В. Ольховский.

К РАСЧЕТУ НА ПРОЧНОСТЬ САМОЛЕТА И ПЛАНЕРА

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

(Продолжение [1]).

Графический способ расчета консольн. балок, нагруженных неравномерно (рис. см. «Самолет» № 6).

Предположим, что закрепленная в **А** балка **АВ** (лонжерон свободно-несущего крыла) испытывает неравномерно-убывающую к свободному концу **В** аэродинамическую нагрузку **Р**, действующую снизу вверх.

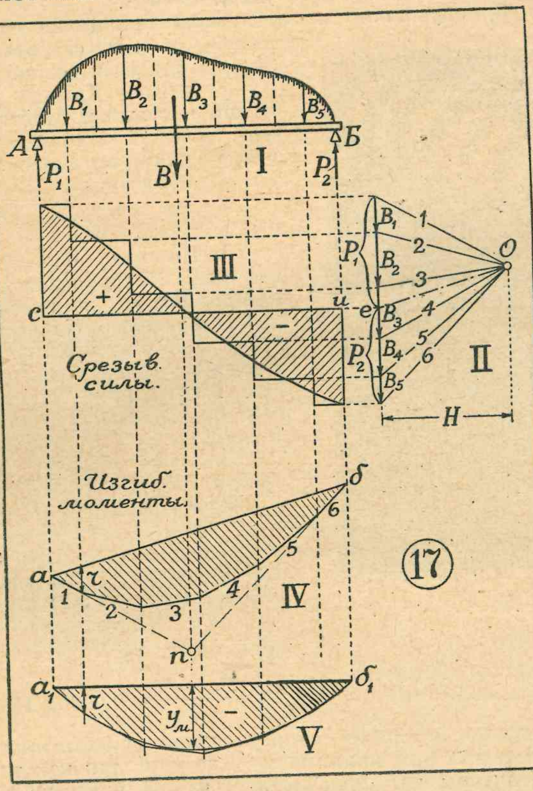

Рис. 17. Графический способ расчета балок, лежащих на двух опорах.

В этом случае, определение срезывающих сил и изгибающих моментов проще всего производить, пользуясь графическим построением.

Делим площадь диаграммы нагрузки (I) вертикальными линиями на возможно большее число участков (по длине балки) и определяем средние ординаты P_1 P_2 P_3 и т. д. каждого участка. Полученные ординаты суммируем, откладывая их, в любом масштабе, на вертикальной линии P_1—P_5 полярной диаграммы II³). Концы отложенных секторов (отрезков) соединяем прямыми с полюсом **О**, который выбираем на продолжении горизонтальной прямой **ав**, представляющей ось балки.

Для построения диаграммы срезывающих сил, на направлении равнодействующей нагрузки каждого участка балки откладываем от линии **ав** отрезки P_1, P_2 и т. д., ранее нанесенные на полярной диаграмме. Таким образом получаем ступенчатую линию **а₁в** срезывающих сил, которая, при очень большом числе участков, на которые разделена площадь диаграммы нагрузки (I), превращается в кривую.

Диаграмма изгибающих моментов (III) находится построением веревочной линии 1, 2, 3, 4, 5, 6, параллельной лучам 1, 2, 3, 4, 5, 6 полярной диаграммы.

Точка **n** взаимного пересечения сторон **1** и **6** веревочной линии определяет направление равнодействующей всей нагрузки Р (вертикаль, проходящая через центр тяжести нагрузки).

Для любого сечения балки, изгибающий момент **М** выразится соответствующей ординатой кривой моментов (III), помноженной на полюсное расстояние **Н**. След. наибольший изгибающий момент в сечении **А** будет равен: **Ммакс.=Умакс.×Н.**

Изгибающий момент для любого сечения **Б** балки может быть выражен площадью **б б₁в** срезывающих сил, расположенною справа от данного сечения, а **макс. М** — площадью **а а₁в.**

Балка, лежащая на двух опорах.

Предположим, что имеем балку постоянного сечения, свободно лежащую на двух опорах **А** и **В** (без свешивающихся концов), которая нагружена, как показано на рис. 16 (диаграмма нагрузки. см. «Самолет» № 6).

Нагрузка **В** оказывает на опоры давление (опорные давления), которое уравновешивается сопротивлениями этих опор, называемыми также противодействиями или **реакциями опор** (силы P_1 и P_2). Последние относятся к числу внешних сил, действующих на балку.

