиб от вертикальных сил необходимо построить общую эпюру изгибающих моментов крыла от полной вертикальной силы и полученные значения изгибающих моментов разнести по лонжеронам пропорционально их моментам инерции.

§ 7. ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ ИЗГИБ

Величины горизонтальных сил, действующих в сечениях крыла, будут зависеть от угла наклона γ равнодействующей аэродинамической силы к плоскости лонжерона (фиг. 66). Строго говоря, $\tan \gamma$ будет постоянен по размаху только в аэродинамически прямом крыле; для закрученных же крыльев $\tan \gamma$ будет менять свою величину в зависимости от профиля и перекручивания крыла.



Фиг. 66.

Однако в силу того, что угол γ меняется обычно в небольших пределах, и ввиду малости суммой горизонтальной силы T , $\tan \gamma$ может быть принят общим для всего крыла. В этом случае нагрузка крыла от горизонтальных сил будет подобна нагрузке от вертикальных сил.

Как видно из фиг. 66, горизонтальная сила T будет равна

$$T = N \tan \gamma. \quad (28)$$

Изгибающий момент от горизонтальной силы будет равен:

$$M_{гор} = T x. \quad (29)$$

Заменяя значение T из предыдущего уравнения, получим

$$M_{гор} = N x \tan \gamma. \quad (30)$$

Выражение Nx есть вертикальный изгибающий момент, действующий в сечении $M_{верт}$, следовательно, момент горизонтального изгиба определяется по уравнению

$$M_{гор} = M_{верт} \tan \gamma. \quad (31)$$

Таким образом, имея эпюру вертикальных изгибающих моментов, горизонтальные изгибающие моменты получим умножением вертикального момента на $\tan \gamma$.

При горизонтальном изгибе двухлонжеронное крыло рассчитывается как двухпоясная балка. Поясами балки являются лонжероны

крыла. При определении моментов инерции балки в горизонтальной плоскости обшивка не учитывается, так как она не воспринимает нормальных напряжений, а работает, как стенка балки на касательные напряжения. Стержни, расположенные в носке и хвосте крыла (например, стрингеры), при горизонтальном изгибе не учитываются ввиду их малой жесткости и незначительности.

Таким образом при определении моментов инерции крыла (балки) в горизонтальной плоскости учитывают только площади полок лонжеронов, сосредоточивая моменты инерции в центре тяжести сечения полки и пренебрегая собственными моментами инерции полок.

Для определения момента инерции необходимо найти положение центра тяжести сечения относительно оси y (фиг. 67)

$$x_{ц.т.} = \frac{l_1 F_{пер} + l_2 F_{задн}}{F_{пер} + F_{задн}} = \frac{\sum l F}{\sum F}, \quad (32)$$

где $F_{пер}$ и $F_{задн}$ — соответственно сумма площадей полок (верхней и нижней) каждого лонжерона.

Зная положение центра тяжести сечения, определяют его момент инерции

$$I_y = F_{пер} Z_1^2 + F_{задн} Z_2^2, \quad (33)$$

где Z_1 и Z_2 — соответственно расстояния от центра тяжести балки до центра тяжести элемента сечения (ц. т. лонжерона).

Напряжения от горизонтального изгиба в поясах (лонжеронах) определяются по формулам:

$$\sigma_1 = \frac{M_{гор} Z_1}{I_y}, \quad (34)$$

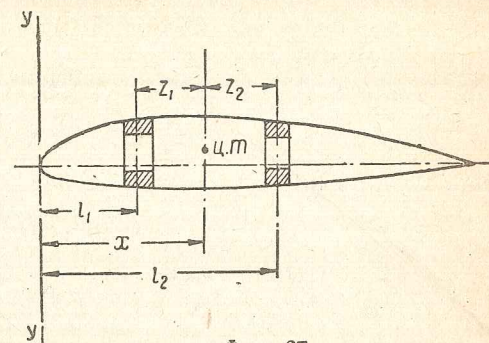
$$\sigma_2 = \frac{M_{гор} Z_2}{I_y},$$

где σ_1 и σ_2 — соответственно суммарные напряжения для переднего и заднего лонжеронов, т. е. для верхней и нижней полок лонжеронов.

Обшивка крыла, как указывалось выше, работает на сдвиг, воспринимая касательные напряжения, как стенка балки. Касательные же напряжения для балки выражаются формулой:

$$\tau = \frac{QS_c}{Ib}, \quad (35)$$

где Q — общая перерезывающая сила (горизонтальная), действующая в сечении:



Фиг. 67.

S_c — статический момент части сечения, расположенной по одну сторону нейтральной оси относительно последней;
 I — момент инерции всего сечения;
 b — ширина сечения около нейтральной линии (обычно толщина стенок).

Статический момент S_c может быть представлен в виде:

$$S_c = F_1 \cdot Z_1, \quad (36)$$

а момент инерции

$$I = F_1 \cdot H Z_1, \quad (37)$$

где F_1 — суммарная площадь полок одного лонжерона;

H — расстояние между поясами балки, т. е. ее высота относительно оси y .

Подставляя полученные значения S_c и I в уравнение напряжения для балки, получим:

$$\tau = \frac{Q}{bH} = \frac{Q}{F_{\text{общ}}}. \quad (38)$$

В приводимых формулах площадь обшивки $F_{\text{общ}}$ должна быть взята как сумма площадей среза верхней и нижней части обшивки. Так как обычно толщина верхней и нижней части обшивки одинакова, то площадь обшивки

$$F_{\text{общ}} = 2H\delta,$$

тогда

$$\tau = \frac{Q}{2H\delta},$$

где H — расстояние между лонжеронами;

δ — толщина обшивки.

Следовательно, можно сделать заключение, что касательные напряжения в двухпоясной балке не зависят от площади сечения поясов и величина их является постоянной по всему сечению.

Горизонтальную перерезывающую силу $Q_{\text{гор}}$ в сечении получим как сумму всех горизонтальных сил, находящихся вправо от сечения. Так как в расчете крыла на вертикальный изгиб были подсчитаны вертикальные перерезывающие силы по сечениям крыла, то, как уже указывалось, горизонтальную перерезывающую силу в сечении получим умножением вертикальной на $\text{tg } \gamma$, т. е.

$$Q_{\text{гор}} = Q_{\text{верт}} \text{tg } \gamma.$$

При расчете же крыла на случай S_k от лобовых усилий перерезывающие силы придется подсчитывать самостоятельно.

В практике расчета получение изгибающих моментов может быть представлено двумя способами.

В том случае, когда отношение моментов инерции лонжеронов остается постоянным (при $E = \text{const}$) по всем сечениям крыла, то, поместив нагрузку P в центр жесткости сечения, разносим ее по лонжеронам

по правилу рычага, что будет соответствовать разнесению нагрузки пропорционально моментам инерции лонжеронов. За плечи рычага принимаем расстояния от лонжеронов до центра жесткости.

Если же постоянство отношений моментов инерции не выдерживается, то изгибающий момент M , действующий в сечении, раскладывается пропорционально моментам инерции лонжеронов.

Получив изгибающие моменты лонжеронов, можем найти срезывающие силы по лонжеронам по формуле:

$$Q_n = \frac{M_n - M_{n-1}}{\Delta l} = \frac{\Delta M}{\Delta l},$$

где M_n — изгибающий момент в сечении, для которого находим срезывающую силу;

M_{n-1} — изгибающий момент в левом сечении от расчетного;

Δl — расстояние между n и $(n-1)$ сечениями;

Q_n — срезывающая сила в сечении.

Нагрузки в отсеках, определенные по формуле

$$p_{\text{отс}} = \frac{q_n + q_{n+1}}{2} l,$$

необходимо разнести по узлам, т. е. по расчетным сечениям. Разложение силы $p_{\text{отс}}$, действующей в отсеке, есть разложение силы, приложенной в центре тяжести отсека на сечения по правилу рычага (фиг. 68). Разложение силы $p_{\text{отс}}$ по правилу рычага дает:

$$p' = Z \frac{p_{\text{отс}}}{l} = \frac{l}{3} \frac{k+2}{k+1} \frac{p_{\text{отс}}}{l} =$$

$$= \frac{k+2}{3(k+1)} p_{\text{отс}},$$

где

$$k = \frac{t_1}{t_2}$$

и

$$p' = p_{\text{отс}} - p''.$$

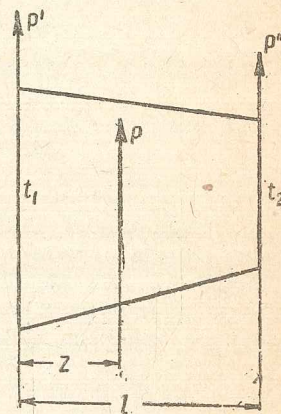
Раскладывая таким образом нагрузки отсеков по сечениям и просуммировав силы, приходящиеся на сечения от двух соседних отсеков, получим нагрузки в узлах, т. е.

$$p_n = p'_n + p''_{n-1},$$

здесь p_n — сила в узле.

§ 8. КРУЧЕНИЕ КРЫЛА

Крутящий момент, действующий на крыло, появляется в связи с переносом силы P в центр жесткости крыла. При этом плечом крутящего момента будет расстояние от центра давления до центра жест-

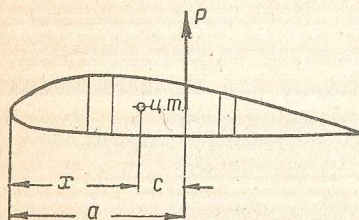


Фиг. 68.

кости крыла. Следовательно, для расчета крыла на кручение необходимо найти ось жесткости крыла. Если найти точку приложения равнодействующей и положение центров жесткости по сечениям, то определение плеч крутящих моментов не представит никаких затруднений. Как видно из фиг. 69, плечо крутящего момента будет равно

$$c = a - x. \quad (1)$$

Имея эпюру вертикальных сил и плечи моментов, находим крутящий момент в каждом сечении, который будет равен произведению силы на плечо, т. е.



Фиг. 69.

$$\begin{aligned} \Delta M_1 &= p_1 c_1 \\ \Delta M_2 &= p_2 c_2 \\ &\dots \dots \dots \\ \Delta M_n &= p_n c_n. \end{aligned} \quad (2)$$

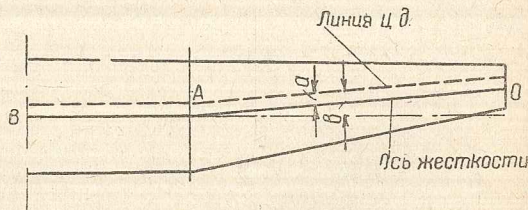
Суммируя крутящие моменты, действующие по сечениям от конца крыла до данного сечения, найдем суммарные крутящие моменты в каждом сечении:

$$\begin{aligned} M_1 &= \Delta M_1 \\ M_2 &= \Delta M_1 + \Delta M_2 \\ &\dots \dots \dots \\ M_n &= \Delta M_1 + \Delta M_2 + \dots + \Delta M_n. \end{aligned} \quad (3)$$

По полученным значениям строится эпюра крутящих моментов крыла.

Иногда может случиться, что положение оси жесткости по размаху крыла относительно линии центров давления будет меняться. Например, ось жесткости крыла до полуразмаха находится впереди центра давления крыла и дальше сзади него; поэтому при подсчете крутящих моментов по сечениям необходимо учитывать знак момента. Если при кручении угол атаки стремится увеличиться, то знак момента надо считать положительным, а отрицательным, — если крутящий момент уменьшает угол атаки.

В случае, если крыло имеет в какой-нибудь точке перелом оси центров жесткости (фиг. 70), то для части крыла АВ плечи крутящих моментов будут равны расстоянию от центра давления до мнимой оси жесткости, являющейся продолжением оси жесткости части крыла АВ. Для части крыла ОА крутящий момент надо брать, принимая за плечи



Фиг. 70.

расстояния a ; для части крыла АВ плечом момента будет расстояние b . Таким образом в точке А значения крутящих моментов для части ОА и АВ будут различными, и эпюра крутящих моментов будет иметь скачок. Следовательно, вычисления крутящих моментов в случае перелома оси жесткости придется производить два раза.

Задача нахождения крутящих моментов в части крыла АВ упростится, если подойти к решению следующим образом.

Как уже было указано в § 4, силы, приложенные по оси жесткости в части ОА, в месте перелома оси жесткости создадут крутящий момент. Следовательно, изгибающий момент $M_{изг}$ от части крыла ОА можно представить в виде вектора M , перпендикулярного оси ОА, и разложить его, как показано на фиг. 71. Горизонтальная составляющая, направленная по оси АВ, дает крутящий момент $M'_{кр}$, а вертикальная — изгибающий момент. Крутящий момент будет равен:

$$M'_{кр} = M_{изг} \sin \gamma,$$

где $M_{изг}$ — изгибающий момент в месте перелома оси жесткости;

γ — угол, образованный осью ОА и продолжением оси АВ.

Кроме того, необходимо учесть крутящий момент от части крыла ОА:

$$M''_{кр} = M_{кр} \cos \gamma. \quad (4)$$

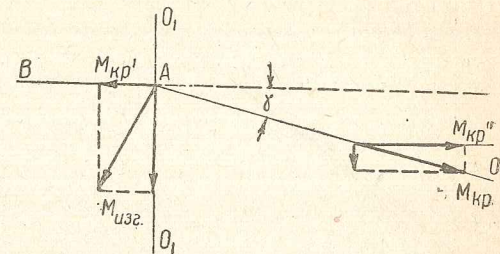
Сумма горизонтальных векторов от изгибающего и крутящего моментов, сложенная с собственным приращением крутящего момента, дает значение крутящего момента в сечении $O'—O'$:

$$M_{кр\ O'-O'} = M'_{кр} + M''_{кр} + \Delta M_{O'-O'}. \quad (5)$$

Для остальных сечений крыла, расположенных левее сечения $O'—O'$, подсчет крутящих моментов ведем по тому же принципу, т. е. действие части крыла ОА заменяем суммой $(M'_{кр} + M''_{кр})$ и складываем ее с приращениями крутящих моментов, полученных для части крыла АВ.

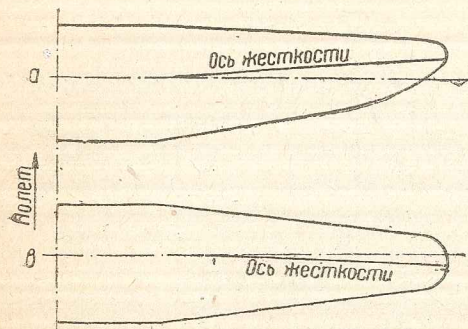
Таким образом, получив значение $M_{кр}$ для сечения $O'—O'$, суммируем его со значениями приращения местных крутящих моментов ΔM и получим крутящие моменты в части крыла АВ. Как видно из фиг. 71, направление горизонтальных векторов (крутящих моментов) от изгибающих и крутящих моментов не совпадает. Поэтому сумма $M_{кр} = M'_{кр} + M''_{кр}$ должна быть взята с учетом знаков.

Если стрела оси жесткости направлена по полету (фиг. 72, а), то горизонтальная составляющая (крутящий момент) от вектора изгиба будет со знаком плюс, и наоборот, если стрела оси жесткости на-



Фиг. 71.

правлена против полета (фиг. 72, б), то крутящий момент от вектора изгиба будет со знаком минус. Знак же горизонтальной составляющей (крутящего момента) от вектора кручения получим из расчета на кручение части крыла ОА, т. е., если крутящий момент стремится уве-



Фиг. 72.

личить угол атаки, он берется со знаком плюс, и наоборот, если крутящий момент уменьшает угол атаки, знак момента будет минус.

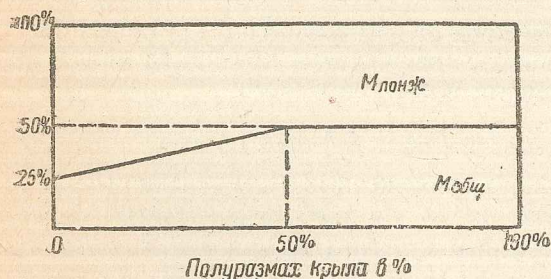
Полученные скручивающие моменты по сечениям распределяются между обшивкой крыла и лонжеронами по кривой Беляева (фиг. 73). Необходимо отметить, что эта кривая не пригодна для любого крыла. Указанным графиком распределения крутящего момента между лонже-

ронами и обшивкой (фиг. 73) можно пользоваться при приближенных расчетах.

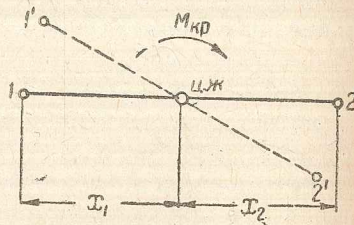
Часть величины крутящего момента, приходящаяся на лонжероны, распределяется между лонжеронами пропорционально их моментам инерции и расстоянию от центра жесткости (фиг. 74), т. е.

$$Q = M_{\text{лонж}} \frac{I_1 x_1}{\sum I x^2}. \quad (6)$$

Рассмотрим это более подробно.



Фиг. 73.



Фиг. 74.

Пусть под действием крутящего момента $M_{\text{лонж}}$ сечение закрутилось вокруг своего центра жесткости и центры лонжеронов переместились из положений 1—2 в положение 1' и 2' (фиг. 74).

Сила, приходящаяся на каждый лонжерон, будет равна:

$$\begin{aligned} Q_1 &= K I_1 x_1, \\ Q_2 &= K I_2 x_2, \end{aligned} \quad (7)$$

где K — коэффициент пропорциональности;

x — расстояние от центра жесткости до лонжерона;

I — момент инерции.

Так как сумма моментов всех сил, действующих на лонжероны, относительно центра жесткости должна быть равна $M_{\text{лонж}}$ — крутящему моменту, воспринимаемому лонжеронами, то, составляя сумму моментов, будем иметь

$$Q_1 x_1 + Q_2 x_2 = M_{\text{лонж}}.$$

Подставляя в эту формулу значение сил Q из предыдущего уравнения, получим:

$$M_{\text{лонж}} = K (I_1 x_1^2 + I_2 x_2^2).$$

Отсюда значение коэффициента пропорциональности:

$$K = \frac{M_{\text{лонж}}}{\sum I x^2}.$$

Пользуясь полученным значением K , найдем силы, действующие на лонжероны.

На передний лонжерон:

$$Q_1 = \frac{I_1 x_1}{I_1 x_1^2 + I_2 x_2^2} M_{\text{лонж}}. \quad (8)$$

На задний лонжерон:

$$Q_2 = \frac{I_2 x_2}{I_1 x_1^2 + I_2 x_2^2} M_{\text{лонж}}. \quad (9)$$

Знаки силы Q легко определить по смыслу, зная направление крутящего момента $M_{\text{кр}}$ в данном сечении. Для случая, показанного на фиг. 74, момент $M_{\text{кр}}$ действует по часовой стрелке. Очевидно, сила Q_1 для переднего лонжерона будет направлена вверх, т. е. со знаком плюс, а для заднего лонжерона направлена вниз, т. е. со знаком минус. Сила Q_0 , действующая по обшивке, будет направлена вниз крыла по полету, а вверх против полета.

Определим, какая сила Q_0 приходится на обшивку от кручения крыла:

$$Q_0 = \frac{M_0}{h_{\text{ср}}}, \quad (10)$$

где M_0 — доля крутящего момента, приходящаяся на обшивку;
 $h_{\text{ср}}$ — средняя высота лонжерона.

$$h_{\text{ср}} = \frac{h_1 + h_2}{2},$$

где h_1 и h_2 — соответственно высоты переднего и заднего лонжеронов.

При этом обшивку считаем работающей только в части крыла между лонжеронами; часть обшивки, покрывающая носок и заднюю часть крыла, не учитываем. Имея величину срезающей силы Q_0 , действующей на обшивку крыла, строим эпюру Q_0 для всего крыла, беря зна-

чения Q_0 для верхней или нижней части крыла, по которым и производим проверку напряжений в обшивке по формуле:

$$\tau_0 = \frac{Q_0}{F_{\text{общ}}} = \frac{Q_0}{\delta H}, \quad (11)$$

где τ_0 — напряжение среза в обшивке (для фанеры $\tau = 80 \text{ кг/см}^2$);
 Q_0 — срезающая сила, действующая по обшивке крыла в рассматриваемом сечении;
 H — расстояние между лонжеронами в сечении;
 δ — толщина обшивки.

Перерезывающие силы, приходящиеся на лонжероны от кручения крыла, создадут дополнительный изгибающий момент $M_{\text{доп}}$ в вертикальной плоскости крыла. Тогда полный расчетный изгибающий момент в вертикальной плоскости будет складываться из изгиба вертикальными силами $M_{\text{верт}}$ и изгибающих моментов $M_{\text{доп}}$, вызванных кручением крыла, т. е.

$$M_{\text{расч}} = M_{\text{верт}} + M_{\text{доп}}. \quad (12)$$

Подсчет дополнительных изгибающих моментов от сил производим по известной нам уже формуле

$$M_{\text{доп}} = Q_1 a + Q_2 (a + b) + Q_3 (a + b + c)$$

или по формуле

$$M_{\text{доп}} = Q_1 a + (Q_1 + Q_2) b + (Q_1 + Q_2 + Q_3) c, \quad (13)$$

т. е. аналогично подсчету в случае изгиба вертикальными силами. Знак момента будет равен знаку перерезывающей силы Q . Так как обычно для переднего лонжерона расчетным случаем бывает случай А, то равнодействующая будет почти всегда находиться впереди центра жесткости, и перерезывающая сила Q на передний лонжерон, а следовательно, и $M_{\text{доп}}$ будут совпадать с направлением Q и $M_{\text{верт}}$ от вертикальных сил, т. е. будут со знаком плюс. Для заднего лонжерона получим аналогичную картину, т. е. в случае В (расчетный случай для заднего лонжерона) знак Q и $M_{\text{доп}}$ от кручения будут совпадать с Q и M от вертикальных сил.

Формула Бредта

Напряжения и деформация кручения в обшивке подсчитываются по формуле Бредта:

$$\tau = \frac{M_{\text{кр}}}{2\delta F_{\text{ср}}}, \quad (14)$$

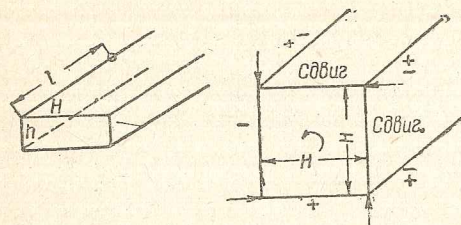
где $M_{\text{кр}}$ — крутящий момент в сечении;

δ — толщина обшивки;

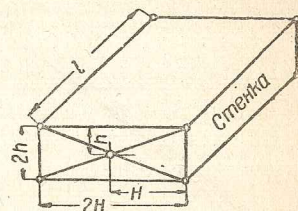
$F_{\text{ср}}$ — площадь контура, описанного средней линией обшивки и стенкой лонжерона.

Представим себе крыло в виде простейшей пространственной коробки (фиг. 75) и рассмотрим распределение в ней сил при кручении.

Для простоты рассуждений допустим, что коробка имеет квадратное сечение и обшита со всех сторон жесткой обшивкой. Верхняя и нижняя плоскости будут соответствовать межлонжеронной обшивке и боковые поверхности — лонжеронам. Пусть на коробку действует скручивающий момент $M_{\text{кр}}$, который разложим на 4 силы, получив 2 пары



Фиг. 75.



Фиг. 76.

сил. Так как коробка симметрична, то очевидно 50% величины крутящего момента воспримется горизонтальными плоскостями и 50% вертикальными. Возьмем теперь коробку с прямоугольным сечением и предположим, что крутящий момент распределяется также поровну между панелями, т. е. 50% величины момента воспринимается горизонтальными силами и 50% — вертикальными силами (фиг. 76).

Вертикальные силы при этом будут равны:

$$p_v = \frac{M_{\text{кр}}}{2H}, \quad (15)$$

а горизонтальные

$$p_r = \frac{M_{\text{кр}}}{2h}. \quad (16)$$

Определим, какие усилия и напряжения будут при этом в продольных поясах (лонжеронах). Возьмем для этого на продольном поясе точку, которая отстоит от рассматриваемого сечения (плоскости действия сил) на расстоянии l ; тогда горизонтальная сила

$$p_r = \frac{M_{\text{кр}}}{2h}$$

создает в точке момент

$$M_1 = \frac{M_{\text{кр}}}{2h} l \quad (17)$$

и вертикальная сила p_v

$$M_2 = \frac{M_{\text{кр}}}{2H} p_v. \quad (18)$$

Продольная сила в лонжероне от горизонтальной пары будет равна

$$S_r = -\frac{M_{\text{кр}} l}{2hH}; \quad (19)$$

и сила от вертикальной пары

$$S_B = \frac{M_{кр} l}{2Hh}. \quad (20)$$

Так как $S_B = -S_T$, то усилие в этой точке будет равно нулю.

Для других точек продольного пояса (лонжерона), рассуждая аналогично, найдем, что продольная сила в лонжероне равна нулю. Итак, если крутящие моменты распределяются на две равных по моменту пары, то силы в поясах равны нулю. Этот вывод к крылу полностью не применим и может быть использован при грубых прикидках. Если крутящий момент не делится пополам, то в лонжеронах появятся силы.

Применяя к коробке формулу Бредта и допуская, что толщина стенок δ постоянна, получим, что в первой стенке действует сила

$$P_T = H \delta \tau; \quad (21)$$

во второй стенке сила

$$P_B = h \delta \tau. \quad (22)$$

Напряжение в коробке будет

$$\tau = \frac{M_{кр}}{2F\delta} = \frac{M_{кр}}{2hH\delta},$$

так как $F = hH$.

Подставляя полученное значение τ в приведенные выше формулы (21), (22) для сил, действующих в стенках, получим

$$\begin{aligned} P_T &= \frac{M_{кр} H \delta}{2hH\delta} = \frac{M_{кр}}{2h}; \\ P_B &= \frac{M_{кр} h \delta}{2hH\delta} = \frac{M_{кр}}{2H}. \end{aligned} \quad (23)$$

Крутящие моменты относительно центра жесткости вертикальных и горизонтальных сил будут равны:

$$\begin{aligned} M_T &= \frac{M_{кр} h}{2h} = \frac{M_{кр}}{2}; \\ M_B &= \frac{M_{кр} H}{2H} = \frac{M_{кр}}{2}. \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом формула Бредта приводит к тому, что крутящий момент распределяется пополам между лонжеронами и обшивкой, и продольные силы в лонжеронах при этом, как было доказано выше, будут равны нулю.

Кручение прямоугольной призмы

При расчете крыла на кручение нас будет интересовать картина распределения крутящего момента для данного конкретного случая по длине крыла в зависимости от жесткости стенок и обшивки.

Предположим, что коробка закручивается моментом $M = 1$ и что торцевые сечения не деформируются (в этом месте стоит нервюра);

обозначим момент, воспринимаемый обшивкой, через K , и тогда момент, воспринимаемый лонжеронами, будет $(1 - K)$. При таком обозначении сила, действующая по обшивке, будет равна (фиг. 76):

$$P_T = \frac{k}{2h}, \quad (25)$$

а по лонжеронам:

$$P_B = \frac{(k-1)}{2H}. \quad (26)$$

Определим силы, которые возникают в лонжеронах у корня (в конце коробки). Под влиянием горизонтальной силы будем иметь:

$$S_T = -\frac{lk}{4hH}, \quad (27)$$

а от вертикальной слагающей эта сила будет

$$S_B = \frac{l(1-k)}{4hH}. \quad (28)$$

Полная сила в поясах (лонжеронах) будет равна алгебраической сумме сил, т. е.

$$S = \frac{(1-k)l}{4hH}. \quad (29)$$

Из уравнений работы верхней и нижней поверхности определяется величина K , которую мы здесь приводим без вывода¹:

$$K = \frac{1+3\beta}{2+3(\alpha+\beta)}; \quad (30)$$

здесь

$$\alpha = \frac{H^2}{l^2} \frac{E_{л} F_{л}}{G_0 F_0}, \quad (31)$$

$$\beta = \frac{h^2}{l^2} \frac{E_{л} F_{л}}{G_{ст} + F_{ст}}, \quad (32)$$

где H — половина расстояния между лонжеронами в см;
 h — половина средней высоты лонжеронов; средняя высота лонжеронов будет равна

$$\frac{h_1 + h_2}{2};$$

- l — расстояние сечения от места заделки (длина коробки);
- $F_{л}$ — суммарная площадь полок лонжеронов в сечении;
- $F_{ст}$ — суммарная площадь стенок сечения лонжеронов;
- F_0 — площадь среза обшивки между лонжеронами, равная $4H\delta$ (если толщина обшивки на нижней и верхней поверхности одинакова);
- $E_{л}$ — модуль упругости для лонжеронов (для сосновых лонжеронов $E = 100\,000 \text{ кг/см}^2$);
- G_0 — модуль упругости 2-го рода (модуль сдвига обшивки) для фанеры $G = 8000 \text{ кг/см}^2$, если фанера поставлена рубашкой по размаху, и $G = 20\,000 \text{ кг/см}^2$, — если под углом 45° .

¹ Определение величины K сделано инж. Беляевым.

Определив таким образом значение коэффициентов K , строим эпюру распределения крутящего момента между обшивкой и лонжеронами.

Более удобным представляется другой способ построения кривой распределения крутящего момента. Для этого нужно определить относительный угол закручивания в сечениях по формуле Грасгофа:

$$\alpha = \frac{M_{кр}}{4} \left(\frac{1}{I_{xл} G_{л} + I_{x0} G_0} + \frac{1}{I_{yл} G_{л} + I_{y0} G_0} \right) r,$$

где $M_{кр}$ — крутящий момент в сечении;

$I_{xл}$ — момент инерции лонжеронов относительно оси $x-x$;

$I_{yл}$ — момент инерции лонжеронов относительно оси $y-y$;

I_{x0} — момент инерции обшивки относительно оси $x-x$;

I_{y0} — момент инерции обшивки относительно оси $y-y$;

G_0 — модуль сдвига обшивки (берется по таблице в зависимости от направления рубашки);

$G_{л}$ — модуль сдвига лонжеронов в среднем значения G_0 и $G_{л}$ можно принять равным 8000 кг/см^2 ;

r — эмпирический поправочный коэффициент.

Практически r можно принять за постоянную величину, от корня крыла до его середины $r = 3$, начиная же от середины, r уменьшается и у конца крыла доходит до единицы.

Значения моментов инерции лонжеронов $I_{xл}$ и $I_{yл}$ относительно осей $x-x$ и $y-y$ подсчитаны при расчете крыла на изгиб и поэтому могут быть взяты: $I_{xл}$ — из расчета крыла на вертикальный изгиб и $I_{yл}$ из расчета на горизонтальный изгиб.

Моменты инерции обшивки могут быть определены по формулам:

$$I_{x0} = F_{обш} \left(\frac{h}{2} \right)^2, \quad (32')$$

$$I_{y0} = F_{обш} \left(\frac{H}{2} \right)^2, \quad (32'')$$

где $F_{обш}$ — площадь обшивки крыла, равная $2 H \delta$;

H — расстояние между лонжеронами;

h — средняя высота лонжеронов, равная $\frac{h_1 + h_2}{2}$;

h_1 — высота переднего лонжерона;

h_2 — высота заднего лонжерона.

Зная величину относительного угла закручивания, определяем величину крутящего момента, воспринимаемого обшивкой по формуле:

$$M_0 = \alpha I_{x0} G_0, \quad (32''')$$

где M_0 — момент, приходящийся на обшивку;

α — относительный угол закручивания;

I_{x0} — момент инерции обшивки относительно оси $x-x$;

G_0 — модуль сдвига обшивки.

Описанный способ удобен тем, что величины моментов лонжеронов бывают уже определены в расчете крыла на изгиб, и для вычисления

относительных углов закручивания крыла потребуется определить заново только моменты инерции обшивки.

Если по формуле Грасгофа определить коэффициент распределения крутящего момента, то он будет равен:

$$K = I_{x0} G_0 \frac{r}{4} \left(\frac{1}{I_{xл} G_{л} + I_{x0} G_0} + \frac{1}{I_{yл} G_{л} + I_{y0} G_0} \right) \quad (32''''')$$

и тогда момент, воспринимаемый обшивкой, будет равен

$$M_0 = K M_{кр},$$

где M_0 — крутящий момент, воспринимаемый обшивкой;

$M_{кр}$ — общий крутящий момент, действующий в сечении.

Определить α и K в этом случае можно так же, как и в первом, для 4—6 сечений крыла, и по полученным значениям построить общую кривую для всего крыла так, как описано ниже. Здесь необходимо указать, что формулы Бредта и Грасгофа учитывают пространственные деформации, т. е. допускают возможность свободного искажения поперечного сечения.

У корня крыла (у фюзеляжа) стержни (лонжероны) особо сильно препятствуют искажению плоских сечений, и формулы, построенные с учетом этих искажений, становятся неточными.

По предложению В. Н. Беляева, область, в которой общие формулы кручения становятся недействительными, называют областью Шухова, а всю остальную часть кессона (до конца крыла) — областью Бредта.

Вообще говоря, область Шухова может оказаться не только у самого корня крыла, но и там, где имеются сосредоточенные силы, например, стык консоли крыла с центропланом в трех точках или продольный вырез в руле высоты или элероне для установления кабачников или шарниров. Во всех подобных случаях для быстрой ликвидации области Шухова необходимо ставить торцевые стенки (нервюры), которые распределяют усилия сдвига по контуру обшивки. Следовательно, образование областей Шухова по длине консоли крайне нежелательно, и если бы область Шухова распространилась на всю длину крыла, то это было бы равносильно полному уничтожению обшивки, и кручение должно было бы восприниматься одними лонжеронами. Формулы, определяющей длину области Шухова у корня крыла, пока еще нет; инж. С. Я. Макаров предполагает, что эта длина близка к величине высоты лонжерона.

Обычно для построения кривой распределения крутящего момента достаточно взять по размаху 4—5 сечений и подсчитать для них значение K . Затем можем получить общую картину распределения момента по размаху. Для этого построим прямоугольную систему координат (фиг. 73) и на оси ординат отложим значения K , выраженные в процентах, т. е. $K \cdot 100\%$, а на оси абсцисс полуразмах крыла также в процентах. Высчитав положение по полуразмаху тех сечений, для которых высчитаны значения K , отмечаем точками значения $K \cdot 100\%$; соединив построенные таким образом точки плавной кривой, получим кривую распределения крутящего момента по размаху, по которой и можем определить значения K в интересующем нас сечении.

Рассмотрим теперь расчет крыла на кручение в случае C_K . Как известно, в случае C_K на крыло действует скручивающий момент:

$$M = f \frac{C_{m0}}{C_{x0}} G t \quad (33)$$

и лобовая сила

$$X = f \frac{C_{xкр}}{C_{x0}} G, \quad (34)$$

где f — коэффициент безопасности, равный 2;
 C_{m0} — коэффициент момента крыла для нуля подъемной силы;
 $C_{xкр}$ — коэффициент сопротивления крыла при $C_y = 0$;
 C_{x0} — коэффициент сопротивления планера при $C_y = 0$;
 G — общий полетный вес планера;
 t — хорда крыла, к которой при продувках отнесен C_m .

Так как расчет крыла от лобовых усилий был разобран в § 6, то здесь рассмотрим только кручение крыла.

Для расчета будем пользоваться формулой, известной из аэродинамики и выражающей погонный крутящий момент в сечении:

$$\Delta m = f C_m \rho t^2 v_{пик}^2, \quad (35)$$

где Δm — погонный крутящий момент в сечении;
 f — коэффициент безопасности, определяемый нормами прочности=2;

ρ — массовая плотность воздуха у земли = 0,125;

t — хорда в расчетном сечении;

$v_{пик}$ — скорость пикирования в м/сек.

Величину скорости пикирования найдем из уравнения

$$v_{пик}^2 C_{x0} \rho S = G \quad (36)$$

или

$$v_{пик}^2 = \frac{G}{C_{x0} \rho S}, \quad (37)$$

где S — площадь крыла;

C_{x0} — коэффициент сопротивления планера при $C_y = 0$;

G — полетный вес планера.

В каждом конкретном случае величина

$$f \rho v_{пик}^2 C_m = \text{const}$$

для всех сечений крыла; следовательно, расчетный погонный крутящий момент в каждом сечении будет равен:

$$\Delta m = \text{const } t^2. \quad (38)$$

Вычислив для каждого расчетного сечения величину погонного момента, строим эпюру погонных крутящих моментов, по которой и производится дальнейший расчет.

Погонный крутящий момент имеет размерность в кг, так как

$$\Delta m = f \rho C_m t^2 v_{пик}^2 = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}^4} \cdot \text{м}^2 \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{сек}^2} \right] = \text{кг}.$$

Дальнейший ход расчета аналогичен разносу вертикальных нагрузок по сечениям крыла. Считаем, что моменты на отсеке, которые по величине своей будут равны площадям эпюры погонных моментов для данного отсека и, равные

$$\Delta M = \frac{\Delta m_1 + \Delta m_2}{2} \Delta l, \quad (39)$$

действуют в центре тяжести отсека (Δl — ширина отсека). Таким образом получим величины крутящих моментов, действующих по отсекам крыла.

Сосредоточенный момент разносим по правилу рычага по соответствующим сечениям, суммируя те из них, которые приходятся на сечение от двух соседних отсеков. Для этого определяем значения передаточного коэффициента.

$$K_1 = \frac{\Delta m_1}{\Delta m_2}$$

и определяем момент в правом и левом сечениях отсека.

Момент в правом сечении:

$$\Delta M_{кр}'' = \frac{K_1 + 2}{3(K_1 + 1)} \Delta M_{кр};$$

в левом сечении:

$$\Delta M_{кр}' = \Delta M_{кр} - \Delta M_{кр}''.$$

Не надо забывать, что значения коэффициента K , подсчитанные при разносе вертикальной силы по сечениям, будут расходиться с величиной K_1 для разноса крутящего момента. В первом случае коэффициент K определялся, как

$$K = \frac{t_1}{t_2}, \quad (40)$$

а для кручения

$$K_1 = \frac{\Delta m_1}{\Delta m_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} = K^2. \quad (41)$$

Получив крутящие моменты в сечениях, суммируем их, начиная с конца, и получаем окончательные моменты по сечениям:

$$M_n = \Delta M_1 + \Delta M_2 + \dots + \Delta M_n. \quad (42)$$

Определив таким образом крутящие моменты по сечениям крыла в случае C_K , дальнейший расчет производим в указанном ранее порядке.

Часто бывает, что изгибающие моменты от кручения крыла в случае C_K для заднего лонжерона превышают значения изгибающих моментов в случае B_K . Поэтому подсчет изгибающих моментов в случае C_K для заднего лонжерона обязателен, в то время как для переднего лонжерона изгибающие моменты по случаю C_K можно не определять, зная заранее, что они окажутся менее, чем в случае A_K , и будут иметь обратный знак.

§ 9. ОДНОЛОНЖЕРОННЫЕ КРЫЛЬЯ

Наиболее распространенной конструкцией крыла современного планера является однолонжеронная конструкция. При расчете однолонжеронного крыла рассматривается жесткий фанерный носок с лонжероном, который и воспринимает всю нагрузку, хвостовая же часть считается неработающей в силовой схеме крыла.

Расчет однолонжеронного крыла производится в том же порядке, как и двухлонжеронного.

Определив общую разрушающую нагрузку на крыло, надо построить эпюры вертикальных и горизонтальных погонных нагрузок. Порядок построения погонных нагрузок указан в § 2. Вертикальный компонент погонных нагрузок воспринимается изгибом лонжерона. Горизонтальный компонент воспринимается изгибом лонжерона и носовых стрингеров.

В случае наличия заднего лонжерона, служащего для подвески элерона и идущего до фюзеляжа, горизонтальная нагрузка воспринимается растяжением и сжатием поясов горизонтальной фермы, образованной главным лонжероном и лонжероном-стрингером. В корневой части крыла устанавливается дополнительный косой лонжерон, который обеспечивает крылу жесткую заделку на фюзеляже от скручивающих усилий. Кроме того, косой лонжерон будет служить как бы подкосом для лонжерона крыла в горизонтальной плоскости и, следовательно, уменьшит горизонтальный изгибающий момент у корня крыла. Однако ввиду малой длины пролета косого лонжерона при расчете на горизонтальный изгиб его не учитывают, а считают лишь на скручивающие усилия.

Вертикальный изгиб

Имея эпюру вертикальных погонных нагрузок, строим эпюру перерезывающих сил и изгибающих моментов по правилам § 6. При этом вертикальный изгибающий момент полностью будет восприниматься лонжероном крыла.

Горизонтальный изгиб

Определение горизонтальных изгибающих моментов по сечениям крыла производим в порядке, указанном в § 7. Горизонтальный изгиб будет восприниматься отдельными силовыми элементами горизонтальной фермы крыла, и определение в них (поясах) усилий ничем не будет отличаться от крыла двухлонжеронной конструкции, т. е. нужно будет найти положение нейтральной оси горизонтальной фермы и затем определить суммарные усилия в поясах балки (лонжероне, стрингере).

Так как в наборе продольных элементов однолонжеронного крыла нет однотипности, то ниже даются указания, какие элементы можно вводить в работу крыла на горизонтальный изгиб.