[1]) См. № 2 (28) журнала «Самолет».

Для определения реакции P_1 опоры **А**, произведение из нагрузки **В** на расстояние ее центра тяжести до другой опоры **Б** делят на длину пролета балки. Реакцию P_2 находят таким же путем или, проще, вычитанием P_1 из **В**.

Изгибающий момент **Mu** для любого сечения **и** балки есть результирующий момент всех внешних сил, включая реакции опор, действующих между рассматриваемым сечением и одной из опор балки. Следовательно, он равен:

$$Mu = P_1 \,.\, e_1 - B_1 \,.\, a \text{ или } Mu = B_2 \,.\, в - P_2 \,.\, e_2,$$

$$\text{где } P_1 = \frac{B\,(e_2 - c)}{e_1 + e_2} \text{ и } P_2 = \frac{B\,(e_1 + c)}{e_1 + e_2}$$

B_1 и B_2 суть нагрузки, приходящиеся на балку слева и справа от сечения **и**, так что $B_1 + B_2 = B$;

а, в и **с** — расстояния центров тяжести нагрузок B_1, B_2 и **В** от вертикали **ии.**

Если из разных точек пролета **АБ** балки восстановить перпендикуляры и на них отложить отрезки, пропорциональные нагрузке, действующей на балку справа или слева от рассматриваемого сечения, то получим диаграмму срезывающих сил.

Если же для разных сечений балки построить ординаты, пропорциональные изгибающим моментам **Mu**, получим диаграмму этих моментов.

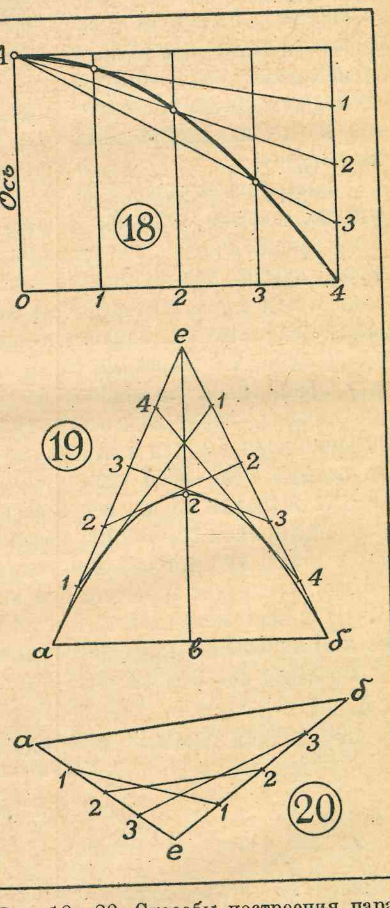

Рис. 18—20. Способы построения параболы.

Изгибающие моменты проще всего определяются по диаграмме срезывающих сил, путем вычисления площади этой диаграммы, лежащей справа от рассматриваемого сечения.

Отметим, что опасное сечение балки находится в том месте, где приходящаяся над сечением нагрузка равна реакции ближайшей опоры.

Графический способ расчета балок, лежащих на двух опорах.

Построение диаграмм срезывающих сил и изгибающих моментов для балки, изображенной на рис. 17, I, производится следующим образом. Делим нагрузку **В** на участки по длине балки. Средние ординаты каждого участка диаграммы I суммируем, перенося их, в некотором масштабе, на полярную диаграмму II; последнюю строим, задавшись произвольным полюсом **О**.

На направлениях равнодействующих B_1, B_2, B_3 и т. д. ранее намеченных участков нагрузки **В** откладываем их величины и таким образом получаем ступенчатую диаграмму срезывающих сил (III). Эта диаграмма должна быть дополнена нанесением на нее реакций опор P_1 и P_2.

Для определения последних, строим веревочную линию, т.-е. из любой точки **а** (чертеж IV), лежащей на линии действия реакции P_1, проводим прямую **аn** (или **1**), параллельную полюсному лучу **1** диаграммы II, затем линию **2**, параллельную лучу **2**, и т. д., кончая линией **6**, параллельной лучу **6**. Точку **б** пересечения линии **6** с направлением реакции P_2 соединяем прямой с точкой **а** и на диаграмме II проводим **Ое**, параллельно **аб**. Точка **е** пересечения луча **Ое** с линией сил B_1—B_5 определит величину реакций P_1 и P_2.

Продолжив на чертеже IV линии **1** и **6** до взаимного пересечения получаем точку **п**, через которую пройдет равнодействующая данной нагрузки **В**.

Построенную на наклонной базе **аб** диаграмму IV изгибающих моментов обычно перечерчивают, откладывая ее ординаты от горизонтальной прямой $а_1$ $б_1$ (V). Стороны полученной ломанной линии являются касательными к действительной кривой изгибающих моментов.

Чем больше участков, на которые разделена площадь диаграммы I, тем точнее получаются кривые срезающих сил и изгибающих моментов.

Изгибающий момент для любого сечения балки равняется ординате **у** веревочного многоугольника, взятой под данным сечением, в масштабе длин, и помноженной на полюсное расстояние **Н**, выраженное в масштабе сил. Если **Н**=1, то **М**=**у**, т.-е. в этом случае, ордината **у**, измеренная по масштабу длин, выразит собою непосредственно величину изгибающего момента.

В **таблице V** приведены результаты рассчета балок различных типов с непрерывной нагрузкой подобной той, какая имеет место в летательных аппаратах.

Из рассмотрения диаграмм таблицы V следует, что 1) **наибольшие изгибающие моменты** имеют место в сечениях, для которых срезающая сила равна 0 или меняет свой знак, т.-е. там, где диаграмма срезающих сил пересекается с основной осью (положение наиболее опасных сечений); 2) сечения, для которых изгибающие моменты равны 0, соответствуют **точкам перегиба** изогнутой оси балки (в этих сечениях балка не испытывает нормальных напряжений); 3) при одной и той же нагрузке и одинаковых поперечных размерах балок, пролет **консольной** балки (V), сравнительно **с простой**, может быть увеличен приблизительно на 40%; 4) **стрела прогиба** балок зависит от нагрузки **Р**, длины **е** балки, модуля упругости **Е** материала при изгибе (принимается равным модулю упругости при растяжении и сжатии) и момента инерции **J** сечения балки.

На рис. 19 и 20 показаны простейшие способы построения **параболы** данным: основанию и высоте **вг** или касательным **ае** и **бе**.

В первом случае (рис. 19), продолжив **вг**, откладываем **ге** =**вг**. Далее делим **ае** и **бе** на равные части и, отметив точки деления одинаковыми нумерами (1, 2, 3, 4), соединяем одноименные точки прямыми; последние явятся касательными к искомой кривой.

Построение, показанное на рис. 20, понятно без объяснения.

Задача 7. Определить поперечное сечение деревянного рычага управления, к концу которого приложена максимальная сила в 40 кгр., на плече в 55 см. Предельное допускаемое напряжение при изгибе **н**=300 кгр. на кв. см.

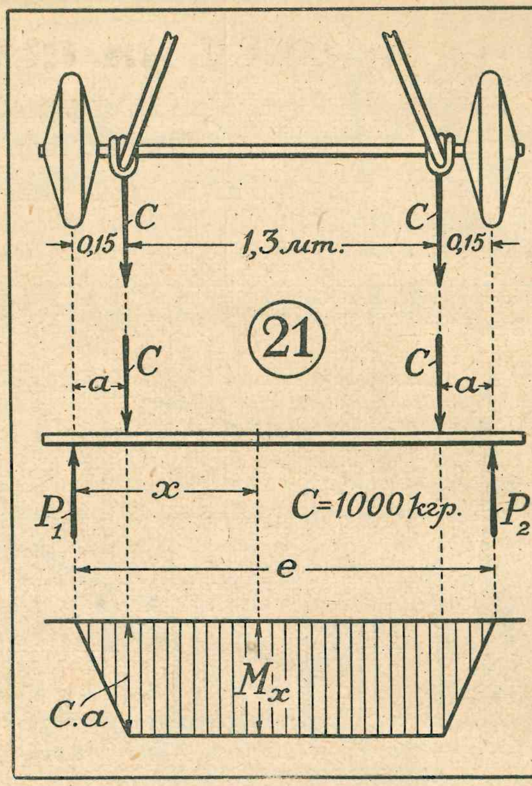

Рис. 21. Построение диаграммы изгибающих моментов для оси колес. Задача 8.

Решение: Изгибающий момент **М**=**Р** . **е**=40 . 55=2200 кгр. см. Момент сопротивления сечения рычага **w**=0,1 **Д**з (см. таблицу IV).

М= **w** . **н** или 2200=0,1. **Д**з . 300;

Следовательно $Д^3 = \frac{2200}{0{,}1.300} = 73{,}3$ куб. см.