В крыле, не имеющем дополнительного лонжерона, горизонтальную форму крыла образуют носовые стрингеры и лонжерон. Обычно учитываются не все носовые стрингеры; стрингеры, близко

расположенные к лонжерону, не учитываются ввиду того, что они будут находиться близко к нейтральной оси и практически не будут напряжены. Например, если сечение носка крыла имеет вид, изображенный на фиг. 77, то два стрингера, расположенные у лонжерона, в расчет не вводятся, а учитывают только лонжерон и три стрингера, расположенных ближе к носу крыла.

Определим для этого случая положение нейтральной оси относительно носка крыла. Очевидно можно написать

$$X = \frac{Fa + (F_1 + F_2)b + (F'_1 + F'_2)c}{F + (F_1 + F_2) + (F'_1 + F'_2)}, \quad (1)$$

где

F — площадь носового стрингера;
 $(F_1 + F_2)$ — суммарная площадь второго и третьего стрингеров;
 $(F'_1 + F'_2)$ — суммарная площадь полок лонжерона;
 a, b и c — соответственно расстояния центра тяжести элементов до носка крыла.

Тогда момент инерции сечения относительно оси $y-y$ будет равен:

$$I_y = F x_{01}^2 + (F_1 + F_2) x_{02}^2 + (F'_1 + F'_2) x_{03}^2, \quad (2)$$

где x_0 — расстояние от центра тяжести элемента до нейтральной оси.

Напряжение в элементах горизонтальной балки найдется по формуле:

$$\sigma = \frac{M_{гор}}{I_y} x_0. \quad (3)$$

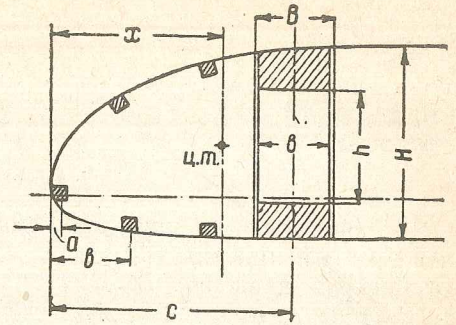
Однако здесь необходимо указать, что учитывать стрингеры имеет смысл только тогда, когда они обладают довольно большой жесткостью и не разрезаны по длине, в противном случае горизонтальный изгиб будет воспринимать один лонжерон.

Для определения напряжений в лонжероне необходимо найти его момент сопротивления относительно оси $y-y$. Как видно из фиг. 77, момент сопротивления лонжерона относительно оси $y-y$ будет равен:

$$W_y = \frac{HB^3 - hb^3}{6B}, \quad (4)$$

и напряжение в лонжероне найдется по общеизвестной формуле:

$$\sigma = \frac{M_{гор}}{W_y}. \quad (5)$$



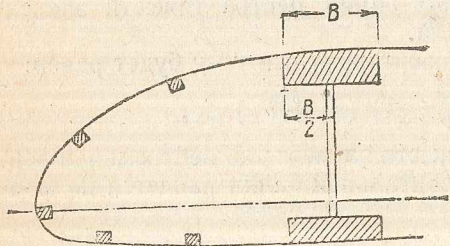
Фиг. 77.

Если же в крыле имеется дополнительный лонжерон-стрингер, служащий для подвески элерона и закрепленный в корне крыла, то горизонтальный изгиб будет восприниматься фермой, образованной лонжероном и лонжероном-стрингером. Носовые стрингеры в этом случае в работу крыла не вводятся. Определение усилий ничем не будет отличаться от описанного в разборе горизонтального изгиба двухлонжеронного крыла.

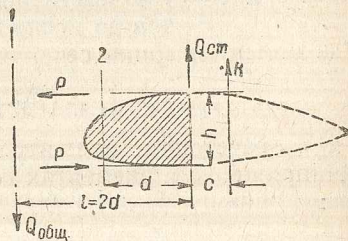
Кручение

Для определения крутящих моментов необходимо нанести на план крыла положение оси жесткости и центров давления. Нанесение центров давления не встретит никаких затруднений. Точное определение центра жесткости D-образного замкнутого профиля является сложной задачей и поэтому практически при решении вопросов прочности неприменимой. В расчетах будем принимать, что центр жесткости совпадает с центром тяжести сечения. Следовательно, при определении центра жесткости будем учитывать лонжерон и носовые стрингеры; обшивку носка в расчет не вводим. Расчет с учетом обшивки носка см. ниже. Тогда положение центра жесткости определится отношением:

$$X_{ц. ж.} = \frac{\sum I l}{\sum I},$$



Фиг. 78.



Фиг. 79.

где $\sum I l$ — означает сумму статических моментов, т. е. моментов инерции всех элементов сечения, способных воспринимать изгиб (полки, стрингеры), умноженных на плечо;

$\sum I$ — является суммой тех же моментов, но без предварительного умножения их на плечо.

Нахождение центра жесткости было описано в § 4. После нахождения положения оси жесткости определяются крутящие моменты, действующие в расчетных сечениях.

Подсчет моментов совершенно аналогичен описанному в § 8.

Рассмотрим работу на кручение D-образного профиля, каким является носок однолонжеронного крыла. Расчетное сечение изображено на фиг. 78. Кручение будет восприниматься стенкой лонжерона и обшивкой носка. Пусть в сечении крыла действует вертикальная сила, равная сумме всех вертикальных сил, расположенных правее сечения, т. е. перерезывающая сила (фиг. 79).

Так как момент кручения по формуле Бредта будет равен

$$M_{кр} = 2 F \tau \delta,$$

то легко найти составляющие силы $Q_{ст}$ и $Q_{общ.}$, действующие по стенке и по обшивке.

Силы $Q_{ст}$ и $Q_{общ.}$ определяются по формулам (фиг. 79)

$$Q_{общ.} = -\frac{R c}{l}, \quad (6)$$

$$Q_{ст} = +\frac{R(c+l)}{l}. \quad (7)$$

Очевидно, что

$$R = Q_{общ.} + Q_{ст}, \quad (8)$$

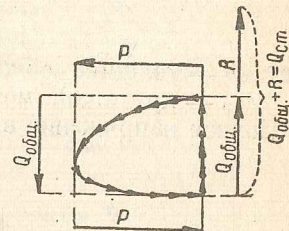
где $Q_{общ.}$ — перерезывающая сила, воспринимаемая обшивкой носка;

$Q_{ст}$ — перерезывающая сила, приходящаяся на стенку лонжерона.

Очень важно отметить, что, если плечо C положительно (т. е. перерезывающая сила R расположена впереди стенки лонжерона, а не сзади, как это указано на фиг. 79), то величина секущей силы $Q_{ст}$, воспринимаемой стенкой лонжерона, будет больше всей силы R . Это очень важное обстоятельство, которое не следует упускать из виду. Происходит это за счет догрузки стенки моментом кручения. Наоборот, сила, действующая по обшивке $Q_{общ.}$, меньше R . Перенос $Q_{общ.}$ с линии 1 (фиг. 79) на носок (линия 2) получаем момент переноса:

$$M_n = Q_{общ.} d. \quad (9)$$

Момент переноса будет восприниматься горизонтальными панелями, вызывая в них две равные силы противоположного знака



Фиг. 80.

$$P = \frac{M_n}{h} = Q_{общ.} \frac{d}{h}.$$

Таким образом схема работы носка будет подобна изображенной на фиг. 80, где по контуру обшивки течет равномерный замкнутый поток касательных напряжений (т. е. напряжений сдвига). Если мы теперь спроектируем поток касательных усилий в обшивке на вертикаль и горизонталь, то получим две пары сил $Q_{общ.}$ и P , взаимнообратных по знаку (фиг. 80). В стенке лонжерона, кроме того, будет действовать еще секущая сила R , так что полная секущая сила в стенке будет равна

$$Q_{ст} = Q_{общ.} + R. \quad (10)$$

При этом в отличие от крыла двухлонжеронной конструкции вертикальный изгиб лонжерона будет вызывать только сила R (перерезывающая сила от вертикальных сил), так как сила $Q_{общ.}$ будет непрерывно погашаться равной и обратной ей по знаку силой $Q_{общ.}$, подходящей к лонжерону с носка. Следовательно, вертикальный изгиб крыла

будет вызываться силой R (вертикальной составляющей воздушной нагрузки); на срез стенки лонжерона проверяется суммарной силой $R + Q_{\text{обш.}}$, действующей в данном сечении.

Для проверки напряжений в интересующем нас сечении необходимо определить площадь контура F (на фиг. 79 заштрихована) и найти погонное напряжение кручения по формуле:

$$u = \tau \delta = \frac{M_{\text{кр}}}{2F}. \quad (11)$$

Площадь носка крыла определяется, как площадь полуэллипса. Погонное напряжение будет постоянным по всему контуру сечения, в то время как напряжения кручения могут быть различны, если различна толщина обшивки. Напряжение кручения в зависимости от толщины стенки будет равно:

$$\tau = \frac{u}{\delta} = \frac{M_{\text{кр}}}{2F\delta}. \quad (12)$$

Так как толщина обшивки носка обычно бывает постоянна, то напряжение в любой точке носка будет также постоянно и равно:

$$\tau = \frac{u}{\delta} = \frac{M_{\text{кр}}}{2F\delta}, \quad (13)$$

где δ — толщина обшивки носка;

$M_{\text{кр}}$ — крутящий момент в сечении.

Полное напряжение в стенке лонжерона будет равно

$$\tau = \frac{M_{\text{кр}}}{2F\delta} + \frac{R}{F_{\text{ст}}} K, \quad (14)$$

где $F_{\text{ст}} = h \delta_{\text{ст}}$ — площадь сечения стенки лонжерона толщиной δ и высотой h (в случае коробчатого сечения лонжерона должна быть взята суммарная толщина стенок лонжерона);

R — полная перерезывающая сила в сечении от вертикальных сил, равная сумме всех сил, действующих от данного сечения до конца крыла (подсчитывается при расчете крыла на вертикальный изгиб);

K — коэффициент перераспределения касательных напряжений.

Для тонкой стенки, не работающей на изгиб (теряющей устойчивость от нормальных напряжений), но работающей на сдвиг, т. е. на касательные напряжения, $K = 1$. Для стенки, не теряющей устойчивости ни от сдвига ни от изгиба, $K = 1,5$. Для очень тонкой стенки, теряющей устойчивость и работающей по Вагнеру, т. е. за пределами упругости, $K = 2$. В этом случае во второй половине формулы (14) получим напряжение растяжения, а не касательные напряжения.

В однолонжеронном крыле (в отличие от двухлонжеронного) кручение не будет вызывать дополнительный изгиб лонжерона; круче-

ние однолонжеронного крыла будет догружать только стенку лонжерона, работающую на срезывающие усилия, и восприниматься полностью жесткой замкнутой трубой, образованной обшивкой носка и стенкой лонжерона.

При расчете однолонжеронной конструкции на кручение необходимо также помнить о том, что у заделки мы будем иметь область Шухова, где формула Бредта будет неприменима, и поэтому при проектировании необходимо руководствоваться указаниями, приведенными в § 8.

Рассмотрим работу косого лонжерона в однолонжеронном крыле. Как уже указывалось, косой лонжерон будет воспринимать крутящий момент у корня крыла. Как видно из фиг. 81, крутящий момент, действующий в корневой части крыла, будет восприниматься основным и косым лонжеронами, вызывая в них две равные вертикальные силы противоположного знака. Сила P , приходящаяся на косой лонжерон, будет направлена вверх, если крутящий момент действует против хода часовой стрелки, и наоборот.

Косой лонжерон под действием силы P будет изгибаться, и изгибающие моменты в сечениях косого лонжерона будут равны

$$M = P \cdot x,$$

где

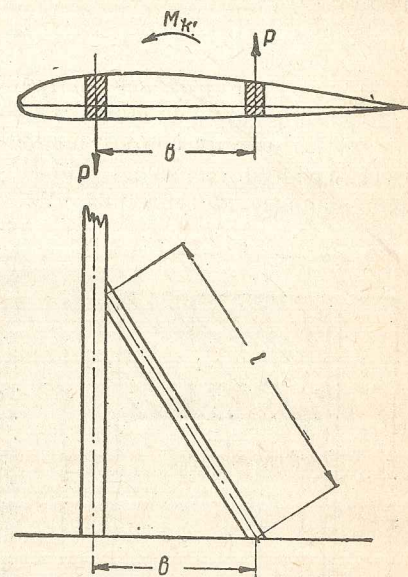
$$P = \frac{M_{\text{кр}}}{b}.$$

Максимальный изгибающий момент будет в месте стыка косого лонжерона с основным лонжероном:

$$M_{\text{max}} = P l,$$

здесь l — длина косого лонжерона.

Сечения лонжерона проверяются по общим правилам работы коробчатых лонжеронов, описанных ниже в § 10. Обычно полки косого лонжерона получают незначительными и их делают одинаковой толщины. Вообще же нужно указать, что обычно расчетным случаем для косого лонжерона является случай $C_{\text{н}}$, так что в косом лонжероне знак изгибающего момента будет минус, а следовательно, нижняя полка лонжерона будет сжата и должна быть большей толщины, чем верхняя.



Фиг. 81.

а) Расчет деревянных лонжеронов коробчатого профиля

Расчет деревянных коробчатых лонжеронов (фиг. 82) на изгиб производится по формуле:

$$R_{изг.} \leq \frac{M}{W}, \quad (1)$$

где $R_{изг.}$ — разрушающее напряжение изгиба;
 M — разрушающий изгибающий момент;
 W — момент сопротивления.

Испытания на изгиб балок коробчатого сечения показали, что разрушающее напряжение будет меняться в зависимости от формы сечения. Под понятием формы сечения

подразумевается не только конфигурация сечения, но и относительные его размеры. В сплошных сечениях разрушающее напряжение получается большим, чем в сечениях коробчатого типа. Объясняется это тем, что сжатые волокна дерева получают не одновременно разрушающие напряжения. Прежде всего разрушающего значения достигает напряжение в крайних сжатых волокнах, а затем появляется в волокнах, лежащих ближе к нейтральной оси. Поэтому в формулу изгиба должен быть введен некоторый коэффициент, меньший единицы, учитывающий форму сечения, и тогда формула для расчета лонжерона коробчатого сечения будет иметь следующий вид:

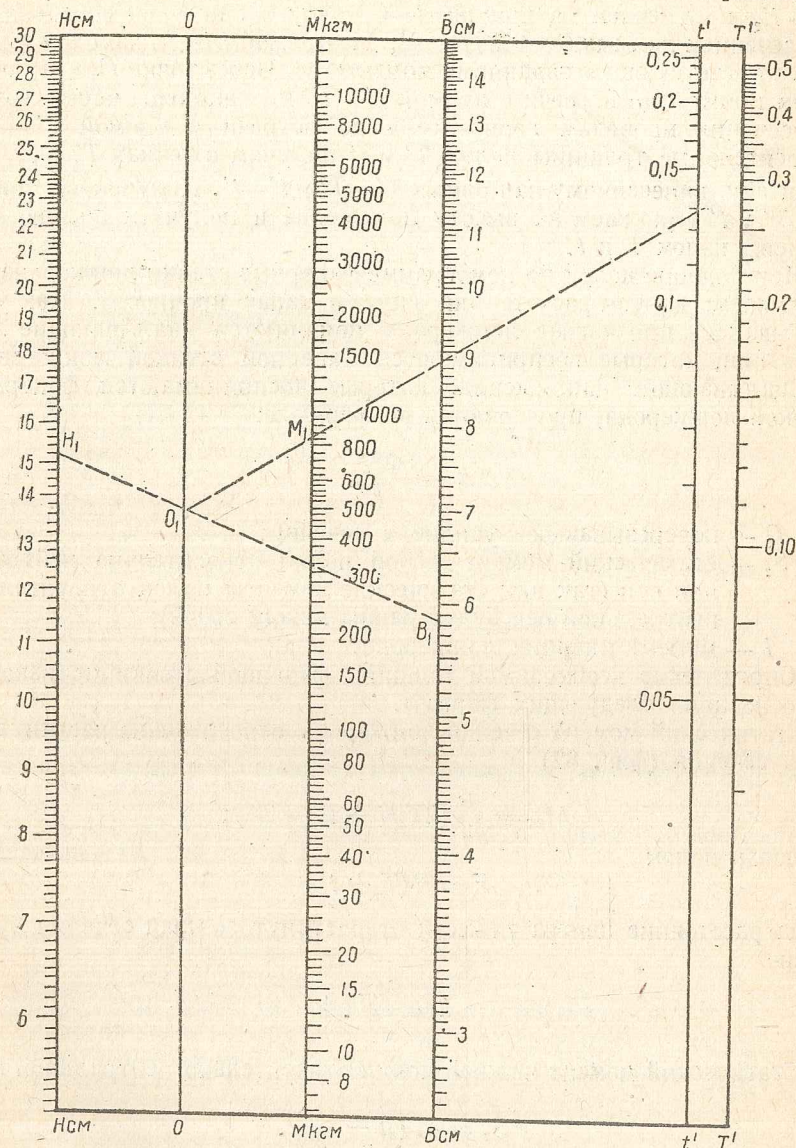
$$M \leq W R_{изг.} \Phi. \quad (2)$$

Коэффициент Φ носит название коэффициента формы. Таким образом коэффициент формы Φ будет отвлеченным числом, показывающим, во сколько раз временное сопротивление $\Phi R_{изг.}$ при изгибе лонжерона (бруса) не сплошного прямоугольного сечения будет меньше временного сопротивления $R_{изг.}$ сплошного прямоугольного сечения.

Предварительный подбор сечений лонжерона по изгибающим моментам, полученным в расчете первого приближения (без учета кручения и горизонтального изгиба), можно производить на основании номограммы М. М. Шишмарева (фиг. 83)¹.

¹ В эту номограмму автор внес некоторые исправления, принимая во внимание новые величины разрушающих напряжений по сравнению с принятыми в номограммах.

Имея высоту и ширину лонжерона, а также изгибающий момент M , подбираем по номограмме относительные толщины полок верхней $T' = \frac{T}{H}$ и нижней $t' = \frac{t}{H}$. Зная высоту лонжерона, легко определить



Фиг. 83.

и абсолютные толщины полок умножением относительных толщин T' и t' на высоту лонжерона H (фиг. 82).

Определение относительных толщин полок T' и t' по номограмме производится следующим образом. На прямых $H—H$ и $B—B$ берем по масштабам точки, соответствующие заданным величинам H и B (высота и ширина лонжерона). Полученные точки соединяем прямой $H_1—B_1$ и отмечаем на прямой $O—O$ точку O_1 , которая определится пересечением прямых $O—O$ и $H_1—B_1$. На прямой $M—M$ находим точку M_1 , соответствующую заданному моменту M . Через точки O_1 и M_1 проводим прямую до встречи с прямой $t'—t'$ и, наконец, через точку пересечения проводим горизонталь до встречи с прямой $T'—T'$. Относительные толщины полок T' и t' получим в точках T'_1 и t'_1 , по масштабу, нанесенному на прямых $T'—T'$ и $t'—t'$. Полученные значения T' и t' умножаем на высоту лонжерона и получаем абсолютные размеры полок T и t .

При подборе полок по номограмме фанерные стенки лонжерона не учитываем; в этом расчете они идут в запас прочности. Как уже указывалось, при изгибе лонжерона появляются скалывающие напряжения, которые воспринимаются фанерной стенкой лонжерона. Скалывающие напряжения, которые воспринимаются фанерной стенкой лонжерона, проверяются по формуле:

$$\tau = \frac{QS_z}{I\delta}, \quad (3)$$

где Q — перерезывающее усилие в сечении;

S_z — статический момент любой полки относительно нейтральной оси (так как статические моменты полок относительно нейтральной оси будут равны между собой);

I — момент инерции лонжерона.

Определение необходимой толщины фанерной стенки производим на основании следующих формул.

Статический момент сечения лонжерона относительно растянутого края сечения (фиг. 82)

$$M_{ст} = \frac{B}{2} (2TH + t^2 - T^2); \quad (4)$$

площадь полок

$$F = B(T + t);$$

тогда расстояние центра тяжести от растянутого края сечения будет равно

$$h = \frac{M_{ст}}{F}. \quad (5)$$

Статический момент нижней полки относительно нейтральной оси:

$$S_z = Bt \left(h - \frac{t}{2} \right). \quad (6)$$

Момент инерции сечения

$$I = \frac{B}{3} [h^3 + h_1^3 - (h_1 - T)^3 - (h - t)^3]. \quad (7)$$

Толщина стенки¹:

$$\delta = \frac{S_z Q}{260 I}.$$

Для трехслойной фанеры $\tau = 130 \text{ кг/см}^2$.

Вычисление всех величин, входящих в формулу определения толщины стенки лонжерона, рекомендуется производить в порядке, указанном в табл. 5.