Откуда **д**= **4,2 см.**

Таблица V.

Тип балки и род нагрузки	Диаграмма нагрузки	Давления на опоры	Диаграмма срезающ. сил $\underline{C}$	Диаграмма изгиб. момент. $\underline{M}$	Прогиб $\underline{n}$	Опасное сечение	Необходим. момент сопрот. $\underline{W}$
I. Консоль (балка с закрепл. концом). Нагрузка равномерно распределенная.	$P=p.e$	$A=P.$	$C_x=p.x=\frac{P.x}{e}.$	$M_x=\frac{p.x^2}{2}=\frac{P.x^2}{2.e}.$ $\frac{P.e}{2}$ Парабола	$\frac{P.e^3}{8.E.J}$	A	$\frac{P.e}{2.н}$
II. Консоль. Нагрузка постепенно убывающая до 0.	$P=\frac{p.e^2}{2}.$	$A=P.$	$C_x=\frac{p.x^2}{2}=\frac{P.x^2}{e^2}$ Парабола	$M_x=\frac{p.x^3}{6}=\frac{P.x^3}{3.e^2}.$ $\frac{P.e}{3}$ Кубич. парабола	$\frac{P.e^3}{15.E.J}$	A	$\frac{P.e}{3.н}$
III. Балка закрепл. одним концом, а другим лежащая на опоре. Нагрузка равномерно распределенная.	$P=p.e$	$A=\frac{5}{8}P;$ $B=\frac{3}{8}P.$	$\frac{5}{8}P$, $3/8 \cdot e$, $\frac{3}{8}P$	$\frac{P.e}{8}$, $3/4 \cdot e$, $3/8 \cdot e$, $\frac{P.e}{14}$	$\frac{P.e^3}{185.E.J}$	A	$\frac{P.e}{8.н}$
IV. Балка, лежащ. на двух опорах. Нагрузка равномерно распределенная.	$P=p.e.$	$A=B=\frac{P}{2}.$	$\frac{P}{2}$, $\frac{P}{2}$	$M_x=\frac{P}{2}(x-\frac{x^2}{e}).$ $\frac{P.e}{8}$ Параб.	$\frac{P.e^3}{77.E.J}$	Посред. между A и B.	$\frac{P.e}{8.н}$
V. Балка с консолями. Нагрузка равномерно распределенная.	$P=p.e.$	$A=B=\frac{P}{2}.$	$\frac{P.в}{2.e}$, $\frac{P.a}{e}$, $\frac{P.a}{e}$, $\frac{P.в}{2.e}$	$\frac{P.a^2}{2.e}$, $\frac{P.в^2}{8.e}-\frac{P.a^2}{2.e}$	Точки перегиба ч, ч при $x=\frac{e}{2}\pm\sqrt{\frac{e^2}{4}-ae}$	A, B, C.	$\frac{P.e}{47.н}$ при наивыгодн. отнош. $\frac{a}{в}=0{,}35.$

Задача 8. На каждое колесо шасси самолета действует нагрузка **C**=1000 кгр. Расстояние между колесами равно 1,6 мт. а между амортизаторами—1,3 мт. (рис. 21). Построить диаграмму изгибающих моментов для оси.

Решение: Так как сосредоточенные грузы **C**, **C** находятся на одинаковых расстояниях от опор, каждая из реакций P_1 и P_2 равна **C**.

Изгибающие моменты между опорными точками колес и точками приложения грузов **C**, **C** изменяются по наклонной прямой линии, от нуля до максимума **C . a** (под амортизаторами).

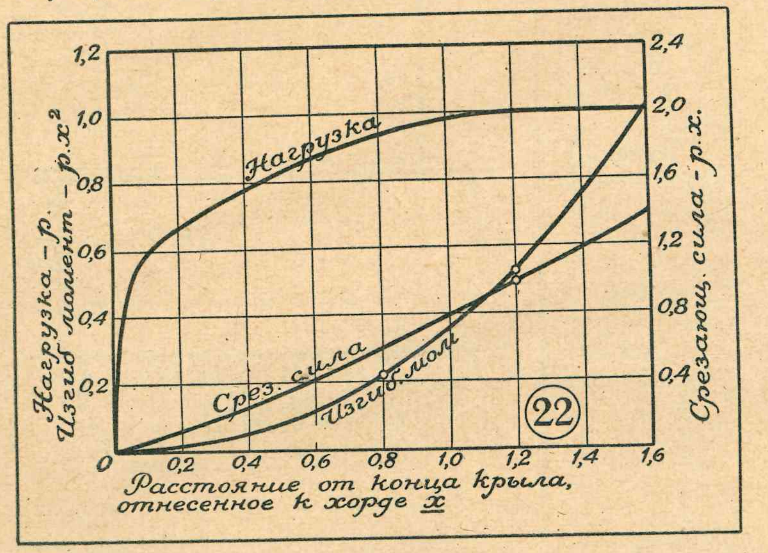

Рис. 22. Диаграммы аэродинамической нагрузки, срезывающих сил и изгибающих моментов для конца крыла.

Для любого сечения оси, между точками приложения грузов **C**, **C**, изгибающий момент равен:

$$M_x = C\ (e - x - a) - P_2\ (e - x) =$$
$$= C\ (e - x - a) - C\ (e - x) = - C.\ a.$$

Следовательно, на указанном протяжении оси изгибающий момент не изменяется, и поэтому все сечения оси между амортизаторами одинаково опасны. Размеры сечения (стальная труба) прозеряем по формуле: $C.\ a = \frac{,1\ (Д^4 - д^4)}{Д}.\ н.$

Задача 9. Даны: кривая распределения аэродинамической нагрузки на конце крыла и соответствующие ей диаграммы срезывающих сил и изгибающих моментов (рис. 22), — в зависимости от расстояния рассматриваемого сечения от конца крыла (в хордах). Определить реакции опор **Б** и **В** и изгибающие моменты для лонжерона прямоугольного крыла, схематически изображенного на рис. 23. Длина хорды **x**=125 см. Нагрузка = 170 кгр.

Решение: Согласно рис. 22, нагрузка крыла изменяется по размаху на протяжении 1,2 хорды от конца **A** крыла, что составляет 125 . 1,2 = 150 см.

На этом расстоянии от конца **A** срезывающая сила, равная нагрузке, выразится: 0,99 . **p** . **x** = 0,99 . **p** . 125 = 124 . **p**, где **p**—нагрузка, приходящаяся на 1 сантиметр длины лонжерона.

Нагрузка, приходящаяся на остальную часть крыла, равна— 175 . **p**. След., = 170 = 124 . **p** + 175 . **p**,

откуда $p = \frac{170}{124 + 175} = 0,57$ кгр. на 1 пог. см.

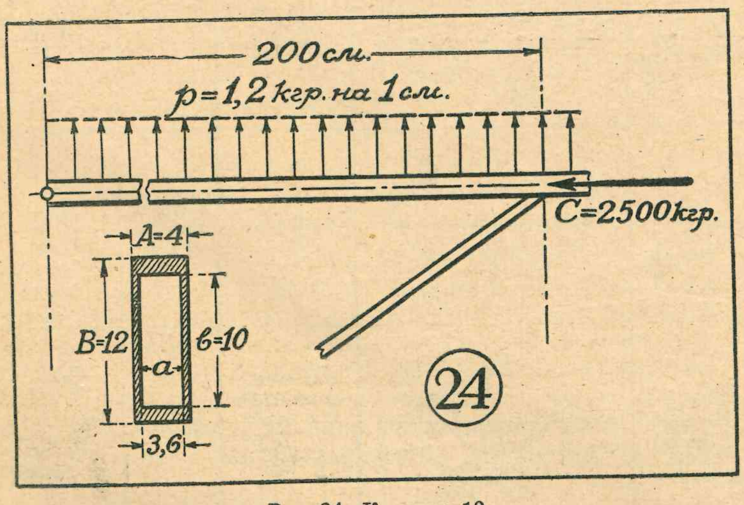

Рис. 24. К задаче 10.

Изгибающий момент над опорой **Б**, расположенной в расстоянии 100 125=0.8 хорды от конца крыла (см. рис. 22), равен 0,215 . 0,57. . 125²=1915 кгр. см.

Чтобы найти реакции опор **Б** и **В**, сперва определяем положение центра тяжести **c** площади диаграммы нагрузки, между точками **A** и **B**. Для этого берем моменты нагрузки относительно любого сечения лонжерона, например, **б**.

Момент нагрузки, приходящейся на часть крыла, расположенную влево от сечения **б**, равен 0,525 .0,57 . 125²=4676 кгр.см. (см. рис. 22).