Форма

Таблица 5

Данные	Номер сечений		
	1	3	5
Расстояние сечения от корня крыла X , м . . .			
Высота лонжерона H , см			
Ширина полки B , см			
Изгибающий момент M , кг·см			
Относительная толщина полок			
T'			
t'			
Абсолютная толщина полок			
T , см			
t , см			
T^2 , см ²			
t^2 , см ²			
$2HT$, см ²			
F , см ²			
h , см			
h_1 , см			
S_z , см ³			
I , см ⁴			
Q , кг			
δ , см			

Перейдем к более детальному рассмотрению вопроса о расчете деревянных профилей. Подсчет напряжений может быть представлен двумя случаями:

1. Напряжение для консольной части крыла, испытывающей только изгиб:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W} + \sigma', \quad (8)$$

где M — изгибающий момент в сечении;

W — момент сопротивления сечения;

σ — напряжения от горизонтального изгиба.

2. Напряжение в пролете лонжерона (для подкосных крыльев), где кроме изгибающего момента действует продольная сила S

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W} + \frac{S}{F} + \sigma', \quad (9)$$

где S — продольная сила, действующая по лонжерону;

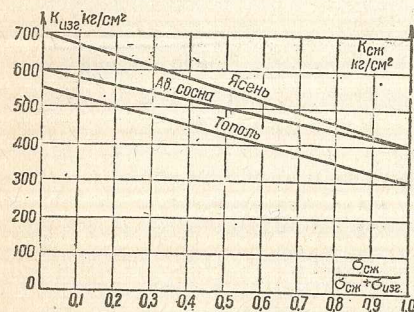
F — площадь полок сечения.

¹ Здесь мы приняли, что лонжерон обшит с двух сторон, т. е. $\delta = 2 \delta_{ст}$.

Определив действительные напряжения, нужно сравнить их с разрушающими напряжениями для данного материала. Действительные напряжения не должны превышать разрушающего напряжения $K_{вр}$, т. е.

$$\sigma_{\max} \leq K_{вр}. \quad (10)$$

Если сечение испытывает один изгиб, то $K_{вр}$ равно временному сопротивлению материала ($K_{изг}$) на изгиб. В случае же совместного действия изгиба и сжатия (или растяжения) разрушающие напряжения $K_{вр}$ нужно выбрать, руководствуясь отношением действительных напряжений



Фиг. 84.

Если, например, мы получили для нашего сечения напряжения $\sigma_{сж} = 150 \text{ кг/см}^2$ и $\sigma_{изг} = 300 \text{ кг/см}^2$, то отношение:

$$\frac{\sigma_{сж}}{\sigma_{сж} + \sigma_{изг}} = \frac{150}{150 + 300} = \frac{1}{3}.$$

Пользуясь графиком фиг. 84, в этом случае для авиационной сосны

$$K_{вр} = 530 \text{ кг/см}^2.$$

График фиг. 84 с числовыми величинами $K_{изг}$ построен для сплошного прямоугольного сечения, поэтому в расчетные формулы деревянных профилей необходимо вводить коэффициент формы Φ . Для случая одного изгиба формула получит вид:

$$\sigma_{изг} = \frac{M}{W} \leq K_{изг} \Phi. \quad (11)$$

Для совместного действия изгиба и сжатия имеем:

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{S}{F} \leq K_{изг} \Phi - (K_{изг} \Phi - K_{сж}) \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_{изг} + \sigma_{сж}}.$$

При совместном действии изгиба и растяжения в приведенную выше формулу вместо $K_{сж}$ нужно вписать величину $K_{раст}$.

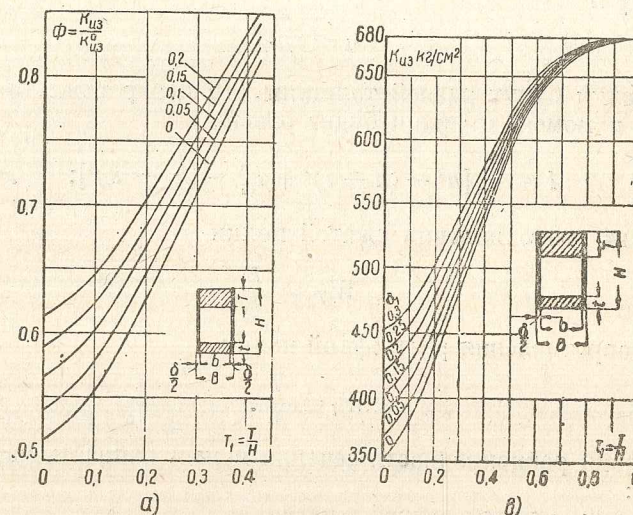
Как уже указывалось, коэффициент формы Φ зависит от того поддерживающего действия, которое оказывают на более напряженные волокна менее напряженные. Это поддерживающее влияние оценивается коэффициентом K , который находится опытным путем в зависимости от отношения высоты сжатой полки T к высоте профиля H .

Зная коэффициент K , можно путем соответствующих выкладок притти к выражению для фактора формы Φ :

$$\Phi = \frac{K_{сж}}{K_{изг}} + \left(1 - \frac{K_{сж}}{K_{изг}}\right) K. \quad (12)$$

Так как Φ есть функция K , а K в свою очередь функция $\frac{T}{H}$, то для Φ строится кривая в зависимости от $\frac{T}{H}$, которой и можно пользоваться непосредственно при расчетах (фиг. 85).

До сих пор при определении коэффициента Φ мы пренебрегали влиянием стенки лонжерона.



Фиг. 85.

В коробчатом сечении стенки имеют коэффициент формы, равный 1, поэтому, если влияние стенки довольно велико, то коэффициент Φ можно выразить

$$\Phi_c = \frac{\Phi + 2 \frac{\delta}{b}}{1 + 2 \frac{\delta}{b}}, \quad (13)$$

где δ — толщина стенки;

b — ширина сечения без стенок;

Φ — фактор формы без учета стенок.

На фиг. 85 даны кривые коэффициента Φ с учетом стенки лонжерона, оценивающейся величиной:

$$\delta' = \frac{\delta}{B},$$

где δ — суммарная толщина стенки лонжерона;

B — ширина лонжерона.

б) Проектирование лонжеронов коробчатого профиля

Имея высоту H , ширину B лонжерона и изгибающий момент M , необходимо при проектировании рациональным образом разместить материал профиля. Очевидно, что для соблюдения этого условия необходимо, чтобы количество материала, вошедшее в состав профиля, было наименьшим, а это потребует создания равнопрочного сечения, т. е. такого, при котором полки (сжатая и растянутая) разрушались бы одновременно. Следовательно необходимо определить относительные размеры полков:

в е р х н е й

$$\tau = \frac{T}{H}$$

и н и ж н е й

$$\tau_1 = \frac{t}{H}$$

Так как полки будут разной толщины, то центр тяжести будет не в середине и момент инерции будет равен

$$I = \frac{b}{3} [h^3 - (h - t)^3 + h_1^3 - (h_1 - T)^3];$$

тогда момент сопротивления сжатой полки

$$W_T = \frac{I}{h_1} \quad (14)$$

и момент сопротивления растянутой полки

$$W_t = \frac{I}{h}.$$

Из условия равнопрочности сечения можем написать напряжения для полков:
верхней полки, испытывающей сжатие,

$$\frac{M}{W_T} \leq K_{сж}; \quad (15)$$

нижней полки, испытывающей растяжение,

$$\frac{M}{W_t} \leq K_{раст}. \quad (16)$$

Как показала практика, если менять толщину одной из полков (например, T), оставляя другую неизменной, то момент сопротивления последней (W_t) почти не будет меняться. Это будет справедливо независимо от того, остается ли неизменяемой полка толстая или тонкая. Поэтому в первом приближении нужно τ_1 можно найти, считая приближенно $\tau = \tau_1$ по формулам:

$$\tau_1 = \frac{1}{2} [1 - \sqrt[3]{1 - A_1}]$$

и

$$\tau = 0,5 [1 - \sqrt[3]{1 - A}],$$

где

$$A_1 = \frac{6M}{K_{раст} b H^2},$$

$$A = \frac{6M}{K_{сж} b H^2}.$$

Практически достаточно бывает первого приближения.

Получив значения относительных размеров полков τ и τ_1 , вычисляем абсолютные размеры полков, умножая значение τ и τ_1 на высоту профиля H , т. е.

$$T = \tau H$$

и

$$t = \tau_1 H.$$

Подобранные таким образом T и t будут наивыгоднейшими, так как соответствуют равнопрочным размерам полков лонжерона.

Итак, каждую полку в данном сечении приходится подбирать (или проверять) по формулам:
для верхней полки

$$\frac{M_{изг}}{W_T} \leq K;$$

для нижней полки

$$\frac{M_{изг}}{W_t} \leq K_1.$$

Моменты сопротивления полков W_T и W_t определяются по приведенным выше формулам.

Разрушающие напряжения должны быть взяты:
для в е р х н е й полки:

$$K = K_{изг} \Phi;$$

для н и ж н е й полки:

$$K_1 = K_{раст}.$$

Если принять для авиационной сосны

$$K_{изг} = 680 \text{ кг/см}^2$$

и

$$K_{раст} = 700 \text{ кг/см}^2,$$

то

$$K = \Phi \cdot 680 \text{ кг/см}^2;$$

$$K_1 = 700 \text{ кг/см}^2.$$

Числовой пример подбора равнопрочных полков по графикам приведен нами ниже в § 11.

§ 11. РАСЧЕТ МОНОБЛОЧНОГО КРЫЛА

а) Определение напряжений: в обшивке, стрингерах, панели

До сих пор мы предполагали, что обшивка крыла работает только на срез, а изгиб крыла полностью воспринимают на себя лонжероны. При этом для обеспечения крылу достаточной прочности требуется довольно большая высота лонжеронов, что, естественно, приводит к увеличению толщины крыла. Однако современный рекордный планер должен иметь по возможности крыло тонкого профиля, так как увеличение толщины крыла вызовет ухудшение летных характеристик. При малой же высоте лонжеронов в тонком крыле получение достаточной прочности будет затруднительно без чрезмерного увеличения веса лонжеронов. Так как материал в лонжероне малой высоты используется плохо, поэтому в тонком крыле представляется выгодным использовать при изгибе также и ту часть обшивки, которая будет наиболее удалена от нейтральной оси.

Таким образом возникла конструкция крыла монокок и моноблок.

Для использования обшивки ее необходимо сделать достаточно жесткой, чтобы при сравнительно небольших напряжениях она не теряла устойчивости. Это можно осуществить частой расстановкой ребер жесткости (стрингеров), подкрепляющих обшивку. Следовательно, при расчете моноблочного крыла должны быть учтены не только пояса (полки лонжеронов, стрингера), но и часть обшивки.

Вводить в работу крыла всю обшивку не приходится по следующим соображениям:

1. Так как обшивка крыла обычно не бывает прямой, то при растягивающих усилиях, прежде чем она начнет работать, в стрингерах будут уже некоторые напряжения, и при увеличении нагрузки напряжения в стрингерах будут превосходить напряжения в обшивке.

2. При сжимающих усилиях тонкая пластина обшивки не может полностью работать, так как часть обшивки, наиболее удаленная от стрингеров, в силу малой жесткости потеряет устойчивость.

Таким образом напряжения в обшивке по ее ширине будут различны, и пластина в целом будет напряжена меньше, чем стрингер. Кроме того, обшивка бывает подвержена действию поперечной изгибающей нагрузки, которая будет еще больше искривлять обшивку и тем самым уменьшать ее участие в восприятии сжимающих и растягивающих усилий.

Для оценки степени участия обшивки в сопротивлении изгибу при подсчете момента инерции сечения площадь всей обшивки умножается на некоторый коэффициент k , меньший единицы. Коэффициент k носит название редуцированного коэффициента. Следовательно, в расчете должна фигурировать приведенная площадь элемента сечения, которая будет равна

$$F_{пр} = kF, \quad (1)$$

где F — фактическая площадь;
 k — редуцированный коэффициент.

Практически нас будет интересовать значение редуцированного коэффициента при разрушении крыла, так как расчет крыла ведется по

разрушающим нагрузкам. В этом случае редуцированным коэффициентом будет называться отношение напряжения в момент разрушения крыла в данном элементе сечения (стрингер, обшивка) к разрушающему напряжению материала этого элемента (сосна, фанера) на растяжение, т. е.

$$k = \frac{\sigma_{кр}}{K_{раст}}, \quad (2)$$

где $\sigma_{кр}$ — напряжение в элементе сечения в момент разрушения крыла;

$K_{раст}$ — разрушающее напряжение материала элемента на растяжение.

Рассмотрим вопрос более подробно.

На фиг. 86 изображена панель из тонкой обшивки, подкрепленной стрингерами, которая нагружена равномерно распределенной нагрузкой на сжатие. При малых нагрузках и незначительных напряжениях панель будет работать как однородный брусок и напряжения сжатия будут равномерны по всему сечению панели, т. е.

$$\sigma = \frac{P}{F},$$

где P — общая сила;

F — суммарная площадь стрингеров и обшивки.

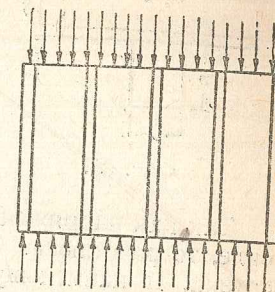
С увеличением нагрузки напряжения в обшивке и стрингерах начинают расти неравномерно; у стрингеров напряжение будет больше, чем у обшивки. Это указывает на то, что обшивка работает не всей своей площадью одинаково, и наступает момент, когда сжатая обшивка

начинает коробиться, т. е. терять свою устойчивость. Построив действительную эпюру напряжений для панели, получим вид, изображенный на фиг. 87, т. е. величина напряжения в стрингерах $\sigma_{стр}$ в несколько раз больше напряжений в обшивке $\sigma_{обш}$. Следовательно, усилия будут

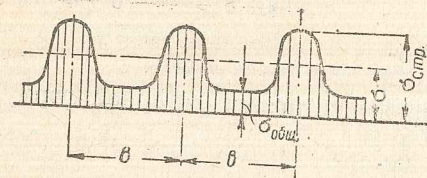
распределяться непропорционально фактическим площадям обшивки и стрингеров; стрингеры воспримут большую часть силы, нежели обшивка площади, равной со стрингерами. Напряжения в панели, найденные по элементарной формуле напряжения сжатия, будут меньше фактического напряжения в стрингерах $\sigma_{стр}$ и больше напряжения в обшивке $\sigma_{обш}$, т. е. будут занимать некоторое среднее значение, т. е. $\sigma_{стр} > \sigma > \sigma_{обш}$. Для определения величины действительных напряжений в обшивке и стрингерах панели существует два способа.

Первый способ (немецкий)

Действительную эпюру напряжений A заменяют расчетной B таким образом, чтобы площади эпюр были равны (фиг. 89). При этом

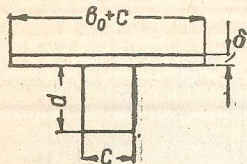


Фиг. 86.



Фиг. 87.

считают, что часть обшивки между стрингерами работает так же, как стрингер, а часть обшивки не работает вовсе. Ширину b_0 называют работающей шириной и определяют по формуле Кармана



Фиг. 88.

$$b_0 = 1,78 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{стр}}}} \quad (3)$$

где σ — толщина обшивки;
 E — модуль нормальной упругости;
 $\sigma_{\text{стр}}$ — напряжение сжатия в стрингере.

Так как напряжения в стрингере $\sigma_{\text{стр}}$ возрастают пропорционально силе, то работающая ширина b_0 будет уменьшаться с увеличением нагрузки, и наименьшую величину b_0 будет иметь в момент разрушения стрингера. В работающую ширину b_0 должна быть включена ширина стрингера c ; тогда работающая ширина будет равна $b_0 + c$ (фиг. 88).

Напряжение в панели определится делением силы на площадь F , которая будет равна:

$$F = ndc + m(b_0 + c)\delta, \quad (4)$$

где n — количество стрингеров;
 d — высота стрингера;
 c — ширина стрингера;
 b_0 — работающая ширина;
 σ — толщина обшивки;
 m — количество участков обшивки.

Определив площадь, находим напряжение по элементарной формуле

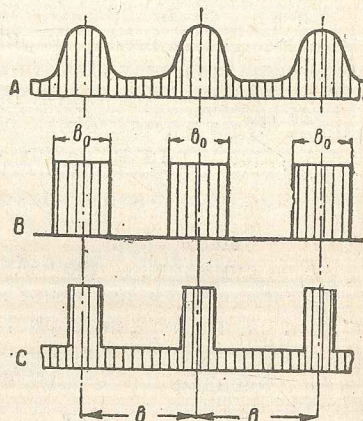
$$\sigma = \frac{P}{F}.$$

Второй способ (американский)

При применении этого способа определения действительных напряжений эпюру действительных напряжений A заменяют (как и в первом способе) расчетной C (фиг. 89), из условия равенства площадей эпюр, с той лишь разницей, что обшивка считается работающей полностью с постоянным напряжением по ширине, меньшим напряжения в стрингере. Это допущение равносильно тому, что стрингеры являются для обшивки как бы направляющими, предохраняющими ее от преждевременной потери устойчивости. Для определения величины силы, выдерживаемой панелью, нужно знать площади стрингеров и обшивки.

Определим площади одного стрингера и одного участка фанеры (фиг. 90):

$$F_{\text{стр}} = dc \quad \text{и} \quad F_{\text{обш}} = (b + c)\delta;$$



Фиг. 89.

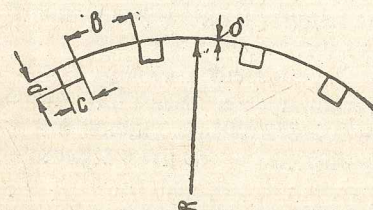
тогда, зная напряжения в элементах панели—стрингерах и обшивке—и их площади, можно определить общую силу, выдерживаемую панелью:

$$P = n\sigma_{\text{стр}}F_{\text{стр}} + m\sigma_{\text{обш}}F_{\text{обш}}. \quad (5)$$

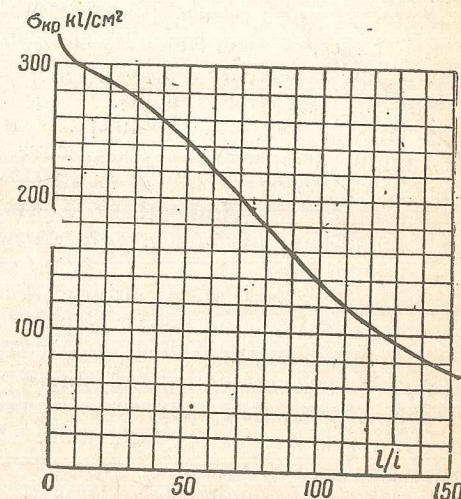
Величину напряжения в стрингере $\sigma_{\text{стр}}$ находим как критическое напряжение продольного изгиба для стрингера, считая концы его заделанными.

На фиг. 91 приведена кривая критических напряжений для авиационной сосны в функции гибкости стрингера, т. е. отношения длины стержня l к его радиусу инерции i . Зная отношение $\frac{l}{i}$, можно, пользуясь этим графиком, определить величину критического напряжения в стрингере.

За длину стержня l принимается расстояние между нервюрами, считая, что на нервюрах стрингер зашпелен.



Фиг. 90.



Фиг. 91.

Необходимо помнить, что в первом способе величины момента инерции, площади и радиуса инерции стрингера должны быть определены с учетом работающей ширины обшивки (фиг. 89), а во втором способе учитывается один стрингер. Напряжения в обшивке $\sigma_{\text{обш}}$ могут быть найдены по формуле

$$\sigma_{\text{обш}} = \frac{0,12E}{b} (1 - \delta) \left(1 + \frac{360\delta}{R}\right), \quad (6)$$

где E — модуль нормальной упругости;

b — расстояние между стрингерами;

R — радиус кривизны обшивки (фиг. 90).

Все величины в этой формуле должны выражаться в кг и см, причем для толщины δ , превышающей 3 мм, формула идет в запас надежности, а при $\delta = 1$ см становится явно неверной, так как дает $\sigma_{\text{обш}} = 0$. Это необходимо учитывать при определении $\sigma_{\text{обш}}$.

б) Определение редуционных коэффициентов

Как уже было указано, редуционным коэффициентом k является отношение критического напряжения элемента к его разрушающему. Очевидно, что в растянутой зоне критические напряжения будут

равны разрушающим, поэтому редуционный коэффициент k будет равен единице. В сжатой же зоне ввиду того, что критическое напряжение является пределом работы стойки на продольный изгиб, оно будет меньше разрушающего напряжения на сжатие, и редуционный коэффициент будет меньше единицы. Однако в действительности приходится учитывать то обстоятельство, что при изгибе крыла вследствие искажения его формы отдельные его элементы будут нагружаться неравномерно как в сжатой, так и в растянутой зонах. Практически невозможно получить постоянные напряжения в обшивке и стрингерах, лежащих на одинаковых расстояниях от нейтральной оси, поэтому в величину критического напряжения должна быть введена поправка k_0 (коэффициент неравномерности). Эта поправка будет тем больше, чем хуже выполнено крыло, чем слабее подкреплена обшивка стрингерами и чем больше отношение ширины кессонной части крыла к его высоте. При расчетах можно считать эту поправку в пределах $0,5 < k_0 < 1$.

Расчетные редуционные коэффициенты получаются умножением редуционного коэффициента k на коэффициент неравномерности k_0 , т. е. на растяжение $k_+ = k_0 k$ и на сжатие $k_- = k_0 k$. Так как при растяжении $k = 1$, то в растянутой зоне редуционным коэффициентом будет являться коэффициент неравномерности k_0 .

Это будет верно только в случае, если элементы сечения (стрингеры, обшивка) выполнены из одного материала, т. е. имеют одинаковый модуль нормальной упругости. Если же элементы выполнены из разных материалов, то редуционные коэффициенты элементов нужно еще умножить на отношение их модулей нормальной упругости, т. е. привести все редуционные коэффициенты к одному материалу.

Получив значение редуционных коэффициентов, дальнейший расчет моноблочного крыла будет идти нормальным порядком, а именно:

1) умножаются все площади сечения на редуционные коэффициенты (с учетом разнородности материала и коэффициента неравномерности);

2) к полученному однородному сечению применяются обычные положения для расчета балок на изгиб, т. е. находится нейтральная ось и вычисляются моменты инерции сечения.

Напряжения в любом элементе сечения найдутся по формуле

$$\sigma = k \frac{MZ}{I} \quad (7)$$

Следовательно, для одного и того же расстояния от нейтральной оси фактические напряжения в элементах сечения будут относиться, как их редуционные коэффициенты.

Расчет моноблочного крыла может быть сведен к расчету на изгиб в двух плоскостях и на кручение.

При определении центра жесткости моноблочного крыла должны быть взяты приведенные площади элементов, равные

$$F_{пр} = kF,$$

где $F_{пр}$ — приведенная площадь;

k — редуционный коэффициент данного элемента;

F — геометрическая площадь элемента.

Более подробно см. § 4. Все дополнительные сведения по расчету моноблочного крыла даны в приведенном ниже примере расчета.

в) Пример расчета моноблочного крыла¹

Пусть требуется рассчитать сечение крыла по схеме, приведенной на фиг. 92.

Расчет на изгиб

Изгибающий момент в сечении считаем определенным в предварительном расчете и равным

$$M = 300\,000 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Изгибающий момент будут воспринимать шесть элементов (стрингер, расположенный в носке, не учитываем, так как он практически не работает). Следовательно, задача будет четырехкратно статически неопределимой, поэтому приходится задаваться некоторыми отношениями заранее. Удобно будет оценить работу стрингеров и обшивки в изгибе и подобрать полки лонжерона. Оценить работу стрингеров и обшивки можно некоторым эмпирическим коэффициентом, который может меняться от 0 (стрингера и обшивка перерезаны или вообще отсутствуют) до 1 (безлонжеронное многострингерное крыло). Для обычных схем крыльев планеров (лонжерон и жесткий фанерный носок) этот коэффициент находится в пределах от 0,6 до 0,9 и зависит от степени подкрепленности фанеры и от размеров стрингеров. При некотором навыке этот коэффициент можно назначить, не прибегая к дальнейшему пересчету. Возьмем для рассматриваемого сечения предварительно его величину в 0,9. Тогда момент, воспринимаемый полками лонжеронов, будет равен:

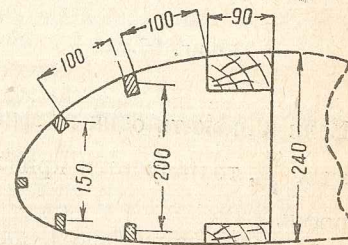
$$M = 0,9 \cdot 300\,000 = 270\,000 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Для подбора полок воспользуемся графиками, данными на фиг. 93, 94, 95².

График фиг. 93 дает величину «единичного разрушающего момента» M_1 для сжатой полки T , а фиг. 94 то же самое для растянутой полки t ,

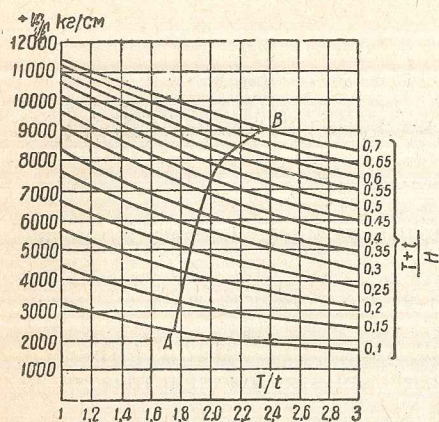
¹ Пример взят из статьи инж. Макарова «Расчет крыла и фюзеляжа монокок» журнал «Самолет» № 12, 1936 и № 1 и 2, 1937.

² Графики взяты из работы инж. Макарова, см. технический бюллетень ЦКБ № 9 за 1934 г. Графики построены по напряжениям для сосны $K_{раст} = 700 \text{ кг/см}^2$, $K_{сж} = 400 \text{ кг/см}^2$ и $K_{изг} = 600 \text{ кг/см}^2$ без учета поддерживающего влияния фанерной стенки лонжеронов.

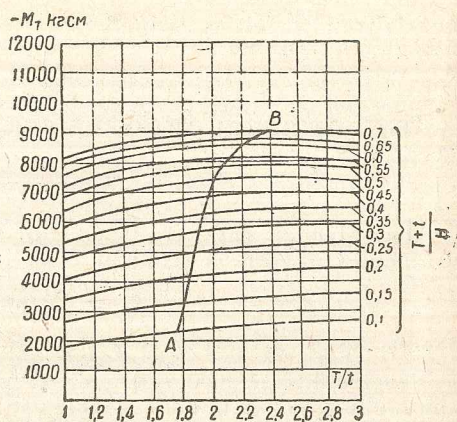


Фиг. 92.

при сечении высотой $H = 10$ см и шириной $B = 1$ см в зависимости от отношения толщин полок $\frac{T}{t}$ и величины заполнения $\frac{T+t}{H}$.



Фиг. 93.



Фиг. 94.

Если наложить один график на другой и найти точки пересечения кривых $\frac{T}{t}$, то получится кривая AB для лонжерона с равнопрочными полками.

Как видно из графиков, наивыгоднейшее соотношение полок зависит от величины заполнения

$\frac{T+t}{H}$ и для ходовых значений

$\frac{T+t}{H} = 0,2 \div 0,05$, отношение

$\frac{T}{t} = 1,8 \div 2$. По этой кривой AB

и будем подбирать лонжерон.

График на фиг. 95 служит для проверки растянутой полки на сжатие в случаях D_к и E_к.

Делаем приведение нашего сечения с заданным изгибающим моментом к единичному разрушающему моменту; вычисляем величину

$$\frac{bH^2}{100} = \frac{9 \cdot 24^2}{100} = 52,$$

т. е. узнаем, во сколько раз момент сопротивления нашего сечения больше момента сопротивления, принятого в графиках. Тогда единичный

разрушающий момент будет равен

$$M_1 = \frac{270\,000}{52} = 5200 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

По кривой AB фиг. 93 этой цифре соответствует величина заполнения

$$\frac{T+t}{H} = 0,27,$$

и отношение полок

$$\frac{T}{t} = 1,88.$$

Решая эти два уравнения совместно, найдем

$$(T + 1,88t) = 0,27H = 0,27 \cdot 240 = 65 \text{ мм}$$

или

$$t = 23 \text{ мм};$$

$$T = 42 \text{ мм}.$$

Дальнейший расчет можно вести одним из двух способов:

- 1) задаваться сечениями стрингеров заранее или
- 2) подбирать эти площади по тому проценту изгибающего момента, который мы предназначили к поглощению стрингерами и обшивкой (в нашем примере 10%).

Несмотря на то, что иногда не получается совпадения заданных размеров стрингеров с требуемыми по расчету и приходится делать пересчет, все же проще пользоваться первым способом.

В данном примере будем пользоваться первым способом.

Допустим, что все стрингеры одинаковы и имеют размеры, указанные на фиг. 96. Расчет будем вести по первому (немецкому) способу, т. е. считать часть обшивки b_0 такой же работоспособной, как и самый стрингер.

Определим работающую ширину обшивки по формуле:

$$b_0 = 1,7\delta \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{стр}}}},$$

где δ — толщина обшивки;

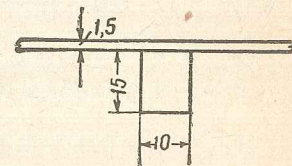
E — модуль нормальной упругости;

$\sigma_{\text{стр}}$ — напряжение сжатия в стрингере.

Здесь мы принимаем, что напряжение и модуль нормальной упругости для фанеры (в случае, если фанера поставлена рубашкой параллельно размаху) и сосны одинаковы.

При определении критического напряжения для фанеры на сжатие считаем, что на протяжении приведенной ширины b_0 оно равно критическому напряжению в стрингере.

Согласно приведенной формуле при увеличении напряжения сжатия в стрингере $\sigma_{\text{стр}}$ ширина уменьшается и будет минимальной;



Фиг. 96.

когда напряжение в стрингере будет критическим, $\sigma_{стр} = \sigma_{кр}$. Чтобы не делать пересчетов, можно заранее принять в запас прочности наибольшую возможную величину для напряжения $\sigma_{стр}$.

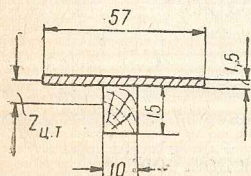
По графику фиг. 91 находим, что для очень коротких стержней σ не превышает 300 кг/см^2 ; эту величину мы и принимаем.

Тогда работающая ширина для каждого стрингера будет равна:

$$b_0 + c = 1,78 \sqrt{\frac{E}{\sigma}} + c = 1,7 \cdot 0,15 \sqrt{\frac{10^5}{300}} + 1;$$

$$b_0 + c = 4,7 + 1,0 = 5,7 \text{ см.}$$

Расчетное сечение стрингера принимают по фиг. 97. Вычисляем его площадь, центр тяжести и момент инерции.



Площадь:

$$F = 5,7 \cdot 0,15 + 1,0 \cdot 1,5 = 0,85 + 1,5 = 2,35 \text{ см}^2.$$

Центр тяжести:

$$Z_{ц.т.} = \frac{0,75 \cdot 1,5}{2,35} = 0,5 \text{ см.}$$

Момент инерции:

$$I = 0,85 \cdot 0,6^2 + \frac{1,0}{12} \cdot 1,5^2 + 1,5 \cdot (0,75 + 0,5)^2 = 0,3 + 0,28 + 0,09 = 0,67 \text{ см}^4.$$

Радиус инерции в направлении, перпендикулярном обшивке,

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{0,67}{2,35}} = \frac{0,67}{2,35} = 0,53 \text{ см.}$$

Пусть в нашем случае расстояние между нервюрами

$$l = 25 \text{ см,}$$

тогда гибкость стрингера

$$\frac{l}{i} = \frac{25}{0,53} = 47.$$

По кривой продольного изгиба (фиг. 91) и по найденной гибкости стержня определяем критическое напряжение для стрингера

$$\sigma_{кр} = 250 \text{ кг/см}^2.$$

Так как в нашем случае носок не слишком длинен, то для коэффициента неравномерности принимаем значение

$$k_0 = 0,9.$$

Таким образом для растянутой зоны редуционный коэффициент будет

$$k_+ = 1 \cdot 0,9 = 0,9$$

и для сжатой зоны

$$k_- = k_0 \frac{\sigma_{кр}}{K_{сж}} = 0,9 \frac{250}{350} = 0,64$$

расчетное сечение, показанное на фиг. 92, преобразуется в данное на фиг. 98.

Редукционный коэффициент для полок лонжерона принимаем равным единице ввиду большой жесткости полок. Находим приведенные площади стрингеров:

верхнего стрингера

$$F_{пр. в.} = k_- F = 0,64 \cdot 2,35 = 1,5 \text{ см}^2;$$

нижнего стрингера

$$F_{пр. н.} = k_+ F = 0,9 \cdot 2,35 = 2,1 \text{ см}^2.$$

Центр жесткости сечения находим, пренебрегая практически неработающим в носке стрингером и эффектом фанерной стенки лонжерона. Проводим ось $X-X$ через центр тяжести нижней полки лонжерона и для простоты будем считать, что центр тяжести нижних стрингеров лежит также на этой оси. Следовательно, статические моменты нижних стрингеров и нижней полки лонжеронов будут равны нулю. Тогда координата центра тяжести относительно этой оси будет равна:

$$Z_{ц.т.} = \frac{1,5 \cdot 15 + 1,5 \cdot 20 + 9 \cdot 4,2 \left(24 - \frac{4,2 + 2,3}{2} \right)}{2 \cdot 1,5 + 2 \cdot 2,1 + 9 (4,2 + 2,3)} = 12,7 \text{ см}$$

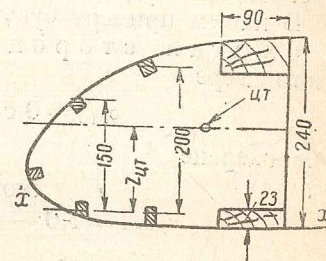
или 13 см.

Момент инерции сечения подсчитываем, пренебрегая собственными моментами инерции $I_{собств.} = \frac{bh^3}{12}$ стрингеров и моментом инерции стенки лонжерона, и получаем:

$$I = \sum \left(a^2 F + \frac{bH^3}{12} \right) = 1,5 \cdot 2^2 + 2,1 \cdot 13^2 + 1,5 \cdot 7^2 + 2,1 \cdot 13^2 + 9 \cdot 4,2 \left(24 - \frac{4,2 + 2,3}{2} - 13 \right)^2 + \frac{9 \cdot 4,2^3}{12} + 9 \cdot 2,3 \cdot 13^2 + \frac{9 \cdot 2,3^3}{12} = 80 + 710 + 2240 + 57 + 3500 + 9 \approx 6600 \text{ см}^4.$$

Окончательные напряжения в стрингерах и лонжероне находим по формуле:

$$\sigma = k k_E \frac{M Z}{I},$$



Фиг. 98.

где k — редуцированный коэффициент;

$k_E = \frac{E_2}{E_1}$ — отношение модулей упругости приводимого материала

к рассматриваемому;

M — изгибающий момент в сечении;

Z — расстояние элемента от нейтральной оси.

Так как ранее мы приняли $E_2 = E_1$, то $k_E = 1$. Считая размеры стрингеров одинаковыми, проверим один из них — наиболее нагруженный, т. е. наиболее удаленный от нейтральной оси.

В нашем примере будут напряжения:

Сжатая сторона сечения:
в стрингере

$$\sigma_{стр} = 0,64 \frac{300\,000 \cdot 7}{6600} = 200 \text{ кг/см}^2,$$

в лонжероне

$$\sigma_{лонж} = 1,0 \frac{300\,000 \left(24 - 13 - \frac{2,3}{2}\right)}{6600} = 440 \text{ кг/см}^2.$$

Растянутая сторона сечения:

в стрингере

$$\sigma_+ = 0,9 \frac{300\,000 \cdot 13}{6600} = 525 \text{ кг/см}^2,$$

в лонжероне

$$\sigma_+ = 1,0 \frac{300\,000 \left(13 + \frac{2,3}{2}\right)}{6600} = 640 \text{ кг/см}^2.$$

Сравним полученные напряжения с разрушающими. Очевидно, для растянутой половины разрушающими напряжениями (как для стрингера, так и для лонжерона) будут напряжения на растяжение, т. е. $K_{раст} = 700 \text{ кг/см}^2$. Для сжатой половины разрушающие напряжения для стрингера должны быть взяты по графику фиг. 91. Для нашего случая при гибкости стрингера $\frac{l}{i} = 47$ кри-

тическое напряжение будет равно $\sigma_{кр} = 250 \text{ кг/см}^2$. Для полки лонжерона напряжения вычислены по известной формуле $K_{сж} = 600 \Phi$.

Для быстроты вычислений приведен график, дающий сразу величину разрушающих напряжений для сосновой сжатой полки при изгибе, в функции $\frac{T}{H}$ (фиг. 99).

Для нашего случая отношение

$$\frac{T}{H} = \frac{42}{240} = 0,175,$$

а напряжение по графику фиг. 99 будет

$$\sigma_- = 440 \text{ кг/см}^2.$$

Следовательно, получим следующие избытки прочности на нормальные напряжения:

Сжатая сторона сечения:
в стрингере

$$\eta_- = \frac{250}{200} = 1,25,$$

в лонжероне

$$\eta_- = \frac{440}{440} = 1,00.$$

Растянутая сторона сечения:
в стрингере

$$\eta_+ = \frac{700}{525} = 1,33,$$

в лонжероне

$$\eta_+ = \frac{700}{640} = 1,09.$$

В практике расчетов нормальными избытками прочности считаются: для лонжеронов от 1 до 1,05 и для стрингеров от 0,95 до 1,25.

Таким образом в рассмотренном нами примере надо было бы несколько уменьшить величину сечения. Избыток материала мы получили за счет того, что учитывали стрингера и обшивку коэффициентом 1—0,9 (т. е. считали, что на них приходится 10% изгибающего момента), а в действительности разгрузка от них оказалась порядка 15%. Если же заниматься подбором наиболее рационального сечения, то нужно растянутые стрингеры брать меньше по размерам, как это делается с полкой лонжерона.

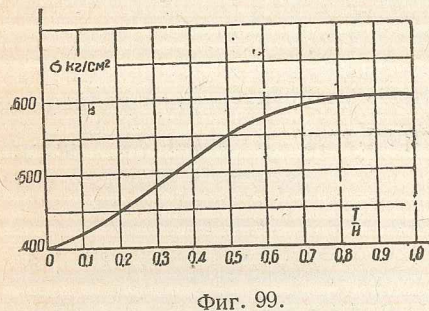
Примеров расчета обшивки по второму (американскому) способу мы не приводим, но даем лишь определение редуцированного коэффициента для обшивки. Расстояние между стрингерами $b = 100 \text{ мм}$ и радиус кривизны дужки в этом участке $R = 1800 \text{ мм}$.

Вычисляем критическое напряжение для обшивки по формуле:

$$\begin{aligned} \sigma_{обш} &= \frac{0,12E}{b} (1 - \delta) \left(1 + \frac{360\delta}{R}\right) = \\ &= \frac{0,12 \cdot 10^5}{10} (1 - 0,15) \left(1 + \frac{360 \cdot 0,15}{1800}\right) = 200 \text{ кг/см}^2. \end{aligned}$$

Если принять максимально возможное напряжение сжатия для фанеры параллельно волокнам 350 кг/см^2 , то редуцированный коэффициент для обшивки будет равен:

$$k = \frac{200}{350} = 0,57.$$



Фиг. 99.

Раньше же мы получили приведенную ширину обшивки $b_0 + c = 57$ мм, которая соответствует редуцированному коэффициенту

$$k = \frac{57}{100 + 10} = 0,52.$$

Как видим, разница в коэффициентах, определенных обоими способами, небольшая.

Расчет на кручение

Расчет на кручение моноблочного крыла может быть сведен к расчету на кручение однолонжеронного крыла и изложен в § 9. Напомним лишь порядок расчета на кручение:

1. Нанести на план крыла ось жесткости и линию центров давления.
2. Построить эпюру плеч по отрезкам, заключенным между упомянутыми двумя линиями.
3. Вычислить приращения крутящих моментов, для чего сила, действующая в сечении, умножается на плечо крутящего момента.
4. Строится эпюра крутящих моментов; суммарный крутящий момент в сечении будет равен сумме приращений крутящих моментов, действующих правее сечения.
5. Производится проверка напряжений в обшивке.