Момент нагрузки, равномерно распределенной на часть крыла, расположенную вправо от сечения **б**, равен $175\ .\ 0,57\ .\ \frac{175}{2} = -8728$ кгр. см.

Нагрузка, приходящаяся на лонжерон между точками **A** и **B**: 0,99 . 125 . 0,57+175.0,57 - 170,3 кгр.

Расстояние центра тяжести этой нагрузки от вертикали **аб** равно $\frac{4676 - 8728}{170,3} = -23,8$ см. (по направлению к продольной оси самолета).

$$\text{Реакция } Б = 170,3\ .\ \frac{151,2}{225} = 114,4 \text{ кгр.}$$

$$\text{Реакция } В = 170,3\ .\ \frac{73,8}{225} = 55,9 \text{ кгр.}$$

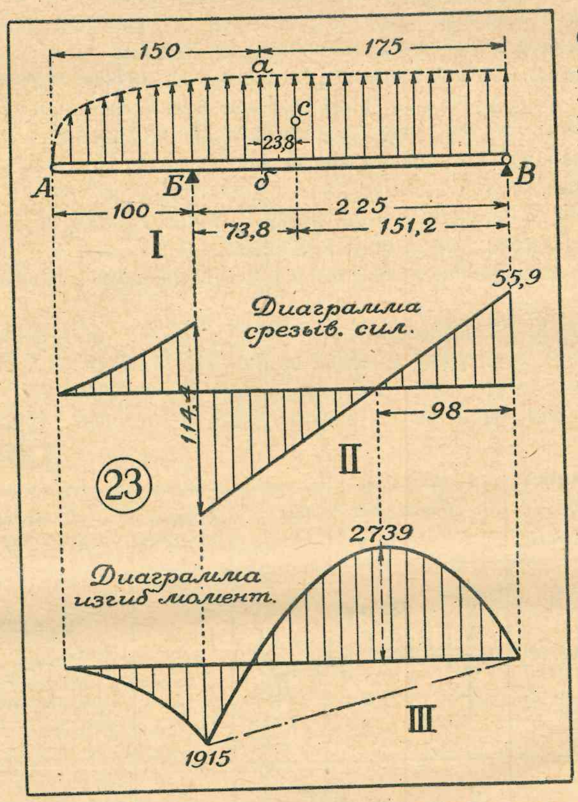

Рис. 23. Построение диаграмм срезывающих сил и изгибающих моментов для лонжерона крыла. Задача 9.

Срезывающая сила равна нулю в сечении лонжерона, расположенном в расстоянии 55,9/0,57 = 98 см. от опоры **B**. В этом же сечении имеем максимальный изгибающий момент: $\frac{55,9.98}{2} = 2739$ кгр. см.

На основании полученных цифр строим диаграммы срезывающих сил и изгибающих моментов.

Задача 10.

Часть лонжерона крыла, во внутреннем пролете, испытывает равномерно распределенную нагрузку **p** = 1,2 кгр. на 1 см. длины и одновременно сжимается осевою силою P=2500 кгр. (рис. 24). Дано сечение лонжерона, которое необходимо проверить на прочность. Материал: сосна.

Рlшение: Согласно таблице V (случай III), максимальный изгибающий момент $M = \frac{P\ .\ e}{8} = \frac{p.\ e^2}{o} = \frac{1,2.200^2}{8} = 6000$ кгр. см.

Момент сопротивления данного сечения лонжерона:

$$W = \frac{A\ B^3 - a\ в^3}{6.B} = \frac{4.12^2 - 4.10^3}{6.\ 12} = 40,5 \text{ куб. см.}$$

Так как толщина фанерных стенок лонжерона составляет лишь 0,2/10=1/50 высоты их, в момент сопротивления **W** их не вводим, т.-е. считаем **a**=**A**=4 см.

Напряжение от изгиба: $н_1 = \frac{M}{vv} = \frac{6000}{40,5} = 148$ кгр. на кв. см.

Напряжение от сжатия:

$н_2$=**C**/**п**, где **п** — площадь поперечного сечения лонжерона, равная **A** . **B**—**a** . **в**=4 . 12—3,6 . 10=12 кв. см. $н_2$=2500/12=208 кгр./кв. см.

Наибольшее напряжение сжатия, испытываемое нижними наружными волокнами лонжерона, равно $н_1 + н_2$=143+208=356 кгр./кв. см.

Таким образом, нижняя полка лонжерона работает за пределом упругости материала и поэтому ее сечение должно быть увеличено.

(Продолжение следует).