§ 12. ПОРЯДОК РАСЧЕТА КРЫЛА НА ПРОЧНОСТЬ

После того как в предыдущих параграфах была подробно разобрана работа крыла, дадим последовательный порядок расчета его на прочность. При этом будем считать, что сечения крыла подобраны в предварительном расчете. Порядок расчета следующий:

1. Определяется общая разрушающая нагрузка на крыло

$$P_p = n(G_{пл} - G_{кр}),$$

средняя удельная нагрузка

$$P_{cp} = \frac{P_p}{S_{кр}}. \quad (1)$$

2. Определяются погонные нагрузки по расчетным сечениям

$$q = p_{cp} t. \quad (2)$$

3. Определяются силы на отсек

$$P_{отс} = \frac{q_n + q_{n+1}}{2} l \text{ (длина пролета)}. \quad (3)$$

4. Разносятся по узлам сила $P_{отс}$, сосредоточенная в центре тяжести отсека

$$P'' = P_{отс} \frac{k+2}{3(k+1)}, \quad (4)$$

$$P' = P_{отс} - P'',$$

здесь

$$k = \frac{t_n}{t_{n+1}}.$$

5. Определяются силы по узлам, для чего производится суммирование сил, приходящихся на сечение от двух соседних отсеков

$$P_n = P'_n + P''_{n-1}. \quad (5)$$

6. Вычисляются перерезывающие силы в узлах, для чего суммируются все силы, расположенные правее данного сечения, т. е.

$$Q = P_1 + P_2 + \dots + P_n. \quad (6)$$

7. Определяются приращения изгибающих моментов по расчетным сечениям:

$$\Delta M_n = Q_n X, \quad (7)$$

здесь X — расстояние между соседними сечениями.

8. Определяется изгибающий момент в сечении путем сложения всех приращений моментов, расположенных правее сечения:

$$M_n = \Delta M_1 + \Delta M_2 + \dots + \Delta M_n. \quad (8)$$

Так как при вычислении нагрузок на крыло мы брали общую косую погонную нагрузку, то для того чтобы полученные у нас моменты рассматривать, как моменты от вертикальных сил, надо значение моментов исправить на $\cos \gamma$.

Наклон равнодействующей к хорде определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{Ct}{C_n}. \quad (9)$$

9. Строится эпюра изгибающих моментов от вертикальных сил путем умножения момента, действующего в сечении на $\cos \gamma$

$$M_b = M \cos \gamma.$$

Для распределения изгибающих моментов по лонжеронам необходимо вычислить моменты инерции их относительно оси $X-X$. Момент инерции лонжеронов (фиг. 82) определяется по формуле

$$I = \frac{B}{3} [h^3 - (h_1 - T)^3 + h_1^3 - (h - t)^3]. \quad (10)$$

10. Разносятся изгибающие моменты по лонжеронам.

Изгибающий момент для первого лонжерона будет равен:

$$M_1 = \frac{M I_1}{I_1 + I_2}. \quad (11)$$

Для второго лонжерона:

$$M_2 = \frac{M I_2}{I_1 + I_2}. \quad (12)$$

Следовательно, зная изгибающий момент в сечении, разносим его по лонжеронам пропорционально их моментам инерции. Таким образом получается эпюра изгибающих моментов по лонжеронам от изгиба крыла. Для получения расчетных изгибающих моментов должны быть учтены дополнительные изгибающие моменты от кручения.

Кручение

Для расчета крыла на кручение наносим на план крыла линию центров давления и ось жесткости крыла. Процент приложения равнодействующей относительно носка крыла будет равен:

$$X = t \frac{C_m}{C_y} \cdot 100\% \quad (13)$$

Более точно вместо C_y надо брать C_n , который, как известно, будет равен:

$$C_n = C_y \cos \alpha + C_x \sin \alpha.$$

Положение центра жесткости относительно носка хорды определим по известной нам уже формуле (см. § 4).

$$X_{ц. ж.} = \frac{\sum I l}{\sum I} \quad (14)$$

Далее расчет на кручение проводится в следующем порядке.

1. Определив положение центра давления и центра жесткости, вычисляем плечо крутящего момента

$$a = X - X_{ц. ж.} \quad (15)$$

2. Умножая силу P , действующую в сечении на плечо a , получим приращения крутящих моментов $\Delta M_{кр}$ по сечениям. Следует особо отметить, что при определении $\Delta M_{кр}$ надо брать силу P в сечении, а не перерезывающую силу Q , как мы делали при определении приращений изгибающих моментов.

3. Суммируя приращения крутящих моментов, расположенных правее сечения, получим крутящий момент в сечении:

$$M_{кр. n} = \Delta M_1 + \Delta M_2 + \dots + \Delta M_n. \quad (16)$$

В случае, если ось жесткости крыла имеет перелом, то крутящие моменты для центральной части крыла (за переломом оси жесткости) следует определять, как было указано в § 8.

4. Определяются относительные углы кручения по формуле Грасгофа:

$$\alpha = r \frac{M_{кр}}{4} \left(\frac{1}{I_{x л} G_{л} + I_{x о} G_o} + \frac{1}{I_{y л} G_{л} + I_{y о} G_o} \right). \quad (17)$$

5. Распределяется крутящий момент между обшивкой крыла и лонжеронами. Момент, воспринимаемый обшивкой:

$$M_{обш} = \alpha I_{x о} G_o. \quad (18)$$

Момент, воспринимаемый лонжеронами:

$$M_{лонж} = M_{кр} - M_{обш}; \quad (19)$$

здесь $M_{кр}$ — общий крутящий момент в сечении.

6. Определяются перерезывающие силы, действующие по обшивке:

$$Q_0 = \frac{M_{обш}}{h}. \quad (20)$$

7. Определяются перерезывающие силы, действующие на лонжероны от кручения.

Сила на первом лонжероне:

$$Q_{л1} = \frac{I_1 X_1}{I_1 X_1^2 + I_2 X_2^2} M_{лонж}; \quad (21)$$

на втором лонжероне:

$$Q_{л2} = \frac{I_2 X_2}{I_1 X_1^2 + I_2 X_2^2} M_{лонж}. \quad (22)$$

Считая грубо, что центр жесткости находится по середине расстояния между лонжеронами, перерезывающую силу от кручения получим по формуле:

$$Q_{л1} = -Q_{л2} = \frac{M_{лонж}}{H}, \quad (23)$$

здесь H — расстояние между лонжеронами.

Ясно, что в этом случае силы, воспринимаемые лонжеронами, будут равны по величине и обратны по знаку.

8. Строится эпюра дополнительных изгибающих моментов $M_{доп}$ от кручения. Для этого опять для каждого сечения вычисляется общая сила как сумма всех сил справа, полученные значения сил умножаются на расстояния между соседними сечениями и получается $\Delta M_{доп}$. Суммируя все $\Delta M_{доп}$, расположенные правее сечения, получаем $M_{доп}$ в сечении.

Произведя все перечисленные подсчеты, переходим к проверке напряжений в элементах сечения. Для этого определяем суммарный изгибающий момент

$$M = M_b + M_{доп}. \quad (24)$$

Напряжения в лонжероне проверяем по формуле:

$$\sigma_{изг} \leq \frac{M}{W},$$

где $\sigma_{изг}$ — разрушающее напряжение на изгиб для коробчатого лонжерона с учетом фактора формы;

M — изгибающий момент в сечении;

W — момент сопротивления сечения.

Если лонжерон имеет полки разной толщины, напряжения полок подсчитываются для верхней и нижней полок отдельно по формулам, приведенным в § 10. Напряжение в обшивке крыла определяется по формуле

$$\tau = \frac{Q_0}{F_{обш}}, \quad (25)$$

здесь $F_{обш}$ — площадь среза одной панели обшивки (верхней или нижней).

Горизонтальный изгиб

Изгибающие моменты, действующие в плоскости хорды крыла, могут быть получены путем умножения вертикальных изгибающих моментов на $\operatorname{tg} \gamma$:

$$M_{\text{гор}} = M_{\text{верт.}} \operatorname{tg} \gamma. \quad (26)$$

Если брать значения изгибающих моментов, полученных от общих сил, то можно получить горизонтальные изгибающие моменты:

$$M_{\text{гор}} = M \sin \gamma. \quad (27)$$

Вычисляем положение нейтральной оси двухпоясной горизонтальной балки:

$$X_{\text{ц. т.}} = \frac{l_1 F_{\text{пер}} + l_2 F_{\text{задн}}}{F_{\text{пер}} + F_{\text{задн}}} = \frac{\sum F l}{\sum F}, \quad (28)$$

здесь $F_{\text{пер}}$ и $F_{\text{задн}}$ соответственно сумма площадей полок переднего и заднего лонжеронов.

Определяем момент инерции двухпоясной балки относительно оси $y-y$

$$I_y = F_{\text{пер}} X_1^2 + F_{\text{задн}} X_2^2, \quad (29)$$

здесь X_1 и X_2 — соответственно расстояния от центра тяжести балки до оси лонжерона.

Вычисляем напряжения в лонжеронах от горизонтального изгиба крыла.

Напряжение в первом лонжероне:

$$\sigma_1 = \frac{M_{\text{гор}} X_1}{I_y}. \quad (30)$$

Напряжение во втором лонжероне:

$$\sigma = \frac{M_{\text{гор}} X_2}{I_y}. \quad (31)$$

Определяем перерезывающую силу, действующую в горизонтальной плоскости $Q_{\text{гор}}$. Имея перерезывающие силы по сечениям крыла, действующие в вертикальной плоскости $Q_{\text{верт.}}$, получим:

$$Q_{\text{гор}} = Q_{\text{верт.}} \operatorname{tg} \gamma. \quad (32)$$

Определяем касательные напряжения в обшивке от изгиба крыла в горизонтальной плоскости:

$$\tau_{\text{изг}} = \frac{Q_{\text{гор}}}{F_{\text{общ}}}, \quad (33)$$

здесь за площадь обшивки должна быть взята суммарная площадь среза обшивки, т. е. площадь среза верхней и нижней панелей.

Теперь можно установить суммарные напряжения в лонжеронах путем суммирования напряжений от вертикального и горизонтального изгибов:

$$\sigma_{\text{сум}} = \sigma_{\text{верт.}} + \sigma_{\text{гор.}}$$

§ 13. МЕТОД ГРАФИЧЕСКОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

При помощи графического интегрирования можно построить для балки, нагруженной любой погонной нагрузкой q , эпюры перерезывающих сил Q , изгибающих моментов M и, что особенно для нас будет важно, определить углы закручивания поперечных сечений и прогибы крыла.

Этот метод представляет собою интегрирование графическим путем уравнения кривой, где численное значение интеграла заменяется численным значением соответствующей площади.

Имея эпюру погонных нагрузок q , для полного решения задачи прочности крыла необходимо произвести интегрирование четыре раза: 1-й интеграл дает срезывающую силу Q , 2-й интеграл дает изгибающий момент M , которому пропорциональна кривизна $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$, 3-й интеграл дает девиацию ϕ и, наконец, 4-й интеграл дает прогибы крыла y .

Решение задачи при помощи графического интегрирования будет сводиться к ряду последовательных построений эпюр, определению их площадей S с последующим умножением площади на значение масштабов эпюры. Покажем ход решения задачи отдельно для изгиба и для кручения крыла.

Расчет крыла на изгиб

Погонные нагрузки, подсчитанные по расчетным сечениям крыла, будем считать заданными величинами, от которых и поведем дальнейший расчет.

Как уже было указано, при расчете крыла на вертикальный изгиб необходимо взять вертикальную погонную нагрузку $q_{\text{верт.}}$, которую получим умножением косой погонной нагрузки на $\cos \gamma$ (см. § 6). Порядок проведения расчета по данному методу следующий.

1. Строится эпюра погонных нагрузок по расчетным сечениям крыла (фиг. 100, а); при этом построении наиболее удобными масштабами будут: для сил 1 мм—5 кг/м, а для длин 1 : 20.

2. Определяется эпюра перерезывающих сил Q , т. е. находятся значения Q по расчетным сечениям. Для этого подсчитываются площади эпюры q каждый раз от конца крыла до рассматриваемого сечения; полученные значения площадей умножаются на масштабы длин и погонной нагрузки; в результате получим значения перерезывающей силы по расчетным сечениям, т. е. получим эпюру перерезывающих сил (фиг. 100, б). Если обозначить масштаб длин через $\alpha \left(\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right)$ и масштаб

погонной нагрузки $\beta \left(\frac{\text{кг/м}}{\text{мм}} \right)$, величины перерезывающей силы Q по сечениям крыла, т. е. ординаты $a - a' \dots d - d'$, получим следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{ордината } a - a' &= \text{площади } O - I - I (\alpha \beta), \\ &» \quad b - b' = &» \quad O - II - II (\alpha \beta), \\ &» \quad c - c' = &» \quad O - III - III (\alpha \beta), \\ &» \quad d - d' = &» \quad O - IV - IV (\alpha \beta). \end{aligned}$$

3. На основании эпюры перерезывающих сил строится эпюра изгибающих моментов M (фиг. 100, с).

Так же, как и в первом случае, обозначим масштаб длин $\alpha \left(\frac{м}{мм} \right)$ и масштаб перерезывающих сил $m \left(\frac{кг}{мм} \right)$; тогда значения моментов M по сечениям, т. е. ординаты $l-l' \dots k-k'$, будут равны:

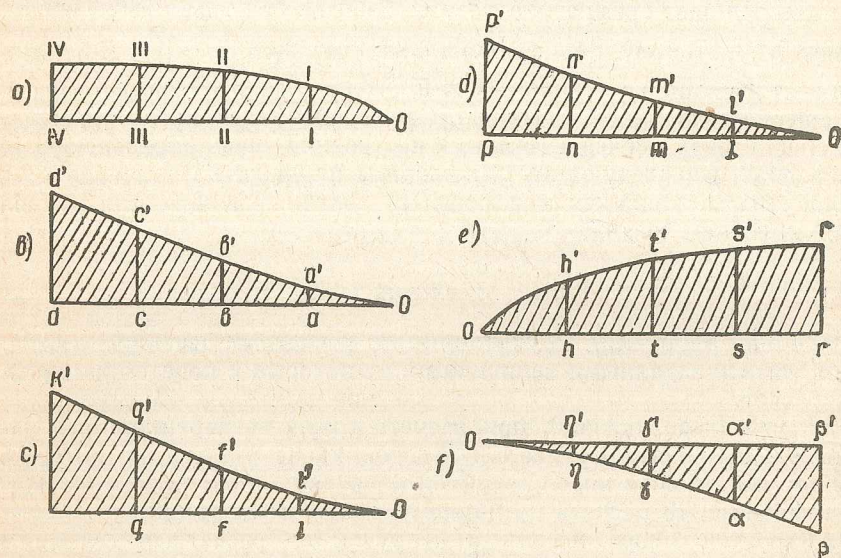
ордината $l-l' =$ площади $O-a-a' (am)$

» $f-f' =$ » $O-b-b' (am)$

» $q-q' =$ » $O-c-c' (am)$

» $k-k' =$ » $O-d-d' (am)$.

Таким образом получим эпюру изгибающих моментов M :



Фиг. 100.

4. Подсчитывается по расчетным сечениям кривизна лонжерона $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$ путем деления величины момента M , действующего в сечении, на жесткость изгиба лонжеронов EI ,

где E — модуль нормальной упругости;

I — момент инерции лонжеронов.

Затем строится эпюра $\frac{M}{EI}$ (фиг. 100, d), где

ордината $l-l' = \frac{\text{ордината } l-l'}{EI_1},$

» $m-m' = \frac{\text{ордината } f-f'}{EI_2},$

» $n-n' = \frac{\text{ордината } q-q'}{EI_3},$

» $p-p' = \frac{\text{ордината } k-k'}{EI_4}.$

5. Вычисляются углы девиации φ по расчетным сечениям. Для этого надо проинтегрировать графически эпюру $\frac{M}{EI}$.

Обозначая масштаб длин $\alpha \left(\frac{м}{мм} \right)$ и масштаб кривизны лонжеронов $\frac{M}{EI}$ через $n \left(\frac{1}{см} мм \right)$, значения углов девиации φ , выраженные в радианах, будут равны (фиг. 100, e):

ордината $r-r' =$ площади $p-p'-o (\alpha n),$

» $s-s' =$ площади $p-p'-l-l' (\alpha n),$

» $t-t' =$ площади $p-p'-m-m' (\alpha n),$

» $h-h' =$ площади $p-p'-n-n' (\alpha n).$

6. Интегрируется графически эпюра углов девиации φ , выраженных в радианах, и в результате получается эпюра стрел прогиба от вертикального изгиба крыла (фиг. 100, f). Если по примеру предыдущего обозначить масштаб длин $\alpha \left(\frac{м}{мм} \right)$ и масштаб углов девиации $k \left(\frac{рад}{мм} \right)$, значения прогибов крыла по расчетным сечениям получим следующим образом:

ордината $\beta-\beta' =$ площади $o-r-r' (\alpha k),$

» $\alpha-\alpha' =$ площади $o-s-s' (\alpha k),$

» $\gamma-\gamma' =$ площади $o-t-t' (\alpha k),$

» $\eta-\eta' =$ площади $o-h-h' (\alpha k).$

Расчет крыла на кручение

Для проведения расчета крыла на кручение наносятся на план крыла ось центров давления и ось центров жесткости. Зная в каждом расчетном сечении плечо крутящего момента a и вертикальную составляющую погонной нагрузки $q_{\text{верт}}$, строим эпюру погонных крутящих моментов m .

Погонный крутящий момент определяем по формуле:

$$m = q_{\text{верт}} a,$$

где $q_{\text{верт}}$ — вертикальная составляющая погонной нагрузки в сечении;

a — плечо крутящего момента в сечении.

Если ось жесткости крыла имеет перелом, то для центральной части крыла плечи крутящих моментов должны быть вычислены согласно указаниям, данным в § 8.

Дальнейший расчет проводится в следующем порядке:

1. Строится эпюра m по полученным значениям погонных крутящих моментов (фиг. 101, a).

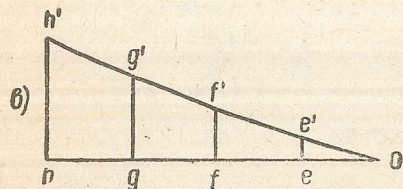
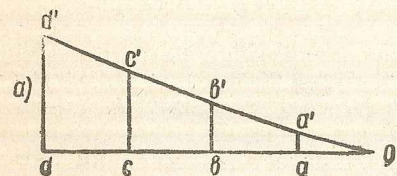
2. Определяется эпюра крутящих моментов $M_{кр}$ (фиг. 101, b), для чего графически интегрируется эпюра погонных крутящих моментов. Обозначив масштаб длин $\alpha \left(\frac{м}{мм} \right)$ и масштаб погонных крутящих

моментов k (кг/мм), значения $M_{кр}$, т. е. ординаты $e-e' \dots h-h'$, получим следующим образом:

- ордината $e - e' =$ площади $o - a - a' (\alpha k)$,
- » $f - f' =$ площади $o - b - b' (\alpha k)$,
- » $g - g' =$ площади $o - c - c' (\alpha k)$,
- » $h - h' =$ площади $o - d - d' (\alpha k)$.

Необходимо заметить, что размерность погонного момента кручения будет m [кг], поскольку погонная нагрузка выражается в кг/м, а плечи в м.

Вопрос об определении углов кручения крыла, а также о прогибах крыла более подробно будет рассмотрен в § 14.



Фиг. 101.

100, а) мы приняли масштаб длин 1 : 20 и масштаб сил 1 : 5; нам нужно получить значение перерезывающей силы в сечении $I-I$, т. е. определить ординату $a-a'$ эпюры Q (фиг. 100, б).

Для этого подсчитаем площадь $O-I-I'$ —эпюры погонных нагрузок, т. е. от конца эпюры до сечения $I-I$; предположим, что площадь $O-I-I'$ равна 2000 мм^2 . Чтобы теперь получить значение перерезывающей силы для данного сечения, нужно полученную площадь умножить на масштаб длин и сил. Так как мы приняли масштаб сил в $1 \text{ мм} = 5 \text{ кг/м}$ и масштаб длин в $1 \text{ мм} = 20 \text{ мм}$, то очевидно один квадратный миллиметр площади эпюры будет равен

$$\frac{1}{5} \text{ кг/м} \cdot \frac{1}{20} \text{ м} = 0,01 \text{ кг}.$$

Зная же площадь эпюры и значение масштаба, определяем перерезывающую силу в сечении $I-I$ [ордината $a-a'$ (по фиг. 100, б)].

$$Q_{I-I} = 2000 \cdot 0,01 = 20 \text{ кг}.$$

Аналогично подсчитываются значения масштабов во всех случаях при пользовании методом графического интегрирования.

§ 14. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ КРЫЛА

При расчете крыла кроме требований прочности должны быть учтены также требования жесткости крыла, хотя нормы прочности и не предусматривают этого.

Под действием внешних нагрузок отдельные сечения крыла будут перемещаться в вертикальной плоскости и одновременно закручиваться. Следовательно, при определении деформаций следует различать деформации изгиба и деформации кручения.

Наличие указанных деформаций может существенно влиять на аэродинамический расчет, а следовательно, и на расчет прочности конструкции. Так, например, большие деформации кручения в случае S_k могут привести к явлению дивергенции, т. е. самозакручиванию крыла. Следовательно, жесткость крыла должна быть такой, чтобы появляющиеся деформации крыла не превышали того предела, сверх которого крыло будет терять устойчивость. Кроме того, необходимо учесть, что явления вибрации крыла на больших скоростях также будут связаны с вопросом устойчивости крыла. Таким образом при расчете крыла на прочность необходима проверка на получающиеся деформации крыла. Как уже указывалось, будем различать деформации изгиба и деформации кручения.

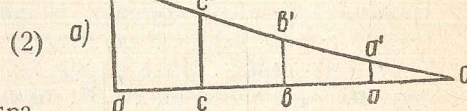
Определение углов закручивания

При распределении крутящего момента нами уже были подсчитаны относительные углы закручивания α (на длине 1 см) и равные:

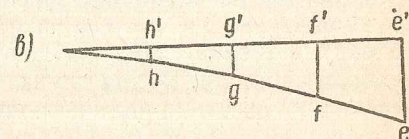
$$\alpha = r \frac{M_{обш}}{4} \left(\frac{1}{I_{xл} G_{л} + I_{x0} G_0} + \frac{1}{I_{y0} G_{п} + I_{y0} G_0} \right). \quad (1)$$

Суммируя относительные углы закручивания от корня крыла, получим действительные углы кручения крыла, т. е.

$$\varphi = \int_0^x \alpha dx.$$



Решаем данное уравнение графическим интегрированием, для чего строим эпюру относительных углов закручивания (фиг. 102, а). Интегрируя графически эпюру относительных углов закручивания, получим эпюру действительных углов закручивания, выраженных в радианах. Обозначим масштаб длин α (м/мм) и масштаб относительных



Фиг. 102.

углов закручивания n ($\frac{1}{\text{см/мм}}$). Тогда значения углов закручивания

в радианах по сечениям крыла (ординаты $e-e' \dots h-h'$) получим следующим образом:

ордината $e - e' =$ площади $o - d - d' (\alpha n)$,

» $f - f' =$ » $o - c - c' (\alpha n)$,

» $g - g' =$ » $o - b - b' (\alpha n)$,

» $h - h' =$ » $o - a - a' (\alpha n)$.

Для перехода от радианов к градусам необходимо ординаты эпюры действительных углов кручения умножить на переходной коэффициент $\frac{180}{\pi} = 57,3^\circ$, т. е.

$$\varphi_1^0 = 57,3^\circ (e - e')$$

.....

$$\varphi_4^0 = 57,3^\circ (h - h').$$

Определение и пользование масштабом, т.е. множителем (αn), было описано выше в § 13.

Определение углов закручивания однолонжеронного крыла ведется в таком же порядке. Относительные углы закручивания вычисляются по формуле Бредта:

$$\alpha = \frac{M_{кр} u^2}{4F^2 F_{обш} G} \frac{1}{см}, \quad (3)$$

где $M_{кр}$ — крутящий момент в сечении;

u — периметр работающего контура;

F — площадь работающего контура;

$F_{обш}$ — площадь обшивки по периметру работающего контура (если толщина обшивки по периметру постоянна, то $F_{обш} = u \delta$);

G — модуль сдвига обшивки.

Наиболее удобный порядок вычислений показан в табл. 6.

После определения относительных углов закручивания можно построить их эпюру. Интегрируя графически эту эпюру и умножая полученные значения на $57,3^\circ$, получим углы закручивания крыла в градусах по расчетным сечениям.

Порядок проведения графического интегрирования ничем не отличается от разобранного выше при определении углов кручения двухлонжеронного крыла. Необходимо заметить, что направление волокон в стенках лонжерона обычно не совпадает с направлением волокон обшивки. В этом случае при подсчете площади обшивки $F_{обш}$ необходимо ввести приведенную площадь стенки, равную фактической, умноженной на отношение модулей сдвига G стенки и обшивки, т. е.

$$F_{обш} = F_{об} + F_{ст} \frac{G_{ст}}{G_{обш}}, \quad (4)$$

где $F_{об}$ — площадь обшивки носка;

$F_{ст}$ — площадь стенки;

$G_{ст}$ — модуль сдвига для стенки;

$G_{обш}$ — модуль сдвига для обшивки носка.

Ясно, что в случае если $G_{ст} = G_{обш}$, то

$$F_{обш} = F_{об} + F_{ст}. \quad (5)$$

Форма

Таблица 6

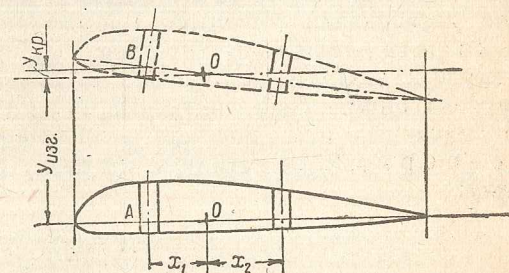
Расчетные величины	Обозначения величин	Сечения			
		1	2	3	4
Момент кручения . . .	$M_{кр} кг \cdot см$				
Периметр работающего контура	$u см$				
Квадрат этого периметра	$u^2 см^2$				
Площадь работающего контура	$F см^2$				
Квадрат этой площади	$F^2 см^4$				
Площадь обшивки по периметру работающего контура	$F_{обш} см^2$				
Величина A	$\frac{M_{кр} u^2}{4F^2 F_{обш}} \cdot \frac{кг}{см^2}$				
Относительный угол кручения	$\frac{A}{G} = \frac{1}{см}$				

Определение прогибов крыла

Прогиб крыла будет складываться из прогибов, возникающих от изгиба и от кручения. Как видно из фиг. 103, если бы сечение испытало один изгиб, то лонжерон крыла переместился бы из положения A в положение B , имея стрелу прогиба $Y_{изг}$. Однако за счет поворота сечения вокруг своего центра жесткости лонжерон получает дополнительный прогиб $Y_{кр}$. Как нетрудно заметить, прогиб от кручения будет равен

$$Y_{кр} = x \operatorname{tg} \varphi, \quad (6)$$

где x — расстояние лонжерона от центра жесткости крыла;
 φ — угол закручивания в радианах.



Фиг. 103.

Ввиду малости угла φ будем считать, что $\operatorname{tg} \varphi = \varphi$, тогда

$$Y_{\text{кр}} = x \varphi. \quad (7)$$

Следовательно, полный прогиб будет:

$$Y = Y_{\text{изг}} + Y_{\text{кр}}. \quad (8)$$

Определение прогибов от изгиба крыла было нами уже описано в § 13; вычислив кривизну лонжерона

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI},$$

строим эпюру и, интегрируя ее графически два раза, получим в первый раз углы девиации, т. е. углы наклона и во второй раз — прогибы $Y_{\text{изг}}$.

Ниже приведем краткое описание аналитического способа определения прогибов крыла от изгиба. Величина прогиба $Y_{\text{изг}}$ может быть представлена как фиктивный момент от назрузки $\frac{M}{EI}$. Вычислим по

сечениям крыла величины $\frac{M}{EI} = q_i$ путем деления момента, действующего в сечении на EI , и будем рассматривать их как погонные нагрузки по сечениям крыла.

Теперь необходимо от этих нагрузок определить фиктивные моменты M_{ϕ} . Для этого определяем нагрузки, действующие на отсек по известной нам уже формуле

$$P_{\phi} = \frac{q_i + q_{i+1}}{2} l, \quad (9)$$

здесь l — длина отсека.

Сосредоточивая нагрузки в центре тяжести отсека и разнося их известным нам уже способом по узлам (сечениям), строим эпюру сил P_{ϕ} . Значение коэффициента k при этом будет равно:

$$k = \frac{q_i}{q_{i+1}}.$$

Фиктивный момент от этих нагрузок и дает величину прогиба $Y_{\text{изг}}$. Фиктивные моменты берем относительно свободного конца крыла, а не относительно места его заделки, как это делается при определении изгибающих моментов. Следовательно, наибольшую величину фиктивного момента M_{ϕ} (прогиба $Y_{\text{изг}}$) получим на конце крыла; у места же заделки M_{ϕ} (прогиб $Y_{\text{изг}}$) будет равен нулю. Таким образом порядок определения фиктивных моментов M_{ϕ} (прогибов) отличается от описанного нами подсчета изгибающих моментов только тем, что, в о - п е р в ы х, за погонную нагрузку в сечении мы приняли величину:

$$q_i = \frac{M_x}{EI}, \quad (10)$$

где M_x — изгибающий момент, действующий в сечении;

E — модуль нормальной упругости лонжеронов;

I — момент инерции лонжеронов относительно оси $X-X$,

и, в о - в т о р ы х, фиктивные моменты M_{ϕ} (прогибы) берутся относительно свободного конца крыла.

Определение прогибов от кручения крыла аналитическим методом не встретит затруднений, так как, зная угол закручивания сечения φ , выраженный в радианах, и имея расстояние лонжерона до центра жесткости x , прогиб от кручения определяем по формуле:

$$Y_{\text{кр}} = x \varphi.$$

Суммируя прогибы от изгиба и кручения, получим полный прогиб крыла:

$$Y = Y_{\text{изг}} + Y_{\text{кр}}.$$

Ввиду незначительности угла закручивания φ в расчетах часто пренебрегают прогибами от кручения и прогибы от изгиба считают окончательными. В однолонжеронной конструкции, учитывая к тому же малую величину, x определение прогибов от кручения не будет иметь смысла.

Так как при расчете крыла на вертикальный изгиб мы разносили изгибающий момент $M_{\text{изг}}$ между лонжеронами пропорционально их жесткостям EI , то очевидно прогибы $Y_{\text{изг}}$ лонжеронов будут равны. Следовательно, при определении прогибов крыла $Y_{\text{изг}}$ можно вычислять прогиб для одного из лонжеронов или крыла в целом, так как они между собой будут равны. При этом нужно помнить, что, если вычисляется прогиб крыла по одному из лонжеронов, то при определении величины $\frac{M}{EI}$ должны быть взяты величины: M — часть изгибающего момента, воспринимаемая данным лонжероном, и I — момент инерции данного лонжерона.

Если вычисляется прогиб крыла как одной балки, то соответственно должно быть взято: для M — полный изгибающий момент, действующий в сечении, и для I — суммарный момент инерции лонжеронов, равный сумме моментов инерции переднего и заднего лонжеронов.

Другое дело с определением прогиба от кручения $Y_{\text{кр}}$; так как в этом случае расстояния лонжеронов от центра жесткости будут неодинаковы, то и прогибы лонжеронов от кручения будут различны. Полученные прогибы крыла будут возникать при разрушающих нагрузках. Фактически же они будут при разрушении несколько больше, во-первых, за счет того, что материал лонжеронов перейдет за предел пропорциональности, и, во-вторых, за счет неточности расчета при пользовании формулой Бредта при определении углов закручивания по всему размаху крыла. Как уже указывалось, у места заделки крыла будем иметь область Шухова, где обшивка при наличии жестких лонжеронов будет работать плохо и угол закручивания сильно увеличится за счет деформаций сдвига полки и за счет их изгиба. Здесь угол кручения крыла получится больше подсчитанного по формуле Бредта, поэтому необходимо в корневой части крыла для угла кручения ввести поправочный коэффициент больше единицы, т. е.

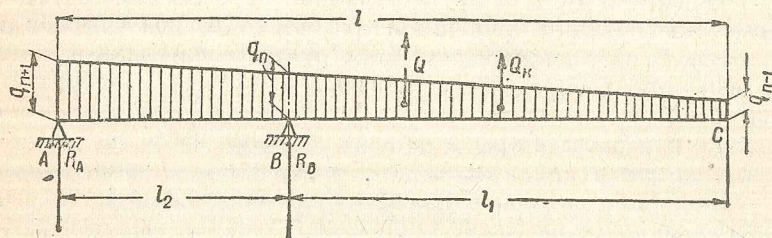
$$\varphi = k \varphi.$$

Значение коэффициента k для нормальной конструкции планерного крыла — $1,1 \div 1,3$.

РАСЧЕТ ПОДКОСНОГО КРЫЛА

§ 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И РЕАКЦИЙ

В гл. IV был разобран расчет свободнонесущего крыла, в котором лонжерон представляется консольной балкой, закрепленной на фюзеляже. В крыле же подкосного типа лонжерон будет лежать на двух опорах и будет представлять, таким образом, однопролетную балку AB с консолью BC (фиг. 104).



Фиг. 104.

Построение эпюры погонных нагрузок на такое крыло очевидно ничем не будет отличаться от описанного выше способа, т. е. нагрузка по размаху будет распределяться пропорционально хордам крыла. Следовательно, имея схему подкосного крыла, можем построить эпюру погонных нагрузок так, как мы делали в гл. IV для свободнонесущего крыла.

Разберем построение эпюры изгибающих моментов для подкосного крыла, считая, что нагрузка по размаху распределяется в общем случае по закону трапеции (фиг. 104). Вертикальная нагрузка будет восприниматься двумя опорами A и B . Для нахождения реакции опор составим условия равновесия моментов и сил относительно опоры A

$$\begin{aligned} \sum M_A &= 0; \\ \sum Y_A &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Очевидно, что изгибающий момент в точке A будет складываться из двух моментов: момента от силы Q , равной общей нагрузке на крыло и приложенной в центре тяжести грузовой площади, и момента от реакции опоры B , пока еще нам неизвестной.

В уравнение равновесия сил войдут три силы: общая нагрузка на крыло Q и реакции опор A и B (фиг. 104).

После сделанных замечаний можем написать приведенные выше уравнения в следующем виде:

$$\sum M_A = Q \frac{l}{3} \frac{q_{n+1} + 2q_{n-1}}{q_{n+1} + q_{n-1}} - R_B l_2 = 0; \quad (2)$$

$$\sum Y_A = R_A - Q + R_B = 0. \quad (3)$$

В ранее приведенном уравнении выражение $Q \frac{l}{3} \frac{q_{n+1} + 2q_{n-1}}{q_{n+1} + q_{n-1}}$ есть момент от воздушной нагрузки относительно точки A ; обозначим его через M_A^Q , и тогда уравнение переписется в виде:

$$\sum M_A = M_A^Q - R_B l_2 = 0. \quad (4)$$

Откуда

$$R_B = \frac{M_A^Q}{l_2}. \quad (5)$$

Определив R_B , находим реакцию опоры A

$$R_A = Q - R_B. \quad (6)$$

Таким образом порядок определения реакции опор следующий.

Определяется изгибающий момент от воздушной нагрузки относительно опоры A (на фюзеляже) в предположении, что опора B отсутствует. Полученное значение момента затем делится на расстояние между опорами, т. е. на длину пролета, и тогда получается значение реакции B . Вычитая полученное значение реакции опоры B из общей нагрузки на крыло Q , получим величину реакции опоры A .

После определения величины реакций опор необходимо найти изгибающие моменты в пролете; в консольной части изгибающие моменты определяются по правилам, изложенным в гл. IV. Для этого действие консоли заменим изгибающим моментом, который создадут силы, приходящиеся на консольную часть в месте крепления подкоса, т. е. на опоре B , с обозначением $M_{кон}$, и перерезывающей силой $Q_{кон}$, равной общей воздушной нагрузке на консоль.

В точке крепления подкоса (фиг. 105), т. е. на опоре B , реакция опоры R_B и перерезывающая сила консоли $Q_{кон}$ складываются, в результате чего будем иметь силу

$$R_B^n = R_B - Q_{кон}.$$

Если возьмем сечение в пролете на расстоянии x от опоры B , то изгибающий момент будет складываться из трех величин: 1) момента $M_{кон}$ от консольной части, 2) момента от силы $R_B^n = R_B - Q_{кон}$ и 3) момента от нагрузки q в пролете. Следовательно, изгибающий момент будет равен:

$$M_x = M_{кон} - R_B^n x + M_q. \quad (7)$$

Определим величину M_q , т. е. момент от нагрузки в пролете.

Нагрузка от опоры B до рассматриваемого сечения будет равна:

$$\frac{q_n + q_x}{2} \cdot x.$$

Так как нагрузка распределяется по закону трапеции, то плечо изгибающего момента будет

$$\frac{x}{3} \cdot \frac{q_x + 2q_n}{q_x + q_n}.$$

Теперь можем написать момент от нагрузки в пролете

$$M_q = \frac{q_n + q_x}{2} x \frac{x}{3} \cdot \frac{q_x + 2q_n}{q_x + q_n} = \frac{q_x + 2q_n}{6} x^2. \quad (8)$$

Подставляя полученное значение M_q в уравнение изгибающего момента в сечении, получим:

$$M_x = M_{\text{кон}} - R_B^n x + \frac{q_x + 2q_n}{6} x^2, \quad (9)$$

где q_x — ордината погонной нагрузки в сечении;
 q_n — ордината погонной нагрузки на опоре B (крепление подкоса);
 x — расстояние сечения от опоры B ;
 M_x — изгибающий момент в сечении;
 $R_B^n = R_B - Q_{\text{кон}}$;
 $Q_{\text{кон}}$ — общая нагрузка (воздушная), действующая на консоль;
 $M_{\text{кон}}$ — момент на опоре B от консольной части.

Полученное выражение R_B для усилия в подкосе было бы справедливо, если бы подкос стоял вертикально. Но так как подкос стоит наклонно, то реакция R_B является проекцией на вертикаль силы, действующей по подкосу. Зная одну проекцию этой силы, ее направление и направление другой проекции (на лонжерон), легко находим силу в подкосе и по лонжерону (фиг. 105).

Сила в подкосе

$$S_{\text{п}} = \frac{R_B}{\sin \theta}. \quad (10)$$

Сила в лонжероне

$$S_{\text{л}} = \frac{R_B}{\tan \theta}. \quad (11)$$

Если крыло имеет продольное V , то в величину реакции опоры должна быть введена поправка на угол V , т. е.

$$R'_B = R_B \cos \alpha,$$

где α — угол, образованный линией хорд крыла с горизонталью;

R'_B — реакция опоры B , нормальная к плоскости крыла.

В лонжероне при этом появится дополнительная сила (растягивающая) $S_{\text{л}} = R_B \sin \alpha$.

Как нетрудно заметить, знак сил $S_{\text{п}}$ и $S_{\text{л}}$ будет зависеть от расположения подкоса. При нижнем положении подкоса в лонжероне будет действовать сжимающая сила — $S_{\text{п}}$, а самый подкос растягиваться силой $+S_{\text{п}}$. При верхнем расположении подкоса сила по лонжерону будет растягивающей $+S_{\text{л}}$ и по подкосу сжимающей — $S_{\text{п}}$. Ясно, что при перемене знака нагрузки, например, в случае D_K и E_K , знаки усилий будут обратными.

Следовательно, в пролете лонжерон будет подвержен кроме вертикального изгиба действию сжимающей или растягивающей силы $S_{\text{л}}$.

В зависимости от знака силы $S_{\text{л}}$ будем различать сжато-изогнутые и растянуто-изогнутые лонжероны.

§ 2. РАСЧЕТ СЖАТО-ИЗОГНУТЫХ ЛОНЖЕРОНОВ

Построение эпюр изгибающих моментов может быть выполнено при помощи «кругов Ченцова» (для лонжерона постоянного сечения) и методом Гау (переменного сечения).

[Круги Ченцова]

Для расчета по этому способу лонжерон приводится к схеме, изображенной на фиг. 106, т. е. отбрасывается консоль и ее действие заменяется моментом $M_{\text{кон}}$. Сжимающая сила в пролете лонжерона определяется по приведенной выше формуле. Обычно в пролете лонжерон бывает переменного сечения, поэтому находим средний момент инерции $I_{\text{ср}}$. Средний момент инерции определяем как среднее арифметическое значение

$$I_{\text{ср}} = \frac{I_1 + I_2}{2}, \quad (12) \quad a)$$

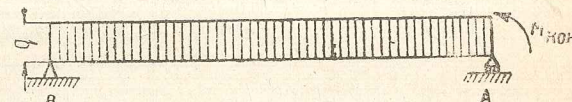
где I_1 — максимальный момент инерции в пролете (очевидно — в месте крепления подкоса);

I_2 — минимальный момент инерции лонжерона в пролете (в точке крепления крыла к фюзеляжу).

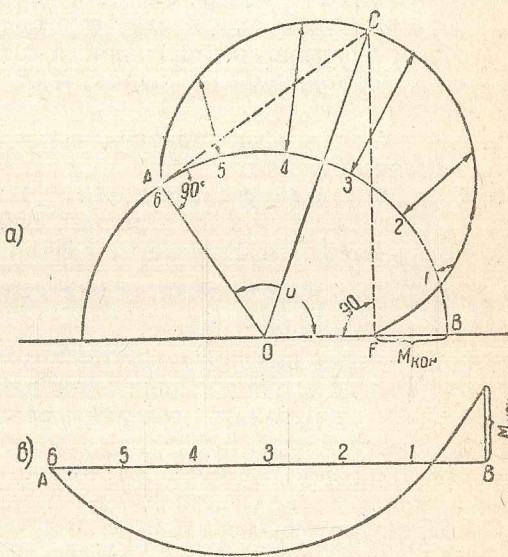
Определив необходимые величины, можно приступить к построению кругов Ченцова (фиг. 107), которое выполняется в следующем порядке:

1. Вычисляется радиус большого круга

$$R = q l^2, \quad (13)$$



Фиг. 106.



Фиг. 107.

здесь q — погонная нагрузка; если в пролете погонная нагрузка распределена по трапеции, то берется среднее значение, т. е.

$$q_{\text{ср}} = \frac{q_A + q_B}{2};$$

здесь q_A и q_B — соответственно значения погонных нагрузок на опорах A и B .

Величина j определяется по уравнению:

$$j = \sqrt{\frac{EI_{\text{ср}}}{S}} \text{ [см]}, \quad (14)$$

где E — модуль упругости лонжерона;

$I_{\text{ср}}$ — средний момент инерции;

S — сжимающая сила.

2. Находится угол между радиусами:

$$u^\circ = 57,3 \frac{l}{j} \text{ [в градусах]},$$

здесь l — длина пролета.

3. Проводится в выбранном масштабе круг радиусом R и из центра круга O под углом u° к радиусу OB проводится радиус OA (фиг. 107, а).

4. В точке B откладывается в том же масштабе, что и для радиуса круга R , значение $M_{\text{кон}}$ к центру O и получается точка F .

В общем случае величина опорного момента откладывается к центру, если момент разгружает пролет, и от центра, если момент догружает пролет.

5. Из точек A и F восстанавливаются перпендикуляры до пересечения в точке C .

6. Соединяется полученная точка C с центром большого круга O и на полученной прямой OC строится, как на диаметре, окружность.

7. Эпюра моментов получается графически между кругами радиусов R и $\frac{CO}{2}$; при этом положительные значения моментов будут отложены внутри большого круга.

Для получения величин моментов пролет делится на четное число частей (4—6); на такое же количество частей делится и угол u° . Величина момента для каждого сечения берется по радиусу, соответствующему данному сечению. Затем эпюру моментов перестраивают на горизонтальную ось балки (фиг. 107, б), учитывая, что в некотором масштабе длина дуги AB соответствует длине пролета l балки. Таким образом получается эпюра моментов с учетом сжимающей силы S .

По величине угла u° можно судить об устойчивости лонжерона. Так, например, если угол u° приближается к 180° , то осевая сила S близка к критической и при $u = 180^\circ$ $S = P_{\text{кр}}$, т. е. в данном случае имеем неустойчивую балку; наоборот, небольшое значение угла u указывает на большой запас устойчивости балки.

Критическую силу при длине пролета l получим по формуле Эйлера:

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}. \quad (15)$$

Зная сжимающую силу по лонжерону S , можем сравнить ее с критической силой $P_{\text{кр}}$, т. е. найти запас устойчивости лонжерона

$$\mu = \frac{P_{\text{кр}}}{S}. \quad (16)$$

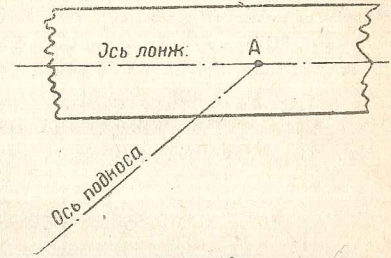
Эксцентриситет

До сих пор мы предполагали, что в узле A (крепление подкоса) пересекаются геометрические оси подкоса и лонжерона (фиг. 108). В этом случае лонжерон будет нагружен внешними силами и центральной силой S , идущей по лонжерону.

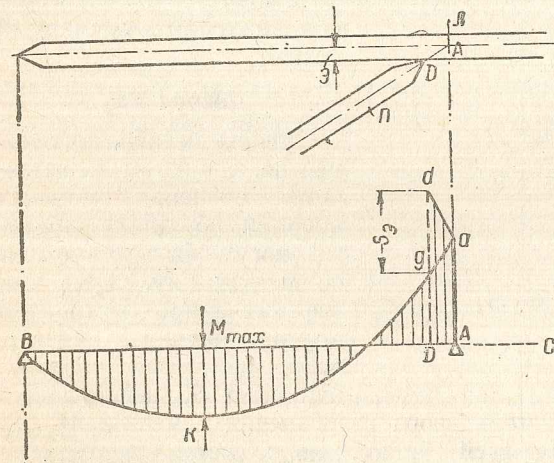
Однако на практике ось лонжерона обычно не проходит через точку крепления подкоса (фиг. 109), т. е. точка пересечения осей A не совпадает с фактической точкой прикрепления подкоса D .

Рассмотрим, какое влияние окажет на эпюру изгибающих моментов такое взаимное расположение по сравнению с прикреплением подкоса в точке A .

Если бы подкос прикреплялся в точке A , то эпюра изгибающих моментов была $BkaA$, где aA было бы равно опорному моменту консоли AC . При от-



Фиг. 108.



Фиг. 109.

двигании точки D от A консоль увеличивается и становится равной DC , благодаря чему опорный момент будет Dd . Внутри пролета эпюра не изменится, так как реакция на опоре A останется прежней. Следовательно, в этом случае получим эпюру моментов $BkgdaA$, которая в сечении D будет иметь по сравнению с прежней скачок, равный моменту усилия в лонжероне S относительно точки

крепления подкоса D , т. е. этот добавочный момент от эксцентриситета осевого усилия будет равен:

$$M = S \cdot \varepsilon. \quad (17)$$

Таким образом несовпадение точек A и D , т. е. несовпадение точки пересечения осей лонжерона и подкоса с фактической точкой крепле-

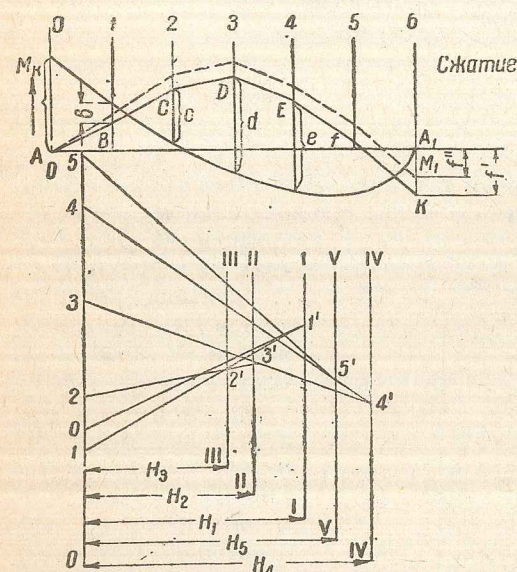
ния подкоса, приносит лишь вред, так как консольный момент увеличился, а наибольший пролетный момент M_{\max} остается без изменения.

Практически, если учесть, что область AD невелика, то увеличение консольного момента мало отразится на прочности балки; к тому же этот участок укрепляется накладками узла и вставкой бобышки. В корневой части крыла, очевидно, будет иметь место момент от эксцентриситета, если точка крепления не совпадает с нейтральной осью лонжерона. Момент от эксцентриситета, как и в первом случае, будет равен произведению продольной силы S на эксцентриситет e . Знак момента будет зависеть от положения точки крепления относительно оси лонжерона и от знака продольной силы S . Так, например, при сжимающей продольной силе S и вниз вынесенной точке крепления лонжерона на фюзеляже момент будет со знаком плюс. Вообще при расчетах будем считать момент положительным,

если он действует на левую часть пролета против хода часовой стрелки, и, наоборот, отрицательным, если он действует по ходу часовой стрелки. Зная же знак момента от эксцентриситета и от поперечной нагрузки, суммированием этих моментов с учетом знаков находим суммарный момент.

Метод Гау

Эпюры изгибающих моментов, с учетом переменного значения момента инерции по длине пролета, могут быть построены по методу Гау. Здесь так же, как и при построении кругов Ченцова, прежде всего находится продольная сила S , действующая



Фиг. 110.

по лонжерону. Затем строится эпюра изгибающих моментов M_0 без учета продольных сил для всей балки, но с учетом момента от эксцентриситета (фиг. 110).

Масштаб длин $\frac{1}{\lambda}$ (например, $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{30}$) выбирается таким, чтобы построение удобно помещалось на чертеже.

Порядок расчета рекомендуется следующий.

1. Делится весь пролет балки между опорами на четное число частей и для каждого сечения находится полюсное расстояние:

$$H = \frac{EnI}{\lambda S}, \quad (18)$$

где H — полюсное расстояние в см;
 E — модуль упругости в кг/см²;
 S — усилие сжатия в кг;
 $\frac{1}{\lambda}$ — масштаб длин;

l — длина пролета;

I — момент инерции данного сечения в см⁴;

n — число частей, на которые разбит пролет.

2. Проводится произвольно основная вертикаль $0-0$, на расстояниях H_1, H_2, H_3, \dots от нее — вспомогательные вертикали, соответствующие каждому сечению.

3. Из произвольно взятой точки O на основной вертикали (фиг. 110) проводится под произвольным наклоном прямая $0-1$ до пересечения с вертикалью, соответствующей первому сечению $1-1$.

4. Параллельно этой прямой проводится прямая на эпюре моментов M_0 из точки A до пересечения с линией сечения балки 1 и получается точка B .

5. Измеряется отрезок b между точкой пересечения и эпюрой M_0 и переносится на вертикаль $0-0$ от точки O до точки 1, с сохранением направления от M_0 .

6. Из полученной точки 1 проводится прямая $1-1'$ до пересечения этой линии с вертикалью $II-II$ в точке $2'$.

7. Параллельно линии $1-1'$ на эпюре моментов M_0 проводится из точки B прямая до пересечения с линией сечения балки 2 и находится точка C .

8. Измеряется отрезок c и по тому же направлению откладывается на основной вертикали от точки 1 и находится точка 2.

9. Из точки 2 проводим прямую $2-2'$ до пересечения с вертикалью $III-III$ в точке $3'$.

10. Из точки C на эпюре моментов M_0 проводится линия, параллельная прямой $2-2'$, до пересечения с линией сечения балки 3 и находится точка D .

11. Измеряется отрезок d и переносится на вертикаль $0-0$ от точки 2 до точки 3.

12. Полученная точка 3 соединяется прямой с точкой $3'$ до пересечения с вертикалью $IV-IV$ и находится точка $4'$.

13. На эпюре моментов M_0 проводится из точки D прямая, параллельная прямой $3-3'$, до пересечения с линией сечения 4 и находится точка E .

14. Замеряется отрезок l и переносится на основную вертикаль от точки 3; получаем точку 4 и т. д.

Таким образом продолжаем построение, пока ломаная кривая не подойдет к узлу A' . Обычно с первого раза эта ломаная кривая не попадет в точку A' , тогда замеряют ошибку f' и строят вторую ломаную линию по этому же способу, беря другой наклон первой прямой. В результате такого построения получается кривая, показанная на фиг. 110 пунктиром. Если совпадения кривой с точкой A' не получилось, то опять замеряют ошибку f'' .

Истинное положение точек ломаной линии находим по формуле:

$$y = \frac{y_2 f_1 - y_1 f_2}{f_1' - f_2'} \quad (19)$$

где f' и f'' — конечные ошибки первого и второго построений;

y_1 и y_2 — ординаты ломаной линии на одной абсциссе для первого и второго построений.

Построив по точкам y эпюру дополнительных моментов $M_{\text{доп}}$ от действия сжимающей силы (соединив полученные точки y плавной кривой), эпюру окончательных моментов M получим суммированием этих эпюр, т. е. значение момента M в каждом сечении будет равно

$$M = M_0 + M_{\text{доп}}. \quad (20)$$

Причем дополнительный момент $M_{\text{доп}}$ берется со знаком минус, если он расположен сверху балки, в то время как момент от поперечного изгиба M_0 берется со знаком плюс, при том же расположении.

Полученные ординаты y будут представлять собой прогибы оси балки в масштабе $\frac{M_0}{S}$, т. е., измерив в масштабе моментов отрезок между прямой $A-A'$ и кривой $ABCDEFA'$ в каком-либо сечении и разделив его на осевое усилие S , получим прогиб в этом сечении в см.

Получив окончательную эпюру изгибающих моментов, проверяем сечения по формуле

$$\sigma_{\text{изг}} = \frac{M}{W} + \frac{S}{F}. \quad (21)$$

Сравнив полученные напряжения с разрушающими для данного сечения, в случае надобности усиливают или облегчают их. При значительных изменениях сечений необходимо контрольное построение.

В заключение необходимо отметить: если при пользовании методом кругов Ченцова угол u° получается незначительным, т. е. $< 45^\circ$ и при пользовании способом Гау полюсные расстояния получаются очень большими, то влияние осевого усилия на величину изгиба от общего момента незначительно и им можно пренебречь, т. е. можно считать эпюру изгибающих моментов M_0 от поперечного изгиба окончательной расчетной эпюрой.

Для случая растяжения эпюры изгибающих моментов с учетом растягивающей силы может быть построена по методу Гау, с той только разницей, что при построении отрезки между M_0 и точками пересечения ломаной кривой с линиями сечения балки откладываются на основной вертикали в обратном направлении. Так как при растяжении продольная сила, спрямляя балку, уменьшает прогибы и изгибающие моменты, то в противоположность случаю сжатия продольная сила будет облегчать работу лонжерона в пролете. В практике расчетов облегчения, даваемые растягивающими силами изгибу, обычно невелики, так как лонжероны для этого слишком жестки, поэтому влиянием растягивающей силы обычно пренебрегают.

Вообще говоря, в подкосных схемах планеров длина пролета обычно бывает незначительной, поэтому даже сжимающая сила не может оказать существенного влияния на эпюру изгибающих моментов (учитывая при этом большую жесткость лонжерона). Только для некоторых легких учебных машин, имеющих лонжероны малой жесткости, сжимающие и растягивающие усилия могут оказать существенное влияние на изгиб лонжеронов.

Независимо от того, построена ли эпюра изгибающих моментов с учетом или без учета продольных сил, сечения в пролете должны проверяться по формуле:

$$\sigma_{\text{изг}} = \frac{M}{W} \pm \frac{S}{F}; \quad (22)$$

при этом знак перед величиной $\frac{S}{F}$ зависит от знака силы S . В случае сжатия должен быть взят знак плюс и, наоборот, в случае растяжения — минус.

§ 3. РАСЧЕТ ПОДКОСОВ

Как уже было указано выше, усилие в подкосе получим по формуле

$$S_{\text{п}} = \frac{R_B}{\sin \theta},$$

где R_B — реакция точки крепления подкоса;
 $\sin \theta$ — угол, образованный осями лонжерона и подкоса.

Если направление оси подкоса не совпадает с плоскостью действия силы (фиг. 111), то, очевидно, необходимо в величину $S_{\text{п}}$ ввести поправку на $\cos \beta$

$$S_p = \frac{S_{\text{п}}}{\cos \beta}, \quad (23)$$

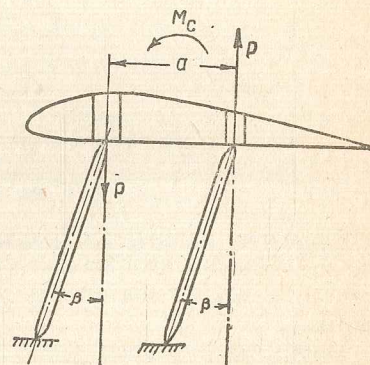
где S_p — расчетное усилие в подкосе;
 $S_{\text{п}}$ — вертикальная составляющая силы в подкосе;
 β — угол, образованный вертикалью и осью подкоса.

При определении усилий в подкосах в случае C_R будем поступать следующим образом.

Пусть в сечении действует скручивающий момент (фиг. 111). Скручивающий момент вызовет в точках крепления подкоса две равные противоположного знака силы P :

$$P_1 = -P_2 = \frac{M_c}{a}, \quad (24)$$

где M_c — скручивающий момент в плоскости заделки подкосов;
 a — расстояние между лонжеронами;
 P_1 — вертикальная слагающая усилия в переднем подкосе;
 P_2 — вертикальная слагающая усилия в заднем подкосе.



Фиг. 111.

Так как крутящий момент в случае C_K направлен против хода часовой стрелки (фиг. 111), то в переднем подкосе будет сжимающая сила и в заднем растягивающая. Силы P_1 и P_2 будут реакциями опор B (крепления подкосов).

Следовательно, как уже указывалось, вертикальная реакция разложится на два направления: по подкосу S_{Π} и по лонжерону S_{Π} .

Эти усилия определим по вышевыведенным формулам:

$$S_{\Pi} = \frac{P}{\sin \theta},$$

$$S_{\Pi} = \frac{P}{\operatorname{tg} \theta}.$$

При несовпадении подкоса с плоскостью действия силы P усилие по подкосу находим по известной уже нам формуле:

$$S_p = \frac{S_{\Pi}}{\cos \beta}.$$

Таким образом для расчета подкосов необходимо определить в них растягивающие и сжимающие усилия, по которым проверяются напряжения в подкосах. Очевидно, что при нижнем расположении подкосов растягивающие усилия будут в случаях A_K и B_K . В случае C_K в переднем подкосе будет сжимающая сила и в заднем — растягивающая. Случаи D_K и E_K дадут при этом сжимающие усилия. При верхнем расположении подкосов знаки усилий по расчетным случаям переменяются на обратные.

ГЛАВА VI

КОНСТРУКЦИЯ И РАСЧЕТ ЭЛЕРОНОВ

§ 1. РАЗМЕРЫ ЭЛЕРОНОВ

Элероном называется подвижная задняя часть крыла, служащая для управления планером вокруг продольной оси $x-x$. Отклонение элерона изменяет вогнутость профиля и, следовательно, его характеристики.

Опущенный элерон увеличивает, а поднятый уменьшает подъемную силу соответствующего полукрыла. Ввиду несимметричного распределения нагрузки по размаху результирующая подъемная сила перемещается в сторону опущенного элерона, поэтому возникает момент крена и, как вторичное явление, момент рысканья.

Основную роль в возникновении момента рысканья играет увеличение индуктивного сопротивления на стороне опущенного элерона и уменьшение его (при больших C_D) на стороне поднятого элерона (индуктивный момент рысканья). Кроме того, изменение профильного сопротивления при отклонении элеронов без компенсации (на больших C_D) создает дополнительный момент, складывающийся с индуктивным.

Для обычных элеронов момент рысканья направлен в неблагоприятную сторону, он вызывает скольжение и, как следствие, — момент крена от скольжения, противоположный моменту крена от элеронов. Для уменьшения момента рысканья рекомендуется дифференциальное управление элеронами и осевая компенсация. При переходе на критические углы атаки эффективность элеронов сильно уменьшается, т. е. момент крена падает и иногда меняет свой знак.

При определении площади элерона обычно пользуются процентным отношением площади элерона к площади крыла, или более точно — методом инж. Пышнова.

Площадь элерона по отношению к площади крыла лежит в следующих пределах:

$$S_a = (0,075 \div 0,10) S_{кр}.$$

Метод Пышнова основан на подборе статического момента элерона и его коэффициента. Значение коэффициента элерона выражается отношением:

$$C_a = \frac{Q_a}{Q_{кр}};$$

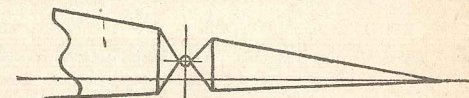
здесь Q_a — статический момент элерона, равный произведению площади элерона на расстояние от центра тяжести элерона до оси симметрии планера ($Q_a = S_a \cdot l_a$);

$Q_{кр}$ — статический момент крыла.

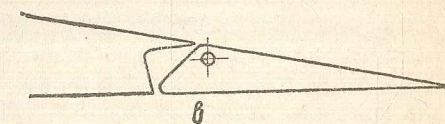
Пышнов дает величину коэффициента $C_a = 0,20 \div 0,25$, указывающего на достаточность данных размеров элерона для данного планера. Следовательно, зная C_a и $Q_{кр}$, можно определить Q_a и отсюда, задаваясь плечом l_a , удовлетворяющим общей компоновке машины, получить S_a . Обычно элерон располагается возможно дальше к концу крыла, что увеличивает l_a , а следовательно, при заданном Q_a получается уменьшение площади элерона.

Для уменьшения давления на ручку управления элероны устраиваются компенсированными. Некомпенсированные элероны (фиг. 112) применяются для легких учебных машин и в случае узких элеронов (с малой хордой); для планеров, имеющих широкий элерон, устройство компенсации весьма желательно.

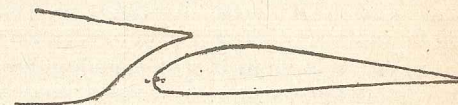
На фиг. 113 приведены два типа аэродинамических компенсаторов, наиболее употребительных в планерах. Компенсатор типа a



Фиг. 112.



б



а

Фиг. 113.